


I

# Intermediate
# Oplossingen

Uitgewerkte oplossingen bij het werkboek. Voor de leerkracht.

14-16 jaar · 40 hoofdstukken · schaal 3–7

**Brecht Corbeel** · schoolium.me

# StemExpert Intermediate — Oplossingen

**Auteur:** Brecht Corbeel
**Uitgave:** schoolium.me
**Reeks:** StemExpert — STEM in drie niveaus (Fundamental, Intermediate, Expert)

**Voor wie:** Voor wie Fundamental beheerst (tweede graad secundair, STEM-richtingen). Van kwalitatief naar kwantitatief: rekenen met modellen, meetfouten, Python en C++, en de eerste regelkringen.

**Wiskunde op dit niveau:** algebra, lineaire, kwadratische en exponentiële functies, rechthoekige driehoeken, vectoren

**Habitat-laag:** De klimaat- en energiemodule: eigen zonnestroom met batterij, een waterkringloop met hydroponie, een geregeld klimaat en datalogging.

Dit boek hoort bij een handboek, een werkboek en een oplossingenboek per niveau, en bij de offline website van StemExpert. De StemExpert-schaal (1 tot 9) loopt over de drie niveaus heen. Druk af zonder schaling (100 %).

# Inhoud


**I1 · Onderzoeken met data**

| | | |
|---|---|---|
| I1 | Meetfouten en nauwkeurigheid | 5 |
| I2 | Experimenten ontwerpen en rapporteren | 17 |
| I3 | Verbanden in data | 30 |

**I2 · Wiskunde als taal van STEM**

| | | |
|---|---|---|
| I4 | Functies als modellen | 42 |
| I5 | Groei en verval: exponentiële modellen | 55 |
| I6 | Goniometrie en vectoren | 67 |

**I3 · Mechanica**

| | | |
|---|---|---|
| I7 | Beweging beschrijven | 78 |
| I8 | De wetten van Newton | 91 |
| I9 | Arbeid, energie en vermogen | 103 |
| I10 | Moment en evenwicht | 113 |
| I11 | Druk en hydraulica | 130 |

**I4 · Chemie en materialen**

| | | |
|---|---|---|
| I12 | Atomen en het periodiek systeem | 142 |
| I13 | Chemische bindingen en stofeigenschappen | 152 |
| I14 | Reacties en stoichiometrie | 162 |
| I15 | Zuren, basen en pH | 172 |
| I16 | Redox en batterijen | 182 |
| I17 | Polymeren en composieten | 193 |

**I5 · Energie en warmte**

| | | |
|---|---|---|
| I18 | Warmte berekenen | 202 |
| I19 | Warmtetransport en isolatie | 213 |
| I20 | Zonne-energie dimensioneren | 223 |

**I6 · Elektronica**

| | | |
|---|---|---|
| I21 | De wetten van Kirchhoff | 235 |
| I22 | De spanningsdeler en sensoren | 249 |
| I23 | Halfgeleiders: diode, led en transistor | 260 |
| I24 | Condensatoren en de RC-tijd | 271 |
| I25 | Van analoog naar digitaal | 284 |
| I26 | Motoren en actuatoren | 295 |

**I7 · Programmeren**

| | | |
|---|---|---|
| I27 | Python: de basis | 306 |
| I28 | Functies, lijsten en data in Python | 323 |
| I29 | Microcontrollers programmeren in C++ | 338 |
| I30 | Datalogging en communicatie | 364 |

**I8 · Regelen en robotica**

I31 Regelsystemen 379

I32 Toestandsmachines 394

I33 Een mobiele robot 411

**I9 · Leven en biotechnologie**

I34 Enzymen en stofwisseling 422

I35 Micro-organismen en biotechnologie 436

I36 Hydroponie en voedselproductie 448

**I10 · Ontwerpen en data**

I37 Parametrisch ontwerpen 459

I38 Duurzaam ontwerpen 471

I39 Data visualiseren en eerste stappen in AI 482

**I11 · Habitat I: energie, water en klimaat**

I40 Integratieproject: de klimaatmodule 492

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 1

# Meetfouten en nauwkeurigheid

## Waarom elke meting een marge heeft, en hoe je die eerlijk in een getal zet

Uitgewerkte oplossingen bij de 15 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

5× oefenen · 6× toepassen · 4× uitdagen · ± 301 min

O Onderzoeken en meten · W Wiskundig modelleren



Drie thermometers naast elkaar, drie verschillende antwoorden. Welke vertrouw je?

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

## Oefenen

één stap, direct toepassen

### 1.1 Systematisch of toevallig?

Oefenen · 3 · Begrijpen · 10 min

Zes leerlingen beschrijven een probleem met hun meting.

**a** Je leest een maatcilinder telkens van schuin boven af.

- A systematisch
- B toevallig

✓ Systematisch: van boven lees je altijd een te hoge waarde af (parallax, altijd dezelfde kant).

**b** Je start de stopwatch de ene keer iets te vroeg, de andere keer iets te laat.

- A systematisch
- B toevallig

✓ Toevallig: soms te vroeg, soms te laat.

**c** De balans toont 0,3 g als er niets op ligt.

- A systematisch
- B toevallig

✓ Systematisch: een nulpuntsfout; elke weging is 0,3 g te groot.

**d** De temperatuursensor van de kas hangt in de volle zon.

- A systematisch
- B toevallig

✓ Systematisch: de sensor warmt zelf op in de zon en meet altijd te hoog.

**e** Kleine luchtstromen doen de laatste decimaal van een precisiebalans verspringen.

- A systematisch
- B toevallig

✓ Toevallig: de afwijking wisselt van teken en van grootte.

**f** Kies twee systematische fouten uit deze lijst en leg uit hoe je elk ervan zou opsporen of wegwerken.

✓ Bijvoorbeeld: de balans op nul zetten (tarra) of 0,3 g van elke weging aftrekken; de maatcilinder op ooghoogte aflezen; de sensor in een schaduwhuisje met ventilatie hangen en vergelijken met een referentiethermometer in de schaduw.

## 1.2 Beduidende cijfers

Oefenen · 3 · Rekenen · 12 min

Tel de beduidende cijfers en reken met meetwaarden volgens de vuistregels.

**a** Hoeveel beduidende cijfers hebben: $0{,}0470\,\text{m}$; $305\,\text{g}$; $2{,}00\,\text{V}$; $6{,}0 \cdot 10^{-3}\,\text{A}$?

✓ 3 (4, 7, 0); 3; 3; 2.

**b** Rond af op 3 beduidende cijfers: $9{,}8066\,\text{m/s}^2$; $0{,}0012345\,\text{kg}$; $123\,456\,\text{s}$.

✓ $9{,}81\,\text{m/s}^2$; $0{,}00123\,\text{kg}$; $1{,}23 \cdot 10^5\,\text{s}$ (niet 123 000: dan is onduidelijk hoeveel cijfers beduidend zijn).

**c** Bereken en rond correct af: $4{,}52\,\text{cm} \times 2{,}1\,\text{cm}$.

✓ $4{,}52 \times 2{,}1 = 9{,}492\,\text{cm}^2$; 2 beduidende cijfers (door 2,1): $9{,}5\,\text{cm}^2$.

**d** Bereken en rond correct af: $125{,}4\,\text{g} - 3{,}27\,\text{g}$.

✓ $125{,}4 - 3{,}27 = 122{,}13\,\text{g}$; 1 decimaal (door 125,4): $122{,}1\,\text{g}$.

**e** Een leerling deelt $10{,}0\,\text{cm}$ door 3 (drie gelijke stukken) en schrijft $3{,}3333333\,\text{cm}$. Wat is juist, en waarom telt die 3 niet mee als 'één beduidend cijfer'?

✓ $3{,}33\,\text{cm}$: drie beduidende cijfers zoals 10,0. De 3 is een exact getal (een aantal stukken), geen meting: ze beperkt het aantal cijfers niet.

## 1.3 Absolute en relatieve fout

Oefenen · 3 · Rekenen · 12 min

Reken om tussen absolute en relatieve fout.

**a** $m = (250 \pm 2)\,\text{g}$. Bereken de relatieve fout in procent.

✓ $2/250 = 0{,}008 = 0{,}8\,\%$.

**b** $t = (4{,}2 \pm 0{,}2)\,\text{s}$. Bereken de relatieve fout in procent.

✓ $0{,}2/4{,}2 = 0{,}048 \approx 5\,\%$.

**c** Een afstand van $2{,}50\,\text{m}$ heeft een relatieve fout van 0,4 %. Hoe groot is de absolute fout? Noteer het resultaat.

✓ $0{,}004 \times 2{,}50\,\text{m} = 0{,}01\,\text{m}$, dus $(2{,}50 \pm 0{,}01)\,\text{m}$.

**d** Een multimeter meet op het bereik van 20 V met een nauwkeurigheid van ± (0,5 % + 2 digits). Het scherm toont 12,00. Bereken de fout (1 digit is hier 0,01 V) en noteer het resultaat.

✓ $0{,}5\,\%$ van $12{,}00\,\text{V}$ is $0{,}06\,\text{V}$; plus 2 digits $= 0{,}02\,\text{V}$; samen $0{,}08\,\text{V}$. $U = (12{,}00 \pm 0{,}08)\,\text{V}$, een relatieve fout van 0,7 %.

## 1.4 Correct noteren

Oefenen · 4 · Rekenen · 10 min

Een leerling noteerde deze meetresultaten. Schrijf ze telkens correct.

**a** $l = 12{,}3456 \pm 0{,}2\,\text{cm}$

✓ $l = (12{,}3 \pm 0{,}2)\,\text{cm}$

**b** $m = 81{,}4\,\text{g} \pm 0{,}153\,\text{g}$

✓ $m = (81{,}40 \pm 0{,}15)\,\text{g}$ (de fout begint met een 1: twee beduidende cijfers)

**c** $t = 2{,}5 \pm 0{,}05\,\text{s}$

✓ $t = (2{,}50 \pm 0{,}05)\,\text{s}$

**d** $I = 0{,}0253\,\text{A} \pm 0{,}0004\,\text{A}$ (in mA)

✓ $I = (25{,}3 \pm 0{,}4)\,\text{mA}$

**e** $T = 293{,}15 \pm 1\,\text{K}$

✓ $T = (293 \pm 1)\,\text{K}$

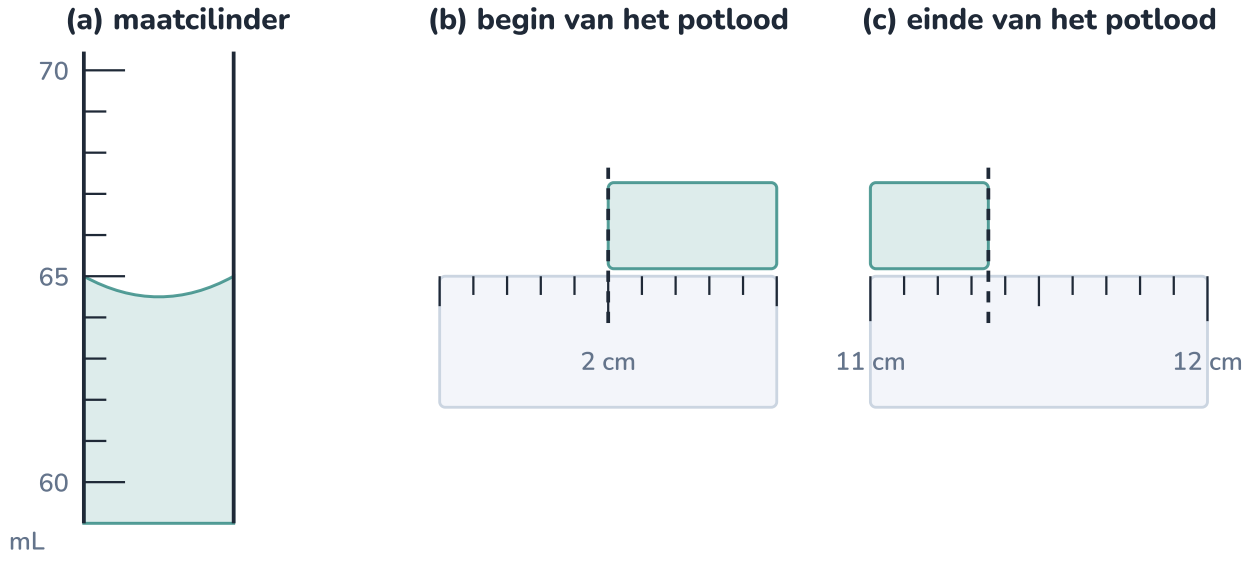
**f** Bij (c) moest je een cijfer toevoegen aan de waarde. Mag dat? Leg uit.

✓ Alleen als die nul echt gemeten is. Een fout van 0,05 s betekent dat er op de honderdsten gemeten werd; het toestel toonde dus 2,50 en de leerling liet de nul weg. Was er alleen op de tienden gemeten, dan klopt de fout niet en is het (2,5 ± 0,1) s.

## 1.5 Aflezen met een afleesfout

Oefenen · 3 · Begrijpen · 12 min

Hieronder zie je (a) een uitvergroot stuk van een maatcilinder en (b) en (c) twee uitvergrote stukken van een lat waarlangs een potlood ligt.




Links het wateroppervlak in een maatcilinder, rechts het begin en het einde van een potlood langs een lat.

**a** Noteer het volume in de maatcilinder als waarde ± afleesfout. Waar lees je af?

✓ Onderaan de meniscus, op ooghoogte: $V = (64{,}5 \pm 0{,}5)\ \text{mL}$.

**b** Noteer de aflezing aan het begin en aan het einde van het potlood, in mm, elk met afleesfout.

✓ Begin: $(20{,}0 \pm 0{,}5)\ \text{mm}$; einde: $(113{,}5 \pm 0{,}5)\ \text{mm}$.

**c** Bereken de lengte van het potlood met fout.

✓ $l = 113{,}5 - 20{,}0 = 93{,}5\ \text{mm}$. Een verschil: de fouten tellen op, $0{,}5 + 0{,}5 = 1{,}0\ \text{mm}$. $l = (93{,}5 \pm 1{,}0)\ \text{mm}$ (de fout begint met een 1: twee beduidende cijfers).

**d** Waarom is het beter om het potlood tegen het nulpunt van de lat te leggen?

✓ Dan lees je maar één keer af: de fout halveert. Voorwaarde: het begin van de lat is niet beschadigd (anders is net het nulpunt een systematische fout).

## ●●○ Toepassen Toepassen

meerdere stappen, in een context

### 1.6 Hoe hoog is de plant?

●●○ Toepassen · 4 · Rekenen · 15 min

Zes leerlingen meten na elkaar de hoogte van dezelfde basilicumplant met dezelfde lat: 23,4 cm; 23,9 cm; 23,1 cm; 23,6 cm; 24,0 cm; 23,5 cm.

**a** Bereken het gemiddelde, het bereik en de mediaan.

✓ $\bar{h} = 141{,}5/6 = 23{,}58\ \text{cm}$; bereik $24{,}0 - 23{,}1 = 0{,}9\ \text{cm}$; mediaan $(23{,}5 + 23{,}6)/2 = 23{,}55\ \text{cm}$.

**b** Bereken de standaardafwijking met de hand, in een tabel.

✓ Afwijkingen tot 23,58: −0,18; 0,32; −0,48; 0,02; 0,42; −0,08. Kwadraten: 0,0324; 0,1024; 0,2304; 0,0004; 0,1764; 0,0064; som 0,5484. $s = \sqrt{0{,}5484/5} = \sqrt{0{,}1097} = 0{,}33\ \text{cm}$.

**c** Noteer het resultaat als waarde ± fout.

✓ $h = (23{,}6 \pm 0{,}3)\ \text{cm}$.

**d** De plant verandert niet, de lat ook niet. Waarom verschillen de metingen dan? Noem twee oorzaken en één afspraak die de spreiding kleiner maakt.

✓ Het begin- en eindpunt zijn niet afgesproken: vanaf de rand van de pot of vanaf de aarde? Tot de hoogste bladpunt of tot het groeipunt? Ook de lat staat niet altijd loodrecht. Afspraak: 'vanaf het grondoppervlak, lat loodrecht, tot het hoogste punt van de stengel'. Zo'n precieze afspraak heet een operationele definitie (hoofdstuk 2).

## 1.7 De dichtheid van een blokje

Toepassen · 5 · Rekenen · 20 min

Een metalen blokje wordt opgemeten met een schuifmaat en gewogen: $l = 5{,}02\,\text{cm}$, $b = 3{,}01\,\text{cm}$, $h = 2{,}00\,\text{cm}$, elk $\pm 0{,}01\,\text{cm}$; $m = (81{,}6 \pm 0{,}1)\,\text{g}$. Enkele dichtheden: aluminium 2,70 g/cm³, titaan 4,51 g/cm³, zink 7,14 g/cm³, ijzer 7,87 g/cm³.

**a** Bereken het volume en de dichtheid (nog niet afronden).

✓ $V = 5{,}02 \times 3{,}01 \times 2{,}00 = 30{,}2204\,\text{cm}^3$; $\rho = 81{,}6/30{,}2204 = 2{,}7002\,\text{g/cm}^3$.

**b** Bereken de relatieve fout op de dichtheid. Welke meting draagt het meest bij?

✓ $\frac{0{,}01}{5{,}02} + \frac{0{,}01}{3{,}01} + \frac{0{,}01}{2{,}00} + \frac{0{,}1}{81{,}6} = 0{,}20\,\% + 0{,}33\,\% + 0{,}50\,\% + 0{,}12\,\% = 1{,}15\,\%$. De hoogte draagt het meest bij: de kleinste lengte heeft de grootste relatieve fout.

**c** Noteer de dichtheid correct. Van welk metaal is het blokje?

✓ $\Delta\rho = 0{,}0115 \times 2{,}70 = 0{,}031$, dus $\rho = (2{,}70 \pm 0{,}03)\,\text{g/cm}^3$: aluminium.

## 1.8 Drie thermometers in ijswater

Toepassen · 5 · Analyseren · 20 min

Drie thermometers staan in een bekerglas met smeltend ijs in water. Dat mengsel is 0,0 °C. Elke thermometer wordt zes keer afgelezen, met een halve minuut ertussen.

| meting | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| thermometer A (°C) | 0,1 | −0,1 | 0,0 | 0,2 | −0,1 | 0,1 |
| thermometer B (°C) | 1,6 | 1,4 | 1,7 | 1,5 | 1,5 | 1,6 |
| thermometer C (°C) | −0,8 | 0,6 | 0,3 | −0,5 | 0,9 | −0,4 |

**a** Bereken voor elke thermometer het gemiddelde en de standaardafwijking.

✓ A: 0,03 °C en 0,12 °C. B: 1,55 °C en 0,10 °C. C: 0,02 °C en 0,68 °C.

**b** Welke thermometer is nauwkeurig én precies, welke precies maar niet nauwkeurig, en welke gemiddeld nauwkeurig maar niet precies? Koppel elk aan een dartbord uit het handboek.

✓ A: nauwkeurig en precies (eerste dartbord). B: precies maar niet nauwkeurig, een systematische fout van ongeveer +1,6 °C (tweede dartbord). C: gemiddeld nauwkeurig maar niet precies (derde dartbord).

**c** Thermometer B is goedkoop. Hoe zou je hem toch bruikbaar maken? Wat moet je dan eerst nog controleren?

✓ Een correctie: trek 1,55 °C af van elke aflezing. Eerst controleren of de afwijking bij andere temperaturen even groot is, bijvoorbeeld bij kamertemperatuur tegenover thermometer A of in kokend water (100 °C bij normale luchtdruk). Is de afwijking niet overal gelijk, dan heb je een kalibratierechte nodig (hoofdstuk 3).

## 1.9 Uitschieter of niet?

Toepassen · 5 · Analyseren · 15 min

Reeks 1: de lengte van de plantenbak, acht keer gemeten met een rolmeter (cm): 120,4; 120,3; 120,5; 120,4; 130,4; 120,3; 120,5; 120,4.
Reeks 2: reactietijden van één leerling (s): 0,22; 0,25; 0,21; 0,24; 0,27; 0,23; 0,20.

**a** Reeks 1: toets de waarde 130,4 cm. Wat is de vermoedelijke oorzaak? Noteer het resultaat.

Zonder 130,4: $\bar{x} = 120{,}40\,\text{cm}$, $s = 0{,}082\,\text{cm}$. Afstand: $10{,}0/0{,}082 \approx 120$ standaardafwijkingen: een uitschieter. Precies 10 cm te veel: een verkeerd afgelezen decimeter, een vergissing. Resultaat: $l = (120{,}40 \pm 0{,}08)\,\text{cm}$, uit zeven metingen, met vermelding.

**b** Reeks 2: is 0,27 s een uitschieter? Toets en noteer het resultaat.

Zonder 0,27: $\bar{x} = 0{,}225\,\text{s}$, $s = 0{,}0187\,\text{s}$; grens $0{,}225 + 3 \times 0{,}0187 = 0{,}281\,\text{s}$. 0,27 s ligt binnen de grens: behouden. Met alle zeven: $\bar{x} = 0{,}231\,\text{s}$, $s = 0{,}024\,\text{s}$, dus $(0{,}23 \pm 0{,}02)\,\text{s}$.

**c** Waarom bereken je het gemiddelde en de standaardafwijking zonder de verdachte waarde?

Een uitschieter maakt de standaardafwijking zelf groter en trekt het gemiddelde naar zich toe. Rekent hij mee, dan lijkt hij minder uitzonderlijk dan hij is: bij weinig metingen kan hij zelfs nooit meer dan twee s van het gemiddelde liggen.

## 1.10 Labo: je reactietijd meten met een vallende lat

Toepassen · 5 · Labo · 45 min

Een partner houdt een lat verticaal vast, met het nulpunt tussen jouw duim en wijsvinger (niet aanraken). Zonder waarschuwing laat hij los; jij knijpt zo snel mogelijk. Uit de valafstand $d$ volgt je reactietijd: $t = \sqrt{2d/g}$, met $d$ in meter en $g = 9{,}81\,\text{m/s}^2$.



Hoe verder de lat valt voor je knijpt, hoe langer je reactietijd.

**a** Meet tien keer. Noteer de valafstand en bereken telkens de reactietijd.

✓ Voorbeeld: $d = 18{,}0\,\text{cm} = 0{,}180\,\text{m}$ geeft $t = \sqrt{2 \times 0{,}180 / 9{,}81} = 0{,}192\,\text{s}$. Typische reactietijden liggen tussen 0,15 en 0,25 s.

**b** Bereken gemiddelde en standaardafwijking van $t$. Toets of er een uitschieter is.

✓ Gemiddelde en $s$ van de tien tijden; toets de verste waarde tegen $\bar{t}$ en $s$ van de andere negen (grens 3 s).

**c** Noteer je reactietijd correct als waarde ± fout.

✓ Bijvoorbeeld $t = (0{,}19 \pm 0{,}02)\,\text{s}$.

**d** Noem een mogelijke systematische fout in deze methode en hoe je ze kleiner maakt.

✓ Bijvoorbeeld: de vingers staan niet precies ter hoogte van het nulpunt (elke meting verschuift evenveel); je gaat raden wanneer je partner loslaat (te korte tijden); de lat wordt schuin gehouden. Verbeteren: vingers telkens op dezelfde markering, onregelmatige wachttijden, lat loodrecht.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Metingen | Tien metingen, eenheden in de kop, omzetting cm naar m correct, t met drie decimalen berekend. |
| Statistiek | Gemiddelde en s correct (n − 1); uitschieter getoetst tegen de andere metingen. |
| Notatie | Resultaat als (waarde ± fout) s, correct afgerond. |
| Kritische reflectie | Een echte systematische fout benoemd, met een concrete verbetering. |

## 1.11 Hoe dik is een blad papier?

●●○ Toepassen · 5 · Onderzoeken · 30 min

Een blad printpapier is te dun om met een lat te meten. Je hebt een lat, een schuifmaat en een ongeopend pak van 500 bladen.

**a** Bereken de relatieve fout als je één blad (ongeveer 0,1 mm dik) met de lat zou meten. Wat besluit je?

✓ $0{,}5\,\text{mm}/0{,}1\,\text{mm} = 5 = 500\,\%$: de fout is vijf keer groter dan de meting zelf. Onbruikbaar.

**b** Beschrijf een methode waarmee je de dikte van één blad tot op 1 % kan bepalen. Hoe dik moet de stapel minstens zijn als je met de lat meet?

✓ Meet een stapel van $N$ bladen en deel door $N$; de fout deel je ook door $N$. Voor 1 % met de lat: $0{,}5\,\text{mm}/d_{\text{stapel}} \leq 0{,}01$, dus een stapel van minstens 50 mm, ongeveer 500 bladen.

**c** Voer de meting uit met de lat en met de schuifmaat. Noteer beide resultaten met fout.

✓ Bijvoorbeeld met de lat: $(50{,}0 \pm 0{,}5)\,\text{mm}$ voor 500 bladen, dus $(0{,}100 \pm 0{,}001)\,\text{mm}$ per blad. Met de schuifmaat ($\pm 0{,}05\,\text{mm}$) op dezelfde stapel: tien keer kleinere fout. Gewoon printpapier van 80 g/m² is ongeveer 0,1 mm dik.

**d** Een pak dat je net openscheurde, meet dikker dan hetzelfde pak dat stevig aangedrukt is. Wat voor soort fout is dat, en welke afspraak maak je?

✓ Een systematische fout: lucht tussen de bladen maakt de stapel dikker, en elke methode van aandrukken geeft een andere waarde. Afspraak (operationele definitie): 'de stapel aandrukken met een vlakke plaat en een vaste massa erop', en die afspraak in het verslag vermelden.

# ●●● Uitdagen Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

## 1.12 Hoeveel slingeringen tel je?

●●● Uitdagen · 6 · Rekenen · 15 min

Je timet een slinger met de hand. De standaardafwijking van één handmatige tijdmeting is 0,08 s, ongeacht hoe lang je meet. De slingertijd is ongeveer 1,8 s.

**a** Bereken de relatieve fout op $T$ als je 1, 10 of 20 slingeringen samen timet.

✓ Bij $N$ slingeringen is $\Delta T = 0{,}08/N$. Relatief: $\dfrac{0{,}08}{N \times 1{,}8}$: 4,4 % bij 1, 0,44 % bij 10, 0,22 % bij 20.

**b** Hoeveel slingeringen moet je minstens samen timen om onder 0,5 % te blijven?

✓ $\frac{0{,}08}{N \times 1{,}8} < 0{,}005 \Rightarrow N > \frac{0{,}08}{0{,}005 \times 1{,}8} = 8{,}9$: minstens 9 slingeringen, in de praktijk 10.

**c** Een klasgenoot stelt voor om 200 slingeringen te tellen. Geef twee redenen waarom dat geen goed idee is.

✓ Eén slingering mistellen is een vergissing van 1,8 s; bij 200 slingeringen is de kans op een telfout groot, en die weegt dan zwaarder dan wat je wint. Bovendien sterft de beweging door luchtweerstand uit, en het duurt zes minuten per meting: je kan in die tijd beter meerdere reeksen van 10 à 20 slingeringen doen.

## 1.13 Het volume van een steen

●●● Uitdagen · 7 · Rekenen · 20 min

Om de dichtheid van een steentje te bepalen, weeg je het ($m = 20{,}3\,\text{g} \pm 0{,}1\,\text{g}$) en laat je het zakken in een maatcilinder van 100 mL. Het water stijgt van 50,0 mL naar 57,5 mL; elke aflezing heeft een fout van ± 0,5 mL. Graniet heeft een dichtheid van ongeveer 2,6 à 2,7 g/cm³, basalt ongeveer 2,9 à 3,0 g/cm³.

**a** Bereken het volume van de steen met fout. Hoe groot is de relatieve fout?

✓ $V = 57{,}5 - 50{,}0 = 7{,}5\,\text{mL}$; $\Delta V = 0{,}5 + 0{,}5 = 1{,}0\,\text{mL}$. $V = (7{,}5 \pm 1{,}0)\,\text{cm}^3$: 13 %.

**b** Bereken de dichtheid met fout.

✓ $\rho = 20{,}3/7{,}5 = 2{,}707\,\text{g/cm}^3$. Relatief: $0{,}1/20{,}3 + 1{,}0/7{,}5 = 0{,}5\,\% + 13{,}3\,\% = 13{,}8\,\%$, $\Delta\rho = 0{,}37$. $\rho = (2{,}7 \pm 0{,}4)\,\text{g/cm}^3$.

**c** Kan je met deze meting uitmaken of het graniet of basalt is?

✓ Nee: het interval van 2,3 tot 3,1 g/cm³ omvat beide gesteenten.

**d** Stel twee verbeteringen voor en schat voor één ervan hoe klein de fout op de dichtheid wordt.

✓ Bijvoorbeeld: een grotere steen (dezelfde fout van 1,0 mL op een groter volume); een smallere maatcilinder met fijnere verdeling; of het verplaatste water opvangen en wegen op de balans ($\pm 0{,}1\,\text{g}$, dus $\pm 0{,}1\,\text{mL}$). Met die laatste methode: $0{,}1/7{,}5 = 1{,}3\,\%$, samen met de massa 1,8 %, dus $\Delta\rho \approx 0{,}05\,\text{g/cm}^3$: dan kan je graniet en basalt wel onderscheiden.

## 1.14 Habitat: de sensoren van de meetkas doorgelicht

●●● Uitdagen · 6 · Habitat · 40 min

De klimaatmodule moet de temperatuur tot op 1 °C kennen en de relatieve luchtvochtigheid (RV) tot op 5 %, en dat voor minstens 95 % van de metingen. In de meetkas hangen een NTC-temperatuurmodule en een DHT11 (die ook de luchtvochtigheid meet). Je hangt er een geijkte referentiethermometer en een referentie-hygrometer naast en leest tien keer tegelijk af, verspreid over een dag.

| nr. | referentie T (°C) | NTC-module (°C) | referentie RV (%) | DHT11 RV (%) |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 14,2 | 14,9 | 88 | 85 |
| 2 | 15,8 | 16,1 | 84 | 81 |

| nr. | referentie T (°C) | NTC-module (°C) | referentie RV (%) | DHT11 RV (%) |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 17,5 | 18,3 | 79 | 75 |
| 4 | 19,9 | 20,8 | 72 | 70 |
| 5 | 22,4 | 22,4 | 64 | 61 |
| 6 | 24,6 | 24,8 | 58 | 53 |
| 7 | 25,3 | 25,9 | 55 | 52 |
| 8 | 23,1 | 23,6 | 61 | 56 |
| 9 | 20,2 | 20,8 | 70 | 67 |
| 10 | 17,0 | 17,3 | 79 | 75 |

**a** Bereken voor de temperatuur de verschillen NTC – referentie, hun gemiddelde (systematische fout) en standaardafwijking (toevallige fout).

Verschillen: 0,7; 0,3; 0,8; 0,9; 0,0; 0,2; 0,6; 0,5; 0,6; 0,3 °C. Gemiddelde $+0{,}49\,^{\circ}\mathrm{C}$, $s = 0{,}28\,^{\circ}\mathrm{C}$.

**b** Doe hetzelfde voor de luchtvochtigheid (DHT11 – referentie).

Verschillen: −3; −3; −4; −2; −3; −5; −3; −5; −3; −4 %. Gemiddelde $-3{,}5\,\%$, $s = 0{,}97\,\%$.

**c** Haalt elke sensor de eis? Gebruik als maat: |systematische fout| + 2s.

NTC: $0{,}49 + 2 \times 0{,}28 = 1{,}06\,^{\circ}\mathrm{C}$: net niet. DHT11: $3{,}5 + 2 \times 0{,}97 = 5{,}4\,\%$: net niet. Zonder correctie haalt geen van beide de eis.

**d** Stel voor elke sensor een correctie voor, als formule die de microcontroller kan gebruiken. Haalt de sensor de eis na correctie?

$T_{\text{echt}} = T_{\text{NTC}} - 0{,}5\,^{\circ}\mathrm{C}$; $RV_{\text{echt}} = RV_{\text{DHT11}} + 3{,}5\,\%$. Na correctie blijft $2s$ over: $0{,}57\,^{\circ}\mathrm{C}$ en $1{,}9\,\%$. Beide halen de eis.

**e** Waarvoor mag je deze correcties niet zomaar gebruiken? Stel een aanvullende test voor.

Alleen binnen het geteste bereik (14 tot 25 °C en 55 tot 88 % RV) en zolang de sensoren niet verouderen. Test ook bij lage temperatuur ('s nachts, of in een koelkast) en bij hoge temperatuur, en herhaal de controle na enkele maanden. Hangt de afwijking van de temperatuur af, dan wordt de correctie een rechte (hoofdstuk 3).

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Berekeningen** | Verschillen, gemiddelden en standaardafwijkingen correct, met eenheden. |
| **Beoordeling** | Eis correct getoetst met \|systematisch\| + 2s, voor en na correctie. |
| **Correctie** | Formules met het juiste teken, bruikbaar in een programma. |
| **Geldigheid** | Grenzen van de test benoemd (bereik, één dag, veroudering) en een concrete vervolgtest. |

## 1.15 Debat: mag je slechte metingen weglaten?

Uitdagen · 6 · Argumenteren · 25 min

Lotte meet tien keer de valtijd van een balletje. Twee metingen liggen wat verder van de rest. Ze laat ze weg, 'want dan is mijn standaardafwijking kleiner en ziet het resultaat er beter uit'. Haar klasgenoot Ayoub vindt dat ze alle tien moet houden, 'want weglaten is sjoemelen'.

**a** Geef een argument voor en een argument tegen elk van beide standpunten.

Lotte: een echte uitschieter (bijvoorbeeld een verkeerd gestarte stopwatch) vertekent het gemiddelde en mag weg. Tegen: 'mooier' is geen reden; zo maak je de fout kunstmatig klein en misleid je de lezer. Ayoub: alle gegevens bewaren is eerlijk en verbergt niets. Tegen: een aantoonbare vergissing meerekenen maakt het resultaat slechter zonder dat het iets leert.

**b** Schrijf een regel van hoogstens drie zinnen die jullie klas voortaan volgt bij verdachte metingen.

Bijvoorbeeld: 'Een meting laten we alleen weg als we een oorzaak vinden of als ze meer dan drie standaardafwijkingen van het gemiddelde van de andere ligt. We bewaren alle ruwe gegevens in het labojournaal. Elke weggelaten meting vermelden we in het verslag.'

**c** Wat moet er in het verslag staan als je een meting weglaat?

Welke meting, haar waarde, waarom ze weggelaten werd (oorzaak of toets), en het resultaat met en zonder die meting als het verschil groot is.

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 2

# Experimenten ontwerpen en rapporteren

**Een eerlijke proef ontwerpen, alles noteren en er een verslag over schrijven dat een ander kan controleren**

Uitgewerkte oplossingen bij de 14 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

5× oefenen · 5× toepassen · 4× uitdagen · ± 380 min

O Onderzoeken en meten · D Ontwerpen en maken



Een eerlijke vergelijking van twee lichtkleuren: elk vak een eigen lamp, elke pot een nummer, elke meting in het journaal.

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

## Oefenen

Oefenen · één stap, direct toepassen

### 2.1 Vraag, hypothese of voorspelling?

Oefenen · 3 · Begrijpen · 10 min

Een groep onderzoekt papieren helikopters. Welk soort uitspraak is elke zin?

**a** Hoe hangt de valtijd van een papieren helikopter af van de lengte van de vleugels?

- A vraag
- B hypothese
- C voorspelling
- D resultaat
- E besluit

✓ Vraag.

**b** Langere vleugels vangen meer lucht, waardoor de luchtweerstand groter wordt.

- A vraag
- B hypothese
- C voorspelling
- D resultaat
- E besluit

✓ Hypothese: een verklaring (meer lucht, meer luchtweerstand).

**c** Als we de vleugels van 5 cm naar 10 cm verlengen, dan neemt de valtijd over 2,00 m toe.

- A vraag
- B hypothese
- C voorspelling
- D resultaat
- E besluit

✓ Voorspelling: wat je zal meten als de hypothese klopt, in 'als ..., dan ...'-vorm.

**d** Met vleugels van 10 cm viel de helikopter in (2,41 ± 0,08) s.

- A vraag
- B hypothese
- C voorspelling
- D resultaat
- E besluit

✓ Resultaat: een gemeten waarde met fout.

e De valtijd nam toe met de vleugellengte; de resultaten ondersteunen de hypothese.

A vraag

B hypothese

C voorspelling

D resultaat

E besluit

Besluit: het antwoord op de vraag, getoetst aan de hypothese.

## 2.2 Variabelen benoemen

Oefenen · 3 · Begrijpen · 15 min

(A) Leerlingen laten een speelgoedautootje van een helling rijden onder 10°, 20° en 30° en meten hoe ver het daarna op de vloer uitrijdt. Ze gebruiken telkens hetzelfde autootje en starten op dezelfde afstand van de voet van de helling.
(B) In de meetkas krijgen drie bakken radijs 0, 50 en 100 mL water per dag. Na vier weken worden de knollen gewogen.
(C) Een leerling test of een ventilator de kas koeler houdt: op maandag staat hij aan, op dinsdag uit. Ze vergelijkt de hoogste temperatuur van beide dagen.

a Vul de tabel in.

A: hellingshoek; uitrijafstand op de vloer; hetzelfde autootje, dezelfde startafstand (ook: dezelfde vloer, zonder duw loslaten). B: hoeveelheid water per dag; massa van de knollen; ras, bakgrootte (ook potgrond, licht). C: ventilator aan of uit; hoogste temperatuur van de dag; dezelfde kas, dezelfde sensor.

b Proef C heeft een verstorende variabele. Welke, en hoe los je dat op?

Het weer: maandag kan zonniger zijn dan dinsdag, en de zon verandert samen met de ventilator. Oplossen: veel dagen, per dag geloot aan of uit; of twee identieke kassen tegelijk, één met en één zonder ventilator, en na een week wisselen.

c Proef B heeft één bak per behandeling. Waarom is dat een probleem?

Eén bak per behandeling is geen herhaling: een verschil kan door die ene bak komen (andere grond, andere plek). Er zijn meerdere bakken per behandeling nodig.

## 2.3 Een scherpere onderzoeksvraag

Oefenen · 4 · Begrijpen · 15 min

Deze vragen zijn te vaag om te onderzoeken.

a Is kokosvezel beter dan potgrond?

Bijvoorbeeld: 'Wat is het effect van het substraat (kokosvezel of potgrond) op de verse massa van basilicum na vijf weken?'

**b** Werkt isolatie?

- Bijvoorbeeld: 'Hoe hangt het warmteverlies van de kas (in W) af van de dikte van de isolatieplaat (0, 2, 4 en 6 cm)?'

**c** Is onze pomp sterk genoeg?

- Bijvoorbeeld: 'Hoeveel liter per minuut levert de pomp bij een opvoerhoogte van 0,5 m, 1,0 m en 1,5 m?'

**d** Kies één van je vragen en operationaliseer de afhankelijke variabele: hoe meet je ze precies, met welk instrument en in welke eenheid?

- Bijvoorbeeld: verse massa = het bovengrondse deel afknippen op het substraatoppervlak, binnen vijf minuten wegen op een balans van 0,1 g, in gram.

## 2.4 In welk deel van het verslag?

Oefenen · 3 · Analyseren · 10 min

Deze zinnen komen uit het verslag van de slaproef. Omcirkel bij elke zin waar ze thuishoort: I (inleiding), M (methode), R (resultaten) of D (discussie).

**a** De planten werden met een rekenblad willekeurig over de zes vakjes verdeeld.

- A I
- B M
- C R
- D D

- M: hoe de planten verdeeld werden, hoort bij de werkwijze.

**b** Onder wit licht was de gemiddelde verse massa (121 ± 18) g.

- A I
- B M
- C R
- D D

- R: een gemeten resultaat met zijn fout, zonder uitleg.

**c** Verlichting is een van de grootste energieposten in een serre.

- A I
- B M
- C R
- D D

✓ I: achtergrond die toont waarom het onderzoek ertoe doet.

**d** Mogelijk speelde de temperatuur een rol, al verschilde die hoogstens 0,6 °C.

- A I
- B M
- C R
- D D

✓ D: een mogelijke verklaring of beperking, voorzichtig geformuleerd.

**e** We verwachtten dat rood-blauw licht beter benut zou worden.

- A I
- B M
- C R
- D D

✓ I: de hypothese staat in de inleiding, vóór de proef.

**f** Figuur 1 toont de verse massa van elke plant.

- A I
- B M
- C R
- D D

✓ R: verwijzing naar een figuur met de gegevens.

**g** Een vervolgproef met meer planten per groep kan uitmaken of er een klein verschil is.

- A I
- B M
- C R
- D D

✓ D: vervolgonderzoek hoort bij de discussie.

**h** De verse massa werd gemeten met een balans (± 0,1 g) na het afknippen op het grondoppervlak.

- A I
- B M
- C R
- D D

✓ M: hoe en met welk instrument gemeten werd.

## 2.5 Bronnen in APA-stijl

Oefenen · 4 · Begrijpen · 15 min

Gegevens van twee bronnen:
(1) Een artikel van Edwin Hubble uit 1929, getiteld 'A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae', in het tijdschrift *Proceedings of the National Academy of Sciences*, volume 15, nummer 3, bladzijden 168 tot 173, DOI 10.1073/pnas.15.3.168.
(2) Een boek van Georg Simon Ohm uit 1827, getiteld *Die galvanische Kette, mathematisch bearbeitet*, uitgegeven door T. H. Riemann.

**a** Schrijf beide bronnen zoals ze in de bronnenlijst staan, in de juiste volgorde.

✓ Alfabetisch: eerst Hubble, dan Ohm.
Hubble, E. (1929). A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae. *Proceedings of the National Academy of Sciences, 15*(3), 168–173. https://doi.org/10.1073/pnas.15.3.168
Ohm, G. S. (1827). *Die galvanische Kette, mathematisch bearbeitet*. T. H. Riemann.

**b** Schrijf de verwijzing in de tekst tussen haakjes voor bron (1), en voor een bron van drie auteurs uit 2020 waarvan de eerste Janssens heet.

✓ (Hubble, 1929) en (Janssens et al., 2020).

**c** Je neemt letterlijk een zin over van bladzijde 170 van bron (1). Wat moet je doen?

✓ De zin tussen aanhalingstekens zetten en de bladzijde vermelden: (Hubble, 1929, p. 170).

## 2.6 Zoek de fouten in deze proefopzet

●●○ Toepassen · 5 · Analyseren · 20 min

Twee leerlingen willen weten of een nieuwe vloeibare meststof basilicum sneller laat groeien. Ze kopen zes plantjes. De drie mooiste krijgen meststof en komen op de vensterbank bij de verwarming; de drie andere krijgen gewoon water en staan achteraan in het lokaal. Na twee weken meet de leerling die het idee had de hoogte van elke plant. Ze schrijven: 'De planten met meststof waren gemiddeld 2 cm hoger. Onze hypothese is bewezen.'

**a** Noem minstens vijf fouten in de opzet of in het besluit.

✓ (1) De groepen werden niet geloot: de mooiste planten kregen de meststof. (2) Plaats valt samen met behandeling: licht en warmte bij het raam zijn verstorende variabelen. (3) Drie planten per groep is weinig; 2 cm zegt niets zonder de spreiding. (4) Wie meet, weet welke plant meststof kreeg (niet blind). (5) 'Groei' is niet geoperationaliseerd: hoogte bij de start werd niet gemeten, hoogte is een zwakke maat. (6) 'Bewezen' is te sterk: een proef ondersteunt of weerlegt.

**b** Herschrijf de proefopzet zodat ze eerlijk is.

✓ Bijvoorbeeld: 20 plantjes van hetzelfde ras en dezelfde grootte; per plant geloot of hij meststof of water krijgt; alle potten door elkaar (geloot) op dezelfde tafel met dezelfde lamp; op code; na vier weken bovengronds afknippen en blind wegen; startmassa of starthoogte noteren; gemiddelde ± s per groep vergelijken en het verschil tegenover de spreiding beoordelen.

## 2.7 Ontwerp een kiemproef

●●○ Toepassen · 5 · Ontwerpen · 30 min

Hydroponische teelt gebeurt vaak met een voedingsoplossing van 18 tot 22 °C. Ontwerp een proef die onderzoekt hoe de temperatuur de kieming van radijszaadjes beïnvloedt. Je hebt een koelkast (6 °C), het lokaal (20 °C), een broedstoof die je kan instellen, petrischalen en 500 zaadjes.

**a** Onderzoeksvraag, hypothese en voorspelling.

✓ Bijvoorbeeld: 'Hoe hangt het percentage gekiemde radijszaadjes na 72 uur af van de temperatuur (6, 20 en 30 °C)?' Hypothese: kieming is een reeks enzymreacties die bij hogere temperatuur sneller gaan, tot een optimum. Voorspelling: als dat klopt, kiemen na 72 uur meer zaadjes bij 20 °C dan bij 6 °C.

**b** Variabelen: onafhankelijk (met de waarden die je kiest), afhankelijk (geoperationaliseerd), minstens vier gecontroleerde.

✓ Onafhankelijk: temperatuur (6, 20, 30 °C). Afhankelijk: % gekiemd na 72 h, gekiemd = worteltje van minstens 2 mm. Gecontroleerd: zakje zaden, aantal zaadjes per schaal, hoeveelheid water, soort filtreerpapier, donker of licht, tijdstip van tellen.

**c** Hoe zorg je voor herhalingen, loting en blind tellen?

✓ Bijvoorbeeld vijf schalen per temperatuur met elk 20 zaadjes; welke schaal waar komt, wordt geloot; schalen krijgen een code en wie telt, kent de sleutel niet.

**d** Teken de tabel waarin je de ruwe gegevens zal noteren.

> ✓ Kolommen: code, temperatuur (°C, pas na het tellen invullen), aantal zaadjes, aantal gekiemd na 72 h, opmerkingen.

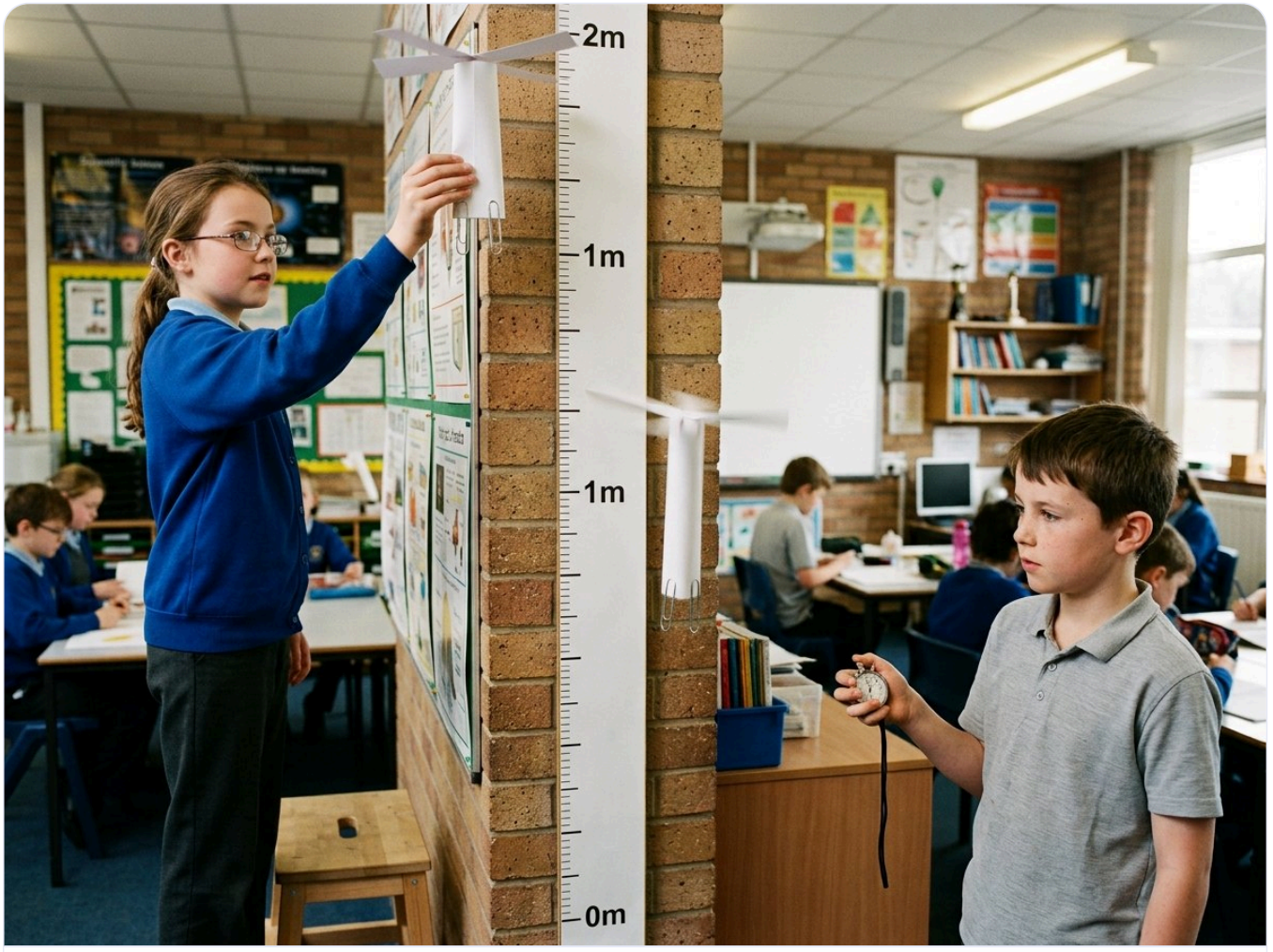
**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Vraag en hypothese** | Vraag met één onafhankelijke en één afhankelijke variabele; hypothese met een reden; voorspelling in als-dan-vorm. |
| **Variabelen** | Minstens drie temperaturen; kieming precies gedefinieerd; relevante gecontroleerde variabelen. |
| **Eerlijkheid** | Meerdere schalen per temperatuur, geloot, op code en blind geteld. |
| **Tabel** | Grootheden en eenheden in de kop, een rij per schaal, ruimte voor opmerkingen. |

## 2.8 Labo: de papieren helikopter, met labojournaal

Toepassen · 5 · Labo · 50 min

Knip papieren helikopters met vleugels van 4, 6, 8 en 10 cm (verder alles gelijk, met één paperclip onderaan). Laat ze van 2,00 m hoogte vallen en meet de valtijd. Houd alles bij in je labojournaal volgens de regels uit het handboek.




Vier vleugellengtes, vijf keer elk, alles in het journaal.

**a** Noteer in je journaal: vraag, hypothese, voorspelling en variabelen, voor je begint.

> ✓ Bijvoorbeeld: 'Hoe hangt de valtijd over 2,00 m af van de vleugellengte?' Hypothese: langere vleugels draaien in meer lucht en ondervinden meer luchtweerstand. Voorspelling: als dat klopt, neemt de valtijd toe met de vleugellengte.

**b** Meet vijf keer per vleugellengte, in een geloot volgorde van lengtes.

> ✓ Typisch liggen valtijden tussen ongeveer 1,5 en 3 s, stijgend met de vleugellengte; de spreiding per lengte is enkele honderdsten tot een tiende van een seconde.

**c** Waarom meet je in een gelote volgorde en niet eerst vijf keer 4 cm, dan vijf keer 6 cm enzovoort?

> ✓ Zo vallen veranderingen tijdens de proef (je wordt handiger, de helikopter wordt slapper, iemand opent een raam) niet samen met één vleugellengte: ze verdelen zich over alle lengtes.

**d** Schrijf een besluit van drie zinnen, met de resultaten als waarde ± fout.

> ✓ Bijvoorbeeld: 'De valtijd steeg van (1,6 ± 0,1) s bij 4 cm tot (2,5 ± 0,1) s bij 10 cm. De verschillen zijn veel groter dan de spreiding. De resultaten ondersteunen de hypothese.'

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Journaal** | Gedateerd, in pen, ruwe gegevens met eenheden, correcties leesbaar doorgehaald, afwijkingen genoteerd. |
| **Opzet** | Eén variabele veranderd; valhoogte, papier en loslaten gelijk; gelote volgorde. |
| **Verwerking** | Gemiddelde en s per lengte, correct afgerond. |
| **Besluit** | Antwoord op de vraag, getoetst aan de voorspelling, met de grootte van het verschil tegenover de spreiding. |

## 2.9 Bronnen beoordelen

●●○ Toepassen · 5 · Analyseren · 20 min

Voor de slaproef zoek je informatie over groeiledlampen. Je vindt: (A) een artikel uit 2021 in een wetenschappelijk tijdschrift met peer review, met methode, metingen en 45 bronnen; (B) een blog van een webwinkel die groeilampen verkoopt: 'Tot 40 % meer oogst met onze rood-blauwe panelen!'; (C) een Wikipedia-pagina over tuinbouwverlichting met 38 bronverwijzingen; (D) een forumbericht van een hobbykweker met foto's van zijn eigen oogst; (E) een antwoord van een AI-chatbot met twee bronnen erbij.

**a** Beoordeel elke bron kort met de vijf vragen (actueel, relevant, auteur, accuraat, doel).

> ✓ A: actueel, relevant, deskundige auteurs, controleerbaar, doel informeren: sterk. B: auteur verkoopt het product, geen methode, stellige belofte zonder bewijs: zwak. C: tertiair, handig om te beginnen en bronnen te vinden, maar niet om te citeren. D: één persoon, geen controlegroep, geen methode: hoogstens een idee voor een vraag. E: geen controleerbare auteur; kan verzinnen.

**b** Welke bron(nen) gebruik je in je inleiding, en hoe gebruik je de andere?

> ✓ A in de inleiding. C als startpunt om primaire bronnen te vinden (zoals A). B en D niet als bewijs; hoogstens als voorbeeld van wat verkopers of hobbyisten beweren.

**c** Wat doe je met de twee bronnen die de chatbot vermeldt?

> Zoek ze zelf op. Bestaan ze, lees ze en beoordeel ze als elke andere bron; vermeld dan die bron, niet de chatbot. Bestaan ze niet, dan weet je dat het antwoord verzonnen kan zijn.

## 2.10 Resultaten en discussie schrijven

●●○ Toepassen · 6 · Analyseren · 35 min

Een klas vergeleek basilicum in potgrond met basilicum in kokosvezel, acht planten per groep, geloot en blind gewogen. De verse massa na vijf weken (g):

| plant | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| potgrond (g) | 38,0 | 35,4 | 40,8 | 44,1 | 47,7 | 42,5 | 39,2 | 38,1 |
| kokosvezel (g) | 50,7 | 55,2 | 48,4 | 40,8 | 42,2 | 55,0 | 48,0 | 38,3 |

Een vooronderzoek gaf een spreiding van ongeveer 5 g per groep.

**a** Bereken per groep het gemiddelde en de standaardafwijking.

> Potgrond: $\bar{m} = 40{,}73\,\text{g}$, $s = 3{,}93\,\text{g}$. Kokosvezel: $\bar{m} = 47{,}33\,\text{g}$, $s = 6{,}37\,\text{g}$.

**b** Maak een figuur die elke plant en per groep het gemiddelde ± s toont.

> Twee kolommen stippen (potgrond, kokosvezel) met per groep een streep op het gemiddelde en een balkje van één s erboven en eronder; as 'verse massa (g)'.

**c** Schrijf de paragraaf Resultaten (drie à vier zinnen, met verwijzing naar je figuur).

> Bijvoorbeeld: 'De verse massa na vijf weken was $(40{,}7 \pm 3{,}9)$ g in potgrond en $(47{,}3 \pm 6{,}4)$ g in kokosvezel ($n = 8$ per groep, figuur 1). De planten in kokosvezel waren gemiddeld 6,6 g zwaarder. De spreiding in kokosvezel was groter (38,3 tot 55,2 g).'

**d** Schrijf de paragraaf Discussie. Gebruik de vuistregel om te beoordelen hoe sterk je besluit mag zijn.

> Bijvoorbeeld: 'De resultaten wijzen erop dat basilicum in kokosvezel zwaarder wordt. Met acht planten per groep en een spreiding van ongeveer 5 g zien we betrouwbaar verschillen vanaf $4 \times 5/\sqrt{8} \approx 7\,\text{g}$; het gevonden verschil (6,6 g) ligt op die grens. We beschouwen het als een aanwijzing, niet als een sluitend bewijs. Een herhaling met ongeveer 16 planten per groep ($16 \cdot (5/5)^2$ voor een verschil van 5 g) kan het bevestigen.'

# ●●● Uitdagen — Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

## 2.11 Hoeveel planten heb je nodig?

●●● Uitdagen · 6 · Rekenen · 20 min

Voor een nieuwe slaproef weet je uit de vorige proef dat de verse massa binnen een groep een standaardafwijking van ongeveer 18 g heeft. Gebruik de vuistregel $n \approx 16\,(s/\delta)^2$ per groep.

**a** Hoeveel planten per groep heb je nodig om een verschil van 15 g te kunnen aantonen?

✓ $16 \cdot (18/15)^2 = 23{,}04$: afgerond naar boven 24 planten per groep.

**b** En voor een verschil van 7,5 g? Vergelijk en verklaar.

✓ $16 \cdot (18/7{,}5)^2 = 92{,}16$: 93 planten per groep, vier keer zoveel. Het verschil is half zo groot, en $n$ hangt af van het kwadraat van $s/\delta$.

**c** Je hebt maar plaats voor 32 planten in totaal. Welk verschil kan je dan nog betrouwbaar aantonen?

✓ 16 per groep: $\delta \approx 4s/\sqrt{n} = 4 \times 18/\sqrt{16} = 18\,\text{g}$.

**d** Een klasgenoot zet 32 planten onder twee lampen (16 per kleur) en zegt: 'n = 16'. Wat is het probleem, en hoe los je het op met dezelfde 32 planten?

✓ Pseudoreplicatie: met één lamp per kleur is er maar één herhaling van elke lamp. Een verschil kan door die ene lamp of die ene plek komen. Oplossing: vier lampen per kleur met elk vier planten, geloot over de plaatsen; of halverwege de lampen van plaats wisselen.

## 2.12 Debat: moet de weger blind zijn?

●●● Uitdagen · 6 · Argumenteren · 25 min

Bij de slaproef zegt een groepslid: 'Blind wegen is overdreven. Een balans liegt niet: 121 g is 121 g, of ik nu weet welke lamp het was of niet.'

**a** Geef twee argumenten die het groepslid gelijk geven.

✓ De balans zelf is objectief; wegen is een eenvoudige handeling met weinig ruimte voor keuzes; blind werken kost tijd en organisatie.

**b** Geef minstens drie momenten in de proef waarop de verwachting van wie meet het resultaat toch kan beïnvloeden.

✓ Waar je afknipt (net boven of net onder het onderste blad); hoeveel aarde of water je eraf schudt; of je een geel of beschadigd blad meeweegt; wanneer je afleest (voor of na het stabiliseren); welke plant je als 'mislukt' uit de proef haalt.

**c** Neem een standpunt in en verdedig het in vijf zinnen. Verwijs naar het verhaal van Kluge Hans.

✓ Bijvoorbeeld: blind wegen is nodig. De balans heeft geen verwachting, maar de handen die de plant voorbereiden wel. Kluge Hans toont dat mensen onbewust signalen geven en keuzes maken in de richting die ze verwachten, zonder te willen bedriegen. Blind wegen kost maar een rol plakband en een klasgenoot met de sleutel. Het beschermt ons resultaat tegen de kritiek dat we zagen wat we wilden zien.

## 2.13 Een verslag beoordelen

●●● Uitdagen · 6 · Analyseren · 25 min

Een klasgenoot vraagt feedback op een deel van zijn verslag. Lees het fragment.

**Methode.** We hebben planten in twee bakken gezet, de ene met voeding en de andere zonder. We hebben ze om de paar dagen gemeten.

**Resultaten.** De planten met voeding groeiden veel beter, zie de foto. Gemiddeld 14,3333 cm tegenover 11,5 cm. Dat komt doordat voeding goed is voor planten.

**Besluit.** Voeding werkt, dus onze hypothese is bewezen.

**a** Noem vijf concrete problemen in dit fragment, telkens met het deel van het verslag waar het hoort.

(1) Methode: geen aantallen planten, geen loting, 'om de paar dagen' en 'gemeten' zijn niet herhaalbaar (wat, hoe, met welk instrument?). (2) Resultaten: 'veel beter' en 'zie de foto' zijn geen gegevens; er is geen figuur met metingen. (3) Resultaten: 14,3333 cm heeft schijnprecisie en geen fout. (4) Resultaten: 'Dat komt doordat ...' is interpretatie en hoort in de discussie. (5) Besluit: 'bewezen' is te sterk, en zonder spreiding en aantallen kan je niet zeggen of het verschil groter is dan het toeval.

**b** Herschrijf de eerste zin van de Resultaten zoals die in een goed verslag zou staan (je mag gegevens verzinnen voor de spreiding, maar zeg dat).

Bijvoorbeeld (spreiding verzonnen): 'Na vier weken waren de planten met voeding (14,3 ± 1,8) cm hoog en die zonder voeding (11,5 ± 2,1) cm ($n = 6$ per groep, figuur 1).'

**c** Schrijf je feedback in twee zinnen die je klasgenoot helpen, niet alleen afbreken.

Bijvoorbeeld: 'Je proef heeft een duidelijke vraag en een controlegroep, dat is een goed begin. Maak je methode zo precies dat ik ze kan overdoen, en zet in je resultaten gemiddelden met hun standaardafwijking in plaats van de foto.'

## 2.14 Habitat: een onderzoeksplan voor de klimaatmodule

Uitdagen · 7 · Habitat · 90 min

De klimaatmodule van Habitat krijgt een kweekruimte met ledverlichting, een hydroponiesysteem en een ventilator. Kies één ontwerpbeslissing die je met een proef wil onderbouwen, bijvoorbeeld: hoeveel uur licht per dag, welke EC van de voedingsoplossing, wel of geen ventilatie 's nachts, welk substraat. Schrijf het onderzoeksplan dat je aan de projectleiding voorlegt.

**a** Titel, achtergrond (met minstens twee beoordeelde bronnen) en onderzoeksvraag.

Bijvoorbeeld: 'Het effect van de daglengte op de verse massa van sla in de kweekruimte.' Achtergrond: fotosynthese vraagt licht, maar licht kost energie; bronnen over daglengte bij sla. Vraag: 'Wat is het effect van de daglengte (12, 16 of 20 uur licht per dag, bij gelijke lichtsterkte) op de verse massa van sla na 28 dagen?'

**b** Hypothese en voorspelling.

Hypothese: meer uren licht geeft meer fotosynthese per dag, tot de plant verzadigd raakt. Voorspelling: de massa stijgt van 12 naar 16 uur, en minder sterk van 16 naar 20 uur.

**c** Variabelen, met de operationele definitie van de afhankelijke variabele en de meetfout van je instrumenten (hoofdstuk 1).

Onafhankelijk: daglengte. Afhankelijk: verse massa bovengronds na 28 dagen, afgeknipt op het substraat, gewogen op 0,1 g. Gecontroleerd: lichtsterkte, ras, voeding (EC, pH), temperatuur, pot.

**d** Proefopzet: controlegroep, aantal herhalingen (met de vuistregel en een geschatte spreiding), loting, blind meten, mogelijke verstorende variabelen.

- Controle: 16 uur (de gewone instelling). Spreiding uit de slaproef ongeveer 18 g; voor 20 g verschil $16 \cdot (18/20)^2 \approx 13$ planten per groep, verdeeld over meerdere lampen; posities geloot; blind wegen op code; temperatuur per vak loggen (lampen die langer branden, warmen meer op).

**e** Planning en afspraken over het labojournaal (wie, wat, wanneer).

- Bijvoorbeeld: week 0 inzaaien en loten, dagelijks controle en journaal (beurtrol), week 4 oogst en blind wegen, week 5 verwerking en verslag.

**f** Bronnenlijst in APA-stijl.

- Minstens twee bronnen, alfabetisch, volledig volgens de vormen uit het naslagblad.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Vraag en hypothese** | Scherpe, meetbare vraag; hypothese met een reden uit de bronnen; voorspelling in als-dan-vorm. |
| **Proefopzet** | Controlegroep, onafhankelijke herhalingen onderbouwd met de vuistregel, loting, blind meten, verstorende variabelen benoemd en aangepakt. |
| **Meten** | Operationele definitie en meetfouten van de instrumenten. |
| **Bronnen** | Minstens twee bronnen, beoordeeld, correct vermeld in tekst en lijst. |
| **Haalbaarheid** | Realistische planning, materiaal en taakverdeling. |

I INTERMEDIATE · DEEL I1 · ONDERZOEKEN MET DATA

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 3

# Verbanden in data

**De best passende rechte, de richtingscoëfficiënt als grootheid, en krommen die je rechttrekt**

Uitgewerkte oplossingen bij de 14 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

4× oefenen · 6× toepassen · 4× uitdagen · ± 336 min

O Onderzoeken en meten · W Wiskundig modelleren · A Data en AI




IJswater, kraantjeswater, warm water: drie referentiepunten, één rechte, en de sensor spreekt de waarheid.

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

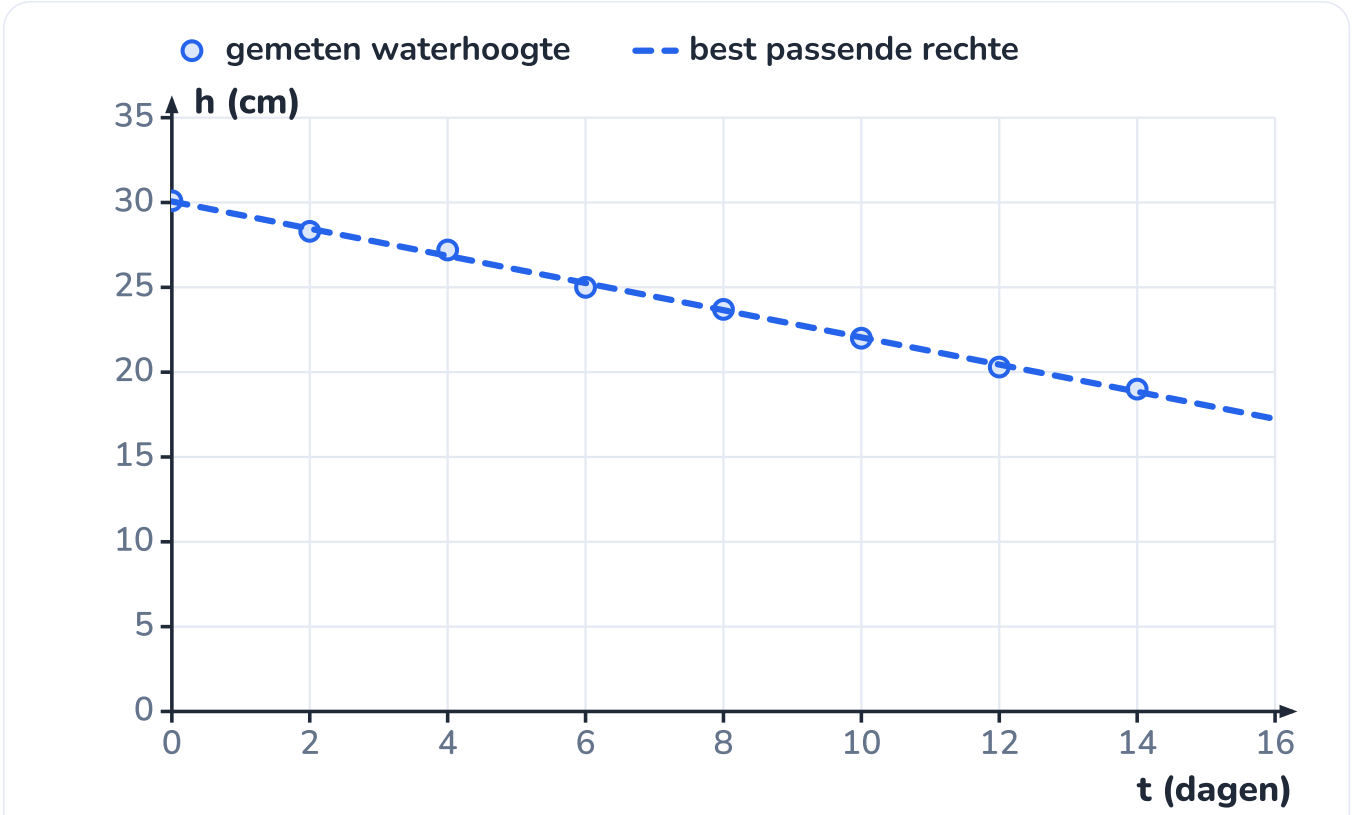
## Oefenen

Oefenen · één stap, direct toepassen

### 3.1 Helling en snijpunt aflezen

Oefenen · 3 · Rekenen · 12 min

Het waterreservoir van de kas wordt twee weken niet bijgevuld. Om de twee dagen meet je de waterhoogte.




De waterhoogte daalt door verdamping en door wat de planten opnemen.

**a** Lees het snijpunt met de verticale as af. Wat betekent het?

✓ $b \approx 30{,}1\ \text{cm}$: de waterhoogte bij de start.

**b** Bepaal de richtingscoëfficiënt met twee punten op de rechte. Geef de eenheid en de betekenis.

✓ Bijvoorbeeld (0 dagen; 30,1 cm) en (14 dagen; 18,9 cm): $a = (18{,}9 - 30{,}1)/14 = -0{,}80\ \text{cm/dag}$. Het water zakt 0,80 cm per dag.

**c** Schrijf het model $h = a \cdot t + b$ met getallen en eenheden.

✓ $h = -0{,}80\ \text{cm/dag} \cdot t + 30{,}1\ \text{cm}$.

**d** Wanneer is het reservoir leeg volgens het model? Waarom is die voorspelling onzeker?

✓ $0 = -0{,}80\,t + 30{,}1$ geeft $t = 38$ dagen. Onzeker, want dat is ver buiten de metingen (extrapoleren): bij warmer weer verdampt meer, grotere planten nemen meer water op, en bij een lage waterstand kan de pomp droog lopen.

## 3.2 Welk verband?

Oefenen · 4 · Begrijpen · 15 min

Vijf tabellen.

(A) x: 1, 2, 3, 4; y: 2,5; 5,0; 7,5; 10,0

(B) x: 1, 2, 3, 4; y: 12; 6; 4; 3

(C) x: 0, 1, 2, 3; y: 5; 8; 11; 14

(D) x: 1, 2, 3, 4; y: 1; 4; 9; 16

(E) x: 2, 4, 6, 8; y: 10; 8; 6; 4

**a** Welk verband heeft elke tabel: recht evenredig, lineair (niet evenredig), omgekeerd evenredig of geen van deze? Toon met een berekening.

A: recht evenredig, $y/x = 2{,}5$ overal. B: omgekeerd evenredig, $x \cdot y = 12$ overal. C: lineair: per stap +3, maar bij $x = 0$ is $y = 5$. D: geen van deze: $y = x^2$ (kwadratisch). E: lineair dalend: per stap van 2 daalt $y$ met 2; het product (20, 32, 36, 32) is niet constant, dus niet omgekeerd evenredig.

**b** Schrijf voor A, B en C de formule.

A: $y = 2{,}5x$. B: $y = 12/x$. C: $y = 3x + 5$.

**c** Wat zet je op de horizontale as om D recht te trekken?

$x^2$: dan liggen de punten op een rechte door de oorsprong met helling 1.

## 3.3 Formules in een rekenblad lezen

Oefenen · 4 · Programmeren · 12 min

In een rekenblad staan in A2:A7 volumes (mL) en in B2:B7 de massa van beker plus vloeistof (g). In F1 staat de massa van de lege beker: 52,5. In C2 typt een leerling `=B2-$F$1` en trekt die formule door tot C7. Een klasgenoot typt in D2 `=B2-F1` en trekt die ook door.

**a** Welke formule staat er na het doortrekken in C5 en in D5?

C5: `=B5-$F$1`. D5: `=B5-F4`.

**b** Wat berekent kolom C? Waarom geeft kolom D vanaf D3 foute waarden?

C: de massa van de vloeistof alleen. In D verschuift ook de verwijzing naar de beker: D3 trekt F2 af, een lege cel (dus 0), zodat de beker meegeteld wordt.

**c** Schrijf een formule voor E2 die de dichtheid van de vloeistof in die rij berekent, en die je kan doortrekken.

`=C2/A2` (of `=(B2-$F$1)/A2`), in g/mL.

## 3.4 Wat zet je op de assen?

Oefenen · 4 · Begrijpen · 12 min

Voor elk model wil je een rechte. Vul in wat horizontaal en verticaal komt, en wat de helling betekent.

a Model per situatie.

✓ Vrije val: $t^2$; $s$; $g/2$. Stroom: $1/R$; $I$; $U$. Veer: $m$; $T^2$; $4\pi^2/k$. Vermogen: $U^2$; $P$; $1/R$.

b Bij de veer vind je een rechte die niet door de oorsprong gaat. Bedenk een fysische reden.

✓ De veer zelf heeft massa en beweegt mee: het is alsof er een kleine extra massa aan hangt. Die verschuift de rechte (een snijpunt dat niet nul is).

## ●●○ Toepassen Toepassen

meerdere stappen, in een context

### 3.5 Een zonnepaneel op millimeterpapier

●●○ Toepassen | 4 | Tekenen | 25 min

Een zonnepaneel van 0,50 m² wordt bij verschillende instralingen $G$ (W/m²) gemeten. Het elektrisch vermogen $P$ (W): bij 200 W/m²: 16,9 W; 350: 31,7; 500: 46,4; 650: 61,8; 800: 75,1; 950: 89,8.

a Zet de punten uit ($G$ horizontaal) en trek de best passende rechte op het oog.

✓ Zes punten die bijna op een rechte liggen, van (200; 16,9) tot (950; 89,8).

b Bepaal de richtingscoëfficiënt. Toon dat haar eenheid m² is.

✓ Bijvoorbeeld op de rechte (200; 17,2) en (950; 90,1): $a = 72{,}9/750 = 0{,}097$. Eenheid: W gedeeld door W/m² is m². (Kleinste kwadraten: $0{,}0972\,\mathrm{m^2}$.)

c De helling is het oppervlak maal het rendement. Bereken het rendement van het paneel.

✓ $\eta = a/A = 0{,}097/0{,}50 = 0{,}19 = 19\,\%$.

d Het snijpunt is een beetje negatief. Wat betekent dat voor het paneel bij zeer zwak licht?

✓ Bij zwak licht levert het paneel iets minder dan de rechte voorspelt: onder een kleine drempel levert het (bijna) niets. Het rendement is bij zwak licht lager. De rechte is een model voor het gemeten gebied.

### 3.6 De kleinste kwadraten met de hand

●●○ Toepassen | 5 | Rekenen | 20 min

Tijdens een gelijkmatige regenbui vult een regenton zich. Je meet het volume $V$ dat erin zit na $t$ = 1, 2, 3, 4 en 5 minuten: 2,1 L; 3,9 L; 6,2 L; 7,8 L; 10,1 L.

a Bereken $\bar{t}$ en $\bar{V}$.

✓ $\bar{t} = 3\,\mathrm{min}$, $\bar{V} = 30{,}1/5 = 6{,}02\,\mathrm{L}$.

b Vul de tabel in en bereken $a$ en $b$ van de kleinste-kwadratenrechte.

✓ Afwijkingen $t - \bar{t}$: −2, −1, 0, 1, 2; kwadraten: 4, 1, 0, 1, 4 (som 10). $V - \bar{V}$: −3,92; −2,12; 0,18; 1,78; 4,08. Producten: 7,84; 2,12; 0; 1,78; 8,16 (som 19,90). $a = 19{,}90/10 = 1{,}99\,\mathrm{L/min}$; $b = 6{,}02 - 1{,}99 \times 3 = 0{,}05\,\mathrm{L}$.

c Wat betekenen $a$ en $b$? Is een snijpunt van die grootte te verwachten?

✓ $a$: de ton vult zich met 1,99 L per minuut (het debiet van de goot). $b$: het volume bij de start. 0,05 L is verwaarloosbaar: de ton was leeg, het snijpunt is binnen de meetfout nul.

d Bereken de residuen. Liggen ze willekeurig rond nul?

✓ Residuen: $2{,}1 - 2{,}04 = +0{,}06$; $3{,}9 - 4{,}03 = -0{,}13$; $+0{,}18$; $-0{,}21$; $+0{,}10\,\text{L}$. Afwisselend plus en min, zonder patroon: de rechte past.

## 3.7 In het rekenblad: de ledstrip

Toepassen · 5 · Analyseren · 25 min

Van een 12 V-ledstrip voor de kas worden stukken van verschillende lengte gemeten. Lengte $L$ (m) en vermogen $P$ (W): 0,5 m: 7,2 W; 1,0 m: 14,5 W; 1,5 m: 22,0 W; 2,0 m: 29,0 W; 2,5 m: 36,3 W; 3,0 m: 43,6 W.

a Zet de gegevens in een rekenblad, maak een spreidingsdiagram en laat een lineaire trendlijn met vergelijking en R² tonen. Noteer de vergelijking.

✓ $y = 14{,}537x - 0{,}0067$, $R^2 = 0{,}99994$ (afhankelijk van het rekenblad iets anders afgerond).

b Bereken helling en snijpunt ook met RICHTING en SNIJPUNT. Rond correct af en geef hun betekenis.

✓ $a = 14{,}5\,\text{W/m}$: vermogen per meter strip. $b = -0{,}01\,\text{W} \approx 0$: geen meetbaar vermogen zonder strip.

c Mag je hier het snijpunt op nul vastzetten? Motiveer.

✓ Ja: zonder strip is er geen vermogen, en het gemeten snijpunt is binnen de meetfout nul. Beide redenen samen maken het verantwoord.

d Voorspel het vermogen van 5,0 m strip. Een leverancier waarschuwt dat 12 V-strips langer dan 5 m aan het einde zwakker branden. Wat betekent dat voor je model?

✓ $P \approx 14{,}5 \times 5{,}0 = 73\,\text{W}$ (extrapolatie). Bij lange strips zakt de spanning langs de dunne koperbanen: het vermogen per meter daalt, en het model is dan niet meer lineair. Het geldigheidsgebied is het gemeten bereik (tot 3 m), met voorzichtigheid tot 5 m.

## 3.8 Omgekeerd evenredig: stroom en weerstand

Toepassen · 5 · Analyseren · 20 min

Een voeding van 12,0 V wordt telkens op een andere weerstand aangesloten. Weerstand $R$ (Ω) en stroom $I$ (A): 10 Ω: 1,174 A; 15 Ω: 0,790 A; 20 Ω: 0,599 A; 30 Ω: 0,394 A; 40 Ω: 0,298 A; 60 Ω: 0,200 A.

a Bereken $R \cdot I$ voor elke meting. Wat stel je vast?

✓ 11,74; 11,85; 11,98; 11,82; 11,92; 12,00 V: bijna constant, gemiddeld 11,9 V: omgekeerd evenredig, $I = U/R$.

**b** Bereken $1/R$ en zet $I$ uit tegen $1/R$. Bepaal de helling met eenheid.

✓ $1/R$: 0,100; 0,0667; 0,0500; 0,0333; 0,0250; 0,0167 (1/Ω). Rechte door de oorsprong; helling (kleinste kwadraten) $11{,}7\ \mathrm{V}$: A gedeeld door 1/Ω is A·Ω = V. De helling is de spanning.

**c** Het product is net niet overal 12,0 V. Bedenk een verklaring.

✓ Het product is iets kleiner bij kleine weerstanden, waar de stroom groot is. Dat past bij een kleine extra weerstand in de kring (de ampèremeter, de snoeren of de voeding zelf): daarover valt een deel van de 12,0 V, en dat deel is groter bij grote stroom.

## 3.9 De valversnelling uit een valproef

●●○ Toepassen · 6 · Analyseren · 25 min

Een kogeltje valt van verschillende hoogtes $s$ door twee lichtpoortjes; een timer meet de valtijd $t$. $s$ (m): 0,20; 0,40; 0,60; 0,80; 1,00; 1,20; 1,40; 1,60. $t$ (s): 0,201; 0,285; 0,350; 0,407; 0,455; 0,494; 0,533; 0,573. Model: $s = \frac{1}{2}gt^2$.

**a** Welke grootheden zet je op de assen om een rechte te krijgen? Wat is dan de helling?

✓ $s$ tegen $t^2$: een rechte door de oorsprong met helling $g/2$.

**b** Bereken de nodige kolom en bepaal de helling (rekenblad of op papier).

✓ $t^2$ (s²): 0,0404; 0,0812; 0,1225; 0,1656; 0,2070; 0,2440; 0,2841; 0,3283. Kleinste kwadraten: $a = 4{,}89\ \mathrm{m/s^2}$, $b \approx 0{,}000\ \mathrm{m}$.

**c** Bepaal $g$ en vergelijk met 9,81 m/s². Hoe groot is het verschil in procent?

✓ $g = 2a = 9{,}78\ \mathrm{m/s^2}$: 0,3 % lager dan 9,81 m/s², binnen de meetfout.

**d** Het snijpunt is bijna nul. Welke systematische fout zou een snijpunt verschillend van nul geven?

✓ Bijvoorbeeld: de hoogte gemeten vanaf de verkeerde plaats (onderkant in plaats van midden van het kogeltje), of een poortje dat de start een vaste tijd te laat registreert. Een vaste fout in s geeft een snijpunt; een vaste fout in t vervormt de rechte licht.

## 3.10 Labo: de veerconstante met een rekenblad

●●○ Toepassen · 5 · Labo · 45 min

Hang een veer aan een statief en meet haar lengte met een lat bij zes verschillende massa's (bijvoorbeeld 50 g tot 300 g). Verwerk in een rekenblad.



Lees af op ooghoogte, recht voor de onderkant van de haak: zo vermijd je parallax.

**a** Noteer je metingen met hun afleesfout.

Bijvoorbeeld zes rijen met F van 0,49 N tot 2,94 N en lengtes met ± 0,1 cm.

**b** Maak een spreidingsdiagram van $l$ tegen $F$ met trendlijn. Wat is de betekenis van de helling en van het snijpunt?

✓ De helling is de uitrekking per newton (cm/N); het snijpunt is de rustlengte van de veer.

**c** Bereken de veerconstante $k$ in N/m. Schat de fout met de steilste en de minst steile rechte.

✓ $k = 1/\text{helling}$, na omzetten naar m/N. Bij 4,1 cm/N = 0,041 m/N is $k = 24\,\text{N/m}$. De relatieve fout op $k$ is die op de helling.

**d** Bekijk de residuen. Gedraagt de veer zich lineair over het hele bereik? Wat als je een veel grotere massa zou hangen?

✓ Liggen de residuen willekeurig rond nul, dan geldt de wet van Hooke in dat bereik. Bij een te grote massa vervormt de veer blijvend: dan is het verband niet meer lineair (en is de veer stuk).

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Metingen | Zes massa's, F = m · 9,81 N/kg correct, lengtes met afleesfout. |
| Rekenblad | Spreidingsdiagram met assen en eenheden, trendlijn, RICHTING en SNIJPUNT in cellen, residuen in een kolom. |
| Resultaat | k in N/m, correct uit de helling (k = 1 / helling, eenheden omgezet), met fout en afronding. |
| Interpretatie | Snijpunt = rustlengte; residuen beoordeeld; geldigheidsgebied (elastisch gebied) benoemd. |

## ●●● Uitdagen — Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

### 3.11 Habitat: de bodemvochtsensor kalibreren

●●● Uitdagen · 6 · Habitat · 45 min

De capacitieve bodemvochtsensor van de klimaatmodule geeft een ruwe waarde die *daalt* als de grond natter wordt. Om hem te kalibreren, meng je potgrond met afgemeten hoeveelheden water en bepaal je het volumetrisch watergehalte $\theta$ (in %) door wegen en drogen. Resultaten: $\theta$ = 5, 10, 17, 24, 31, 38 en 45 %; ruwe waarde = 530, 496, 446, 407, 362, 306 en 272.

**a** Maak een spreidingsdiagram (welke grootheid zet je horizontaal, en waarom?) en bepaal de kleinste-kwadratenrechte.

✓ $\theta$ horizontaal (de referentie, met kleine fout), $r$ verticaal (de sensor, met ruis). Kleinste kwadraten: $a = -6{,}51$ per %, $b = 560{,}9$; $R^2 = 0{,}998$.

**b** Geef de betekenis en de eenheid van de helling. Waarom is ze negatief?

✓ De ruwe waarde daalt 6,5 eenheden per procentpunt watergehalte. Negatief omdat natte grond de capaciteit van de sensor verhoogt en de uitgangsspanning daardoor daalt.

**c** Vorm om tot een formule die de microcontroller gebruikt: $\theta$ als functie van de ruwe waarde $r$.

✓ $\theta = \dfrac{r - 560{,}9}{-6{,}51} = 86{,}1 - 0{,}154 \cdot r$ (in %).

**d** Bereken de residuen in procentpunten. Hoe nauwkeurig is de gekalibreerde sensor?

> ✓ Residuen in ruwe eenheden: +1,7; +0,2; −4,2; +2,4; +3,0; −7,4; +4,2; gedeeld door 6,51: ongeveer ±1 procentpunt, het grootste 1,1. De gekalibreerde sensor is nauwkeurig tot op ongeveer 1 à 2 procentpunten.

**e** Noteer het geldigheidsgebied en twee situaties waarin je opnieuw moet kalibreren.

> ✓ Geldig van 5 tot 45 % watergehalte, voor deze potgrond. Opnieuw kalibreren bij ander substraat (kokosvezel, zand), bij een nieuwe sensor, en periodiek omdat de coating kan verouderen of de sensor anders in de grond steekt.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Rechte** | Juiste keuze van de assen, a en b correct met eenheid. |
| **Formule** | Correct omgevormd: θ = (r − b) / a, bruikbaar in code. |
| **Nauwkeurigheid** | Residuen berekend en vertaald naar procentpunten watergehalte. |
| **Geldigheid** | Bereik 5 tot 45 % vermeld; opnieuw kalibreren bij andere grond, andere sensor of na veroudering. |

## 3.12 Zoek de fout in de Python-code

●●● Uitdagen · 6 · </> Programmeren · 20 min

Een leerling wil de dichtheid van de stamoplossing uit het handboek berekenen met de kleinste kwadraten. Het programma stopt met een foutmelding.

```
V = [20, 40, 60, 80, 100, 120]
m = [73.9, 95.1, 116.5, 138.0, 159.1, 180.5]
n = len(V)
x_gem = sum(V) / n
y_gem = sum(m) / n
teller = 0
noemer = 0
for x, y in zip(V, m):
    teller = teller + (x - x_gem) * (y - y_gem)
    noemer = noemer + (x - x_gem)
a = teller / noemer
b = y_gem - a * x_gem
print("a =", round(a, 4), "g/mL")
print("b =", round(b, 2), "g")
```

Uitvoer:

```
Traceback (most recent call last):
  File "dichtheid.py", line 11, in <module>
    a = teller / noemer
ZeroDivisionError: float division by zero
```

**a** Wat betekent de foutmelding?

> ✓ Het programma deelt door nul in regel 11 (`a = teller / noemer`): `noemer` is 0.

**b** Waarom is `noemer` precies nul? Toon dat de som van de afwijkingen $x - \bar{x}$ altijd nul is.

In de formule staat $\sum(x_i - \bar{x})^2$, maar de code telt $\sum(x_i - \bar{x})$ op. Die som is altijd nul: $\sum(x_i - \bar{x}) = \sum x_i - n\bar{x} = n\bar{x} - n\bar{x} = 0$. Hier: −50 − 30 − 10 + 10 + 30 + 50 = 0.

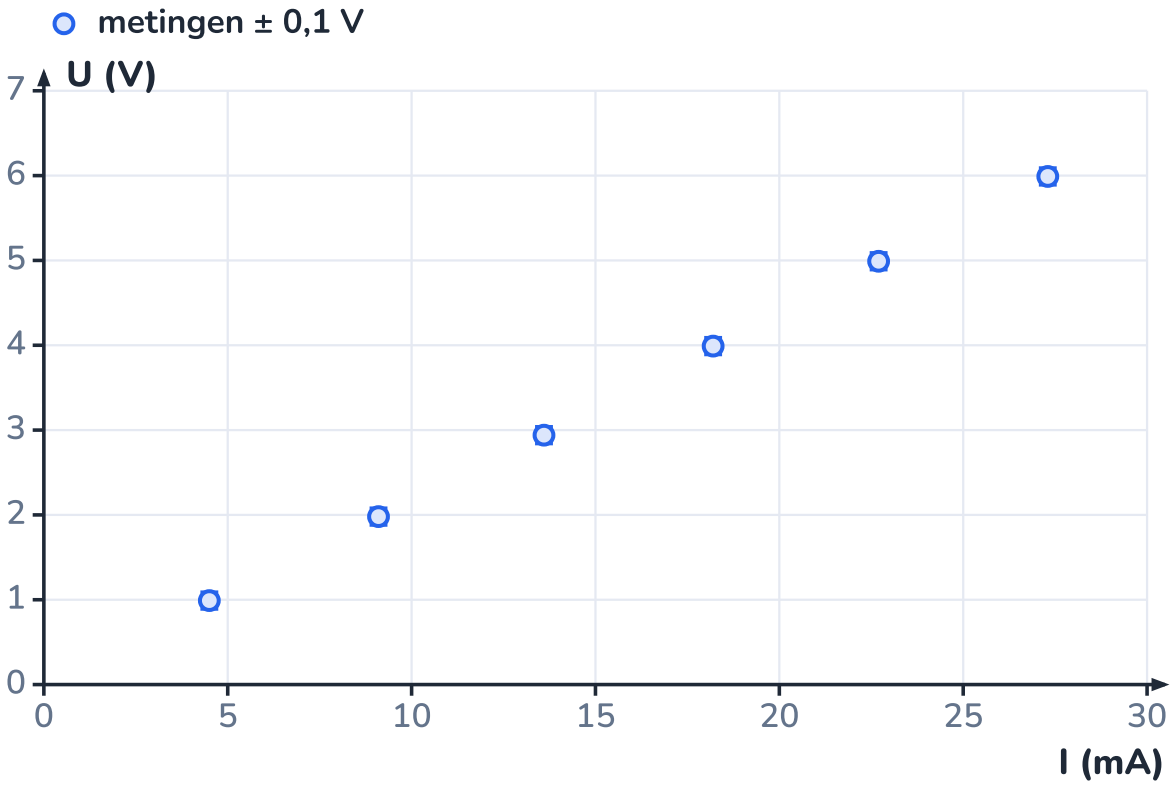
**c** Verbeter de regel en voorspel wat het programma dan print.

`noemer = noemer + (x - x_gem) ** 2`. Uitvoer (gecontroleerd): `a = 1.0664 g/mL` en `b = 52.53 g`.

## 3.13 Hoe zeker is de weerstand?

●●● Uitdagen · 6 · Analyseren · 25 min

Over een weerstand wordt de spanning $U$ gemeten bij zes stromen $I$. De voltmeter heeft een fout van ± 0,1 V.




Metingen met foutbalken van ± 0,1 V; stroom 4,5 mA tot 27,3 mA.

**a** Wat is de betekenis van de helling van $U$ tegen $I$? Welke eenheid krijgt ze als $I$ in mA staat?

De helling is $U/I$, de weerstand. Met $I$ in mA: V/mA = kΩ.

**b** Teken de steilste en de minst steile rechte die door alle foutbalken gaan, en bepaal hun hellingen.

Steilst door (4,5 mA; 0,89 V) en (27,3 mA; 6,09 V): $5{,}20/22{,}8 = 0{,}228\ \mathrm{V/mA}$. Minst steil door (4,5; 1,09) en (27,3; 5,89): $4{,}80/22{,}8 = 0{,}211\ \mathrm{V/mA}$. (Controleer dat beide ook door de middelste foutbalken gaan.)

**c** Geef de weerstand als waarde ± fout. (De kleinste-kwadratenrechte geeft 0,2201 V/mA.)

$\Delta R \approx (0{,}228 - 0{,}211)/2 = 0{,}009\,\mathrm{k\Omega}$. $R = (220 \pm 9)\,\Omega$.

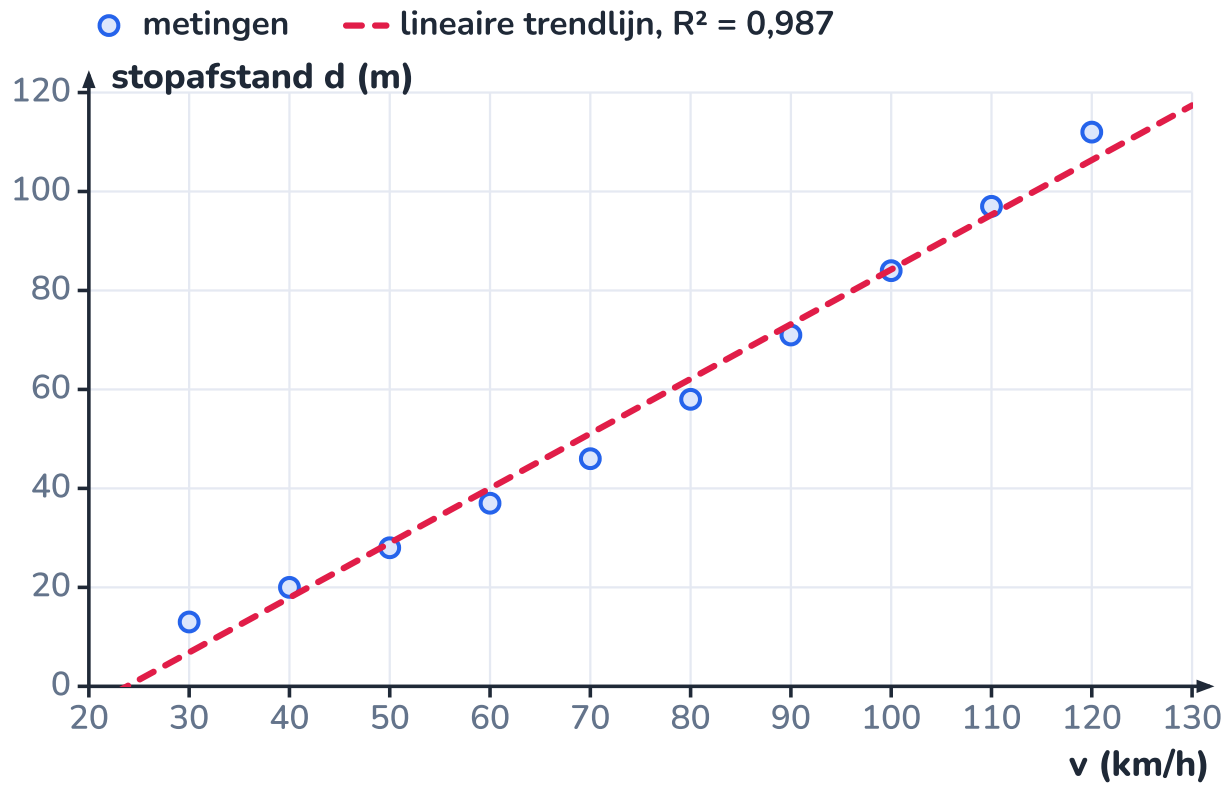
**d** De kleurcode zegt 220 Ω ± 5 %. Is je meting daarmee in overeenstemming?

✓ Ja: 220 Ω ± 5 % is 209 tot 231 Ω, en het meetinterval 211 tot 229 Ω ligt daar volledig in.

## 3.14 Een misleidende R²

●●● Uitdagen · 7 · Analyseren · 35 min

Bij een verkeersproef op een droge weg werd de stopafstand $d$ gemeten (van het moment dat de bestuurder het gevaar ziet tot stilstand) bij tien snelheden. Een rekenblad geeft een lineaire trendlijn $d = 1{,}105 \cdot v - 26{,}3$ ($v$ in km/h, $d$ in m) met $R^2 = 0{,}987$. Gegevens: $v$ = 30, 40, ..., 120 km/h; $d$ = 13, 20, 28, 37, 46, 58, 71, 84, 97 en 112 m.




Tien metingen met een lineaire trendlijn uit een rekenblad.

**a** Wat voorspelt de lineaire trendlijn bij 20 km/h? Wat zegt dat over het model?

✓ $d = 1{,}105 \times 20 - 26{,}3 = -4\,\text{m}$: een negatieve stopafstand, onmogelijk. Het lineaire model klopt niet buiten (en eigenlijk ook niet binnen) het meetbereik.

**b** Bereken de residuen van de rechte (of lees ze uit de grafiek) en beschrijf het patroon.

✓ Residuen: +6,1; +2,1; −1,0; −3,0; −5,1; −4,1; −2,2; −0,2; +1,7; +5,7 m. Eerst positief, dan negatief, dan weer positief: een boog. De punten liggen op een kromme die steiler wordt.

**c** Een fysisch model is $d = v \cdot t_r + \dfrac{v^2}{2a}$ (reactieafstand plus remafstand; $v$ in m/s). Toon dat $d/v$ tegen $v$ een rechte geeft. Wat zijn helling en snijpunt?

✓ $\dfrac{d}{v} = t_r + \dfrac{1}{2a} \cdot v$: een rechte met snijpunt $t_r$ (de reactietijd, in s) en helling $\dfrac{1}{2a}$ (in s²/m).

**d** Bereken $d/v$ (met $v$ in m/s), bepaal de rechte en daaruit de reactietijd $t_r$ en de remvertraging $a$.

✓ $v$ (m/s): 8,33; 11,11; …; 33,33. $d/v$ (s): 1,560; 1,800; 2,016; 2,220; 2,366; 2,610; 2,840; 3,024; 3,175; 3,360. Kleinste kwadraten: helling $0{,}0719\,\mathrm{s^2/m}$, snijpunt $1{,}00\,\mathrm{s}$. Dus $t_r = 1{,}0\,\mathrm{s}$ en $a = 1/(2 \times 0{,}0719) = 6{,}95\,\mathrm{m/s^2} \approx 7{,}0\,\mathrm{m/s^2}$, typisch voor remmen op een droge weg.

**e** Schrijf in twee zinnen waarom een hoge $R^2$ hier misleidt.

✓ $R^2$ zegt alleen dat de punten dicht bij de rechte liggen, niet dat een rechte het juiste model is. De residuen tonen een systematisch patroon, en het fysische model, rechtgetrokken, geeft zinvolle grootheden (reactietijd en remvertraging) die de rechte door d en v nooit zou geven.

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 4

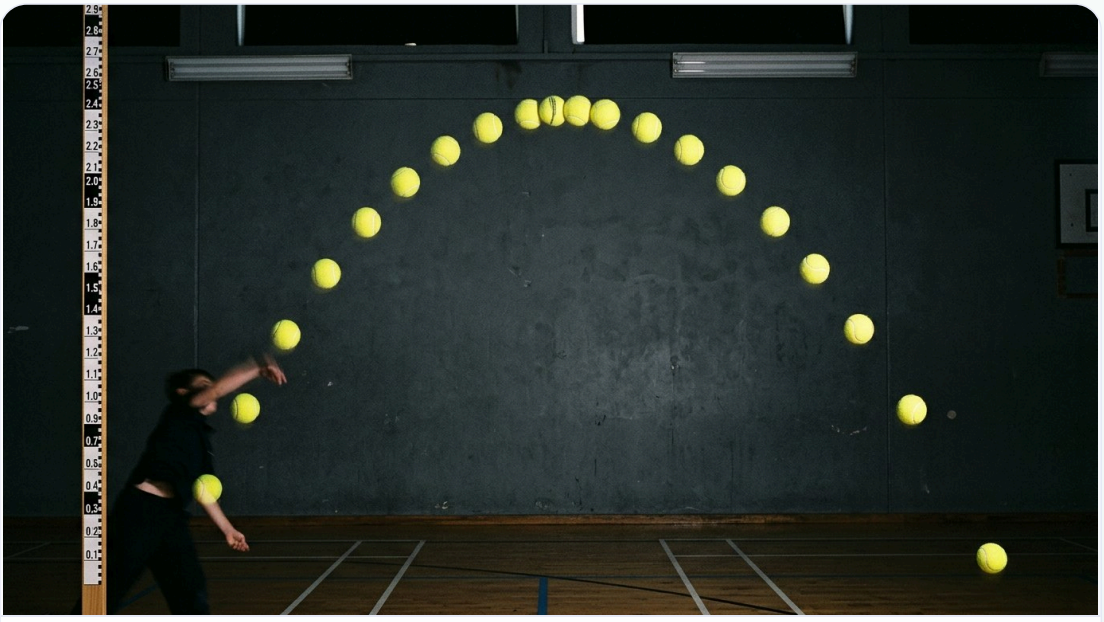
# Functies als modellen

**Rechten en parabolen die kosten, afstanden en remwegen voorspellen, en weten waar ze ophouden**

Uitgewerkte oplossingen bij de 15 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

5× oefenen · 6× toepassen · 4× uitdagen · ± 349 min

W Wiskundig modelleren · K Krachten, beweging en constructies



Gelijke tijdstappen, ongelijke afstanden: de baan van een bal is een parabool, en de top is waar hij het traagst gaat.

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

## Oefenen

Oefenen · één stap, direct toepassen

### 4.1 Functie of niet?

Oefenen · 3 · Begrijpen · 10 min

Een functie koppelt aan elke invoer precies één uitvoer. Beoordeel de vijf voorschriften.

**a** Is dit een functie? Leg telkens kort uit.

(a) Ja: elk bakje heeft één massa. (b) Nee: twee bakjes kunnen dezelfde massa hebben, dan is de uitvoer niet uniek. (c) Ja: op elk tijdstip is er één temperatuur. (d) Nee: dezelfde temperatuur komt meestal twee keer per dag voor (bij het opwarmen en bij het afkoelen). (e) Nee: bij $x = 4$ horen $y = 2$ én $y = -2$.

**b** Je meet een volle dag de temperatuur in de kas. Ze blijft tussen 9 °C en 31 °C. Geef een zinvol domein en bereik voor (c).

✓ Domein $0 \le t \le 24\,\text{h}$ (of de meetperiode), bereik $9 \le T \le 31\,^\circ\text{C}$.

## 4.2 Taxi: tabel, formule, grafiek

Oefenen · 3 · Rekenen · 15 min

Een taxi rekent € 4,20 instapprijs en € 2,10 per gereden kilometer.

**a** Vul de tabel in.

✓ € 4,20; € 8,40; € 14,70; € 21,00; € 29,40.

**b** Schrijf de formule $K(x)$. Wat betekenen de twee getallen, met hun eenheid?

✓ $K(x) = 2{,}10\,x + 4{,}20$ (K in €, x in km). € 2,10 per km: de prijs per kilometer (de helling). € 4,20: wat je al betaalt voor de taxi vertrekt (de beginwaarde).

**c** Teken de grafiek voor 0 tot 12 km. Wat is een zinvol domein?

✓ Een rechte van $(0;\ 4{,}20)$ tot $(12;\ 29{,}40)$. Domein: $x \ge 0$, tot de langste rit die je realistisch maakt. (Een echte taximeter telt in kleine stapjes, bijna een doorlopende lijn.)

**d** Hoe ver geraak je met € 30?

✓ $2{,}10\,x + 4{,}20 = 30$ geeft $x = 25{,}80/2{,}10 = 12{,}28\,\text{km}$: je geraakt ongeveer 12,2 km ver (naar beneden afronden, anders is het geld op).

## 4.3 Helling en beginwaarde met betekenis

Oefenen · 3 · Begrijpen · 12 min

Vier lineaire modellen, met hun grootheden en eenheden.

**a** Geef $a$ en $b$ met eenheid en betekenis, en zeg of het nulpunt iets betekent.

✓ $V$: $a = -2{,}5\,\text{L/min}$ (er loopt 2,5 L per minuut weg), $b = 60\,\text{L}$ (begininhoud); nulpunt $t = 24\,\text{min}$: het reservoir is leeg, meteen het einde van het domein. $T$: $a = -6{,}5\,^\circ\text{C/km}$, $b = 15\,^\circ\text{C}$ op zeeniveau; nulpunt $h = 2{,}3\,\text{km}$: het vriesniveau in de standaardatmosfeer. $K$: $a = 11$ euro per plantplaats, $b = 260$ euro vaste kost; nulpunt $n = -23{,}6$: buiten het domein, zonder betekenis. $T_F$: $a = 1{,}8\,^\circ\text{F}$ per °C, $b = 32\,^\circ\text{F}$ (het vriespunt van water); nulpunt $T_C = -17{,}8\,^\circ\text{C}$: een echte temperatuur, maar zonder bijzondere betekenis.

**b** Bij welke temperatuur geven de Celsius- en de Fahrenheitschaal hetzelfde getal?

✓ $T_F = T_C$: $1{,}8\,T + 32 = T$, dus $0{,}8\,T = -32$ en $T = -40$. Bij −40 °C is het ook −40 °F: het snijpunt van $T_F(T_C)$ met de rechte $y = x$.

## 4.4 Top en nulpunten berekenen

Oefenen · 4 · Rekenen · 15 min

Bereken voor elke functie de top, de discriminant en de nulpunten. Zeg of de top een maximum of een minimum is.

**a** $f(x) = -2x^2 + 8x - 6$

✓ $x_{\text{top}} = -8/(-4) = 2$, $f(2) = -8 + 16 - 6 = 2$: top $(2;\ 2)$, een maximum ($a < 0$). $D = 64 - 48 = 16$, nulpunten $x = (-8 \pm 4)/(-4)$: $x = 1$ en $x = 3$.

**b** $g(x) = x^2 - 6x + 9$

✓ $x_{\text{top}} = 6/2 = 3$, $g(3) = 0$: top $(3;\ 0)$, minimum. $D = 36 - 36 = 0$: één nulpunt, $x = 3$; de parabool raakt de as in haar top. ($g(x) = (x - 3)^2$.)

**c** $h(x) = 0{,}5\,x^2 + x + 3$

✓ $x_{\text{top}} = -1/(2 \cdot 0{,}5) = -1$, $h(-1) = 0{,}5 - 1 + 3 = 2{,}5$: top $(-1;\ 2{,}5)$, minimum. $D = 1 - 6 = -5 < 0$: geen nulpunten. Logisch: een dalparabool met haar laagste punt boven de as.

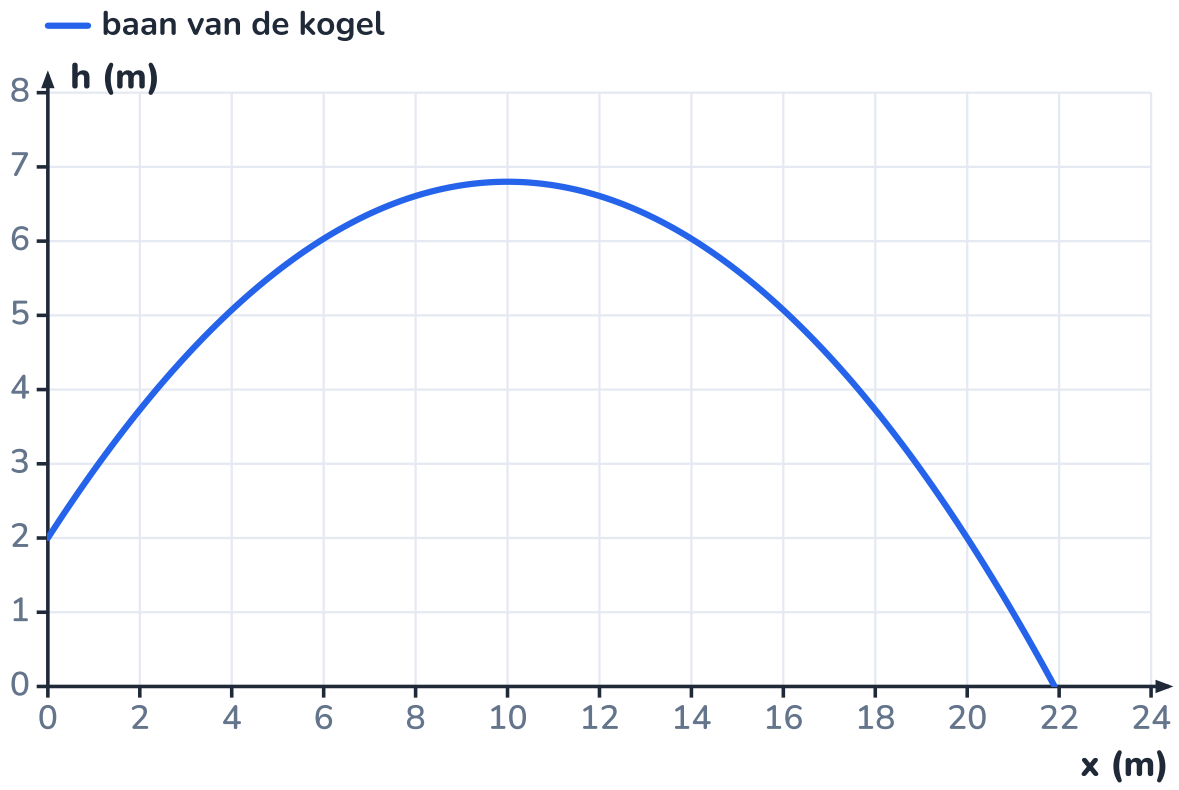
**d** Schets de drie parabolen in één assenstelsel.

✓ f: bergparabool door (1; 0), (2; 2), (3; 0). g: dalparabool die de as raakt in (3; 0). h: dalparabool volledig boven de as, laagste punt (–1; 2,5).

## 4.5 Een kogelstoot lezen

Oefenen · 4 · Analyseren · 12 min

De baan van een kogel bij een kogelstoot van wereldniveau, zonder luchtweerstand, is $h(x) = -0{,}048\,x^2 + 0{,}96\,x + 2{,}0$, met $x$ de horizontale afstand vanaf de hand en $h$ de hoogte, allebei in m.




De kogel verlaat de hand op 2,0 m hoogte.

**a** Op welke hoogte verlaat de kogel de hand? Uit welk getal van de formule lees je dat meteen?

✓ 2,0 m: het getal $c = h(0)$.

**b** Bereken het hoogste punt van de baan.

✓ $x_{\text{top}} = -0{,}96/(2 \cdot (-0{,}048)) = 10\,\text{m}$, $h(10) = -4{,}8 + 9{,}6 + 2{,}0 = 6{,}8\,\text{m}$.

**c** Hoe ver vliegt de kogel (tot hij de grond raakt)?

✓ $D = 0{,}96^2 + 4 \cdot 0{,}048 \cdot 2{,}0 = 1{,}306$, $\sqrt{D} = 1{,}143$; $x = (-0{,}96 - 1{,}143)/(-0{,}096) = 21{,}9\,\text{m}$.

**d** De formule heeft nog een nulpunt. Waar, en waarom telt het niet?

✓ $x = (-0{,}96 + 1{,}143)/(-0{,}096) = -1{,}9\,\text{m}$: achter de werper. De kogel was daar nooit; het domein begint bij de hand ($x \geq 0$).

**e** Is dit de hoogte als functie van de tijd? Waarom is de baan toch een parabool?

✓ Nee, het is de hoogte als functie van de horizontale afstand: de vorm van de baan. Zonder luchtweerstand gaat de kogel horizontaal met constante snelheid (x is evenredig met t) en verticaal zoals bij een verticale worp; daardoor is ook h als functie van x een parabool (hoofdstuk E8).

## 4.6 Printen: welke formule is het goedkoopst?

●●○ Toepassen · 5 · Rekenen · 25 min

Voor de behuizingen en houders van de klimaatmodule moet de klas het komende jaar onderdelen 3D-printen. Drie mogelijkheden: (A) een printservice rekent € 0,15 per gram; (B) een eigen printer kopen voor € 250, filament en stroom kosten dan € 0,025 per gram; (C) een jaarabonnement bij een makerspace voor € 60, plus € 0,05 per gram.

**a** Schrijf de drie kostenfuncties $K_A(m)$, $K_B(m)$ en $K_C(m)$ met $m$ in gram.

✓ $K_A = 0{,}15\,m$; $K_B = 250 + 0{,}025\,m$; $K_C = 60 + 0{,}05\,m$ (K in €).

**b** Teken de drie rechten voor 0 tot 8000 g.

✓ A start in de oorsprong en is het steilst; B start het hoogst en is het vlakst; C zit ertussen.

**c** Bereken de drie snijpunten.

✓ A = C: $0{,}10\,m = 60$, $m = 600$ g. A = B: $0{,}125\,m = 250$, $m = 2000$ g. B = C: $0{,}025\,m = 190$, $m = 7600$ g.

**d** Welke keuze is de goedkoopste, afhankelijk van de verwachte massa? Geef je advies in een zin per gebied.

✓ Tot 600 g: printservice (A). Van 600 g tot 7600 g: makerspace (C). Boven 7600 g: eigen printer (B). Het snijpunt A = B bij 2000 g doet er niet toe, want daar is C goedkoper dan allebei.

**e** Noem twee dingen die dit model niet meeneemt.

✓ Bijvoorbeeld: je eigen werktijd (printen, mislukte prints), verzendkosten of verplaatsingen, de restwaarde van de printer na een jaar, onderhoud en vervangonderdelen, de levertijd.

## 4.7 Stopafstand op een natte weg

●●○ Toepassen · 5 · Rekenen · 20 min

Op een natte weg remt een auto met een vertraging van 5,0 m/s². De bestuurder is moe: zijn reactietijd is 1,5 s. In een schoolstraat moet hij binnen 25 m kunnen stoppen.

**a** Schrijf de stopafstand $d(v)$ met $v$ in m/s.

✓ $d(v) = 1{,}5\,v + \dfrac{v^2}{10}$ (d in m, v in m/s).

**b** Bereken de stopafstand bij 30 km/h en bij 50 km/h.

✓ 30 km/h = 8,33 m/s: $12{,}5 + 6{,}9 = 19{,}4$ m. 50 km/h = 13,9 m/s: $20{,}8 + 19{,}3 = 40{,}1$ m.

**c** Hoe snel mag hij hoogstens rijden om binnen 25 m te stoppen? Geef het antwoord in km/h.

✓ $0{,}1\,v^2 + 1{,}5\,v - 25 = 0$. $D = 2{,}25 + 10 = 12{,}25$, $\sqrt{D} = 3{,}5$, $v = (-1{,}5 + 3{,}5)/0{,}2 = 10\,\text{m/s} = 36\,\text{km/h}$.

**d** Waarom schrap je een van de twee oplossingen?

✓ De andere oplossing is $v = (-1{,}5 - 3{,}5)/0{,}2 = -25\,\text{m/s}$: een negatieve snelheid, buiten het domein $v \geq 0$.

**e** Vergelijk bij 50 km/h met de uitgeruste bestuurder op de droge weg uit het handboek (27,7 m). Hoeveel procent langer is de stopafstand nu?

✓ $40{,}1/27{,}7 = 1{,}45$: 45 % langer. Nog 12 m extra: in een schoolstraat het verschil tussen stoppen en een aanrijding.

## 4.8 Een waterraket

Toepassen · 4 · Rekenen · 20 min

Een waterraket uit een PET-fles schiet recht omhoog. Zodra het water eruit is, is haar hoogte (vereenvoudigd, vanaf de grond gerekend) $h(t) = 18\,t - 4{,}905\,t^2$ (h in m, t in s).

**a** Hoe hoog komt de raket, en wanneer?

✓ $t_{\text{top}} = 18/9{,}81 = 1{,}83\,\text{s}$; $h = 18 \cdot 1{,}835 - 4{,}905 \cdot 1{,}835^2 = 16{,}5\,\text{m}$.

**b** Na hoeveel seconden landt ze?

✓ $t\,(18 - 4{,}905\,t) = 0$: $t = 0$ (start) of $t = 3{,}67\,\text{s}$, het dubbele van de stijgtijd (symmetrie).

**c** Hoe lang is ze hoger dan 10 m?

✓ $4{,}905\,t^2 - 18\,t + 10 = 0$: $D = 324 - 196{,}2 = 127{,}8$, $\sqrt{D} = 11{,}30$; $t = (18 \pm 11{,}30)/9{,}81$: 0,68 s en 2,99 s. Dus 2,30 s boven 10 m.

**d** Noem twee redenen waarom de echte vlucht anders verloopt dan dit model.

✓ Luchtweerstand (de raket is licht en snel: ze komt minder hoog en valt trager), de stuwfase met water en druk zit niet in het model, de raket kantelt en vliegt niet perfect verticaal, wind.

## 4.9 Welk model past?

Toepassen · 5 · Analyseren · 20 min

Drie meetreeksen, telkens bij gelijke stappen. (P) Hoogte $h$ (cm) van water in een lekkende emmer, om de 5 min: 24,0; 21,1; 18,4; 15,9; 13,6; 11,5. (Q) Oppervlakte (cm²) van een vierkant zonnecelletje met zijde 1, 2, 3, 4, 5 cm: 1; 4; 9; 16; 25. (R) Afgelegde weg (m) van een skateboard op een vlakke vloer, per seconde: 0; 2,1; 4,2; 6,2; 8,3; 10,4.

**a** Bereken voor elke reeks de eerste en de tweede verschillen.

✓ P: eerste verschillen −2,9; −2,7; −2,5; −2,3; −2,1; tweede verschillen allemaal +0,2. Q: 3, 5, 7, 9; tweede 2, 2, 2. R: 2,1; 2,1; 2,0; 2,1; 2,1; tweede verschillen ongeveer 0.

**b** Welk soort model past bij elke reeks? Past dat bij wat je fysisch verwacht?

✓ P: kwadratisch (constante tweede verschillen): de emmer loopt trager leeg naarmate er minder water in staat, omdat de druk onderaan kleiner wordt. Q: kwadratisch, $A = z^2$, zoals voor elke oppervlakte. R: lineair, een beweging met (bijna) constante snelheid.

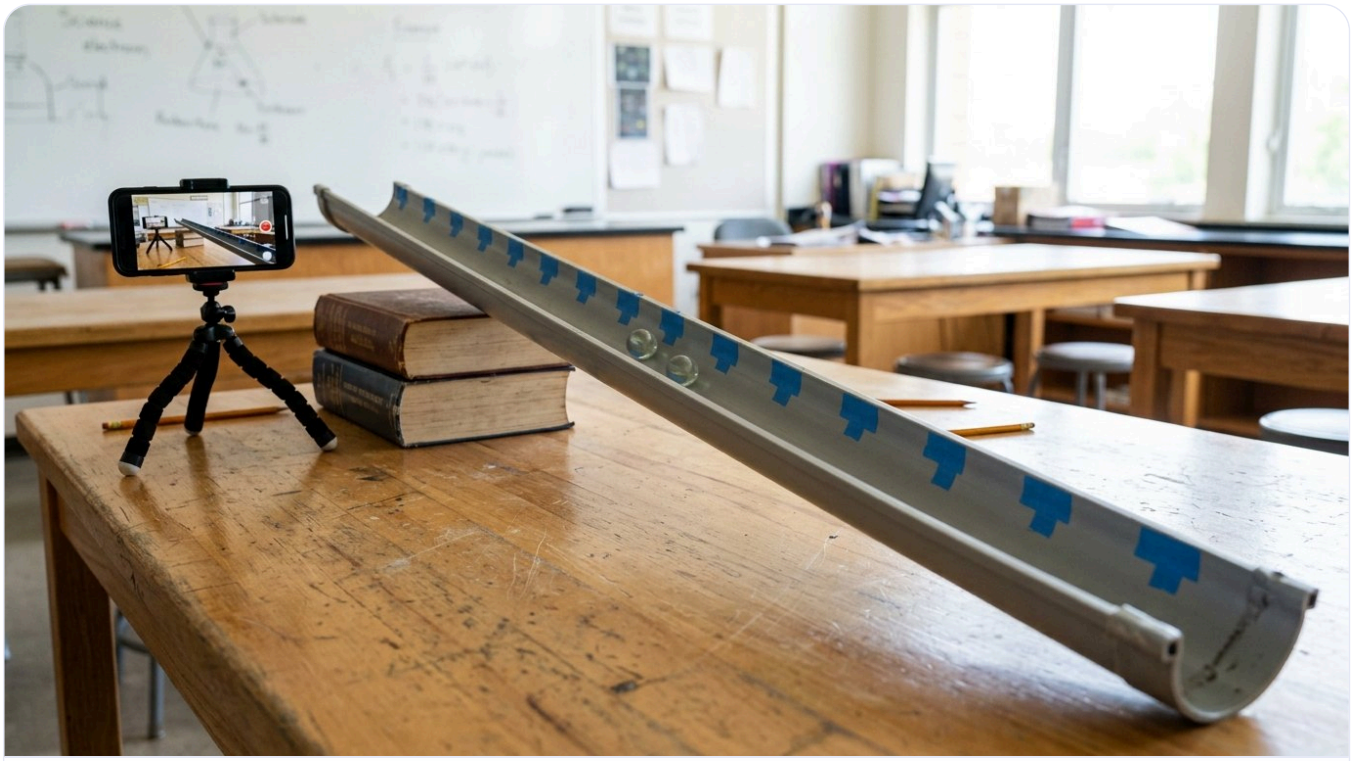
**c** Stel voor reeks R het model op en voorspel de positie na 8 s. Mag dat?

✓ $s = 2{,}08\,\mathrm{m/s} \cdot t$ (de helling uit de eerste en laatste meting: $10{,}4/5$). Na 8 s: 16,6 m. Dat is een extrapolatie: op een vlakke vloer remt de wrijving het skateboard langzaam af, dus het werkelijke getal is kleiner. Vermeld het als schatting.

## 4.10 Labo: de knikker in de goot

Toepassen · 5 · Labo · 50 min

Doe de proef uit het handboek zelf. Kies een andere helling dan in het handboek (bijvoorbeeld 3 cm of 7 cm hoogteverschil over de goot) en bepaal het model en de versnelling.



Film van opzij, met de camera stil: dan lees je de positie beeld per beeld af.

**a** Beschrijf je opstelling: lengte en hoogteverschil van de goot, beeldfrequentie, gekozen tijdstap.

✓ Bijvoorbeeld: goot 1,20 m, 7 cm hoogteverschil, video aan 30 beelden per seconde, tijdstap 0,3 s (elk negende beeld).

**b** Noteer je metingen en bereken de verschillen.

✓ Posities die van 0 cm oplopen tot ongeveer 110 cm; eerste verschillen die elke stap met ongeveer evenveel toenemen; tweede verschillen die rond een vaste waarde schommelen.

**c** Zet $s$ uit tegen $t$ en tegen $t^2$. Welk model past? Bepaal de versnelling op twee manieren (tweede verschillen en helling van $s$ tegen $t^2$).

> ✓ Kwadratisch: $s$ tegen $t^2$ is een rechte door de oorsprong met helling $a/2$. Met tweede verschillen: $a = \Delta^2 s/(\Delta t)^2$. Beide methoden moeten binnen enkele procenten overeenkomen.

**d** Vergelijk met het handboek (0,40 m/s² bij 4 à 5 cm). Wat verwacht je bij een steilere goot, en klopt dat?

> ✓ Een steilere goot geeft een grotere versnelling, ongeveer evenredig met het hoogteverschil zolang de helling klein is (bij 7 cm ongeveer 1,5 keer zoveel als bij 4,5 cm).

**e** Wat is het geldigheidsgebied van je model?

> ✓ Tot het einde van de goot, bij kleine hellingen (geen slippen), en zolang de snelheid klein blijft (luchtweerstand en wrijving verwaarloosbaar).

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Meten** | Camera stil en loodrecht, vaste tijdstap, posities met afleesfout (±0,5 cm is realistisch). |
| **Verschillen** | Eerste en tweede verschillen correct; besluit over het modeltype met verwijzing naar de meetfout. |
| **Grafiek en model** | s tegen t² is een rechte door de oorsprong; helling = a/2; a met eenheid. |
| **Geldigheid** | Grenzen benoemd: lengte van de goot, slippen bij steile helling, wrijving. |

## 4.11 Python: de stopafstand in een lus

Toepassen · 5 · Programmeren · 20 min

Een leerling schrijft een programma dat de stopafstand uit het handboek berekent.

```
def stopafstand(v_kmh, t_r=1.0, a_rem=7.0):
    v = v_kmh / 3.6                  # km/h omzetten naar m/s
    return v * t_r + v ** 2 / (2 * a_rem)


for v in (30, 50, 70):
    print(v, "km/h:", round(stopafstand(v), 1), "m")

v = 0
while stopafstand(v) <= 40:
    v = v + 1
print("vanaf", v, "km/h is de stopafstand groter dan 40 m")
```

**a** Voorspel de eerste drie regels die het programma print (rond af op 0,1 m zoals de code).

> ✓ `30 km/h: 13.3 m`, `50 km/h: 27.7 m`, `70 km/h: 46.5 m` (gecontroleerd door het programma te draaien).

**b** Wat doet de `while`-lus? Voorspel de laatste regel.

> ✓ De lus verhoogt v telkens met 1 km/h zolang de stopafstand hoogstens 40 m is. Ze stopt bij de eerste snelheid waarbij de stopafstand groter is dan 40 m: `vanaf 64 km/h is de stopafstand groter dan 40 m`.

**c** Voer het programma uit en controleer. Verander dan de oproep in de lus in `stopafstand(v, 1.5, 5.0)` (de natte weg van opdracht 4.7). Wat print het nu?

> ✓ `vanaf 50 km/h is de stopafstand groter dan 40 m` (bij 49 km/h is ze 38,9 m, bij 50 km/h 40,1 m).

**d** Het handboek vond met de abc-formule 63,6 km/h. Waarom print het programma een ander getal? Wat is de nauwkeurigheid van deze methode?

> ✓ De lus zoekt in stappen van 1 km/h en geeft de eerste gehele snelheid voorbij de grens: het echte snijpunt (63,6 km/h) ligt tussen 63 en 64. De nauwkeurigheid is de stapgrootte, 1 km/h. Kleinere stappen geven een nauwkeuriger antwoord maar meer rekenwerk; de abc-formule geeft het exact. Zo'n zoekmethode werkt wel voor elke functie, ook als er geen formule voor de oplossing bestaat (hoofdstuk E36).

## ●●● Uitdagen — Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

### 4.12 Habitat: een kostenmodel voor de hydroponie

●●● Uitdagen · 6 · Habitat · 45 min

De klimaatmodule krijgt een hydroponiesysteem (hoofdstuk 36). Er is plaats voor hoogstens 48 plantplaatsen, en het budget is € 800. Twee opties:
(A) kant-en-klare hydroponiebakken: € 38 per plantplaats, alles inbegrepen;
(B) zelf bouwen met pvc-goten: € 260 vaste kost (pomp, lichtdicht reservoir van 60 L, timer, EC- en pH-sensor) plus € 11 per plantplaats (goot, netpotje, substraat).

**a** Stel $K_A(n)$ en $K_B(n)$ op. Wat is het domein? Is de grafiek een lijn of een rij punten?

> ✓ $K_A(n) = 38\,n$ en $K_B(n) = 260 + 11\,n$ (in €). Domein: $n \in \{0, 1, 2, \ldots, 48\}$. De grafiek is een rij losse punten op een rechte.

**b** Bereken het snijpunt en leg uit wat het voor de keuze betekent.

> ✓ $38\,n = 260 + 11\,n$ geeft $27\,n = 260$, $n = 9{,}6$. Onder 10 plantplaatsen is A goedkoper, vanaf 10 is B goedkoper. Voor een module met tientallen plaatsen is zelf bouwen dus voordeliger.

**c** De kost per plantplaats is $k(n) = K(n)/n$. Bereken $k_A$ en $k_B$ voor 12, 24 en 48 plaatsen. Welk soort functie is $k_B$? Welke waarde nadert ze?

> ✓ $n = 12$: $K_A = 456$, $K_B = 392$, $k_A = 38{,}00$, $k_B = 32{,}67$. $n = 24$: 912; 524; 38,00; 21,83. $n = 48$: 1824; 788; 38,00; 16,42. $k_B(n) = 11 + 260/n$: een omgekeerd evenredig deel (hoofdstuk 3) plus een constante. Ze nadert € 11 voor grote $n$: de vaste kost wordt over steeds meer plaatsen verdeeld.

**d** Hoeveel plantplaatsen krijg je binnen het budget met elke optie? Houd rekening met de plaats.

> ✓ A: $38\,n \le 800$ geeft $n \le 21{,}05$, dus 21 plaatsen. B: $260 + 11\,n \le 800$ geeft $n \le 49{,}1$, maar er is plaats voor 48: 48 plaatsen voor € 788.

**e** Schrijf een advies van vijf à zes regels voor het projectteam: je keuze, het kantelpunt, de kost per plantplaats, en twee grenzen van je model.

> Bijvoorbeeld: 'We bouwen het systeem zelf (optie B). Vanaf 10 plantplaatsen is dat goedkoper; met 48 plaatsen kost het € 788, € 16,42 per plaats tegenover € 38 bij kant-en-klaar, en we blijven binnen het budget. Het model telt geen werkuren, geen onderhoud en geen reserveonderdelen, en de prijzen zijn richtprijzen van vandaag. Zelfbouw vraagt ook tests op lekken voor we planten zetten.'

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Model** | Beide functies correct, met eenheden; domein 0 tot 48 natuurlijke getallen; grafiek als punten. |
| **Snijpunt** | Algebraïsch opgelost (9,6) en correct vertaald: vanaf 10 plantplaatsen is B goedkoper. |
| **Kost per plaats** | Tabel juist; k_B herkend als 11 + 260/n (omgekeerd evenredig deel plus constante), nadert € 11. |
| **Advies** | Onderbouwde keuze met getallen; minstens twee modelgrenzen (werkuren, prijzen, onderhoud, risico van zelfbouw). |

## 4.13 Kruidenpotjes verkopen

●●● Uitdagen · 6 · Rekenen · 30 min

De klas verkoopt kruidenpotjes uit de kas op de schoolmarkt. Een bevraging geeft een vraagmodel: om $n$ potjes per week te verkopen, mag de prijs hoogstens $p(n) = 6 - 0{,}05\,n$ euro zijn. Een potje (pot, grond, zaad) kost € 1,20, en de standplaats kost € 20 per week.

**a** Schrijf de opbrengst $R(n) = n \cdot p(n)$. Bij hoeveel potjes is de opbrengst het grootst, en tegen welke prijs?

✓ $R(n) = 6\,n - 0{,}05\,n^2$. Top: $n = -6/(2 \cdot (-0{,}05)) = 60$ potjes, prijs $p = 6 - 3 = 3{,}00$ euro, opbrengst $R = 180$ euro.

**b** Schrijf de kosten $K(n)$ en de winst $W(n) = R(n) - K(n)$.

✓ $K(n) = 20 + 1{,}20\,n$; $W(n) = -0{,}05\,n^2 + 4{,}8\,n - 20$.

**c** Bij hoeveel potjes is de winst het grootst? Welke prijs vraag je dan, en hoeveel win je?

✓ $n = -4{,}8/(2 \cdot (-0{,}05)) = 48$ potjes, prijs $p = 6 - 2{,}4 = 3{,}60$ euro, winst $W(48) = -115{,}2 + 230{,}4 - 20 = 95{,}20$ euro.

**d** Tussen welke aantallen maak je winst?

✓ $W = 0$: $D = 4{,}8^2 - 4 \cdot 0{,}05 \cdot 20 = 19{,}04$, $\sqrt{D} = 4{,}36$; $n = (4{,}8 \pm 4{,}36)/0{,}1$: $n = 4{,}4$ en $n = 91{,}6$. Winst van 5 tot en met 91 potjes.

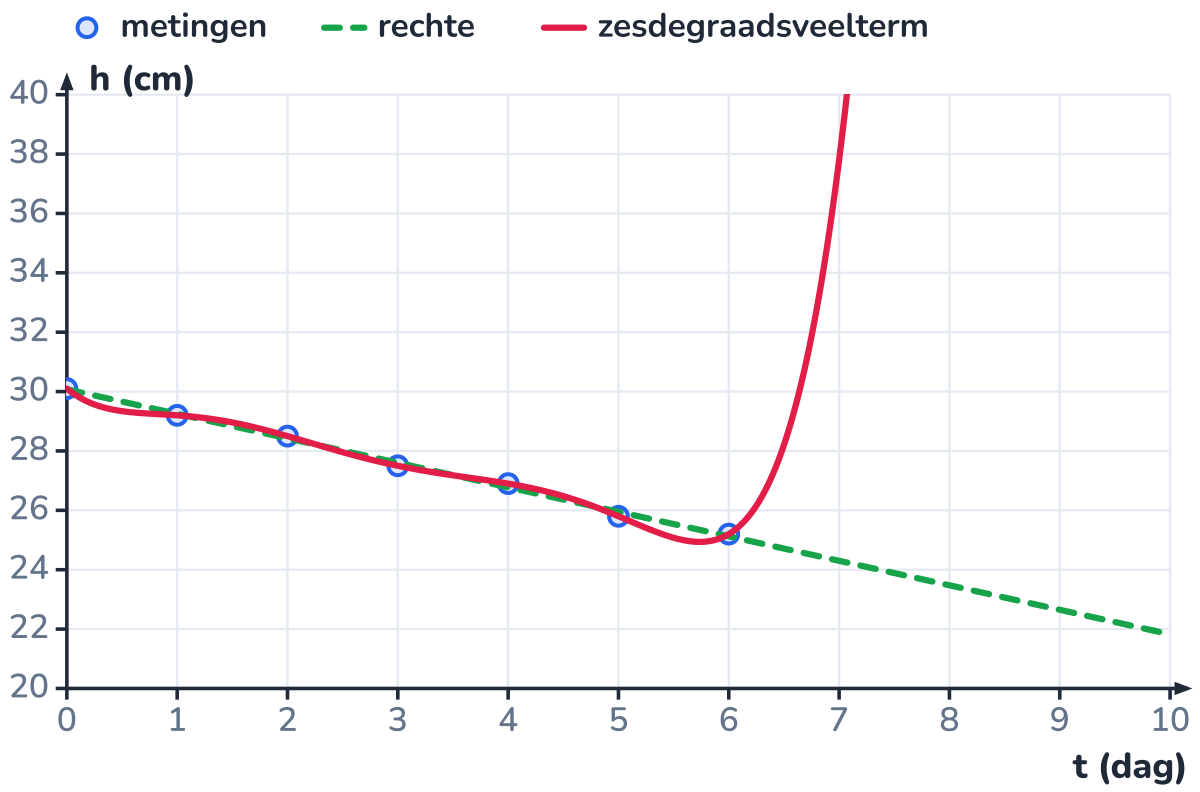
**e** Waarom ligt de grootste winst bij minder potjes dan de grootste opbrengst? En waar houdt het vraagmodel zeker op te kloppen?

✓ Elk extra potje brengt minder op (je moet de prijs verlagen) maar kost altijd € 1,20. Voorbij 48 potjes brengt een extra potje minder op dan het kost. Het vraagmodel is lineair en getoetst voor gewone prijzen; bij $n > 120$ zou de prijs negatief worden (je zou moeten betalen om potjes weg te geven), en bij hoge prijzen verkoop je misschien helemaal niets meer.

## 4.14 Past een ingewikkelder model altijd beter?

●●● Uitdagen · 6 · Argumenteren · 25 min

Om de waterstand in het reservoir te voorspellen, meet een leerling zeven dagen lang de waterhoogte: 30,1; 29,2; 28,5; 27,5; 26,9; 25,8 en 25,2 cm. Ze vergelijkt drie modellen (numpy.polyfit): een rechte $h = -0{,}825\,t + 30{,}08$ (som van de kwadraten van de residuen 0,062 cm²), een parabool (som 0,061 cm²) en een veelterm van graad 6 die precies door alle zeven punten gaat (som 0). De veelterm voorspelt 37,8 cm voor dag 7 en 839,5 cm voor dag 10.




Binnen de metingen vallen de modellen samen; na dag 6 schiet de zesdegraadsveelterm omhoog.

**a** Welk model heeft de kleinste residuen? Welk model zou je gebruiken om dag 10 te voorspellen, en wat voorspelt het?

De veelterm (residuen nul). Voor dag 10 gebruik je de rechte: $h = -0{,}825 \cdot 10 + 30{,}08 = 21{,}8\,\text{cm}$.

**b** Waarom voorspelt de veelterm onzin, al gaat ze door alle punten?

Met zeven parameters volgt ze elke meetfout: tussen de punten slingert ze, en buiten de metingen groeit het $t^6$-deel explosief. Ze beschrijft de ruis, niet het verband (overfitting). Fysisch is er geen reden waarom het waterpeil na zes dagen zou stijgen.

**c** De parabool is maar 0,001 cm² beter dan de rechte. Is de extra parameter de moeite waard? Hoe beslis je dat?

Nee: de verbetering is veel kleiner dan de meetfout (een afleesfout van 0,1 cm geeft al kwadraten van die orde), de residuen van de rechte hebben geen patroon, en fysisch verwacht je een constant verbruik. Je neemt een extra parameter pas als de residuen een patroon tonen of de fysica erom vraagt.

**d** Debat. Stelling: 'Het beste model is het model dat de meetpunten het best volgt.' Geef twee argumenten voor en twee tegen, en je besluit.

Voor: een model dat de data slecht volgt, is zeker fout; residuen meten objectief hoe goed een model is. Tegen: meetpunten bevatten ruis, die wil je niet modelleren; een model moet ook voorspellen buiten de meetpunten; met genoeg parameters past alles. Besluit: het beste model is het eenvoudigste dat de fysica respecteert en residuen zonder patroon heeft, en dat getoetst is op nieuwe metingen (hoofdstuk E41).

## 4.15 Waar houdt v = g · t op?

Uitdagen · 7 · Analyseren · 30 min

Een valschermspringer draagt een datalogger die haar valsnelheid registreert, vanaf het moment dat ze uit het vliegtuig springt (buik naar beneden). Gemeten snelheid $v$ (m/s) om de 2 s: 0; 18,8; 33,7; 43,4; 49,0; 52,0; 53,5.

**a** Bereken bij elke meting wat het model $v = g \cdot t$ voorspelt en hoeveel procent het afwijkt van de meting.

$g\,t$: 0; 19,6; 39,2; 58,9; 78,5; 98,1; 117,7 m/s. Afwijking t.o.v. de meting: –; +4 %; +16 %; +36 %; +60 %; +89 %; +120 %.

**b** Tot welk tijdstip is het model nauwkeurig tot op 10 %? Leg fysisch uit waarom het in het begin goed werkt.

Tot ongeveer 3 s (bij 2 s is het 4 %, bij 4 s al 16 %). In het begin is de snelheid klein, en de luchtweerstand groeit met het kwadraat van de snelheid: dan is ze verwaarloosbaar tegenover het gewicht.

**c** Wat voorspelt het model na 60 s vrije val? Waarom is dat onmogelijk?

$9{,}81 \cdot 60 = 589\,\mathrm{m/s}$, bijna twee keer de geluidssnelheid (343 m/s). In werkelijkheid remt de lucht zo sterk dat de snelheid niet boven ongeveer 55 m/s komt.

**d** Beschrijf het verloop van de echte snelheid. Is het een lineaire of een kwadratische functie? Welke eigenschap moet een beter model hebben?

De snelheid stijgt eerst bijna lineair en vlakt dan af naar een eindsnelheid van ongeveer 55 m/s. Geen rechte en geen parabool (een parabool zou weer dalen of steeds sneller stijgen): een beter model moet begrensd zijn, met een horizontale asymptoot. (In Expert vind je het met een differentiaalvergelijking: $v = v_{\text{eind}}\tanh(g\,t/v_{\text{eind}})$.)

**e** Een stalen kogeltje valt 1,0 m (0,45 s). Mag je daar $v = g \cdot t$ gebruiken? Motiveer met je antwoorden hierboven.

Ja: 0,45 s ligt ver binnen het gebied waar het model tot op enkele procenten klopt, en een klein, zwaar kogeltje heeft relatief nog minder luchtweerstand dan een mens. $v = 9{,}81 \cdot 0{,}45 = 4{,}4\,\mathrm{m/s}$.

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 5

# Groei en verval: exponentiële modellen

**Vermenigvuldigen in plaats van optellen: van bacteriën en algen tot afkoelende thee en vervallende kernen**

Uitgewerkte oplossingen bij de 16 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

5× oefenen · 7× toepassen · 4× uitdagen · ± 329 min

W Wiskundig modelleren · B Leven en systemen · E Energie



Zelfde voeding, zelfde warmte: in het doorzichtige reservoir verdubbelen de algen elke dag, in het lichtdichte niet.

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

## ●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

### 5.1 Groeifactor en procent

●○○ Oefenen · 3 · Rekenen · 10 min

Zet om.

a Vul de tabel aan.

1,04; 0,85; 2; +25 %; –8 %; +200 %.

**b** Een reservoir verliest elke dag 6 % van zijn water door verdamping. Wat is de groeifactor per dag? Hoeveel liter is er na 10 dagen over van 60 L?

✓ $g = 0{,}94$ per dag. $60 \cdot 0{,}94^{10} = 60 \cdot 0{,}539 = 32{,}3\,\text{L}$. (Niet $60 - 10 \cdot 3{,}6 = 24\,\text{L}$: elke dag verdampt 6 % van een kleiner volume.)

## 5.2 Verdubbelen en halveren in een tabel

Oefenen · 3 · Rekenen · 12 min

(a) Gistcellen in brooddeeg verdubbelen onder goede omstandigheden ongeveer om de 90 minuten. Bij de start zijn er 500 per mL (in een staaltje). (b) Een luchtstaal met radon-222 wordt in een afgesloten flesje bewaard; de activiteit is bij de start 800 Bq. Radon-222 heeft een halveringstijd van 3,82 dagen.

**a** Vul de tabel voor de gist in.

✓ 500; 1000; 2000; 4000; 8000 per mL.

**b** Vul de tabel voor het radon in.

✓ 800; 400; 200; 100; 50 Bq.

**c** Schrijf beide modellen met $2^{t/t_2}$ of $(\tfrac{1}{2})^{t/t_{1/2}}$. Hoeveel gistcellen zijn er na 12 uur?

✓ $N = 500 \cdot 2^{t/1{,}5}$ ($t$ in h); $A = 800 \cdot 0{,}5^{\,t/3{,}82}$ ($t$ in dagen). Na 12 h: $500 \cdot 2^{8} = 128\,000$ per mL.

## 5.3 Lineair of exponentieel?

Oefenen · 3 · Begrijpen · 12 min

Vijf tabellen, telkens bij gelijke stappen in $t$.
(A) 3; 6; 12; 24; 48
(B) 3; 6; 9; 12; 15
(C) 800; 720; 648; 583,2
(D) 800; 720; 640; 560
(E) 1; 4; 9; 16

**a** Welk verband heeft elke tabel? Toon met verschillen of verhoudingen.

✓ A: exponentieel, verhouding 2. B: lineair, verschil 3. C: exponentieel, verhouding 0,9. D: lineair, verschil −80. E: geen van beide: verschillen 3, 5, 7 en verhoudingen 4; 2,25; 1,78 zijn niet constant, maar de tweede verschillen wel: kwadratisch.

**b** Schrijf de formule voor A, C en D (met t = 0 bij de eerste waarde).

✓ A: $N = 3 \cdot 2^{t}$. C: $N = 800 \cdot 0{,}9^{t}$. D: $N = 800 - 80\,t$.

## 5.4 Rekenen met logaritmen

Oefenen · 4 · Rekenen · 15 min

Gebruik de log-toets van je rekenmachine. Rond af op drie beduidende cijfers.

**a** Bereken zonder rekenmachine: $\log 1000$, $\log 0{,}001$, $\log 1$, $\log 10^7$.

✓ 3; −3; 0; 7.

**b** Los op: (a) $2^t = 50$; (b) $1{,}05^t = 3$; (c) $0{,}8^t = 0{,}1$; (d) $10^x = 0{,}5$.

✓ (a) $t = \log 50 / \log 2 = 5{,}64$; (b) $t = \log 3 / \log 1{,}05 = 22{,}5$; (c) $t = \log 0{,}1 / \log 0{,}8 = 10{,}3$; (d) $x = \log 0{,}5 = -0{,}301$.

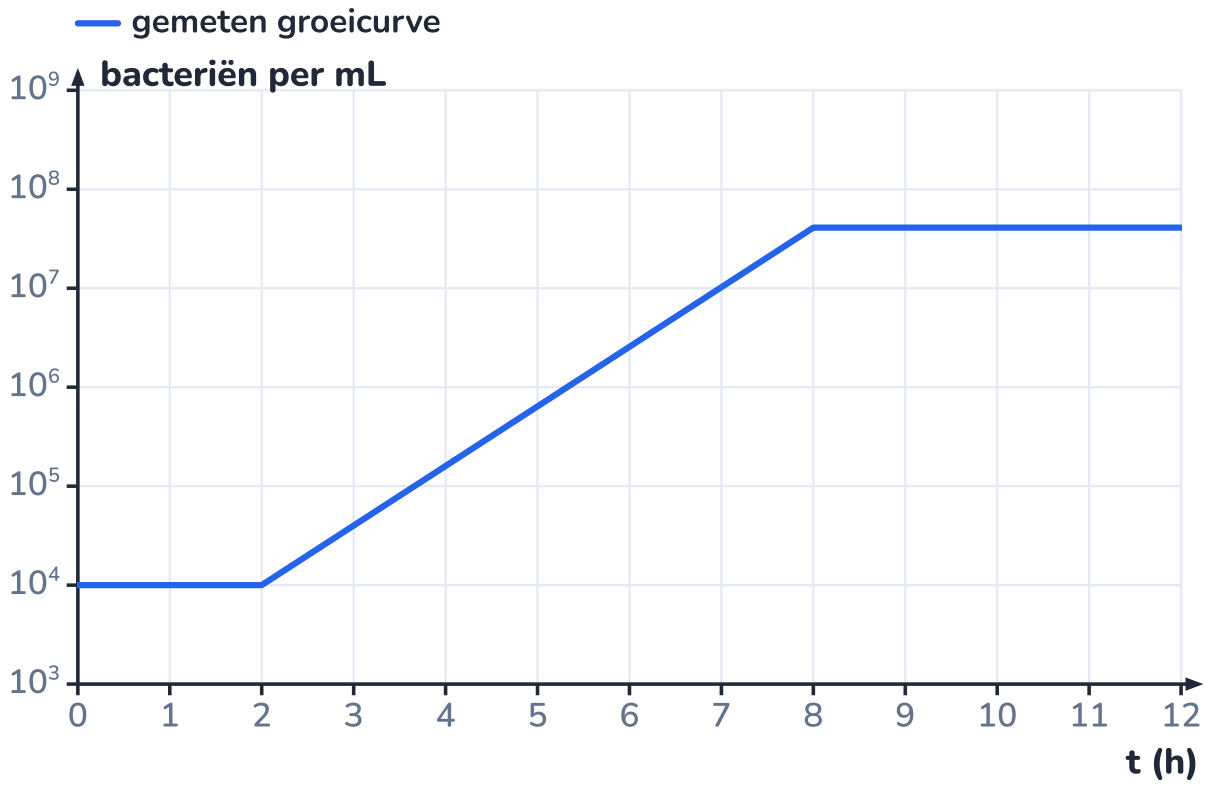
**c** Bereken de verdubbelingstijd bij $g = 1{,}12$ en de halveringstijd bij $g = 0{,}97$ (in tijdstappen).

✓ $t_2 = \log 2 / \log 1{,}12 = 6{,}12$ stappen; $t_{1/2} = \log 0{,}5 / \log 0{,}97 = 22{,}8$ stappen.

## 5.5 Een logaritmische as aflezen

Oefenen · 4 · Analyseren · 15 min

In het labo wordt de groei van een bacteriecultuur gevolgd. De verticale as is logaritmisch.




Groeicurve van een bacteriecultuur: aanloop, groei, stationaire fase.

**a** Hoeveel bacteriën per mL zijn er bij de start? En na 12 uur?

✓ $10^4$ per mL bij de start; na 12 uur ongeveer $4 \cdot 10^7$ per mL (op 60 % van de decade tussen $10^7$ en $10^8$, want $\log 4 = 0{,}60$).

**b** In welk tijdsinterval groeit de cultuur exponentieel? Hoe zie je dat op deze grafiek?

✓ Van 2 tot 8 uur: daar is de grafiek een rechte op de logaritmische as. Ervoor (aanloopfase) en erna (stationaire fase) is ze horizontaal.

**c** Hoe lang duurt het in dat interval om van $10^4$ naar $10^6$ per mL te gaan? Bereken daaruit de verdubbelingstijd.

✓ Van $10^4$ (bij 2 h) naar $10^6$ duurt ongeveer 3,3 h: twee decaden. Een decade duurt 1,66 h, dus $t_2 = 1{,}66 \cdot \log 2 = 0{,}50\,\text{h} = 30\,\text{min}$.

**d** Lees de waarde na 5 uur af (ze ligt tussen twee rasterlijnen) en controleer met je model.

✓ Na 5 h: drie uur exponentiële groei, 6 verdubbelingen: $10^4 \cdot 2^6 = 6{,}4 \cdot 10^5$; op de as ligt dat op 80 % van de decade tussen $10^5$ en $10^6$ ($\log 6{,}4 = 0{,}81$).

## ●●○ Toepassen Toepassen

meerdere stappen, in een context

### 5.6 Procenten die zich opstapelen

●●○ Toepassen · 4 · Begrijpen · 15 min

Vier beweringen uit een groepswerk. Welke kloppen? Verbeter wat fout is.

**a** 'De algen groeien 10 % per dag, dus 70 % per week.'

✓ Fout: $1{,}10^7 = 1{,}95$, dus +95 % per week.

**b** 'De prijs van een sensor steeg 20 % en daalde daarna 20 %: hij kost weer evenveel.'

✓ Fout: $1{,}20 \cdot 0{,}80 = 0{,}96$: hij is 4 % goedkoper dan eerst. De 20 % daling rekent op een hoger bedrag.

**c** 'Een cultuur die per dag verdubbelt, groeit 100/24 = 4,2 % per uur.'

✓ Fout: $g_\text{u} = 2^{1/24} = 1{,}0293$: 2,93 % per uur. Met 4,2 % per uur zou je per dag $1{,}042^{24} = 2{,}7$ keer zoveel hebben.

**d** 'Een groei van 50 % per jaar is 50 / 12 = 4,17 % per maand.'

✓ Fout: $1{,}5^{1/12} = 1{,}0344$: 3,44 % per maand. Met 4,17 % per maand kom je na een jaar op $1{,}0417^{12} = 1{,}63$, dus +63 %.

### 5.7 Cafeïne in je bloed

●●○ Toepassen · 5 · Rekenen · 15 min

Een blikje energiedrank van 250 mL bevat 80 mg cafeïne. Je lichaam breekt cafeïne ongeveer exponentieel af; bij volwassenen is de halveringstijd gemiddeld ongeveer 5 uur (maar ze verschilt sterk van persoon tot persoon). Iemand

drinkt een blikje om 16 uur.

**a** Met hoeveel procent daalt de hoeveelheid cafeïne per uur?

✓ $g = 0{,}5^{1/5} = 0{,}871$ per uur: 12,9 % minder per uur.

**b** Hoeveel cafeïne is er om 23 uur nog, als je slapen gaat?

✓ 7 uur later: $80 \cdot 0{,}5^{7/5} = 80 \cdot 0{,}379 = 30\,\text{mg}$, nog meer dan een derde.

**c** Wanneer is er minder dan 10 mg over?

✓ $80 \cdot 0{,}5^{\,t/5} = 10$ geeft $0{,}5^{\,t/5} = 1/8$, dus $t/5 = 3$ en $t = 15\,\text{h}$: om 7 uur 's ochtends (drie halveringstijden).

**d** Noem twee redenen waarom dit model voor één persoon niet precies klopt.

✓ De halveringstijd verschilt per persoon (lichaamsgewicht, leeftijd, medicijnen, roken, zwangerschap); de opname in het bloed duurt ook even (het maximum komt pas na ongeveer een halfuur tot een uur); en andere dranken met cafeïne tellen mee.

## 5.8 Jodium-131 in het ziekenhuis

●●○ Toepassen · 5 · Rekenen · 15 min

Voor een schildklierbehandeling krijgt een patiënt jodium-131 met een activiteit van 2,0 GBq ($2{,}0 \cdot 10^9$ Bq). De halveringstijd van jodium-131 is 8,02 dagen.

**a** Wat is de activiteit na één week, als je alleen naar het radioactief verval kijkt?

✓ $2{,}0 \cdot 0{,}5^{7/8{,}02} = 2{,}0 \cdot 0{,}546 = 1{,}09\,\text{GBq}$.

**b** Na hoeveel dagen is de activiteit gedaald tot 1 % van het begin?

✓ $0{,}5^{\,t/8{,}02} = 0{,}01$ geeft $t = 8{,}02 \cdot \log 0{,}01 / \log 0{,}5 = 8{,}02 \cdot 6{,}64 = 53\,\text{dagen}$.

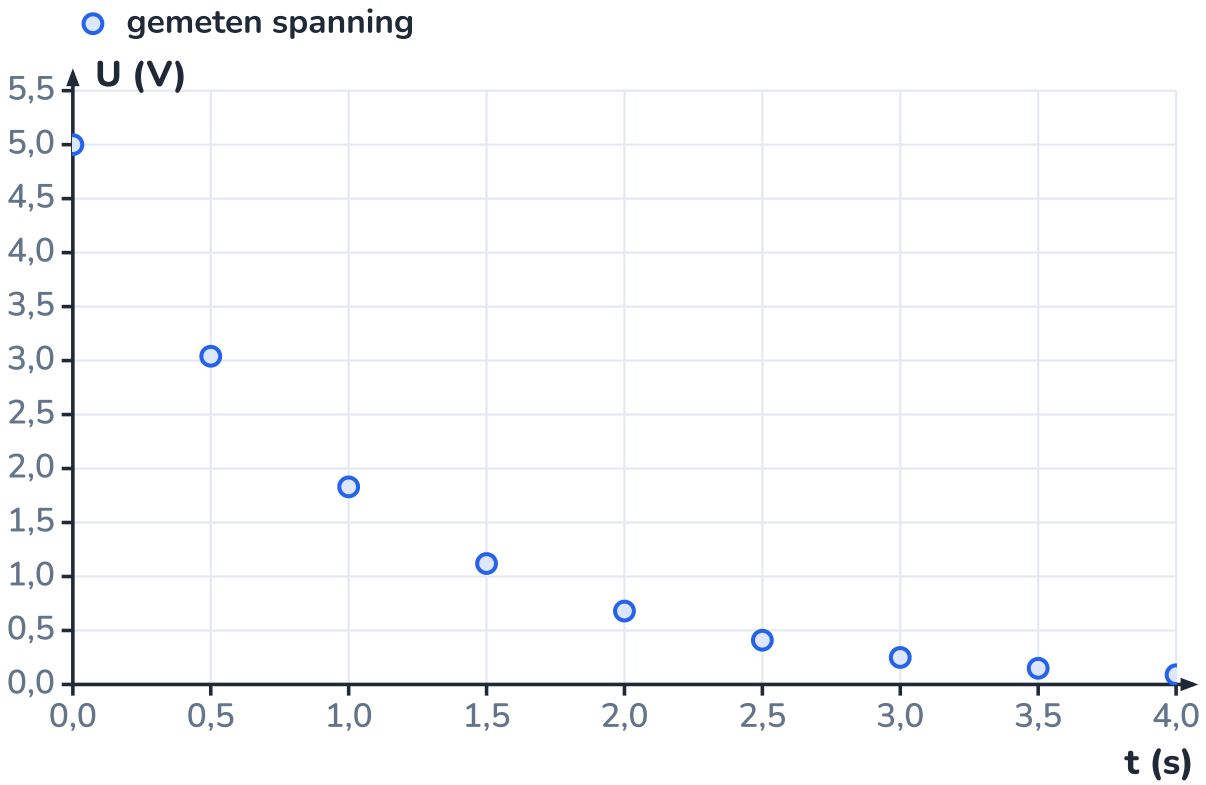
**c** In werkelijkheid daalt de activiteit in het lichaam sneller dan zo berekend. Bedenk waarom.

✓ Het lichaam scheidt een deel van het jodium ook uit (vooral via de urine). Twee processen halen dus tegelijk activiteit weg; de effectieve halveringstijd is korter dan de fysische. Daarom krijgt de patiënt ook afspraken over hygiëne en afstand in de eerste dagen.

## 5.9 De condensator van de drukknop

●●○ Toepassen · 5 · Analyseren · 20 min

Om een drukknop te ontdenderen (hoofdstuk 24) gebruik je een condensator. Je meet met een microcontroller de spanning terwijl hij ontlaadt over een weerstand van 100 kΩ.




Gemeten spanning om de 0,5 s: 5,00; 3,04; 1,83; 1,12; 0,68; 0,41; 0,25; 0,15; 0,09 V.

**a** Bereken de verhouding van opeenvolgende metingen. Is de ontlading exponentieel?

✓ 3,04/5,00 = 0,608; 0,602; 0,612; 0,607; 0,603; 0,61; 0,60; 0,6: constant rond 0,607 per 0,5 s. Ja, exponentieel.

**b** Wat is de groeifactor per seconde? Bepaal de halveringstijd.

✓ Per seconde: $0{,}607^2 = 0{,}368$. $t_{1/2} = \log 0{,}5 / \log 0{,}368 = 0{,}69\,\text{s}$ (of: 0,5 s · log 0,5 / log 0,607).

**c** Bepaal de tijdconstante $\tau$ (na hoeveel tijd is nog 37 % over?) en daaruit de capaciteit.

✓ $0{,}368 = \text{e}^{-1}$: na 1,0 s is nog 37 % over, dus $\tau = 1{,}0\,\text{s}$. $C = \tau / R = 1{,}0 / 100\,000 = 1{,}0 \cdot 10^{-5}\,\text{F} = 10\,\mu\text{F}$.

**d** Waarom wordt de relatieve meetfout groter bij de laatste metingen?

✓ De meting heeft een vaste absolute fout (een ADC-stap is 5 V / 1023 = 4,9 mV, plus ruis van enkele mV). Bij 0,09 V is 5 mV al 5 %, bij 5 V maar 0,1 %.

## 5.10 Labo: verval met dobbelstenen

●●○ Toepassen · 5 · Labo · 40 min

Elke groep krijgt 100 dobbelstenen. Gooi ze allemaal, haal de zessen eruit en tel wat overblijft. Herhaal tot er minder dan 5 over zijn. Voeg daarna de resultaten van alle groepen samen.



Elke zes is een 'vervallen kern': ze gaat uit het spel, de rest wordt opnieuw gegooid.

**a** Noteer je resultaten en die van de hele klas.

Bijvoorbeeld 100, 84, 70, 57, 48 … voor een groep; voor een klas van 10 groepen 1000, 832, 697 … dicht bij het model.

**b** Teken beide reeksen in één grafiek, met het model erbij. Wat valt op aan de schommelingen van je groep tegenover die van de klas?

De klasreeks ligt veel dichter bij het model: het toeval middelt uit over meer stenen (relatieve schommelingen worden kleiner bij grotere aantallen).

**c** Bepaal de halveringstijd uit je grafiek en vergelijk met het model (3,80 worpen).

Tussen de 3e en 4e worp daalt het aantal onder de helft: ongeveer 3,8 worpen, zoals het model voorspelt.

**d** Wat verandert er als je in plaats van zessen de even worpen (2, 4, 6) verwijdert? Voorspel de halveringstijd.

Kans 1/2 per worp: $g = 0{,}5$ en de halveringstijd is precies 1 worp. Het verval gaat veel sneller: na 7 worpen is van 100 stenen gemiddeld nog minder dan 1 over.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Metingen | Tabel volledig, aantallen correct geteld, klasgegevens samengevoegd. |
| Grafiek | Assen met grootheden, punten voor groep en klas, modelkromme N0 · (5/6)^n. |
| Interpretatie | Halveringstijd afgelezen; kleinere relatieve schommelingen bij de grotere groep verklaard. |
| Transfer | Voorspelling voor kans 1/2 correct: halveringstijd 1 worp. |

## 5.11 Python: hoe lang tot het verdubbelt?

●●○ Toepassen · 5 · </> Programmeren · 20 min

Een leerling zoekt de verdubbelingstijd met een lus in plaats van met logaritmen.

```
p = 3                    # groei in procent per jaar
g = 1 + p / 100          # groeifactor per jaar
N = 100.0                # beginwaarde
jaren = 0
while N < 200:
    N = N * g
    jaren = jaren + 1
print(jaren, "jaar, N =", round(N, 1))
```

**a** Wat doet de `while`-lus? Voorspel de uitvoer.

✓ De lus vermenigvuldigt N met g zolang N kleiner is dan 200, en telt de jaren. Ze stopt bij het eerste gehele jaar waarin N minstens 200 is: `24 jaar, N = 203.3` (gecontroleerd door het programma te draaien).

**b** Voer het programma uit. Vergelijk met de formule $t_2 = \log 2 / \log g$. Waarom verschillen ze?

✓ De formule geeft 23,4 jaar. De lus telt in hele jaren en geeft het eerste jaar waarin de verdubbeling bereikt is; na 23 jaar is N nog 197,4. Beide kloppen, maar de formule is exacter en sneller.

**c** Verander `p = 3` in `p = 7`. Wat print het programma nu? Klopt de vuistregel van 70?

✓ `11 jaar, N = 210.5`. De formule geeft $\log 2 / \log 1{,}07 = 10{,}2$ jaar, de vuistregel 70/7 = 10: allebei in orde; de lus rondt naar boven af.

**d** Pas het programma aan zodat het de halveringstijd zoekt bij een afname van 12 % per stap (tip: welke voorwaarde en welke groeifactor?).

✓ `g = 1 - 12 / 100` en `while N > 50:` (vanaf N = 100). Uitvoer: `6 jaar, N = 46.4`; de formule geeft $\log 0{,}5 / \log 0{,}88 = 5{,}4$ stappen.

## 5.12 Ledlampen die zwakker worden

●●○ Toepassen · 5 · Rekenen · 20 min

Een led brandt niet door zoals een gloeilamp: hij wordt langzaam zwakker. Fabrikanten testen dat duizenden uren en passen er een exponentieel model aan (de norm TM-21). Een ledmodule voor de kweekruimte geeft na een test van 10 000 uur nog 96 % van zijn oorspronkelijke licht. 'L70' is de tijd tot er nog 70 % over is. De norm laat niet toe om verder te voorspellen dan zes keer de testduur.

**a** Wat is de groeifactor per 1000 uur?

✓ $g = 0{,}96^{1/10} = 0{,}9959$ per 1000 uur: 0,41 % lichtverlies per 1000 uur.

**b** Bereken L70 volgens het model.

✓ $0{,}96^{\,t/10\,000} = 0{,}70$ geeft $t = 10\,000 \cdot \log 0{,}70 / \log 0{,}96 = 87\,000\,\text{h}$.

**c** Welke L70 mag de fabrikant op de verpakking zetten? Waarom die regel?

✓ Hoogstens zes keer de testduur: L70 > 60 000 uur. Extrapoleren is onzeker: na 10 000 uur weet je niet of het model op 87 000 uur nog klopt (andere slijtage, een defect onderdeel in de driver). De norm legt het geldigheidsgebied vast.

**d** De lamp brandt 16 uur per dag. Hoeveel jaar is de waarde op de verpakking?

✓ $60\,000/(16 \cdot 365) = 10{,}3$ jaar.

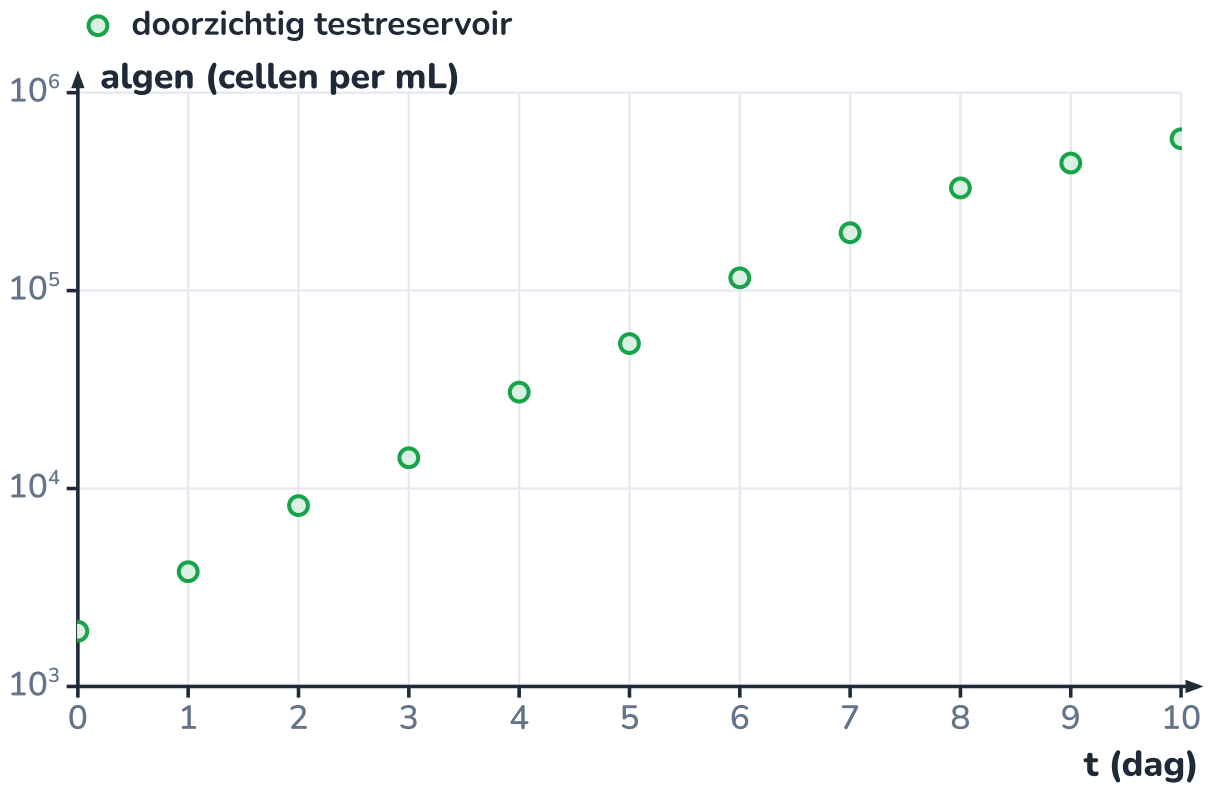
## ●●● Uitdagen Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

### 5.13 Habitat: algen in het voedingsreservoir

●●● Uitdagen · 6 · Habitat · 45 min

Voor de keuze van het reservoir van de klimaatmodule vul je twee testreservoirs van 60 L met dezelfde voedingsoplossing: één doorzichtig, één lichtdicht. Een sensor meet elke dag de algen (cellen per mL). In het lichtdichte reservoir blijft het aantal de hele tijd tussen $1{,}5 \cdot 10^3$ en $2{,}5 \cdot 10^3$ per mL. In het doorzichtige: $1{,}9 \cdot 10^3$; $3{,}8 \cdot 10^3$; $8{,}2 \cdot 10^3$; $1{,}43 \cdot 10^4$; $3{,}07 \cdot 10^4$; $5{,}4 \cdot 10^4$; $1{,}16 \cdot 10^5$; $1{,}96 \cdot 10^5$; $3{,}30 \cdot 10^5$; $4{,}41 \cdot 10^5$; $5{,}85 \cdot 10^5$ (dag 0 tot dag 10). De alarmgrens is $5 \cdot 10^5$ per mL.




Metingen in het doorzichtige testreservoir, op een logaritmische as.

**a** Bereken de verhouding van opeenvolgende dagen. In welke periode is de groei exponentieel? Wat gebeurt er daarna?

✓ Verhoudingen: 2,0; 2,2; 1,7; 2,1; 1,8; 2,1; 1,7; 1,7; 1,3; 1,3. Tot ongeveer dag 6 schommelen ze rond 2 (exponentieel); daarna dalen ze: de groei vlakt af, omdat de algen elkaars licht wegnemen of een voedingsstof opraakt.

**b** Bepaal uit het exponentiële deel de groeifactor per dag en de verdubbelingstijd.

✓ Van dag 0 tot dag 6: factor $1{,}16 \cdot 10^5 / 1{,}9 \cdot 10^3 = 61$ in 6 dagen, $g = 61^{1/6} = 1{,}98$ per dag, $t_2 = \log 2 / \log 1{,}98 = 1{,}0$ dag.

**c** Wanneer zou het alarm afgaan volgens het exponentiële model? Wanneer ging het echt af? Leg het verschil uit.

✓ Model: $1{,}9 \cdot 10^3 \cdot 1{,}98^t = 5 \cdot 10^5$ geeft $t = \log 263 / \log 1{,}98 = 8{,}1$ dagen. Echt: tussen dag 8 ($3{,}30 \cdot 10^5$) en dag 9 ($4{,}41 \cdot 10^5$) nog niet, pas tussen dag 9 en 10. De begrenzing vertraagt de groei op het einde; het exponentiële model is dus een voorzichtige (vroege) schatting.

**d** Het team overweegt drie maatregelen: het reservoir elke week reinigen, een deksel op het doorzichtige reservoir, of een lichtdicht reservoir. Beoordeel ze met je model.

✓ Wekelijks reinigen: verlaagt de beginwaarde, maar elke factor 10 minder levert maar 3,3 dagen op, en reinigen stoort de planten. Een deksel: houdt licht van boven tegen, maar niet door de doorschijnende wanden; de groeifactor daalt wat. Lichtdicht reservoir: de algen krijgen geen licht, de groeifactor is ongeveer 1 (geen groei, zoals gemeten): de maatregel werkt op de groeifactor en is dus veruit de beste.

**e** Schrijf je advies voor het ontwerp van de klimaatmodule in drie zinnen, met één getal uit je analyse.

✓ Bijvoorbeeld: 'In een doorzichtig reservoir verdubbelen de algen elke dag en is het water binnen tien dagen groen. We kiezen een lichtdicht reservoir van 60 L: daarin groeiden de algen tien dagen lang niet. Reinigen doen we bij elke wissel van de voedingsoplossing, niet als maatregel tegen algen.'

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Analyse** | Verhoudingen berekend; exponentiële fase (dag 0 tot ongeveer 6) herkend en afvlakking benoemd. |
| **Model** | g ≈ 2 per dag uit meerdere punten (niet uit twee willekeurige), t2 ≈ 1 dag. |
| **Voorspelling** | Alarm volgens model na ongeveer 8 dagen; werkelijk tussen dag 8 en 9; verschil verklaard door begrenzing. |
| **Advies** | Maatregelen beoordeeld op groeifactor versus beginwaarde; onderbouwde keuze met een getal. |

## 5.14 Hoe oud is dit hout?

●●● Uitdagen · 6 · Rekenen · 20 min

Koolstof-14 heeft een halveringstijd van 5730 jaar. Een labo meet in een staal van een houten werktuig dat nog 40 % van de oorspronkelijke fractie koolstof-14 aanwezig is. In een eikenhouten balk uit een oude schuur is dat 94 %.

**a** Hoe oud is het werktuig?

✓ $0{,}5^{\,t/5730} = 0{,}40$ geeft $t = 5730 \cdot \log 0{,}40 / \log 0{,}5 = 5730 \cdot 1{,}32 = 7600$ jaar.

**b** Hoe oud is de balk? Waarom is die uitkomst relatief onzekerder?

✓ $t = 5730 \cdot \log 0{,}94 / \log 0{,}5 = 510$ jaar. Onzekerder: er is maar 6 % vervallen, en een meetfout van 1 procentpunt op 94 % verandert de ouderdom al met ongeveer 90 jaar (bij 93 %: 600 jaar). Kleine veranderingen zijn moeilijk nauwkeurig te meten.

**c** Waarom gebruikt men koolstof-14 niet voor fossielen van dinosaurussen (ongeveer 70 miljoen jaar)? Reken.

✓ Na 50 000 jaar is nog $0{,}5^{\,50\,000/5730} = 0{,}24\,\%$ over, na 70 miljoen jaar $0{,}5^{\,12\,200}$: praktisch nul, onmeetbaar. Voor zulke ouderdommen gebruikt men isotopen met een veel langere halveringstijd, zoals kalium-40 of uranium-238 in het gesteente rond het fossiel.

## 5.15 Waarom vroeg ingrijpen telt

●●● Uitdagen · 6 · Analyseren · 25 min

Een nieuwe besmettelijke ziekte verspreidt zich in een regio. Zolang niemand ingrijpt, verdubbelt het aantal nieuwe besmettingen per dag ongeveer elke 4 dagen. Vandaag zijn het er 100 per dag. (Dit is een vereenvoudigd model; echte epidemiologen gebruiken rijkere modellen.)

**a** Wat is de groeifactor per dag, en de procentuele groei per dag?

✓ $g = 2^{1/4} = 1{,}189$ per dag: +18,9 % per dag.

**b** Hoeveel nieuwe besmettingen per dag zijn er over 4 weken als niets verandert?

✓ 28 dagen = 7 verdubbelingen: $100 \cdot 2^7 = 12\,800$ per dag.

**c** Maatregelen die de groei stoppen, komen er vandaag of pas over een week. Hoeveel keer zoveel besmettingen per dag zijn er op het moment dat ze beginnen te werken?

✓ $2^{7/4} = 3{,}4$ keer zoveel: een week wachten betekent meer dan drie keer zoveel besmettingen om af te bouwen.

**d** Na de maatregelen daalt het aantal nieuwe besmettingen met 5 % per dag. Hoe lang duurt het om te halveren? Vergelijk met de verdubbelingstijd.

✓ $t_{1/2} = \log 0{,}5 / \log 0{,}95 = 13{,}5$ dagen, ruim drie keer zo lang als de verdubbelingstijd van 4 dagen. Opbouwen ging dus veel sneller dan afbouwen.

**e** Leg in eigen woorden uit waarom een probleem met exponentiële groei in het begin onderschat wordt, en waarom afbouwen trager gaat dan opbouwen.

✓ In het begin zijn de absolute aantallen klein (van 100 naar 200 lijkt weinig), terwijl de groeifactor al vastligt; tegen dat de aantallen opvallen, zijn er nog maar enkele verdubbelingen nodig om het systeem te overbelasten. Afbouwen gaat trager omdat de daling per dag (hier 5 %) veel kleiner is dan de stijging was (18,9 %): de halveringstijd is langer dan de verdubbelingstijd.

## 5.16 Een onbekende omgevingstemperatuur

●●● Uitdagen · 7 · Analyseren · 30 min

Een beker soep koelt af op een koele veranda; de temperatuur van de lucht daar is niet gemeten. Metingen om de 5 minuten: 80,0; 63,7; 51,5; 42,3; 35,5; 30,3; 26,5 °C (van 0 tot 30 min).

**a** Bereken de verhouding van opeenvolgende temperaturen. Daalt de temperatuur zelf exponentieel?

✓ 63,7/80,0 = 0,796; 0,808; 0,821; 0,839; 0,854; 0,875: de verhouding stijgt. De temperatuur zelf daalt dus niet exponentieel (ze nadert een omgevingstemperatuur die niet nul is).

**b** Als het verschil met de omgeving exponentieel daalt, geldt voor drie metingen op gelijke afstand: $(T_2 - T_{\text{omg}})^2 = (T_1 - T_{\text{omg}})(T_3 - T_{\text{omg}})$. Toon waarom, en bereken $T_{\text{omg}}$ uit de metingen bij 0, 10 en 20 min.

✓ Dezelfde groeifactor per stap: $\dfrac{T_2 - T_o}{T_1 - T_o} = \dfrac{T_3 - T_o}{T_2 - T_o}$, kruiselings vermenigvuldigen geeft de formule. Met 80,0; 51,5; 35,5: $(51{,}5 - x)^2 = (80{,}0 - x)(35{,}5 - x)$, dus $2652{,}25 - 103\,x = 2840 - 115{,}5\,x$ ($x^2$ valt weg), $12{,}5\,x = 187{,}75$ en $T_{\text{omg}} = 15{,}0\,^\circ\text{C}$.

**c** Bereken $T - T_{\text{omg}}$ voor alle metingen en zet ze uit op een logaritmische as (of reken $\log(T - T_{\text{omg}})$ uit). Is het een rechte?

✓ Verschillen: 65,0; 48,7; 36,5; 27,3; 20,5; 15,3; 11,5 °C. Verhouding telkens 0,75. Op een logaritmische as een rechte: het verschil daalt exponentieel.

**d** Bepaal de halveringstijd van het verschil en schrijf het volledige model.

✓ $g = 0{,}75$ per 5 min: $t_{1/2} = 5 \cdot \log 0{,}5 / \log 0{,}75 = 12\,\text{min}$. Model: $T(t) = 15{,}0 + 65{,}0 \cdot 0{,}5^{\,t/12}$ (°C, $t$ in min).

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 6

# Goniometrie en vectoren

## Hoeken en pijlen: van de helling van een oprit tot de hoek van de zon op het zonnepaneel

Uitgewerkte oplossingen bij de 16 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

5× oefenen · 7× toepassen · 4× uitdagen · ± 349 min

W Wiskundig modelleren · K Krachten, beweging en constructies · E Energie



In december staat de middagzon in België maar 15,6° boven de horizon: een steil paneel vangt haar het best.

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

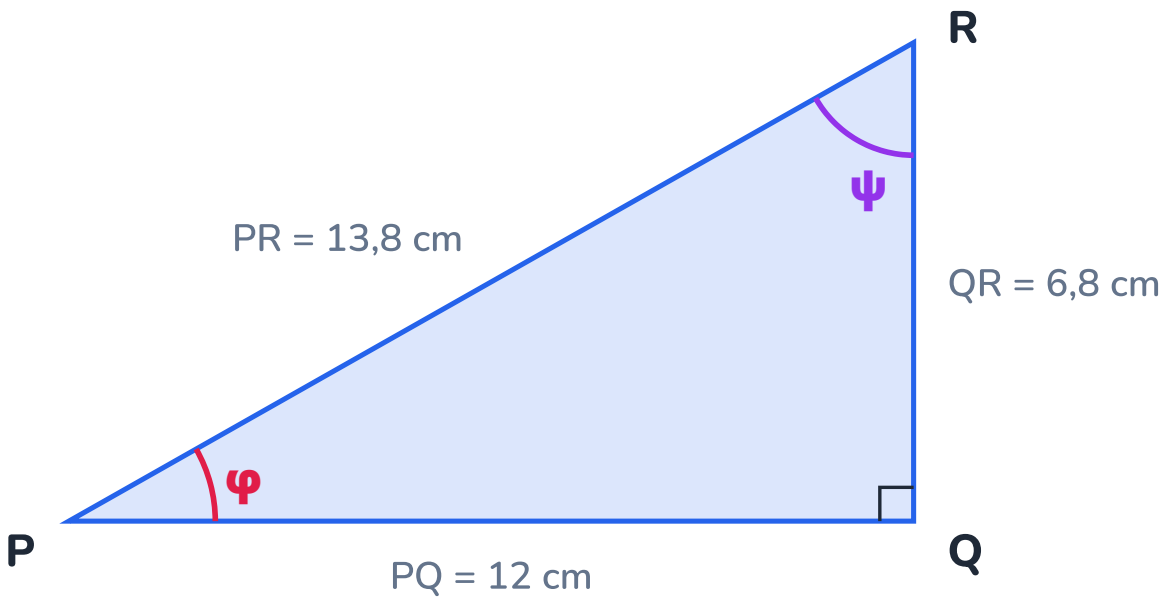
## Oefenen

Oefenen · één stap, direct toepassen

### 6.1 Zijden benoemen

Oefenen · 3 · Begrijpen · 10 min

Driehoek PQR heeft een rechte hoek in Q. De scherpe hoeken zijn φ (in P) en ψ (in R).




PQ = 12 cm, QR = 6,8 cm en PR = 13,8 cm (verkleind getekend).

**a** Welke zijde is ten opzichte van φ de overstaande, de aanliggende en de schuine zijde? En ten opzichte van ψ?

✓ Voor φ: overstaande QR (6,8 cm), aanliggende PQ (12 cm), schuine PR (13,8 cm). Voor ψ: overstaande PQ, aanliggende QR, schuine PR.

**b** Schrijf $\sin\varphi$, $\cos\varphi$, $\tan\varphi$, $\sin\psi$ en $\cos\psi$ als verhoudingen van zijden, en bereken ze.

✓ $\sin\varphi = 6{,}8/13{,}8 = 0{,}49$; $\cos\varphi = 12/13{,}8 = 0{,}87$; $\tan\varphi = 6{,}8/12 = 0{,}57$; $\sin\psi = 12/13{,}8 = 0{,}87$; $\cos\psi = 6{,}8/13{,}8 = 0{,}49$. (φ ≈ 29,5°, ψ ≈ 60,5°.)

**c** Welke twee van die vijf getallen zijn gelijk? Leg uit waarom dat altijd zo is.

✓ $\sin\varphi = \cos\psi$ en $\cos\varphi = \sin\psi$: de overstaande zijde van de ene hoek is de aanliggende van de andere, want $\varphi + \psi = 90°$.

## 6.2 Zijden en hoeken berekenen

Oefenen · 3 · Rekenen · 15 min

Vier rechthoekige driehoeken. Maak telkens een kleine schets met de hoek en de gegeven zijden.

**a** Schuine zijde 5,0 m, hoek 30°. Bereken de overstaande zijde.

✓ $o = 5{,}0\sin 30° = 2{,}5\,\text{m}$.

**b** Aanliggende zijde 8,0 m, hoek 40°. Bereken de overstaande zijde en de schuine zijde.

✓ $o = 8{,}0\tan 40° = 6{,}7\,\text{m}$; $s = 8{,}0/\cos 40° = 10{,}4\,\text{m}$.

**c** Overstaande zijde 3,0 m, aanliggende zijde 4,0 m. Bereken de hoek.

✓ $\alpha = \tan^{-1}(3{,}0/4{,}0) = 36{,}9°$.

**d** Schuine zijde 10 m, aanliggende zijde 6,0 m. Bereken de hoek en de overstaande zijde.

✓ $\alpha = \cos^{-1}(6{,}0/10) = 53{,}1°$; $o = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8{,}0\,\text{m}$ (of $10 \sin 53{,}1°$).

## 6.3 Van procent naar graden en terug

Oefenen · 3 · Rekenen · 10 min

Vul de tabel aan. Rond hoeken af op 0,1° en percentages op 0,1 %.

**a** Omrekenen.

✓ 2,9°; 4,7°; 6,8°; 45°; 5,2 %; 17,6 %; 100 %; 173,2 %.

**b** Een fietser zegt: 'Die helling van 12 % is minder dan 7°, dat stelt niets voor.' Wat zou je hem antwoorden?

✓ Klopt in graden (6,8°), maar wat je in de benen voelt, is het hoogteverschil per meter: 12 cm per meter horizontaal. Voor een fietser is dat zwaar; het steilste stuk van de Koppenberg (22 %) is nog geen 12,5°.

## 6.4 Vectoren optellen op ruitjespapier

Oefenen · 4 · Tekenen · 15 min

Neem één hokje als eenheid. Vector $\vec{a}$: 4 naar rechts en 1 omhoog. Vector $\vec{b}$: 1 naar rechts en 3 omhoog. Vector $\vec{c}$: 3 naar links en 2 omhoog.

**a** Teken $\vec{a} + \vec{b}$ met de kop-staartmethode en met de parallellogrammethode.

✓ Beide methoden geven dezelfde pijl: 5 naar rechts en 4 omhoog.

**b** Teken $\vec{a} + \vec{c}$ en $\vec{a} - \vec{b}$.

✓ $\vec{a} + \vec{c}$: 1 naar rechts, 3 omhoog. $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$: 3 naar rechts, 2 omlaag.

**c** Bereken de grootte van de drie resultanten (in hokjes) met Pythagoras, en de hoek van a + b met de horizontale.

✓ $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{25 + 16} = 6{,}4$; $|\vec{a} + \vec{c}| = \sqrt{1 + 9} = 3{,}2$; $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{9 + 4} = 3{,}6$ hokjes. Hoek van $\vec{a} + \vec{b}$: $\tan^{-1}(4/5) = 38{,}7°$.

## 6.5 Krachten ontbinden

Oefenen · 4 · Rekenen · 12 min

Ontbind elke kracht in een horizontale en een verticale component. De hoek is gemeten vanaf de positieve x-as, tegen de klok in.

**a** Bereken de componenten.

✓ 50 N: $F_x = 43{,}3$, $F_y = 25{,}0$. 120 N: $F_x = 41{,}0$, $F_y = 112{,}8$. 80 N onder 150°: $F_x = -69{,}3$, $F_y = 40{,}0$ (N).

**b** Waarom is bij de derde kracht één component negatief? Controleer met een schets.

✓ Onder 150° wijst de kracht schuin naar links en omhoog: de x-component wijst naar links, dus negatief. De rekenmachine geeft dat vanzelf met cos 150° = −0,866; met een schets en de hoek van 30° met de negatieve x-as kom je op hetzelfde.

## ●●○ Toepassen Toepassen

meerdere stappen, in een context

### 6.6 De ladder

●●○ Toepassen · 4 · Rekenen · 12 min

Een ladder van 6,0 m wordt tegen de gevel van het station gezet.

**a** Volgens de 1-op-4-regel: hoe ver van de muur staat de voet, en hoe hoog reikt de ladder?

✓ Hoek $\tan^{-1} 4 = 76{,}0°$. Afstand $6{,}0 \cos 76{,}0° = 1{,}46\,\text{m}$; hoogte $6{,}0 \sin 76{,}0° = 5{,}82\,\text{m}$.

**b** Een collega zet de voet op 2,0 m van de muur. Onder welke hoek staat de ladder? Is dat veilig?

✓ $\cos\alpha = 2{,}0/6{,}0$, dus $\alpha = 70{,}5°$. Flauwer dan de aanbevolen 75 à 76°: de voet kan wegschuiven. Niet veilig zonder extra maatregelen.

**c** Hoe hoog reikt de ladder dan nog? Hoeveel verlies je tegenover de regel?

✓ $6{,}0 \sin 70{,}5° = 5{,}66\,\text{m}$: 16 cm lager, en toch minder veilig.

### 6.7 Recht naar de overkant

●●○ Toepassen · 5 · Rekenen · 20 min

Dezelfde boot als in het handboek (3,0 m/s ten opzichte van het water), dezelfde rivier (60 m breed, stroming 1,5 m/s). Nu wil de schipper recht tegenover zijn vertrekpunt aankomen.

**a** Teken de snelheidsvectoren. In welke richting moet de neus van de boot wijzen?

✓ De neus wijst schuin stroomopwaarts; de som van de bootsnelheid (schuin) en de stroomsnelheid (langs de oever) moet loodrecht op de oever staan.

**b** Bereken de hoek met de loodlijn op de oever.

✓ De stroomopwaartse component van de boot moet de stroming opheffen: $3{,}0 \sin\alpha = 1{,}5$, dus $\sin\alpha = 0{,}5$ en $\alpha = 30°$.

c Hoe snel gaat de boot nu dwars over de rivier, en hoe lang duurt de oversteek? Vergelijk met het handboek.

Dwarscomponent $3{,}0\cos 30° = 2{,}60\,\text{m/s}$; tijd $60/2{,}60 = 23{,}1\,\text{s}$. Langer dan de 20 s uit het handboek, maar zonder afdrijven.

d Wat gebeurt er als de stroming sneller is dan de boot?

Dan kan $3{,}0\sin\alpha$ nooit even groot worden als de stroming ($\sin\alpha$ kan niet groter dan 1): recht oversteken is onmogelijk. De schipper kan hoogstens het afdrijven beperken.

## 6.8 Opritten volgens de regels

Toepassen · 5 · Rekenen · 20 min

Gebruik de tabel met de toegelaten hellingen uit het voorbeeld 'Habitat: een toegankelijke oprit naar de module'.

a Bereken voor een drempel van 8 cm, een trede van 20 cm en een verhoog van 60 cm de grootste toegelaten helling, de horizontale lengte en de hoek.

8 cm: 10 %, 0,80 m, 5,7°. 20 cm: 8,3 %, 2,41 m, 4,7°. 60 cm: 5 %, 12,0 m, 2,9°.

b Welke van de drie heeft een tussenbordes nodig? Hoe lang wordt ze in totaal?

De oprit van 60 cm: meer dan 50 cm hoogteverschil en langer dan 10 m. Er komt een tussenbordes van minstens 1,50 m, dus in totaal minstens 12,0 + 1,5 = 13,5 m horizontaal.

c Een aannemer stelt voor de 60 cm te overbruggen met 5,0 m oprit. Hoe steil is dat? Mag het?

$60/500 = 12\,\%$ (6,8°): meer dan twee keer zo steil als toegelaten. Niet toegelaten, en voor een rolstoelgebruiker alleen niet te doen.

## 6.9 Een kist op een helling

Toepassen · 5 · Rekenen · 15 min

Een kist met gereedschap van 25 kg staat op een plank die je steeds schuiner zet.

a Bereken de componenten van de zwaartekracht langs en loodrecht op de plank.

$F_z = 25 \cdot 9{,}81 = 245\,\text{N}$. 10°: 42,6 en 241,5 N. 20°: 83,9 en 230,5 N. 30°: 122,6 en 212,4 N. 45°: 173,4 en 173,4 N.

b Bij welke hoek zijn beide componenten even groot? Toon het zonder rekenmachine.

Bij 45°, want daar is $\sin 45° = \cos 45°$ (het halve vierkant).

c De kist blijft liggen tot ongeveer 30° en schuift dan. Wat zegt dat over de wrijving? (Kwalitatief: de getallen volgen in hoofdstuk 8.)

Tot 30° kan de wrijving de component langs de plank (tot 123 N) compenseren. Boven 30° is F∥ groter dan de wrijving die de plank maximaal kan leveren. Die maximale wrijving hangt af van F⊥ en van de materialen (wrijvingscoëfficiënt, hoofdstuk 8).

## 6.10 Schaduwen door het jaar

Toepassen · 4 · Rekenen · 15 min

In Oostende (51,2° noorderbreedte) staat een boom van 10 m hoog op een vlak terrein.

**a** Bereken de zonnehoogte op het middaguur op 21 juni, 21 maart en 21 december.

✓ $h = 90° - 51{,}2° + \delta$: 62,2° (juni), 38,8° (maart), 15,4° (december).

**b** Hoe lang is de schaduw van de boom op die drie middagen?

✓ $10/\tan h$: 5,3 m; 12,4 m; 36,4 m.

**c** De kas staat 20 m ten noorden van de boom. Ligt ze op het middaguur ooit in zijn schaduw?

✓ In december reikt de middagschaduw tot 36 m: de kas ligt dan in de schaduw. In maart en juni niet. (En 's ochtends en 's avonds zijn de schaduwen nog langer, maar in een andere richting.)

## 6.11 Labo: de zonnehoogte en je breedtegraad

Toepassen · 5 · Labo · 60 min

Voer de proef met de schaduwstok uit het handboek uit, op een zonnige dag rond het middaguur.

**a** Noteer tijd en schaduwlengte om de 5 minuten.

✓ Bijvoorbeeld tussen 12.30 en 13.00 uur in de winter (13.30 tot 14.00 uur in de zomer): schaduwen die eerst korter en dan weer langer worden.

**b** Wanneer was de schaduw het kortst? Bereken de zonnehoogte op dat moment.

✓ $h = \tan^{-1}(1{,}000/\text{kortste schaduw})$, bijvoorbeeld 1,23 m → 39,1°.

**c** Zoek de declinatie van de dag op (of bereken ze met de benadering) en bereken je breedtegraad. Vergelijk met een kaart.

✓ $\varphi = 90° - h + \delta$. Voor Vlaanderen en Brussel tussen ongeveer 50,7° en 51,4°; een meting binnen 1° is goed.

**d** Bespreek je belangrijkste foutenbron en schat hoe groot haar invloed is.

✓ Bijvoorbeeld de vage schaduwrand (halfschaduw, de zon is een schijf van 0,5°): 1 à 2 cm onzekerheid op de lengte, dus 0,2° à 0,5° op h. Of een stok die 1° scheef staat: rechtstreeks ongeveer 1° fout.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Opstelling | Stok verticaal (gecontroleerd), ondergrond horizontaal, stoklengte gemeten tot op 1 cm. |
| Metingen | Reeks rond het middaguur, kortste schaduw bepaald, tijdstip genoteerd. |
| Berekening | h met de tangens, declinatie met bron of formule, breedtegraad correct. |
| Foutenanalyse | Minstens één foutenbron gekwantificeerd (bv. 1 cm schaduw ≈ 0,2° bij 1 m stok in maart). |

## 6.12 Python: graden of radialen?

Toepassen · 5 · Programmeren · 15 min

Een leerling ontbindt een kracht van 200 N onder 30° in Python. De uitvoer klopt niet.

```
import math

F = 200                    # kracht in N
hoek = 30                  # hoek met de horizontale, in graden
Fx = F * math.cos(hoek)
Fy = F * math.sin(hoek)
print("Fx =", round(Fx, 1), "N   Fy =", round(Fy, 1), "N")
```

Uitvoer:

```
Fx = 30.9 N   Fy = -197.6 N
```

**a** Welke uitkomst had je verwacht? Reken ze uit.

✓ $F_x = 200\cos 30° = 173{,}2\ \text{N}$, $F_y = 200\sin 30° = 100{,}0\ \text{N}$.

**b** Wat gaat er mis? Waarom is Fy zelfs negatief?

✓ Python rekent met radialen: `math.cos(30)` is de cosinus van 30 radialen (ongeveer 1719°, of 279° na aftrekken van hele toeren). Die hoek ligt in het vierde kwadrant: de cosinus is klein en positief (0,154), de sinus negatief (−0,988).

**c** Verbeter de twee regels en voorspel de nieuwe uitvoer. Voer het uit om te controleren.

✓ `Fx = F * math.cos(math.radians(hoek))` en `Fy = F * math.sin(math.radians(hoek))`. Uitvoer (gecontroleerd): `Fx = 173.2 N Fy = 100.0 N`.

# Uitdagen

Uitdagen · transfer, open problemen, leerlijnen combineren

## 6.13 Habitat: de hellingshoek van het zonnepaneel kiezen

Uitdagen · 6 · Habitat · 45 min

Het zonnepaneel van de klimaatmodule staat op het zuiden. De module heeft een batterij voor de nacht, en het energieverbruik is het hele jaar ongeveer gelijk (verwarming en verlichting wegen in de winter zwaarder, ventilatie in de zomer). Opbrengsten per kWp uit PVGIS voor Brussel:

| hellingshoek | jaar (kWh/kWp) | december | januari | juni |
|---|---|---|---|---|
| 0° | 869 | 14,3 | 18,2 | 127,8 |
| 20° | 998 | 26,4 | 30,9 | 129,1 |
| 39° | 1041 | 34,9 | 39,6 | 122,1 |
| 60° | 990 | 40,0 | 44,4 | 104,3 |
| 75° | 891 | 40,7 | 44,7 | 85,6 |

| hellingshoek | jaar (kWh/kWp) | december | januari | juni |
|---|---|---|---|---|
| 90° | 746 | 39,0 | 42,4 | 63,6 |




Een verstelbaar frame: de hoek is een ontwerpkeuze, geen natuurwet.

**a** Bereken met de zonnehoogte op het middaguur de hellingshoek waarbij de middagzon loodrecht invalt op 21 juni, 21 maart en 21 december.

✓ $\beta = 90° - h$: juni $90 - 62{,}4 = 27{,}6°$; maart $90 - 39 = 51°$; december $90 - 15{,}6 = 74{,}4°$.

**b** Bij welke hoek is de jaaropbrengst het grootst? Waarom ligt die hoek niet bij 51°?

✓ Bij 39° (1041 kWh per kWp). Lager dan 51°, omdat de zomermaanden veel meer energie leveren (lange, zonnige dagen): de hoek schuift naar de zomerstand.

**c** Bereken voor 20°, 60° en 75° het verschil in procent met 39°, voor het jaar en voor december.

✓ 20°: jaar −4 %, december −24 %. 60°: jaar −5 %, december +15 %. 75°: jaar −14 %, december +17 %.

**d** Welke hoek kies je voor de klimaatmodule? Verantwoord in vijf à zes regels, met getallen, en noem een nadeel van je keuze.

> Bijvoorbeeld 60°: 'De batterij moet vooral de donkerste maanden overbruggen. Met 60° wint het paneel 15 % in december en 12 % in januari tegenover 39°, en verliest het maar 5 % op een jaar. Steiler dan 60° levert in de winter bijna niets meer op (75°: +2 % in december) maar kost 10 % extra op het jaar. Nadeel: in juni levert het 15 % minder, en de rijen moeten verder uit elkaar staan.' (Wie een groot overschot in de zomer nuttig kan gebruiken, kan ook 39° verdedigen: de afweging telt.)

**e** Het paneel is 1,00 m lang. Hoe hoog komt de bovenrand, en hoe ver moet een volgende rij minstens staan (21 december, middaguur)?

> Bij 60°: bovenrand $1{,}00 \sin 60° = 0{,}87\,\text{m}$; rijafstand $1{,}00 \cos 60° + 0{,}87 / \tan 15{,}6° = 0{,}50 + 3{,}11 = 3{,}61\,\text{m}$.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Zonnestand | β = 90° − h juist toegepast voor drie data (27,6°; 51°; 74,4°). |
| Data | Procentuele verschillen correct berekend en gelezen. |
| Afweging | Keuze verantwoord vanuit het doel (winter tegenover jaar), met getallen; nadeel benoemd. |
| Geometrie | Hoogte en rijafstand correct met sinus, cosinus en tangens. |

## 6.14 Hoe hoog is die boom?

Uitdagen · 6 · Rekenen · 25 min

Je kan niet tot aan de voet van een boom, want er staat een omheining. Met een hellingmeter meet je de hoek naar de top: 40° op een zekere plaats, en 25° als je 15,0 m verder achteruit loopt, in een rechte lijn. Je ogen zijn 1,60 m boven de grond.

**a** Maak een schets met de twee rechthoekige driehoeken. Noem de onbekende afstand tot de boom x en de hoogte boven ooghoogte H.

> Twee driehoeken met dezelfde verticale zijde H: de ene met horizontale zijde x en hoek 40°, de andere met x + 15,0 m en hoek 25°.

**b** Schrijf twee vergelijkingen met $\tan 40°$ en $\tan 25°$.

> $\tan 40° = \dfrac{H}{x}$ en $\tan 25° = \dfrac{H}{x + 15{,}0}$.

**c** Los op naar x en H. Hoe hoog is de boom?

> $x \tan 40° = (x + 15{,}0) \tan 25°$, dus $x = \dfrac{15{,}0 \tan 25°}{\tan 40° - \tan 25°} = \dfrac{6{,}99}{0{,}373} = 18{,}8\,\text{m}$; $H = 18{,}8 \cdot \tan 40° = 15{,}7\,\text{m}$. De boom is $15{,}7 + 1{,}6 = 17{,}3\,\text{m}$ hoog.

**d** Een fout van 1° op de tweede hoek (24° in plaats van 25°): hoeveel verandert de hoogte? Wat leer je daaruit over de opstelling?

> Met 24°: $x = 15{,}0 \cdot 0{,}445 / (0{,}839 - 0{,}445) = 16{,}9\,\text{m}$, $H = 14{,}2\,\text{m}$, boom 15,8 m: 1,5 m lager. Een hoekfout van 1° geeft bijna 10 % fout, omdat de twee hoeken dicht bij elkaar liggen. Kies de meetpunten zo dat de hoeken duidelijk verschillen.

## 6.15 Eratosthenes in de klas

Uitdagen · 6 · Analyseren · 30 min

Twee scholen, 800 km uit elkaar op (bijna) dezelfde meridiaan, meten op dezelfde dag de kortste schaduw van een stok van 1,000 m. School A (in het noorden): 1,150 m. School B (in het zuiden): 0,900 m.

**a** Bereken de zonnehoogte bij elke school.

✓ A: $h = \tan^{-1}(1{,}000/1{,}150) = 41{,}0°$. B: $h = \tan^{-1}(1{,}000/0{,}900) = 48{,}0°$.

**b** Welke hoek maken de twee scholen, gezien vanuit het middelpunt van de aarde? Leg uit waarom dat het verschil van de zonnehoogtes is.

✓ $h = 90° - \varphi + \delta$: dezelfde dag, dus dezelfde $\delta$. Het verschil van de zonnehoogtes is dan het verschil van de breedtegraden: $48{,}0° - 41{,}0° = 7{,}0°$, en dat is de hoek in het middelpunt van de aarde.

**c** Bereken de omtrek van de aarde. Hoeveel procent zit je naast de echte 40 008 km?

✓ $800\,\text{km} \cdot \dfrac{360°}{7{,}0°} = 41\,100\,\text{km}$: ongeveer 3 % te veel. Een fout van 0,2° op het hoekverschil maakt al 3 %.

**d** Waarom moeten de scholen op dezelfde dag, op hun eigen middaguur en op dezelfde meridiaan meten?

✓ Dezelfde dag: dan is de declinatie gelijk en valt ze weg. Het eigen middaguur: dan staat de zon bij elke school in het zuiden en is de schaduw het kortst. Dezelfde meridiaan: dan meet het verschil in zonnehoogte alleen het verschil in breedtegraad, en is de 800 km een afstand langs een grote cirkel door de polen.

## 6.16 Waarom een kabel nooit strak kan hangen

Uitdagen · 7 · Analyseren · 30 min

Een groeilamp van 5,0 kg hangt in het midden van een staalkabel die tussen twee wanden van de kweekruimte gespannen is. Beide helften van de kabel maken dezelfde hoek θ met de horizontale. De lamp hangt stil.

**a** Teken de drie krachten op het ophangpunt: het gewicht en de twee spankrachten T. Ontbind de spankrachten.

✓ In het ophangpunt: het gewicht (49 N) recht omlaag, en twee spankrachten langs de kabelhelften, schuin omhoog naar links en naar rechts. Elke T heeft een horizontale component T cos θ en een verticale T sin θ.

**b** Leg uit waarom de horizontale componenten elkaar opheffen, en toon dat de verticale componenten samen het gewicht dragen: $2\,T \sin\theta = m\,g$.

✓ De lamp hangt stil, dus de som van de krachten is nul (hoofdstuk 8). Horizontaal trekken de twee helften even hard in tegengestelde zin: $T\cos\theta - T\cos\theta = 0$. Verticaal: $2\,T\sin\theta - m\,g = 0$.

**c** Bereken de spankracht bij θ = 30°, 10° en 2°.

✓ $T = \dfrac{m\,g}{2\sin\theta} = \dfrac{49{,}05}{2\sin\theta}$: 30°: 49 N; 10°: 141 N; 2°: 703 N.

**d** Wat gebeurt er als je de kabel helemaal strak wil trekken ($\theta \to 0°$)? Wat betekent dat voor het ontwerp van de ophanging?

Bij $\theta \to 0°$ gaat $\sin\theta$ naar 0 en $T$ naar oneindig: een perfect strakke kabel kan geen gewicht dragen. Hoe strakker je spant, hoe groter de kracht op de kabel, de haken en de wanden: bij 2° al 14 keer het gewicht. Laat de kabel dus wat doorhangen (15° à 30°), of hang de lamp aan een verticale ketting.

I INTERMEDIATE · DEEL I3 · MECHANICA

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 7

# Beweging beschrijven

**Plaats, snelheid en versnelling: drie grafieken die samen één beweging vertellen**

Uitgewerkte oplossingen bij de 17 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

5× oefenen · 7× toepassen · 5× uitdagen · ± 424 min

K Krachten, beweging en constructies · W Wiskundig modelleren



Het schuifpaneel van het kasdak moet zacht vertrekken en zacht stoppen: hoe beschrijf je zo'n beweging precies?

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

## Oefenen

Oefenen — één stap, direct toepassen

### 7.1 Heen en terug

Oefenen · 3 · Begrijpen · 10 min

Een lift vertrekt op de tweede verdieping ($y = 6\,\text{m}$, de as wijst omhoog met de oorsprong op het gelijkvloers), gaat naar de vijfde ($y = 15\,\text{m}$) en daarna naar de kelder ($y = -3\,\text{m}$).

a Bereken de verplaatsing van de hele rit.

✓ $\Delta y = -3 - 6 = -9\,\text{m}$: netto 9 m naar beneden.

**b** Bereken de afgelegde weg.

✓ $(15 - 6) + (15 - (-3)) = 9 + 18 = 27\,\text{m}$.

**c** Kan de afgelegde weg ooit kleiner zijn dan de grootte van de verplaatsing? Kan de verplaatsing nul zijn terwijl de afgelegde weg dat niet is? Geef een voorbeeld.

✓ Nee: de kortste weg tussen twee punten langs een rechte is de rechte zelf, dus de afgelegde weg is minstens de grootte van de verplaatsing. Wel kan de verplaatsing nul zijn met een afgelegde weg groter dan nul: een lift die van het gelijkvloers naar boven en terug rijdt, of een zwemmer die een baan heen en terug zwemt.

## 7.2 Een (x,t)-grafiek lezen

Oefenen · 3 · Analyseren · 15 min

Een wandelaar loopt in een lange gang heen en weer. De grafiek toont zijn plaats.




Vier rechte stukken: telkens een constante snelheid.

**a** Bereken de snelheid in elk van de vier stukken, met teken.

✓ 0-20 s: +30 m in 20 s, +1,5 m/s. 20-30 s: 0 m, 0 m/s. 30-50 s: −20 m in 20 s, −1,0 m/s. 50-60 s: +15 m in 10 s, +1,5 m/s.

**b** Wanneer stond de wandelaar stil? Wanneer liep hij het snelst?

✓ Stil van 20 tot 30 s (vlak stuk). Het snelst in het eerste en het laatste stuk, allebei 1,5 m/s (de steilste stukken; het teken zegt enkel de zin).

**c** Bereken de verplaatsing, de afgelegde weg, de gemiddelde snelheid en de gemiddelde baansnelheid over de hele minuut.

✓ Verplaatsing $25 - 0 = +25\,\text{m}$; afgelegde weg $30 + 20 + 15 = 65\,\text{m}$; $v_{\text{gem}} = 25/60 = 0{,}42\,\text{m/s}$; gemiddelde baansnelheid $65/60 = 1{,}08\,\text{m/s}$.

## 7.3 Rekenen met een ERB

Oefenen · 3 · Rekenen · 15 min

Een trein rijdt aan constante snelheid over een rechte spoorlijn. Op $t = 0$ passeert hij een sein op kilometerpaal 12,0 (km), in de zin van stijgende kilometerpalen, aan 126 km/h.

**a** Schrijf de plaats $x(t)$ in km met $t$ in uur, en ook in m met $t$ in s.

✓ $x(t) = 12{,}0\,\text{km} + 126\,\text{km/h} \cdot t$; in SI: $126/3{,}6 = 35\,\text{m/s}$, dus $x(t) = 12\,000\,\text{m} + 35\,\text{m/s} \cdot t$.

**b** Bij welke kilometerpaal is hij na 5,0 minuten?

✓ $5{,}0\,\text{min} = 300\,\text{s}$: $12\,000 + 35 \cdot 300 = 22\,500\,\text{m}$, kilometerpaal 22,5.

**c** Hoe lang doet hij over de 7,0 km tot de volgende halte? (Het afremmen verwaarloos je.)

✓ $t = 7000/35 = 200\,\text{s} = 3\,\text{min}\ 20\,\text{s}$.

## 7.4 Versnellingen

Oefenen · 3 · Rekenen · 12 min

Bereken telkens de gemiddelde versnelling in m/s², met teken. Kies de bewegingszin als positieve zin.

**a** Een sprinter gaat in 1,5 s van 0 naar 7,5 m/s.

✓ $a = 7{,}5/1{,}5 = 5{,}0\,\text{m/s}^2$.

**b** Een auto gaat in 9,5 s van 0 naar 100 km/h.

✓ $100/3{,}6 = 27{,}8\,\text{m/s}$; $a = 27{,}8/9{,}5 = 2{,}9\,\text{m/s}^2$.

**c** Een fietser remt in 4,0 s van 25 km/h tot stilstand.

✓ $25/3{,}6 = 6{,}94\,\text{m/s}$; $a = (0 - 6{,}94)/4{,}0 = -1{,}7\,\text{m/s}^2$ (vertraging).

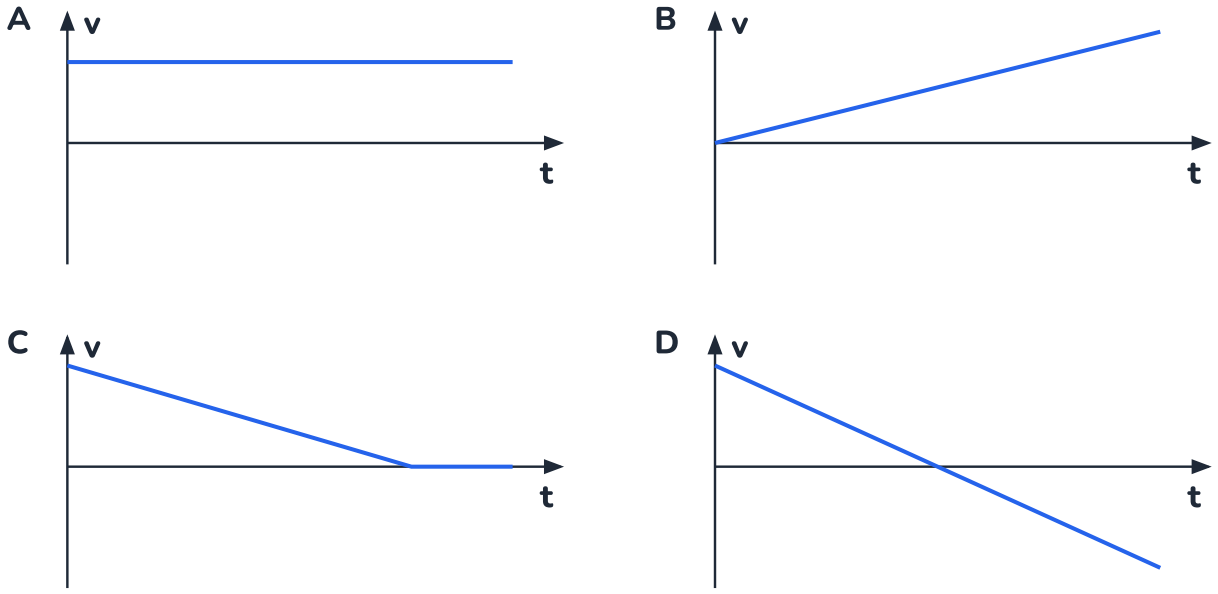
**d** Een vallende steen (naar beneden positief) gaat in 0,50 s van 2,0 naar 6,9 m/s. Wat valt je op?

✓ $a = (6{,}9 - 2{,}0)/0{,}50 = 9{,}8\,\text{m/s}^2$: de valversnelling $g$, onafhankelijk van hoe snel de steen al ging.

## 7.5 Welke grafiek hoort erbij?

Oefenen · 4 · Begrijpen · 12 min

Vier (v,t)-grafieken zonder getallen. De horizontale as is telkens $v = 0$.




Vier bewegingen langs een rechte, als (v,t)-grafiek.

**a** Koppel elke beschrijving aan een grafiek: (1) een auto op cruisecontrol; (2) een steen die je loslaat, naar beneden positief; (3) een fietser die remt voor een rood licht en blijft staan; (4) een bal die je recht omhoog gooit tot hij terugvalt, omhoog positief.

✓ 1-A, 2-B, 3-C, 4-D.

**b** In welke grafiek(en) is de versnelling negatief? In welke wordt het voorwerp op een bepaald moment sneller terwijl de versnelling negatief is?

✓ Negatief in C en D (dalende lijn). In D wordt de bal na het omkeerpunt sneller: v en a zijn dan allebei negatief (de bal valt).

**c** Schets bij grafiek C de (x,t)-grafiek.

✓ Eerst stijgend en steeds minder steil (bol, paraboltak), daarna horizontaal vanaf het moment dat v nul is: de fietser staat stil op een vaste plaats.

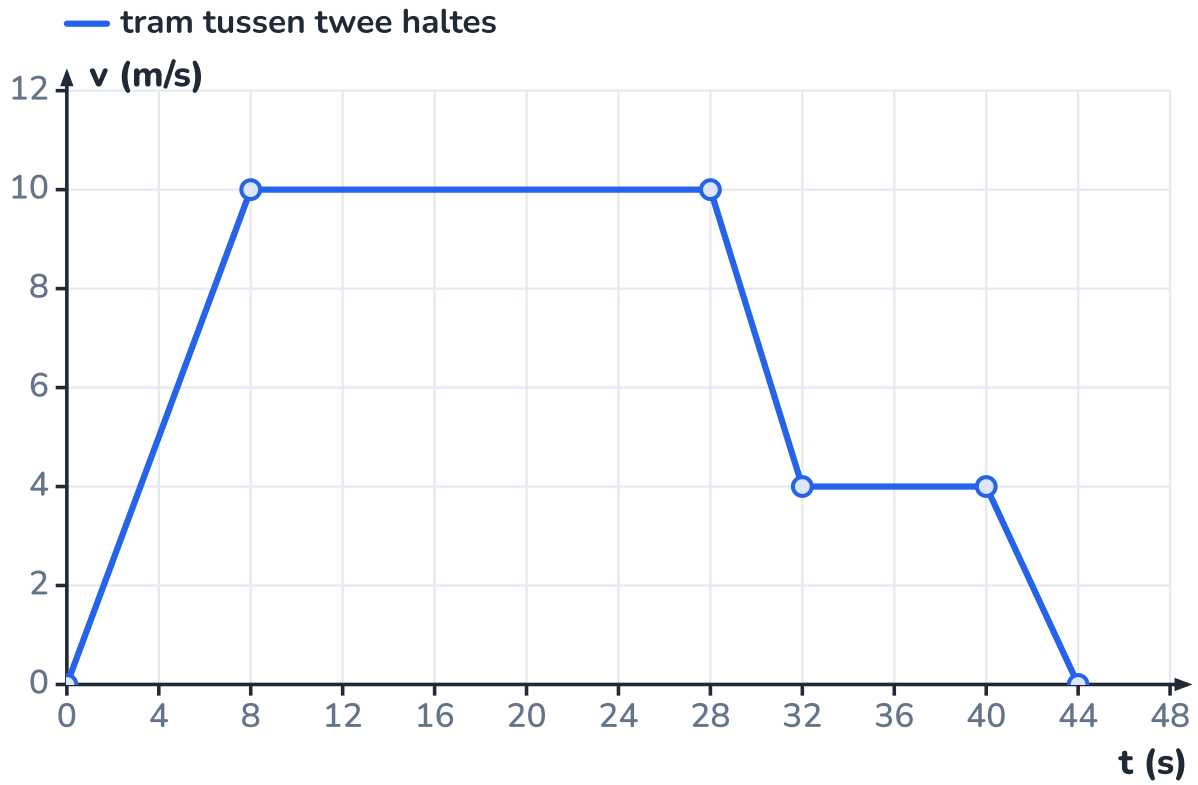
## Toepassen

Toepassen — meerdere stappen, in een context

### 7.6 De rit van een tram

Toepassen · 4 · Analyseren · 20 min

Een tram rijdt tussen twee haltes. Onderweg vertraagt hij voor een kruispunt.




Vijf rechte stukken tussen de twee haltes.

a Bereken de versnelling in elk stuk en teken de (a,t)-grafiek.

✓ 0-8 s: $10/8 = 1{,}25\,\text{m/s}^2$; 8-28 s: 0; 28-32 s: $(4-10)/4 = -1{,}5\,\text{m/s}^2$; 32-40 s: 0; 40-44 s: $-4/4 = -1{,}0\,\text{m/s}^2$. (a,t): trappen op 1,25; 0; −1,5; 0; −1,0.

b Bereken de afstand tussen de haltes met oppervlaktes.

✓ Driehoek $\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 10 = 40\,\text{m}$; rechthoek $20\cdot 10 = 200\,\text{m}$; trapezium $\frac{10+4}{2}\cdot 4 = 28\,\text{m}$; rechthoek $8\cdot 4 = 32\,\text{m}$; driehoek $\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 4 = 8\,\text{m}$. Samen 308 m.

c Bereken de gemiddelde snelheid in km/h. Waarom mag je hier niet $(v_0+v)/2$ gebruiken?

✓ $308/44 = 7{,}0\,\text{m/s} = 25\,\text{km/h}$. De formule $(v_0+v)/2$ geldt alleen bij een constante versnelling; hier zou ze $(0+0)/2 = 0$ geven.

## 7.7 Optrekken en remmen

Toepassen · 4 · Rekenen · 20 min

Twee situaties met een constante versnelling.

a Een elektrische auto gaat in 7,5 s van 0 naar 100 km/h. Bereken zijn versnelling en de afstand die hij daarvoor nodig heeft.

✓ $v = 27{,}8\,\text{m/s}$; $a = 27{,}8/7{,}5 = 3{,}7\,\text{m/s}^2$; $\Delta x = \frac{1}{2}\cdot 3{,}70\cdot 7{,}5^2 = 104\,\text{m}$.

**b** Een trein remt gelijkmatig van 120 km/h tot stilstand over 800 m. Bereken de vertraging en de remtijd.

✓ $v_0 = 33{,}3\,\text{m/s}$. Zonder tijd: $0 - 33{,}3^2 = 2\,a \cdot 800$, dus $a = -0{,}69\,\text{m/s}^2$. Remtijd $33{,}3/0{,}694 = 48\,\text{s}$.

**c** Controleer je antwoord op de eerste vraag met de gemiddelde snelheid.

✓ $v_{\text{gem}} = (0 + 27{,}8)/2 = 13{,}9\,\text{m/s}$ en $13{,}9 \cdot 7{,}5 = 104\,\text{m}$. Klopt.

## 7.8 Maak een reactielat

Toepassen · 4 · Maken · 25 min

In hoofdstuk 1 mat je je reactietijd met een vallende lat: een partner laat de lat los, jij knijpt zo snel mogelijk. Nu maak je een lat waarop je de reactietijd meteen afleest in plaats van de valafstand.

**a** Leid uit de formules van de vrije val af hoe ver de lat valt in een tijd $t$.

✓ De lat maakt een vrije val vanuit rust: $d = \frac{1}{2} g\, t^2 = 4{,}905 \cdot t^2$ (d in m).

**b** Bereken de valafstand voor de reactietijden in de tabel.

✓ 0,10 s: 4,9 cm; 0,15 s: 11,0 cm; 0,20 s: 19,6 cm; 0,25 s: 30,7 cm; 0,30 s: 44,1 cm.

**c** Plak een strook papier op een lat en zet de merktekens erop. Waarom liggen de streepjes niet op gelijke afstanden?

✓ De lat valt steeds sneller, dus in elke volgende 0,05 s legt ze een groter stuk af: 4,9 → 6,1 → 8,6 → 11,0 → 13,5 cm tussen de streepjes. Het verband is kwadratisch, niet lineair.

**d** Test de lat met vijf klasgenoten. Hoe nauwkeurig kan je aflezen tussen 0,20 en 0,25 s?

✓ Tussen 0,20 en 0,25 s liggen 11 cm: met een millimeterverdeling lees je gemakkelijk op 0,01 s nauwkeurig. Dat de lat niet recht gehouden wordt of de vingers niet op de nullijn staan, geeft grotere fouten.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Formule | $d = \frac{1}{2} g t^2$ met de lat vanuit rust; eenheden omgezet naar cm. |
| Merktekens | Vijf merktekens binnen 2 mm van de berekende plaats, vanaf de nullijn gemeten. |
| Uitleg | Ongelijke afstanden verklaard met de toenemende snelheid (kwadratisch verband). |
| Test | Vijf metingen genoteerd; afleesnauwkeurigheid realistisch ingeschat. |

## 7.9 De vuistregels van de rijschool

Toepassen · 5 · Analyseren · 20 min

Cursussen voor het Belgische rijbewijs B geven op een droog wegdek bij 50 km/h een reactieafstand van 15 m en een remafstand van 12,5 m; bij 90 km/h 27 m en 40,5 m; bij 120 km/h 36 m en 72 m. Op een nat wegdek is de remafstand bij 120 km/h 108 m. Als veilige volgafstand geven ze 'de snelheid gedeeld door twee' (in meter).

**a** Welke reactietijd zit in de reactieafstanden? Is ze bij alle drie de snelheden dezelfde?

✓ $t_r = d/v$: $15/13{,}9 = 1{,}08\,\text{s}$; $27/25{,}0 = 1{,}08\,\text{s}$; $36/33{,}3 = 1{,}08\,\text{s}$. Telkens 1,08 s: de regel is 'snelheid gedeeld door 10, maal 3'.

**b** Welke remvertraging zit in de remafstanden op een droog wegdek? En op nat wegdek bij 120 km/h?

✓ $a = v^2/(2d)$: $13{,}9^2/25 = 7{,}7\,\text{m/s}^2$; $25{,}0^2/81 = 7{,}7$; $33{,}3^2/144 = 7{,}7\,\text{m/s}^2$. Nat: $33{,}3^2/216 = 5{,}1\,\text{m/s}^2$.

**c** Vergelijk met de waarden in het handboek (1,0 s en 7,0 m/s²). Wie rekent voorzichtiger?

✓ De rijschool neemt een iets langere reactietijd (1,08 s) maar een iets grotere remvertraging (7,7 m/s²). Bij 50 km/h geeft dat 27,5 m tegenover 27,7 m: praktisch hetzelfde.

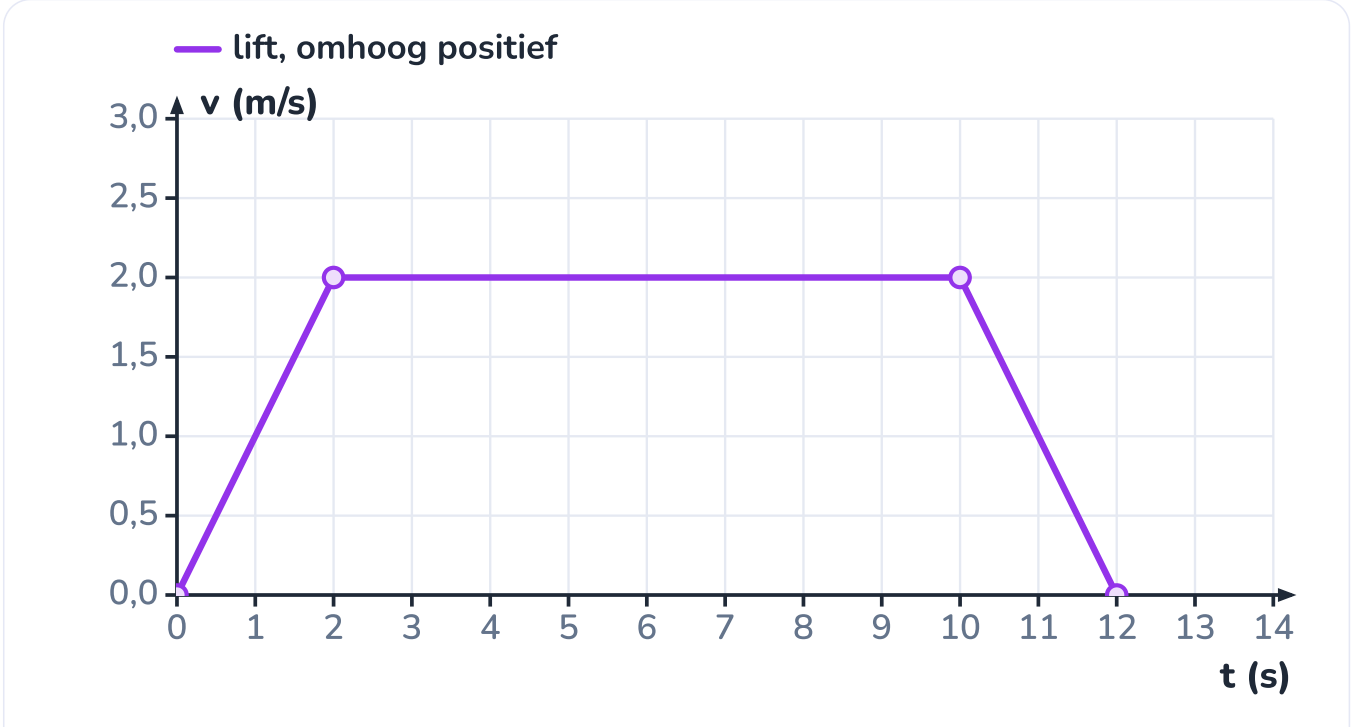
**d** De volgafstand bij 120 km/h is 60 m, veel minder dan de stopafstand van 108 m. Waarom is die volgafstand toch meestal veilig? Wanneer niet?

✓ Als de voorligger remt, heeft hij zelf ook een remafstand nodig: jij moet alleen je reactieafstand plus het verschil overbruggen. 60 m bij 120 km/h is 1,8 s, genoeg voor je reactietijd. Niet veilig is het als de voorligger plots stilstaat (een aanrijding, een file achter een bocht), of als jij slechtere remmen of banden hebt dan hij.

## 7.10 Van een (v,t)-grafiek naar de twee andere

Toepassen · 5 · Tekenen · 25 min

Een lift rijdt van het gelijkvloers naar boven. Omhoog is positief.




Optrekken, constante snelheid, afremmen.

**a** Bereken de versnelling in de drie fasen en teken de (a,t)-grafiek.

✓ 0-2 s: $+1{,}0\,\text{m/s}^2$; 2-10 s: 0; 10-12 s: $-1{,}0\,\text{m/s}^2$.

**b** Bereken de hoogte na 2, 10 en 12 s en teken de (x,t)-grafiek. Let op de vorm van elk stuk.

✓ Na 2 s: 2 m (paraboolтak, hol); na 10 s: 2 + 16 = 18 m (rechte, helling 2 m/s); na 12 s: 18 + 2 = 20 m (paraboolтak, bol, horizontaal uitlopend).

**c** In dit gebouw is elke verdieping 4,0 m hoog. Naar welke verdieping reed de lift?

✓ $20/4{,}0 = 5$: naar de vijfde verdieping.

## 7.11 Labo: meet een versnelde beweging

●●○ Toepassen · 5 · Labo · 50 min

Voer de proef met het karretje uit het handboek uit, met de afstandssensor of met videoanalyse. Kies zelf een hellingshoek tussen 2° en 6°.

**a** Noteer je metingen (om de 0,2 s).

✓ Plaatsen die elk interval meer toenemen; snelheden die telkens met ongeveer hetzelfde bedrag stijgen.

**b** Teken de (x,t)- en de (v,t)-grafiek.

✓ Parabool voor (x,t), rechte door (ongeveer) de oorsprong voor (v,t).

**c** Bepaal de versnelling uit de (v,t)-grafiek. Vergelijk met $g \sin \alpha$.

✓ De helling van de (v,t)-rechte. Bij 4° voorspelt $g \sin 4^\circ = 0{,}68\ \mathrm{m/s^2}$; een meting een paar procent tot 10 % lager is normaal (wrijving, draaiende wielen).

**d** Waarom schommelen de snelheden meer dan de plaatsen? Hoe maak je dat kleiner?

✓ Een snelheid is een verschil van twee plaatsen gedeeld door een kleine tijd: de meetfouten van twee plaatsen tellen op en worden door 0,2 s gedeeld. Kleiner maken: een groter interval nemen (minder punten, wel nauwkeuriger), of een parabool fitten door alle (x,t)-punten en daaruit a halen.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Opstelling | Hoek gemeten (hoogte en lengte), karretje vanuit rust losgelaten, sensor uitgelijnd. |
| Verwerking | Snelheden per interval correct berekend en in het midden van het interval uitgezet. |
| Grafieken | Assen met grootheid en eenheid, best passende parabool en rechte. |
| Besluit | Versnelling met eenheid; vergelijking met g sin α; verschil verklaard. |

## 7.12 Python: een noodstop in stapjes

●●○ Toepassen · 5 · </> Programmeren · 20 min

Dit programma rekent de noodstop vanaf 50 km/h uit het handboek na, in stapjes van 0,1 s.

```
v = 50 / 3.6        # beginsnelheid (m/s)
T_R = 1.0           # reactietijd (s)
A_REM = -7.0        # versnelling tijdens het remmen (m/s2)
DT = 0.1            # tijdstap (s)
```

```
x = 0.0
stap = 0
while v > 0:
    t = stap * DT
    if t < T_R:
        a = 0.0
    else:
        a = A_REM
    x = x + v * DT
    v = v + a * DT
    stap = stap + 1
print("stil na", round(stap * DT, 1), "s en", round(x, 1), "m")
```

**a** Wat doet de `if`-regel? Welk deel van de stopafstand hoort bij `a = 0.0`?

✓ Zolang t kleiner is dan de reactietijd, remt de auto nog niet (a = 0): dat is de reactieafstand. Daarna remt hij met −7,0 m/s².

**b** Voer het programma uit. Wat print het? Vergelijk met de 27,7 m uit het handboek.

✓ `stil na 3.0 s en 28.4 m` (gecontroleerd). Dat is 0,7 m meer dan de exacte 27,7 m.

**c** Verklaar het verschil. Tip: welke snelheid gebruikt de regel `x = x + v * DT` in elk stapje, en daalt de snelheid in dat stapje?

✓ Het programma neemt in elk stapje de snelheid aan het begin van het stapje, terwijl de snelheid tijdens het remmen daalt. Elk stapje telt dus een iets te hoog rechthoekje: de som is te groot. Tijdens de reactietijd klopt het wel, want daar is v constant.

**d** Maak `DT` tien keer kleiner. Wat print het nu? Pas het programma aan voor een natte weg (5,0 m/s²) en een afgeleide bestuurder (2,0 s).

✓ Met `DT = 0.01`: `stil na 3.0 s en 27.7 m`. Nat en afgeleid: `T_R = 2.0`, `A_REM = -5.0`; exact $13{,}9 \cdot 2{,}0 + 13{,}9^2/10 = 27{,}8 + 19{,}3 = 47{,}1\ \text{m}$, het programma geeft met DT = 0,01 `stil na 4.8 s en 47.1 m`.

## ●●● Uitdagen — Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

### 7.13 Habitat: het kasdak sluit bij regen

●●● Uitdagen · 6 · Habitat · 40 min

Als de regensensor van de klimaatmodule regen meet, moet het schuifpaneel (slag 0,60 m) sneller dicht dan de 7,0 s bij het gewone openen: binnen 5,0 s. De motor haalt hoogstens 0,15 m/s. Hoe groter de versnelling, hoe groter de kracht op de riem (hoofdstuk 8), dus je wil ze zo klein mogelijk houden.

**a** Toon aan dat de totale tijd voor een profiel 'aanlopen, constant, afremmen' (gelijke versnelling en vertraging $a$, topsnelheid $v$, slag $s$) gelijk is aan $T = \dfrac{s}{v} + \dfrac{v}{a}$.

✓ Aanlopen en afremmen duren elk $v/a$ en leggen elk $\dfrac{v^2}{2a}$ af. De middenfase legt $s - \dfrac{v^2}{a}$ af aan snelheid $v$: tijd $\dfrac{s}{v} - \dfrac{v}{a}$. Totaal: $\dfrac{s}{v} - \dfrac{v}{a} + 2\dfrac{v}{a} = \dfrac{s}{v} + \dfrac{v}{a}$.

**b** Lukt het binnen 5,0 s met a = 0,10 m/s² en v = 0,15 m/s? En met a = 0,20 m/s²?

✓ $a = 0{,}10$: $T = 0{,}60/0{,}15 + 0{,}15/0{,}10 = 4{,}0 + 1{,}5 = 5{,}5\,\text{s}$: te traag. $a = 0{,}20$: $4{,}0 + 0{,}75 = 4{,}75\,\text{s}$: lukt.

**c** Welke versnelling is minstens nodig om met 0,15 m/s precies binnen 5,0 s te sluiten?

✓ $5{,}0 = 4{,}0 + 0{,}15/a$, dus $a = 0{,}15\,\text{m/s}^2$ (aanlopen in 1,0 s).

**d** Teken voor je gekozen profiel de (a,t)-, (v,t)- en (x,t)-grafiek onder elkaar, met getallen op de assen.

✓ Met a = 0,15 m/s² en v = 0,15 m/s: (a,t) trappen +0,15 (0-1 s), 0 (1-4 s), −0,15 (4-5 s). (v,t): trapezium tot 0,15 m/s. (x,t): 0,075 m na 1 s, 0,525 m na 4 s, 0,60 m na 5 s.

**e** Noteer je keuze in je portfolio, met één zin over wat er gebeurt als de motor bij vorst trager draait (0,12 m/s).

✓ Bijvoorbeeld: 'a = 0,20 m/s² en v = 0,15 m/s: dicht in 4,75 s, met wat marge.' Bij 0,12 m/s: $T = 0{,}60/0{,}12 + 0{,}12/0{,}20 = 5{,}0 + 0{,}6 = 5{,}6\,\text{s}$: de eis wordt niet gehaald. Een iets snellere motor of een kleinere slag lost dat op.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Afleiding | Tijden en afstanden van de drie fasen correct opgeteld en vereenvoudigd tot s/v + v/a. |
| Berekening | Beide profielen correct getoetst; minimale versnelling 0,15 m/s². |
| Grafieken | Drie grafieken op één tijdas, met juiste vormen (trappen, trapezium, parabool-rechte-parabool) en getallen. |
| Reflectie | Gevolg van een tragere motor berekend en besproken. |

## 7.14 De put, exact

Uitdagen · 6 · Rekenen · 25 min

In het handboek liet je een steen in een put vallen en hoorde je hem na 2,4 s. Nu houd je rekening met de looptijd van het geluid (343 m/s). Noem de diepte $h$.

**a** Schrijf de valtijd $t_1$ en de looptijd van het geluid $t_2$ als functie van $h$.

✓ $t_1 = \sqrt{\dfrac{2h}{g}}$ (vrije val vanuit rust) en $t_2 = \dfrac{h}{343}$ (ERB van het geluid).

**b** Stel $t_1 + t_2 = 2{,}4\,\text{s}$. Substitueer $u = \sqrt{h}$ en los de vierkantsvergelijking in $u$ op.

✓ $\dfrac{u^2}{343} + 0{,}4515\,u - 2{,}4 = 0$: $D = 0{,}45152^2 + 4 \cdot \dfrac{2{,}4}{343} = 0{,}20387 + 0{,}02799 = 0{,}23186$; $u = \dfrac{-0{,}45152 + 0{,}48152}{2/343} = 5{,}144$; $h = u^2 = 26{,}5\,\text{m}$. (De negatieve oplossing voor u valt weg.) Valtijd 2,32 s, geluid 0,08 s.

**c** Hoe groot is de fout als je het geluid verwaarloost, in meter en in procent?

✓ $28{,}3 - 26{,}5 = 1{,}8\,\text{m}$, ongeveer 7 % te diep.

## 7.15 Zone 30: een debat met cijfers

Uitdagen · 6 · Argumenteren · 35 min

De gemeente wil de straat voor de school van 50 naar 30 km/h brengen. Een buurtbewoner vindt dat onzin: 'Het scheelt maar 20 km/h, en een goede chauffeur remt toch op tijd.' Werk in groepjes van twee: de ene verdedigt de zone 30, de andere zoekt de zwakke plekken in de argumenten.

**a** Bereken de stopafstand bij 30 en bij 50 km/h op een droge en op een natte weg (5,0 m/s²), met een reactietijd van 1,0 s.

Droog: 13,3 m en 27,7 m. Nat: $8{,}3 + 8{,}33^2/10 = 8{,}3 + 6{,}9 = 15{,}3\,\text{m}$ en $13{,}9 + 13{,}9^2/10 = 13{,}9 + 19{,}3 = 33{,}2\,\text{m}$.

**b** Op welke afstand moet een kind opduiken opdat de auto aan 50 km/h het nog raakt met meer dan 30 km/h (droog)?

Snelheid bij het kind hoger dan 30 km/h = 8,33 m/s: $8{,}33^2 = 13{,}9^2 - 14\,(d - 13{,}9)$, dus $d - 13{,}9 = \dfrac{192{,}9 - 69{,}4}{14} = 8{,}8\,\text{m}$ en $d = 22{,}7\,\text{m}$. Duikt het kind binnen 22,7 m op, dan is de botssnelheid groter dan 30 km/h.

**c** Hoeveel langer duurt een rit van 400 m door de zone aan 30 km/h dan aan 50 km/h?

$400/8{,}33 = 48\,\text{s}$ tegenover $400/13{,}9 = 29\,\text{s}$: 19 s langer.

**d** Schrijf je drie sterkste argumenten op, elk met een getal, en het sterkste tegenargument.

Bijvoorbeeld: (1) aan 30 km/h staat de auto na 13 m stil, aan 50 km/h pas na 28 m; (2) waar de auto aan 30 al stilstaat (13,3 m), rijdt hij aan 50 nog 50 km/h (hij remt dan nog niet eens); (3) het tijdverlies is 19 s per 400 m. Tegenargument: 'een goede chauffeur let op' – maar de reactietijd van 1 s is al die van een alerte chauffeur, en kinderen zijn onvoorspelbaar.

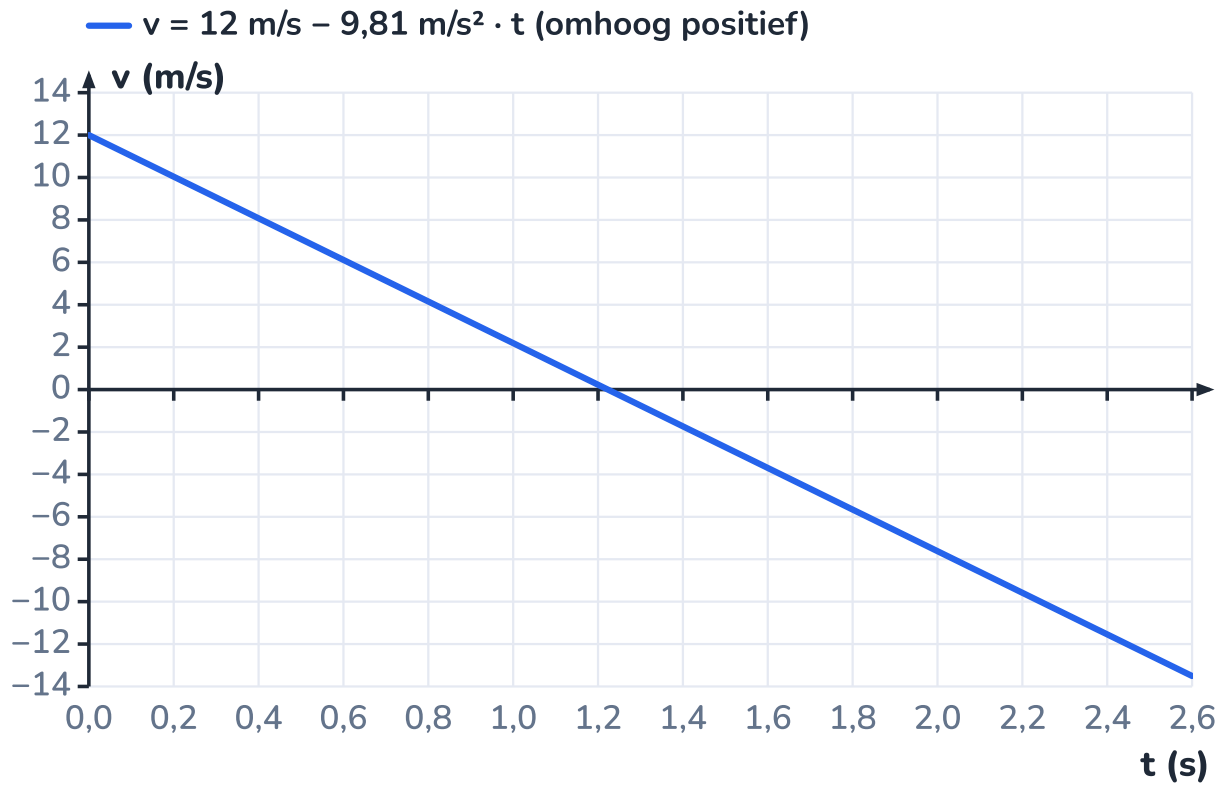
**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Berekeningen | Vier stopafstanden correct; eenheden omgezet. |
| Analyse | Afstand voor een botsing boven 30 km/h correct met de formule zonder tijd. |
| Argumentatie | Argumenten met getallen, eerlijk tegenover het tijdverlies. |
| Luisteren | Het tegenargument ernstig genomen en beantwoord. |

## 7.16 Een bal omhoog

Uitdagen · 6 · Analyseren · 20 min

Je gooit een bal recht omhoog met 12 m/s en vangt hem op dezelfde hoogte weer op. Omhoog is positief; luchtweerstand verwaarloos je.




Een rechte die door de t-as gaat.

**a** Wanneer bereikt de bal de top? Hoe lees je dat af, en wat is dan de versnelling?

✓ Waar de rechte de t-as snijdt: $t = 12/9{,}81 = 1{,}22\,\text{s}$. De helling is overal $-9{,}81\,\text{m/s}^2$, ook daar.

**b** Hoe hoog komt de bal boven je hand? Gebruik een oppervlakte, en controleer met de formule zonder tijd.

✓ Driehoek boven de as: $\frac{1}{2} \cdot 1{,}22 \cdot 12 = 7{,}3\,\text{m}$. Zonder tijd: $0 - 12^2 = 2 \cdot (-9{,}81) \cdot \Delta y$ geeft $\Delta y = 7{,}3\,\text{m}$.

**c** Wanneer vang je hem, en met welke snelheid? Leg uit met de oppervlaktes boven en onder de t-as.

✓ Na $2 \cdot 1{,}22 = 2{,}45\,\text{s}$, met $-12\,\text{m/s}$: de driehoek onder de as moet even groot zijn als die erboven (netto verplaatsing nul), en dat kan alleen als hij even breed en even hoog is.

**d** Een klasgenoot zegt: 'Op de top is de bal even gewichtloos, dus is de versnelling daar nul.' Wat antwoord je?

✓ De snelheid is op de top even nul, maar ze blijft veranderen: de helling van de (v,t)-grafiek is daar niet nul. Was a nul, dan bleef v nul en bleef de bal hangen. De zwaartekracht werkt de hele tijd (hoofdstuk 8).

## 7.17 Onderzoek: versnelling en hellingshoek

Uitdagen · 7 · Onderzoeken · 60 min

Hoofdstuk 6 voorspelt dat de zwaartekracht langs een helling een component $m\,g\sin\alpha$ heeft. Zonder wrijving zou een karretje dus versnellen met $a = g\sin\alpha$. Klopt dat, en wat verandert de wrijving?

**a** Formuleer een onderzoeksvraag, een hypothese en een voorspelling voor α = 2°, 4° en 6°.

Bijvoorbeeld: 'Hoe hangt de versnelling van een karretje af van de hellingshoek?' Hypothese $a = g \sin \alpha$. Voorspelling: 2°: 0,34; 4°: 0,68; 6°: 1,03 m/s².

**b** Beschrijf je opstelling, je variabelen en hoe je de hoek nauwkeurig instelt.

Veranderen: de hoek (hoogte van de blokjes, $\alpha = \sin^{-1}$(hoogte / planklengte)). Meten: a (sensor of video). Constant: karretje, lading, startplaats, plank, meetmethode.

**c** Voer uit: meet voor minstens vijf hoeken de versnelling (drie keer per hoek).

Versnellingen die met de hoek stijgen, telkens iets lager dan de voorspelling.

**d** Zet $a$ uit tegen $\sin \alpha$. Wat verwacht je zonder wrijving? Wat betekenen de helling en het snijpunt van jouw rechte?

Zonder wrijving: een rechte door de oorsprong met helling $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$. Met rolweerstand ligt de rechte lager: ze snijdt de horizontale as bij een kleine positieve $\sin \alpha$ (onder die hoek blijft het karretje staan), en de helling is iets kleiner dan g omdat ook de wielen moeten gaan draaien. Hoofdstuk 8 geeft de formule $a = g\,(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Onderzoeksopzet** | Vraag, hypothese en voorspelling; één variabele veranderd, de rest constant (karretje, startpunt, plank). |
| **Metingen** | Vijf hoeken, drie herhalingen, gemiddelde en spreiding. |
| **Linearisering** | a tegen sin α uitgezet (hoofdstuk 3), rechte getekend, helling en snijpunt met eenheid. |
| **Interpretatie** | Helling vergeleken met g; snijpunt verklaard als wrijving. |

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 8

# De wetten van Newton

**Drie wetten die verklaren waarom iets versnelt, remt, of gewoon blijft doen wat het deed**

Uitgewerkte oplossingen bij de 17 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

5× oefenen · 7× toepassen · 5× uitdagen · ± 411 min

K Krachten, beweging en constructies · W Wiskundig modelleren



Een curlingsteen glijdt tientallen meters ver: bijna zonder wrijving blijft hij doen wat hij deed.

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

## ●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

### 8.1 Traagheid in het dagelijks leven

●○○ Oefenen · 3 · Begrijpen · 12 min

Verklaar elke situatie met de eerste wet van Newton. Zeg telkens welke kracht er (niet) werkt.

a Een bus trekt plots op. Staande passagiers vallen naar achter.

De bus versnelt vooruit door de kracht van de motor via de wielen. Op de passagiers werkt die kracht alleen via hun voeten; hun bovenlichaam wil in rust blijven. Ze worden niet naar achter geduwd: de bus schuift onder hen naar voor.

**b** Je trekt een tafelkleed met een snelle ruk onder de borden uit; de borden blijven staan.

De ruk duurt zo kort dat de wrijvingskracht van het kleed op de borden maar heel even werkt: de borden krijgen bijna geen snelheid (kleine a gedurende korte tijd). Door hun traagheid blijven ze nagenoeg op hun plaats.

**c** Een hoofdsteun in een auto beschermt je nek vooral als je langs achter aangereden wordt.

Bij een klap langs achter versnelt de auto, en de stoel duwt je romp naar voor. Je hoofd wil blijven waar het was (traagheid) en klapt naar achter. De hoofdsteun duwt ook je hoofd mee naar voor.

**d** Een ruimtesonde vliegt jarenlang met uitgeschakelde motor in een rechte lijn verder.

In de lege ruimte werkt (bijna) geen kracht die de sonde afremt: geen lucht, geen wrijving. De resulterende kracht is (bijna) nul, dus de snelheid blijft constant. Alleen de zwaartekracht van zon en planeten buigt de baan langzaam af.

## 8.2 Resulterende krachten

Oefenen · 3 · Rekenen · 15 min

Bereken telkens de grootte en de richting van de resulterende kracht.

**a** Op een kist werken horizontaal 120 N naar rechts, 80 N naar links en 30 N naar rechts.

$+120 - 80 + 30 = +70\,\text{N}$: 70 N naar rechts.

**b** Op een boei trekken twee touwen: 60 N naar het oosten en 80 N naar het noorden.

$\sqrt{60^2 + 80^2} = 100\,\text{N}$, onder $\tan^{-1}(80/60) = 53{,}1°$ ten noorden van het oosten.

**c** Een lamp hangt aan drie kabels in een horizontaal vlak, elk met 50 N, onder hoeken van 0°, 120° en 240°. Bereken de resultante met componenten.

$x$: $50\cos 0° + 50\cos 120° + 50\cos 240° = 50 - 25 - 25 = 0$. $y$: $0 + 43{,}3 - 43{,}3 = 0$. De resultante is nul: de drie kabels zijn in evenwicht.

## 8.3 Rekenen met F = m · a

Oefenen · 3 · Rekenen · 12 min

Vul de tabel aan. Het gaat telkens om de resulterende kracht.

**a** Bereken de ontbrekende grootheid.

Auto: $F = 1200 \cdot 2{,}5 = 3000\,\text{N}$. Kar: $m = 15/0{,}60 = 25\,\text{kg}$. Tennisbal: $a = 285/0{,}057 = 5000\,\text{m/s}^2$. Paneel: $F = 10 \cdot 0{,}10 = 1{,}0\,\text{N}$.

**b** Waarom is de versnelling van de tennisbal zo enorm, en waarom merk je dat toch niet als 'geweld'?

De massa is klein (57 g) en de kracht groot, dus a is groot (500 keer g). Maar ze duurt maar een paar milliseconden: de snelheid die de bal krijgt, blijft beperkt tot enkele tientallen m/s.

## 8.4 Actie en reactie

Oefenen · 4 · Begrijpen · 12 min

Geef bij elke kracht de reactiekracht: op welk voorwerp werkt ze, en in welke richting?

**a** De aarde trekt aan de maan.

- De maan trekt even hard aan de aarde (dat zie je aan de getijden).

**b** Een zwemmer duwt het water naar achter.

- Het water duwt de zwemmer even hard naar voor.

**c** De riem trekt het dakpaneel omhoog.

- Het paneel trekt via de riem even hard aan de motor (langs de rail naar beneden).

**d** Een boek ligt op tafel. Iemand zegt: 'De reactie op de zwaartekracht op het boek is de normaalkracht van de tafel.' Klopt dat?

- A ja: ze zijn even groot en tegengesteld
- B nee: ze werken allebei op het boek
- C nee: de normaalkracht is groter

- Nee: ze werken allebei op het boek, en ze zijn van een andere soort. De reactie op de zwaartekracht op het boek is de zwaartekracht van het boek op de aarde.

## 8.5 Vrijlichaamsdiagrammen tekenen

Oefenen · 4 · Tekenen · 20 min

Teken voor elk voorwerp het vrijlichaamsdiagram, met de krachten ongeveer op schaal en met een naam. Zeg bij elke kracht wie ze uitoefent.

**a** Een schilderij hangt aan twee koorden die elk schuin naar een haak lopen.

- Zwaartekracht omlaag (aarde), twee spankrachten langs de koorden schuin omhoog (koorden). Hun verticale componenten samen zijn even groot als het gewicht; de horizontale heffen elkaar op.

**b** Een fietser rijdt aan constante snelheid over een vlakke weg (fietser en fiets samen).

- Zwaartekracht omlaag (aarde), normaalkracht omhoog (weg), een voortstuwende wrijvingskracht vooruit op het achterwiel (weg) en luchtweerstand plus rolweerstand achteruit (lucht, weg). Constante snelheid: vooruit en achteruit even groot.

**c** Een blok glijdt van een helling en wordt trager.

- Zwaartekracht omlaag, normaalkracht loodrecht op de helling, wrijving langs de helling omhoog. Het blok wordt trager, dus de wrijving is groter dan F∥: de resultante wijst de helling op.

**d** Een bal op het hoogste punt van zijn baan, nadat je hem schuin omhoog gegooid hebt (zonder luchtweerstand).

✓ Alleen de zwaartekracht, omlaag. Geen 'werpkracht' en geen kracht vooruit: de horizontale snelheid blijft door traagheid.

## Toepassen

Toepassen — meerdere stappen, in een context

### 8.6 Een andere rit met de lift

Toepassen · 4 · Rekenen · 20 min

Een leerling van 50 kg legt een smartphone op de vloer van de lift en staat zelf op een weegschaal. De meting staat hieronder.




Voorbeeldmeting: eerst minder dan 9,81, daarna meer.

**a** Rijdt de lift omhoog of omlaag? Leg uit aan de hand van de grafiek.

✓ Omlaag: bij het vertrekken is a_z kleiner dan 9,81 (de vloer duwt minder hard, de lift versnelt naar beneden), op het eind groter (de lift remt een neerwaartse beweging af).

**b** Lees de versnelling af in de twee fasen en bereken wat de weegschaal dan toont.

✓ Vertrekken: $a_z \approx 9{,}0$, dus $a = -0{,}8\,\mathrm{m/s^2}$; $F_N = 50 \cdot 9{,}01 = 451\,\mathrm{N}$, de weegschaal toont 46 kg. Afremmen: $a_z \approx 10{,}6$; $F_N = 50 \cdot 10{,}61 = 531\,\mathrm{N}$: 54 kg.

**c** Bereken de rijsnelheid en de hoogte van de rit.

✓ Rijsnelheid: $0{,}8 \cdot 2{,}5 = 2{,}0\,\text{m/s}$ (van 1 tot 3,5 s). Hoogte: $\frac{1}{2} \cdot 2{,}5 \cdot 2{,}0 + 6{,}0 \cdot 2{,}0 + \frac{1}{2} \cdot 2{,}5 \cdot 2{,}0 = 2{,}5 + 12 + 2{,}5 = 17\,\text{m}$ naar beneden.

## 8.7 Een kist over de vloer

●●○ Toepassen · 5 · Rekenen · 15 min

Een kist van 50 kg staat op een vloer met $\mu_s = 0{,}50$ en $\mu_k = 0{,}35$. Je duwt horizontaal.

**a** Je duwt met 200 N. Beweegt de kist? Hoe groot is de wrijvingskracht?

✓ $F_N = 490{,}5\,\text{N}$; $F_{w,s,\max} = 0{,}50 \cdot 490{,}5 = 245\,\text{N}$. 200 N is minder: de kist blijft staan, en de statische wrijving is 200 N (niet 245 N).

**b** Vanaf welke duwkracht schuift de kist?

✓ Vanaf net iets meer dan 245 N.

**c** Je duwt met 246 N en ze schuift. Hoe groot is de versnelling? Met welke kracht moet je daarna duwen om ze aan constante snelheid te laten glijden?

✓ Glijdend: $F_w = 0{,}35 \cdot 490{,}5 = 172\,\text{N}$; $a = (246 - 172)/50 = 1{,}5\,\text{m/s}^2$. Aan constante snelheid: 172 N, zo'n 30 % minder dan om ze los te krijgen.

## 8.8 Labo: de wrijvingscoëfficiënt van twee materialen

●●○ Toepassen · 5 · Labo · 50 min

Voer de proef met de dynamometer uit het handboek uit voor twee materialen onder het blok (bijvoorbeeld hout en een laagje rubber of vilt). Houd de ondergrond dezelfde.

**a** Noteer je metingen.

✓ Wrijvingskrachten die ongeveer evenredig met FN toenemen, statisch groter dan dynamisch.

**b** Zet voor beide materialen de wrijvingskracht uit tegen FN en teken rechten door de oorsprong.

✓ Twee paren rechten; het materiaal met de steilste rechten wrijft het meest.

**c** Bepaal μs en μk voor beide materialen. Vergelijk met de tabel in het handboek.

✓ Hout op hout typisch μs 0,3-0,5 en μk 0,2-0,4; rubber hoger (vaak 0,6 tot boven 1).

**d** Waarom moet je horizontaal trekken? Wat meet je als je 20° omhoog trekt?

✓ Horizontaal trekken zorgt dat $F_N = m\,g$. Bij 20° omhoog verkleint $F \sin 20°$ de normaalkracht: je meet een kleinere wrijving en, als je deelt door $m\,g$, een te kleine μ. Bovendien meet de dynamometer dan $F$ en niet $F \cos 20°$.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Metingen | Vijf massa's per materiaal, drie herhalingen, statisch en dynamisch gescheiden. |
| Grafiek | Rechten door de oorsprong, helling bepaald met eenheid 'geen'. |
| Besluit | μs > μk voor elk materiaal; waarden met realistische onzekerheid. |
| Kritisch | Invloed van de trekhoek op FN correct uitgelegd. |

## 8.9 De grenshoek

●●○ Toepassen · 5 · Rekenen · 15 min

Een blok ligt op een plank die je langzaam schuiner zet. Bij 22° begint het te glijden. Bij 30° glijdt het vanuit rust 1,00 m ver in 0,95 s.

**a** Bereken μs.

✓ $\mu_s = \tan 22^\circ = 0{,}40$.

**b** Bereken de versnelling bij 30° en daaruit μk.

✓ $1{,}00 = \frac{1}{2}a \cdot 0{,}95^2$ geeft $a = 2{,}22\ \text{m/s}^2$. $a = g(\sin 30^\circ - \mu_k \cos 30^\circ)$: $\mu_k = \dfrac{9{,}81 \cdot 0{,}5 - 2{,}22}{9{,}81 \cdot 0{,}866} = 0{,}32$.

**c** Waarom hoef je de massa van het blok niet te kennen?

✓ Alle krachten langs de helling (F∥ en wrijving) zijn evenredig met m, net als m · a. De massa valt uit elke vergelijking weg.

## 8.10 De slee

●●○ Toepassen · 5 · Rekenen · 20 min

Je trekt een kind van 25 kg op een slee van 5,0 kg over vlakke sneeuw ($\mu_k = 0{,}10$) met een touw onder 35° met 60 N.

**a** Teken het vrijlichaamsdiagram van kind en slee samen.

✓ Zwaartekracht 294 N omlaag, normaalkracht omhoog, wrijving naar achter, trekkracht 60 N schuin omhoog naar voor onder 35°.

**b** Bereken de normaalkracht en de wrijvingskracht.

✓ $F_N = 294{,}3 - 60\sin 35° = 294{,}3 - 34{,}4 = 260\,\text{N}$; $F_w = 0{,}10 \cdot 260 = 26{,}0\,\text{N}$.

**c** Bereken de versnelling.

✓ $a = \dfrac{60\cos 35° - 26{,}0}{30} = \dfrac{49{,}1 - 26{,}0}{30} = 0{,}77\,\text{m/s}^2$.

**d** Trek je beter onder 35° of horizontaal met dezelfde 60 N? Reken het na.

✓ Horizontaal: $F_w = 29{,}4\,\text{N}$, $a = (60 - 29{,}4)/30 = 1{,}02\,\text{m/s}^2$. Hier is horizontaal beter: bij een kleine μ win je meer door de volle 60 N vooruit te richten dan door de wrijving te verkleinen. (Bij grote μ, zoals de kist in het handboek, is schuin trekken beter.)

## 8.11 Misvattingen ontmaskeren

Toepassen · 5 · Argumenteren · 25 min

Vijf uitspraken die je vaak hoort. Bespreek ze in een groepje; schrijf per uitspraak of ze klopt, en waarom (niet), met een voorbeeld of een getal.

**a** 'Een voorwerp beweegt altijd in de richting van de resulterende kracht.'

✓ Fout: het versnelt in die richting. Een bal die omhoog vliegt, beweegt omhoog terwijl de resultante omlaag wijst.

**b** 'Als het paard de kar trekt, trekt de kar even hard terug, dus kan de kar nooit vertrekken.'

✓ Fout: de kracht van de kar werkt op het paard, niet op de kar. De kar vertrekt als de trekkracht op de kar groter is dan de wrijving op de kar.

**c** 'Een zwaar voorwerp heeft meer kracht nodig om te blijven bewegen dan een licht.'

✓ Fout: aan constante snelheid is er geen resulterende kracht nodig. Alleen de wrijving moet gecompenseerd worden (en die is wel groter als het voorwerp zwaarder is, omdat F_N groter is).

**d** 'In een ruimtestation is er geen zwaartekracht.'

✓ Fout: op 400 km hoogte is de zwaartekracht nog ongeveer 90 % van die op de grond. De astronauten vallen samen met het station voortdurend rond de aarde: niets hoeft hen te dragen, dus voelen ze zich gewichtloos.

**e** 'Hoe groter het contactoppervlak, hoe meer wrijving.'

✓ Bij benadering fout: de wrijving hangt af van F_N en μ, niet van de oppervlakte (proef: brede en smalle kant van het blok gaven dezelfde kracht). Bij zachte materialen zoals banden klopt de vuistregel niet helemaal.

## 8.12 Python: een koffiefilter valt

●●○ Toepassen · 5 · </> Programmeren · 25 min

Een koffiefilter valt zo traag dat je de eindsnelheid met een meetlint en een stopwatch kan meten. Het programma simuleert de val.

```
G = 9.81
M = 0.0010          # massa van een koffiefilter (kg)
K = 0.0068          # luchtweerstandsconstante (kg/m)
DT = 0.01           # tijdstap (s)

v = 0.0
for stap in range(101):                # 0 tot 1,0 s
    t = stap * DT
    a = (M * G - K * v ** 2) / M
    if stap % 10 == 0:
        print(round(t, 1), "s:", round(v, 2), "m/s")
    v = v + a * DT
```

**a** Welke regel is de tweede wet van Newton? Wat stelt `K * v ** 2` voor?

✓ `a = (M * G - K * v ** 2) / M`: de resulterende kracht (zwaartekracht min luchtweerstand) gedeeld door de massa. `K * v ** 2` is de luchtweerstand.

**b** Voer het programma uit. Na hoeveel tijd is de eindsnelheid (bijna) bereikt, en hoe groot is ze? Controleer met een formule.

✓ Na ongeveer 0,4 s is de snelheid 1,2 m/s en verandert ze niet meer (uitvoer: 0,1 s: 0,83 m/s; 0,2 s: 1,13; 0,3 s: 1,19; vanaf 0,4 s: 1,2 m/s). Formule: $v = \sqrt{mg/K} = \sqrt{0{,}0010 \cdot 9{,}81 / 0{,}0068} = 1{,}20\,\text{m/s}$.

**c** Vier filters in elkaar hebben dezelfde vorm (zelfde K) maar vier keer de massa. Voorspel de eindsnelheid, pas het programma aan en controleer.

✓ $\sqrt{4} = 2$ keer zo snel: 2,4 m/s. Met `M = 0.0040` print het programma na 0,8 s 2,4 m/s (gecontroleerd).

**d** Ontwerp een meting om te controleren of de eindsnelheid met √m groeit.

✓ Laat 1, 2, 3, 4 en 5 filters in elkaar vallen van ongeveer 2 m hoog; meet de tijd over de laatste meter (dan is de eindsnelheid bereikt), meerdere keren. Zet v uit tegen √(aantal filters): een rechte door de oorsprong bevestigt het model (hoofdstuk 3, lineariseren).

## ●●● Uitdagen — Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

### 8.13 Habitat: de dakmotor kiezen

●●● Uitdagen · 6 · Habitat · 40 min

Voor het schuifpaneel (10 kg, rails onder 25°, μk = 0,20 in normale omstandigheden) zijn drie aandrijvingen te koop, telkens met een riem op de rail: A: trekkracht tot 50 N, gewone tandwielkast; B: tot 100 N, wormoverbrenging (zelfremmend); C: tot 150 N, wormoverbrenging (zelfremmend). In de winter kan er ijs op de rails komen: reken dan met μk = 0,40. De sluiting bij regen versnelt met 0,20 m/s² (opdracht 7.13).

**a** Bereken de kracht die de riem moet leveren bij het sluiten, aanlopen met 0,20 m/s², in normale omstandigheden en met ijs.

✓ $F_{\parallel} = 41{,}5\,\text{N}$, $F_N = 88{,}9\,\text{N}$, $m\,a = 10 \cdot 0{,}20 = 2{,}0\,\text{N}$. Normaal: $41{,}5 + 0{,}20 \cdot 88{,}9 + 2{,}0 = 61{,}2\,\text{N}$. Met ijs: $41{,}5 + 0{,}40 \cdot 88{,}9 + 2{,}0 = 79{,}0\,\text{N}$.

**b** Bereken of het paneel zonder motor zou blijven liggen (μs = 0,25). Waarom is een zelfremmende overbrenging nodig?

✓ $\tan 25° = 0{,}47 > \mu_s = 0{,}25$: het paneel glijdt vanzelf naar beneden, met $a = 9{,}81\,(\sin 25° - 0{,}20\cos 25°) = 2{,}4\,\text{m/s}^2$. Zonder zelfremming zou het dak openschuiven zodra de stroom uitvalt, ook bij regen of storm.

**c** Een ontwerper eist een veiligheidsfactor 1,5 op de grootste kracht. Welke aandrijving kies je? Verantwoord.

✓ $1{,}5 \cdot 79{,}0 = 119\,\text{N}$: aandrijving C (150 N, zelfremmend). A is te zwak en niet zelfremmend; B (100 N) haalt het slechtste geval, maar zonder de gevraagde reserve.

**d** Welke kracht werkt er op de bevestiging van de motor als het paneel met ijs dichtgetrokken wordt? Welke wet gebruik je?

✓ Derde wet: de riem trekt het paneel met 79 N omhoog, dus het paneel trekt de riem en via de riem de motor met 79 N naar beneden, langs de rail. De bevestiging moet dat (met reserve voor schokken) kunnen opvangen.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Vrijlichaamsdiagram | Alle krachten op het paneel, met juiste richting van de wrijving bij sluiten. |
| Berekening | F∥, FN, wrijving en m · a correct voor beide situaties; eenheden. |
| Keuze | Veiligheidsfactor toegepast op het slechtste geval; zelfremming meegewogen. |
| Derde wet | Reactiekracht op de motorsteun benoemd en even groot als de riemkracht. |

## 8.14 De batterijkar ontsnapt

●●● Uitdagen · 6 · Rekenen · 25 min

Iemand laat de batterijkar (80 kg, rolweerstand μr = 0,025) bovenaan de oprit los (6,41 m lang, 6,25 %). Beneden gaat de kar over in een vlakke betonvloer.

**a** Bereken de versnelling langs de oprit.

✓ $a = \dfrac{m\,g\sin\alpha - \mu_r\,m\,g\cos\alpha}{m} = 9{,}81\,(0{,}0624 - 0{,}025 \cdot 0{,}998) = 0{,}37\,\text{m/s}^2$.

**b** Met welke snelheid komt de kar beneden aan, in m/s en km/h?

✓ $v = \sqrt{2 \cdot 0{,}367 \cdot 6{,}41} = 2{,}17\,\text{m/s} = 7{,}8\,\text{km/h}$: sneller dan stapvoets.

**c** Hoe ver rolt ze nog op de vlakke vloer?

✓ Op de vlakke vloer: $a = -0{,}025 \cdot 9{,}81 = -0{,}245\,\text{m/s}^2$; $\Delta x = \dfrac{2{,}17^2}{2 \cdot 0{,}245} = 9{,}6\,\text{m}$.

**d** Stel een maatregel voor en toon met een berekening dat hij werkt.

> Bijvoorbeeld een parkeerrem die de wielen blokkeert: de rolweerstand wordt glijwrijving (rubber op beton, $\mu k \approx 0{,}6$ of meer), ruim groter dan $\tan 3{,}58^\circ = 0{,}063$. De kar blijft dan staan. Of een dodemansgreep: de rem grijpt in zodra je loslaat.

## 8.15 Onderzoek: wat bepaalt de wrijving?

Uitdagen · 6 · Onderzoeken · 50 min

Hangt de dynamische wrijving af van de grootte van het contactoppervlak, en van de snelheid? Ontwerp een onderzoek met een dynamometer of een krachtsensor.

**a** Formuleer twee onderzoeksvragen en je hypotheses.

> Bijvoorbeeld: 'Verandert de wrijving als het blok op een andere zijde ligt?' en 'Verandert de wrijving met de snelheid?'. Hypothese uit het handboek: nauwelijks.

**b** Beschrijf per vraag wat je verandert, wat je meet en wat je constant houdt. Hoe verander je het contactoppervlak zonder de massa te veranderen?

> Oppervlakte: hetzelfde blok (zelfde massa en materiaal) op de brede en op de smalle kant. Snelheid: trek traag en snel, maar telkens constant (bv. met een motortje of een lopende band); of laat het blok met een bekende snelheid glijden en meet de vertraging.

**c** Voer uit en noteer je metingen.

> Bij beide vragen verschillen die binnen de meetspreiding blijven.

**d** Formuleer je besluit en bespreek de grootste foutenbron.

> Binnen de meetonzekerheid geen invloed van oppervlakte en snelheid (in dit bereik). Grootste foutenbron: niet echt constante snelheid bij het trekken (haperen), waardoor de dynamometer schommelt.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Onderzoeksvragen | Twee toetsbare vragen met hypothese. |
| Eerlijke proef | Eén variabele tegelijk; massa en materiaal constant bij de oppervlakteproef. |
| Metingen | Herhalingen, gemiddelde, spreiding. |
| Besluit | Onderbouwd met de metingen en de meetonzekerheid. |

## 8.16 Remmen met en zonder ABS

Uitdagen · 6 · Analyseren · 25 min

Een rollende band raakt het wegdek zonder te schuiven: dan werkt statische wrijving. Blokkeert het wiel, dan schuift de band: dynamische wrijving. Neem op droog asfalt $\mu s = 0{,}9$ en $\mu k = 0{,}7$ (vereenvoudigd model). ABS laat de remdruk telkens even los zodat de wielen net niet blokkeren.

**a** Bereken de grootste remvertraging met rollende en met blokkerende wielen.

De remkracht is hoogstens $\mu m g$, dus $a = \mu g$: rollend $0{,}9 \cdot 9{,}81 = 8{,}8\,\text{m/s}^2$, blokkerend $0{,}7 \cdot 9{,}81 = 6{,}9\,\text{m/s}^2$.

**b** Bereken de remafstand bij 100 km/h in beide gevallen.

$v = 27{,}8\,\text{m/s}$: rollend $\dfrac{27{,}8^2}{2 \cdot 8{,}83} = 43{,}7\,\text{m}$, blokkerend $\dfrac{27{,}8^2}{2 \cdot 6{,}87} = 56\,\text{m}$: 12 m langer.

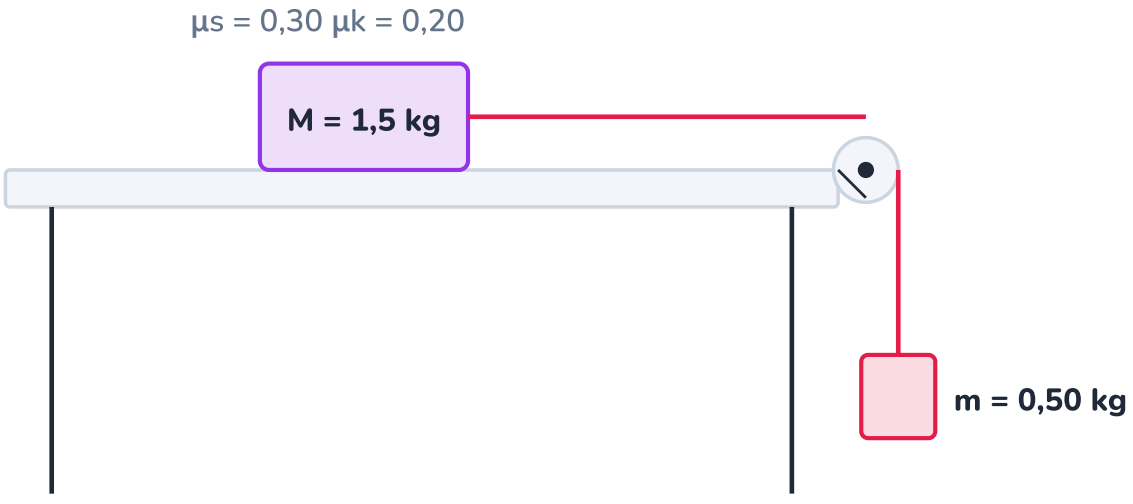
**c** Geef nog een reden waarom blokkerende wielen gevaarlijk zijn, los van de remafstand.

Een schuivend wiel kan geen zijwaartse kracht meer leveren: je kan niet sturen en de auto kan wegglijden. Met ABS blijven de wielen rollen en kan je rond het obstakel sturen. (Op losse sneeuw of grind kan een geblokkeerd wiel wel korter remmen, doordat er een wig materiaal voor het wiel ontstaat.)

## 8.17 Een blok, een touw en een katrol

Uitdagen · 7 · Rekenen · 30 min

Een blok op een tafel is met een touw over een lichte, wrijvingsloze katrol verbonden met een hangend gewicht.




Het touw is licht en rekt niet: beide voorwerpen hebben dezelfde versnelling.

**a** Teken het vrijlichaamsdiagram van het blok en dat van het hangende gewicht apart.

Blok: zwaartekracht 14,7 N omlaag, normaalkracht 14,7 N omhoog, spankracht T naar de katrol, wrijving naar de andere kant. Gewicht: zwaartekracht 4,91 N omlaag, spankracht T omhoog.

**b** Toon aan dat het systeem in beweging komt als je loslaat.

Grootste statische wrijving: $0{,}30 \cdot 1{,}5 \cdot 9{,}81 = 4{,}41\,\text{N}$. Het gewicht trekt met $0{,}50 \cdot 9{,}81 = 4{,}91\,\text{N}$: meer, dus het systeem vertrekt.

**c** Schrijf de tweede wet voor elk voorwerp en bereken de versnelling en de spankracht in het touw.

Blok: $T - 0{,}20 \cdot 14{,}7 = 1{,}5\,a$. Gewicht: $4{,}91 - T = 0{,}50\,a$. Optellen: $4{,}91 - 2{,}94 = 2{,}0\,a$, dus $a = 0{,}98\,\mathrm{m/s^2}$. $T = 4{,}91 - 0{,}50 \cdot 0{,}98 = 4{,}41\,\mathrm{N}$.

**d** Welk hangend gewicht is net genoeg om het blok in beweging te krijgen?

$m\,g > 0{,}30 \cdot 1{,}5 \cdot g$, dus $m > 0{,}45\,\mathrm{kg}$.

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 9

# Arbeid, energie en vermogen

**Kracht maal weg: hoe energie van vorm verandert, hoeveel ervan verloren gaat, en hoe snel**

Uitgewerkte oplossingen bij de 17 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

5× oefenen · 7× toepassen · 5× uitdagen · ± 402 min

K Krachten, beweging en constructies · E Energie · W Wiskundig modelleren



Een batterij van water: 's nachts wordt het water omhoog gepompt, overdag stroomt het door turbines terug.

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

## Oefenen

●○○ Oefenen — één stap, direct toepassen

### 9.1 Arbeid of geen arbeid?

●○○ Oefenen · 3 · Begrijpen · 10 min

Zeg telkens of de genoemde kracht positieve, negatieve of geen arbeid verricht op het voorwerp, en waarom.

a De zwaartekracht op een appel die van een boom valt.

Positief: kracht en verplaatsing allebei omlaag.

**b** De normaalkracht van de vloer op een kar die je horizontaal duwt.

✓ Nul: de normaalkracht staat loodrecht op de verplaatsing.

**c** De wrijvingskracht op een kist die over de vloer glijdt.

✓ Negatief: de wrijving werkt tegen de beweging in; ze zet bewegingsenergie om in warmte.

**d** Jouw kracht op een zware doos die je een minuut stil boven je hoofd houdt.

✓ Nul: de doos verplaatst niet. (Je spieren verbruiken wel energie, maar die komt niet in de doos terecht.)

**e** De kracht van de riem op het dakpaneel tijdens het openen (het paneel schuift naar beneden, de riem houdt tegen).

✓ Negatief: de riem trekt omhoog, het paneel beweegt omlaag. De riem neemt energie op; de motor remt het paneel af.

## 9.2 Arbeid berekenen

Oefenen · 3 · Rekenen · 12 min

Bereken de arbeid in joule.

**a** Je duwt een kast met 150 N over 12 m, in de richting van de beweging.

✓ $W = 150 \cdot 12 = 1800\,\text{J}$.

**b** Je trekt een slee 5,0 m ver aan een touw met 80 N, onder 40° met de grond.

✓ $W = 80 \cdot 5{,}0 \cdot \cos 40^\circ = 306\,\text{J}$.

**c** Een kraan tilt een pallet van 500 kg aan constante snelheid 3,0 m op. Hoeveel arbeid doet de kraan? En de zwaartekracht?

✓ Kraan: $F = m\,g = 4905\,\text{N}$, $W = 4905 \cdot 3{,}0 = 14{,}7\,\text{kJ}$. Zwaartekracht: $-14{,}7\,\text{kJ}$ (tegen de beweging). Samen nul: constante snelheid.

**d** Een wrijvingskracht van 20 N werkt op een blok dat 2,5 m glijdt.

✓ $W = -20 \cdot 2{,}5 = -50\,\text{J}$ (50 J wordt warmte).

## 9.3 Kinetische en zwaarte-energie

Oefenen · 3 · Rekenen · 15 min

Vul de tabel aan. Neem de grond als referentieniveau.

**a** Bereken de ontbrekende waarden.

✓ Voetbal: $E_k = \tfrac{1}{2} \cdot 0{,}43 \cdot 25^2 = 134\,\text{J}$, $E_p = 0$. Plantenbak: $E_k = 0$, $E_p = 12 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}8 = 212\,\text{J}$. Zwaluw: $v = \sqrt{2 \cdot 4{,}0 / 0{,}020} = 20\,\text{m/s}$, $E_p = 0{,}020 \cdot 9{,}81 \cdot 15 = 2{,}9\,\text{J}$. Vrachtwagen: $v = 25\,\text{m/s}$, $m = 2 \cdot 3{,}9 \cdot 10^6 / 25^2 = 12\,500\,\text{kg}$, $E_p = 0$.

**b** Welke grootheid moet je eerst omzetten bij de zwaluw en de vrachtwagen?

✓ De massa van de zwaluw in kg (20 g = 0,020 kg), en bij de vrachtwagen de snelheid in m/s (90 km/h = 25 m/s) en de energie in J (3,9 MJ = 3 900 000 J).

## 9.4 Joule, wattuur en watt

Oefenen · 4 · Rekenen · 15 min

Energie en vermogen komen in veel eenheden voor. Reken om en bereken.

**a** Hoeveel joule is 2,4 Wh? En 1,2 kWh?

✓ $2{,}4 \cdot 3600 = 8640\ \text{J}$; $1{,}2 \cdot 3{,}6 = 4{,}32\ \text{MJ}$.

**b** De pomp van Habitat (12 W) draait 6 uur per dag. Hoeveel energie is dat in Wh, in kWh en in MJ?

✓ $12 \cdot 6 = 72\ \text{Wh} = 0{,}072\ \text{kWh}$; $72 \cdot 3600 = 259\,200\ \text{J} = 0{,}26\ \text{MJ}$.

**c** Een lift tilt 800 kg (cabine en personen) 20 m hoog in 16 s. Welk vermogen is daar minstens voor nodig?

✓ $P = \dfrac{m\,g\,h}{t} = \dfrac{800 \cdot 9{,}81 \cdot 20}{16} = 9{,}8\ \text{kW}$ (zonder verliezen).

**d** Het dakpaneel wordt met 59 N aan 0,10 m/s dichtgetrokken. Bereken het vermogen op twee manieren.

✓ $P = F \cdot v = 59 \cdot 0{,}10 = 5{,}9\ \text{W}$. Of: $W = 59 \cdot 0{,}50 = 29{,}5\ \text{J}$ in de constante fase van 5,0 s, dus $P = 29{,}5/5{,}0 = 5{,}9\ \text{W}$.

## 9.5 Rendement en Sankey

Oefenen · 4 · Tekenen · 15 min

Een elektrische heftruck neemt 5,0 kW op. Hij tilt een pallet van 600 kg in 4,0 s 2,5 m hoog. De motor wordt warm, en in de hydraulica gaat ook energie verloren.

**a** Bereken het nuttige vermogen en het rendement.

✓ $P_{\text{nuttig}} = \dfrac{600 \cdot 9{,}81 \cdot 2{,}5}{4{,}0} = 3{,}68\ \text{kW}$; $\eta = 3{,}68/5{,}0 = 0{,}74 = 74\,\%$.

**b** Teken het Sankey-diagram op schaal (1 cm per kW).

✓ Een pijl van 5,0 cm breed die splitst in 3,7 cm nuttig (zwaarte-energie van de pallet) en 1,3 cm verlies (warmte).

**c** Waar blijft de 'verloren' energie?

✓ Als warmte in de motor, de elektronica en de hydraulische olie, en uiteindelijk in de omgeving.

## 9.6 Vallen, met energie

●●○ Toepassen · 4 · Rekenen · 15 min

Luchtweerstand verwaarloos je, tenzij anders gevraagd.

**a** Met welke snelheid raakt een steen de grond na een val van 20 m? Controleer met de formules van hoofdstuk 7.

✓ $v = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 20} = 19{,}8\,\text{m/s}$. Hoofdstuk 7: $t = \sqrt{2 \cdot 20/9{,}81} = 2{,}02\,\text{s}$, $v = 9{,}81 \cdot 2{,}02 = 19{,}8\,\text{m/s}$.

**b** Een tennisbal valt van 1,50 m en stuitert terug tot 0,82 m. Welk deel van de energie gaat per stuiter verloren?

✓ $E_p$ is evenredig met de hoogte: $0{,}82/1{,}50 = 0{,}55$. De bal houdt 55 % en verliest 45 % per stuiter (warmte en geluid bij het vervormen).

**c** Van welke hoogte moet je de bal laten vallen opdat hij de grond raakt met 10 m/s?

✓ $h = \dfrac{v^2}{2g} = \dfrac{100}{19{,}62} = 5{,}1\,\text{m}$.

## 9.7 De achtbaan met wrijving

●●○ Toepassen · 5 · Analyseren · 20 min

Het karretje van de achtbaan uit het handboek (500 kg) vertrekt bijna stil op 30 m. Metingen tonen dat het in het laagste punt B (0 m) 23,3 m/s haalt en op de top van heuvel C (20 m) 10,6 m/s. Het baanstuk van A naar B is 80 m lang, van B naar C 60 m.

**a** Bereken de mechanische energie in A, B en C.

✓ A: $E_p = 500 \cdot 9{,}81 \cdot 30 = 147{,}2\,\text{kJ}$, $E_k = 0$, samen 147,2 kJ. B: $E_p = 0$, $E_k = \frac{1}{2} \cdot 500 \cdot 23{,}3^2 = 135{,}7\,\text{kJ}$. C: $E_p = 98{,}1\,\text{kJ}$, $E_k = \frac{1}{2} \cdot 500 \cdot 10{,}6^2 = 28{,}1\,\text{kJ}$, samen 126,2 kJ.

**b** Hoeveel energie is er tussen A en B en tussen B en C verloren gegaan? Waar naartoe?

✓ Van A naar B: 147,2 − 135,7 = 11,4 kJ. Van B naar C: 135,7 − 126,2 = 9,5 kJ. De verloren energie wordt warmte in wielen en rails, en in de lucht (die ook wat opwarmt en in beweging komt).

**c** Hoe groot is de gemiddelde wrijvingskracht (wielen en lucht samen) op elk baanstuk? Vergelijk met het gewicht.

✓ A naar B: $F_w = 11\,430/80 = 143\,\text{N}$. B naar C: $9530/60 = 159\,\text{N}$. Ongeveer 150 N, zo'n 3 % van het gewicht (4905 N); op het tweede stuk iets meer, omdat de luchtweerstand bij hoge snelheid groot is.

## 9.8 Labo: vermogen op de trap

●●○ Toepassen · 5 · Labo · 40 min

Voer de proef uit het handboek uit met drie leerlingen en twee manieren van naar boven gaan.

**a** Noteer de metingen en bereken per poging de zwaarte-energie en het vermogen.

✓ Typisch 150 à 250 W stappend, 400 à 800 W lopend.

**b** Wie levert het grootste vermogen? Is dat ook wie het snelst boven is? Leg uit.

✓ Niet noodzakelijk: een zwaardere leerling die iets trager is, kan meer vermogen leveren, want P = m · g · h / t.

**c** Schat met een spierrendement van 25 % hoeveel energie je lichaam verbruikte bij je snelste poging.

✓ Bij 512 W nuttig gedurende 3,4 s: $1741\,\mathrm{J} / 0{,}25 \approx 7\,\mathrm{kJ}$ verbruikt.

**d** Noem twee foutenbronnen en hun invloed op P (te groot of te klein).

✓ Reactietijd bij starten en stoppen (±0,2 s op 3,4 s is ±6 % op P); niet de hele hoogte gemeten; de energie voor het bewegen van armen en benen en voor de kinetische energie bovenaan telt niet mee (P is dan te klein).

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Metingen** | Hoogte van een trede tot op 0,5 cm, aantal treden, tijden herhaald. |
| **Berekening** | Ep en P correct, eenheden. |
| **Interpretatie** | Vermogen hangt af van massa én tijd; vergelijking eerlijk gemaakt. |
| **Foutenanalyse** | Reactietijd bij de stopwatch en het niet meetellen van beweging van armen en benen besproken. |

## 9.9 Onderzoek: hoeveel energie verliest een stuiterbal?

●●○ Toepassen · 5 · Onderzoeken · 45 min

Laat een bal vallen tegen een meetlat en film hem (liefst in slow motion). Lees de hoogte van elke top af.

**a** Formuleer een onderzoeksvraag en een hypothese over de terugsprong.

✓ Bijvoorbeeld: 'Verliest een bal bij elke stuiter hetzelfde deel van zijn energie?' Hypothese: ja, een vast percentage.

**b** Meet de hoogte van de eerste vijf toppen.

✓ Bijvoorbeeld 150, 82, 45, 25, 14 cm (tennisbal op beton).

**c** Is de verhouding constant? Welk soort verband volgt daaruit voor de hoogte na n stuiters (hoofdstuk 5)?

✓ Ongeveer constant (hier 0,55): elke stuiter houdt hetzelfde deel over. Dan is $h_n = h_0 \cdot 0{,}55^n$: exponentieel verval.

**d** Herhaal op een andere ondergrond. Wat besluit je?

✓ Op een zachte ondergrond (tapijt, gras) is de verhouding kleiner: de ondergrond vervormt en zet meer energie om in warmte.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Opzet | Vraag en hypothese; starthoogte constant; camera loodrecht op de meetlat. |
| Metingen | Vijf toppen, herhaald; aflezen tot op 1 cm. |
| Analyse | Verhoudingen berekend; exponentieel verband herkend. |
| Besluit | Vergelijking van ondergronden met getallen. |

## 9.10 Fietsen: P = F · v

●●○ Toepassen · 5 · Rekenen · 20 min

Een fietser levert 200 W aan de trappers. Op een vlakke weg zijn lucht- en rolweerstand samen 25 N bij de snelheid waarmee hij rijdt. Fietser en fiets wegen samen 80 kg.

**a** Hoe snel rijdt hij, in m/s en km/h?

✓ $v = P/F = 200/25 = 8{,}0\,\text{m/s} = 28{,}8\,\text{km/h}$.

**b** Nu rijdt hij een helling van 5 % op, met dezelfde 200 W. Welke extra kracht moet hij langs de helling leveren?

✓ $F_{\parallel} = 80 \cdot 9{,}81 \cdot \sin(\tan^{-1} 0{,}05) = 39{,}2\,\text{N}$.

**c** Schat zijn snelheid op de helling als je de luchtweerstand verwaarloost en de rolweerstand 4,0 N is.

✓ $v = \dfrac{200}{39{,}2 + 4{,}0} = 4{,}6\,\text{m/s} = 17\,\text{km/h}$.

## 9.11 Python: een pompplanner

●●○ Toepassen · 5 · </> Programmeren · 20 min

In een eb-en-vloedsysteem draait de pomp elk uur een tijdje. Het programma berekent het dagverbruik.

```
# pompplanner.py - hoeveel energie kost de waterkringloop per dag?
P_POMP = 12.0          # opgenomen vermogen van de pomp (W)
DEBIET = 5.0           # liter per minuut bij 1,5 m opvoerhoogte
BATTERIJ = 1200.0      # bruikbare energie in de batterij (Wh)

minuten_per_uur = 15   # de pomp draait elk uur een kwartier
uren = 24

pomptijd = minuten_per_uur * uren / 60          # uren per dag
energie = P_POMP * pomptijd                      # Wh per dag
liters = DEBIET * minuten_per_uur * uren         # liter per dag
print("pomptijd per dag:", pomptijd, "h")
print("energie per dag:", energie, "Wh")
print("rondgepompt water:", liters, "L")
print("deel van de batterij:", round(100 * energie / BATTERIJ, 1), "%")
```

**a** Voorspel de uitvoer en voer het programma uit.

✓ `pomptijd per dag: 6.0 h`, `energie per dag: 72.0 Wh`, `rondgepompt water: 1800.0 L`, `deel van de batterij: 6.0 %` (gecontroleerd).

**b** De planten hebben maar 10 minuten per uur nodig, en 's nachts (8 uur) helemaal niet. Pas het programma aan. Wat wordt het verbruik?

✓ `minuten_per_uur = 10` en `uren = 16`: pomptijd $160/60 = 2{,}67\,\text{h}$, energie $12 \cdot 2{,}67 = 32\,\text{Wh}$ (2,7 % van de batterij), 800 L water.

**c** Voeg een regel toe die het rendement print, met 60 kg per 60 L en een opvoerhoogte van 1,5 m.

✓ Bijvoorbeeld `nuttig = liters * 9.81 * 1.5 / 3600` (Wh zwaarte-energie, want 1 L weegt 1 kg) en `print('rendement:', round(100 * nuttig / energie, 1), '%')`. Uitkomst: 10,2 %.

## 9.12 De slinger

●●○ Toepassen · 5 · Rekenen · 20 min

Een massa hangt aan een touw van 1,00 m. Je trekt ze opzij tot het touw 30° met de verticale maakt, en laat los.

**a** Hoeveel hoger dan het laagste punt hangt de massa bij de start? Gebruik goniometrie (hoofdstuk 6).

✓ $h = L - L\cos 30^\circ = 1{,}00 \cdot (1 - 0{,}866) = 0{,}134\,\text{m}$.

**b** Bereken de snelheid in het laagste punt.

✓ $v = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}134} = 1{,}62\,\text{m/s}$.

**c** Waarom doet de spankracht van het touw geen arbeid?

✓ Het touw trekt altijd langs de straal, loodrecht op de cirkelbaan: de hoek met de verplaatsing is 90°.

**d** Tot welke hoek zwaait de massa aan de andere kant? En na enkele minuten?

✓ Zonder wrijving tot 30°: dezelfde hoogte. Door luchtweerstand en wrijving in het ophangpunt wordt de uitslag langzaam kleiner.

# ●●● Uitdagen — Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

## 9.13 Habitat: het energiebudget van de waterkringloop

●●● Uitdagen · 6 · Habitat · 45 min

De pomp van de waterkringloop (12 W, 5,0 L/min bij 1,5 m) voedt de kweekgoten. Voorlopig rekenen we met een batterij van 1,2 kWh. Twee plannen liggen op tafel. Plan A: de pomp draait continu, 24 uur per dag. Plan B: eb en vloed, overdag (16 uur) elk uur 15 minuten, 's nachts niet. De planten hebben minstens 600 L rondgepompte oplossing per dag nodig.

**a** Bereken voor beide plannen de pomptijd, de elektrische energie per dag (Wh) en het rondgepompte volume.

✓ A: 24 h, $12 \cdot 24 = 288\,\text{Wh}$, $5{,}0 \cdot 60 \cdot 24 = 7200\,\text{L}$, 24 %. B: $16 \cdot 0{,}25 = 4{,}0\,\text{h}$, $48\,\text{Wh}$, $5{,}0 \cdot 15 \cdot 16 = 1200\,\text{L}$, 4 %.

**b** Hoeveel van die energie wordt zwaarte-energie van het water, en waar blijft de rest?

✓ Rendement 10,2 %: A 29 Wh, B 4,9 Wh zwaarte-energie (controle B: $1200 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}5 = 17\,660\,\text{J} = 4{,}9\,\text{Wh}$). De rest wordt warmte in motor, pomp en leidingen, en ook de zwaarte-energie wordt warmte als het water terugstroomt.

**c** Voldoen beide plannen aan de eis van 600 L? Welk plan kies je? Verantwoord met getallen.

✓ Beide halen 600 L. Plan B kost 6 keer minder energie (48 tegenover 288 Wh) en levert nog het dubbele van wat nodig is: plan B. (Plan A kost een kwart van de batterij per dag: in de winter, met weinig zon, is dat te veel.)

**d** Een klasgenoot stelt een pomp met een rendement van 30 % voor (zelfde debiet en hoogte). Hoeveel vermogen neemt die op, en hoeveel bespaar je per dag in plan B?

✓ Nuttig vermogen $1{,}23\,\text{W}$; bij 30 %: $1{,}23/0{,}30 = 4{,}1\,\text{W}$. Plan B: $4{,}1 \cdot 4{,}0 = 16\,\text{Wh}$ in plaats van 48 Wh, dus 32 Wh per dag minder.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Berekening** | Pomptijd, energie en volume correct voor beide plannen; eenheden Wh en L. |
| **Energie** | Nuttige energie met m · g · h; verlies benoemd als warmte. |
| **Keuze** | Plan getoetst aan de eis van 600 L en aan de batterij; afweging met getallen. |
| **Uitbreiding** | Opgenomen vermogen bij 30 % correct uit het nuttige vermogen afgeleid. |

## 9.14 Habitat: energie en vermogen van de dakmotor

●●● Uitdagen · 6 · Rekenen · 25 min

Het schuifpaneel (10 kg, 25°, μk = 0,20) wordt over 0,60 m dichtgetrokken met gemiddeld 59,2 N, aan 0,10 m/s. Een wormoverbrenging is zelfremmend, maar heeft een laag rendement: reken voor motor en overbrenging samen met 30 %. Het dak gaat gemiddeld vier keer per dag open en dicht.

**a** Bereken de arbeid van de riem bij één keer sluiten, en splits ze op in zwaarte-energie en warmte.

✓ $W = 59{,}2 \cdot 0{,}60 = 35{,}5\,\text{J}$. Zwaarte-energie: $10 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}60 \sin 25° = 24{,}9\,\text{J}$. Warmte in de glijders: $17{,}8 \cdot 0{,}60 = 10{,}7\,\text{J}$.

**b** Bereken het mechanische en het elektrische vermogen tijdens de constante fase.

✓ $P_{\text{mech}} = 59{,}2 \cdot 0{,}10 = 5{,}9\,\text{W}$; $P_{\text{el}} = 5{,}9/0{,}30 = 20\,\text{W}$.

**c** Schat de elektrische energie per dag (openen kost ongeveer 40 % van sluiten). Vergelijk met de pomp in plan B van opdracht 9.13.

✓ Sluiten: $35{,}5/0{,}30 = 118\,\text{J}$; openen ongeveer $0{,}4 \cdot 118 = 47\,\text{J}$. Per dag $4 \cdot 165 = 660\,\text{J} = 0{,}18\,\text{Wh}$: minder dan 1 % van de 48 Wh van de pomp.

**d** Waarom is een laag rendement hier geen probleem, en bij de pomp wel?

✓ Het dak draait maar een halve minuut per dag: zelfs met 30 % is het verbruik verwaarloosbaar, en de zelfremming is veel belangrijker. De pomp draait uren per dag: daar telt elke procent rendement.

## 9.15 Een reep chocolade en de trap

Uitdagen · 6 · Analyseren · 20 min

Op de verpakking van een reep chocolade van 50 g staat een energie van 1000 kJ. Je spieren zetten ongeveer 25 % van de energie uit voeding om in arbeid. Je weegt 60 kg; een verdieping is 3,0 m hoog.

**a** Hoeveel arbeid kunnen je spieren met die reep leveren?

$0{,}25 \cdot 1000\,\text{kJ} = 250\,\text{kJ}$.

**b** Hoe hoog kan je daarmee klimmen, en hoeveel verdiepingen is dat?

$h = \dfrac{250\,000}{60 \cdot 9{,}81} = 425\,\text{m}$: ongeveer 140 verdiepingen.

**c** Een trap van 10 verdiepingen oplopen: hoeveel reep 'verbruik' je (met het rendement)?

$E_p = 60 \cdot 9{,}81 \cdot 30 = 17{,}7\,\text{kJ}$; gedeeld door 25 %: 71 kJ, ongeveer 7 % van de reep.

**d** Waarom is je lichaam toch warm na het klimmen? Waar ging de rest van de energie heen?

75 % van de omgezette energie wordt warmte in je spieren. Die moet je lichaam kwijt: zweten, een rood gezicht, snellere ademhaling. (Daarnaast verbruik je ook energie om te leven, los van het klimmen.)

## 9.16 Remmen en terugwinnen

Uitdagen · 6 · Analyseren · 25 min

Een elektrische auto van 1500 kg rijdt 10 km door de stad aan 50 km/h en moet onderweg 20 keer tot stilstand remmen. Bij recuperatief remmen werkt de motor als dynamo en laadt hij de batterij; neem aan dat 60 % van de kinetische energie zo terug in de batterij komt. Rij- en luchtweerstand verwaarloos je in deze opdracht.

**a** Hoeveel kinetische energie heeft de auto aan 50 km/h?

$E_k = \frac{1}{2} \cdot 1500 \cdot 13{,}9^2 = 145\,\text{kJ}$.

**b** Hoeveel energie moet de motor over de 10 km leveren om 20 keer op te trekken? Hoeveel is dat in kWh?

$20 \cdot 145 = 2{,}89\,\text{MJ} = 0{,}80\,\text{kWh}$ (zonder motorverliezen).

**c** Hoeveel wint recuperatief remmen terug? Vergelijk met een verbruik van ongeveer 1,5 kWh per 10 km in de stad.

$0{,}60 \cdot 0{,}80 = 0{,}48\,\text{kWh}$, ongeveer een derde van 1,5 kWh. In het stadsverkeer is terugwinnen dus heel belangrijk; op de autosnelweg, met weinig remmen, veel minder.

**d** Waar gaat de remenergie heen bij een gewone auto?

Alles wordt warmte in de remschijven en remblokken (en wat in de banden en de lucht).

## 9.17 Water als batterij voor het station?

●●● Uitdagen · 7 · Argumenteren · 40 min

Een ontwerper stelt voor om de energie van Habitat op te slaan in een watertoren: overdag water 10 m hoog pompen met zonnestroom, 's nachts het water door een kleine turbine laten terugstromen. Het rendement van de hele cyclus (pomp, leidingen, turbine) schat hij op 50 %. Het station heeft 's nachts 1,2 kWh nodig.

**a** Hoeveel water moet er in de toren om 's nachts 1,2 kWh te leveren?

✓ Er moet $1{,}2\,\text{kWh} / 0{,}50 = 2{,}4\,\text{kWh} = 8{,}64\,\text{MJ}$ zwaarte-energie in de toren zitten. $m = \dfrac{8{,}64 \cdot 10^6}{9{,}81 \cdot 10} = 88\,000\,\text{kg}$: 88 m³ water, 10 m hoog.

**b** Vergelijk met een lithiumbatterij van 1,2 kWh (ongeveer 12 kg). Hoeveel keer zwaarder is het water?

✓ $88\,000 / 12 \approx 7300$ keer zwaarder, en dan moet het water ook nog 10 m hoog staan.

**c** Controleer met de gegevens uit het verhaal over Coo dat de uitbreiding van 600 000 m³ ongeveer 440 MWh extra betekent.

✓ $6 \cdot 10^8\,\text{kg} \cdot 9{,}81 \cdot 270 = 1{,}59 \cdot 10^{12}\,\text{J}$; gedeeld door $3{,}6 \cdot 10^9\,\text{J/MWh}$ geeft 441 MWh.

**d** Schrijf een advies van vijf à zes regels: voor Habitat, en waarom het voor een land wel werkt.

✓ Bijvoorbeeld: 'Voor Habitat afraden: 88 ton water op 10 m hoogte voor één nacht, tegenover een batterij van 12 kg. Zwaarte-energie is per kilogram heel klein (98 J per kg op 10 m, een lithiumbatterij bevat ongeveer 100 Wh = 360 000 J per kg). Een land heeft wel bergen en meren: in Coo zit 270 m hoogteverschil en 8,5 miljoen m³, en een stuwmeer slijt nauwelijks. Daar is het een goedkope, duurzame opslag voor gigawatturen.'

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Berekening | Massa uit m · g · h met het rendement verrekend; volume in m³. |
| Vergelijking | Verhouding met de batterijmassa, orde van grootte juist. |
| Coo | E = m · g · h voor 600 000 m³ en 270 m, omgerekend naar MWh. |
| Advies | Onderbouwd met getallen; verschil tussen kleine en grote schaal verklaard. |

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 10

# Moment en evenwicht

## Waarom een lange sleutel helpt, waar een balk op steunt, en wanneer iets omvalt

Uitgewerkte oplossingen bij de 18 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

6× oefenen · 7× toepassen · 5× uitdagen · ± 487 min

K Krachten, beweging en constructies · W Wiskundig modelleren · D Ontwerpen en maken



Een torenkraan is een reusachtige wip: het contragewicht houdt de last in evenwicht.

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

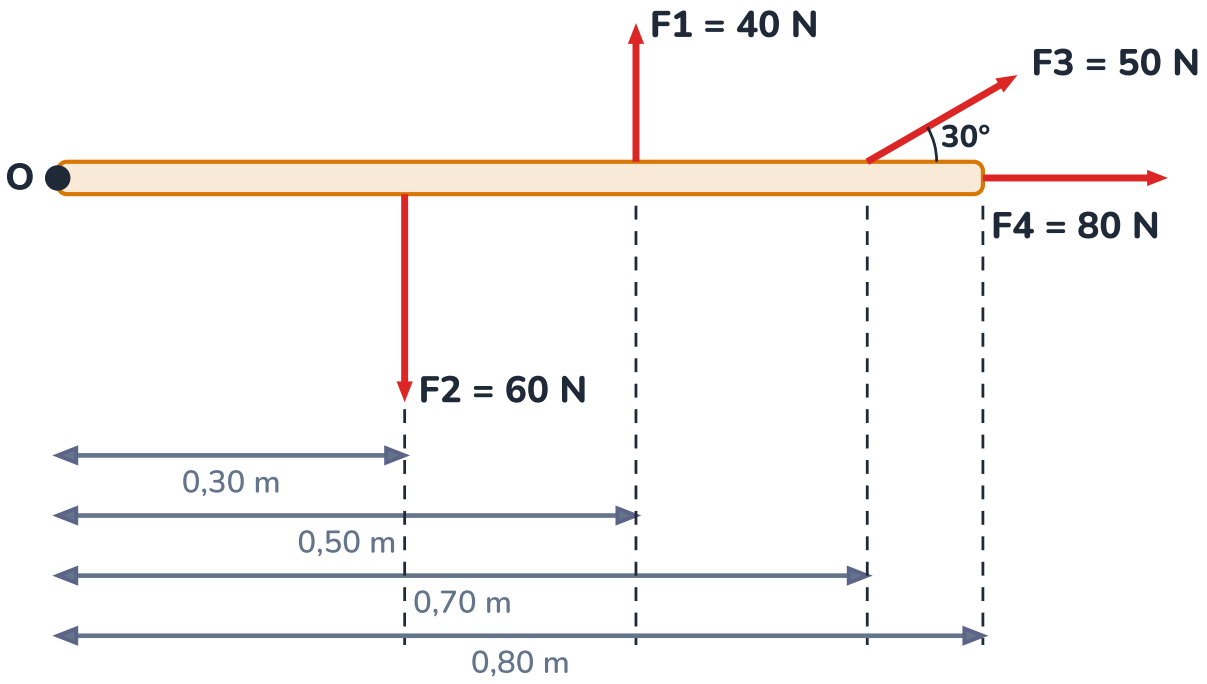
## Oefenen

●○○ Oefenen — één stap, direct toepassen

### 10.1 Momenten om een draaipunt

●○○ Oefenen · 3 · Rekenen · 15 min

Een staaf kan draaien rond O. Er werken vier krachten op, zoals in de figuur.




F1 en F3 wijzen omhoog, F2 omlaag, F4 trekt langs de staaf.

**a** Bereken het moment van elke kracht om O, met teken (tegen de klok in positief).

✓ F1: $+40 \cdot 0{,}50 = +20\,\text{N}\cdot\text{m}$. F2: $-60 \cdot 0{,}30 = -18\,\text{N}\cdot\text{m}$. F3: arm $0{,}70 \sin 30^\circ = 0{,}35\,\text{m}$, dus $+50 \cdot 0{,}35 = +17{,}5\,\text{N}\cdot\text{m}$ (of $F_\perp = 25\,\text{N}$ maal 0,70 m). F4: werklijn door O, arm 0, moment 0.

**b** Hoe groot is het totale moment? In welke zin draait de staaf?

✓ $20 - 18 + 17{,}5 = +19{,}5\,\text{N}\cdot\text{m}$: de staaf draait tegen de klok in.

**c** Welke loodrechte kracht moet je op 0,80 m uitoefenen, en in welke richting, om de staaf in evenwicht te houden?

✓ $-19{,}5\,\text{N}\cdot\text{m}$ nodig: $F = 19{,}5/0{,}80 = 24{,}4\,\text{N}$, loodrecht omlaag op het uiteinde.

## 10.2 Een deur openduwen

Oefenen · 3 · Begrijpen · 10 min

Een deur draait rond de scharnieren. Ze is 0,90 m breed en de klink zit 0,80 m van de scharnieren.

**a** Waarom zit de klink zo ver mogelijk van de scharnieren?

✓ Hoe groter de arm, hoe kleiner de kracht die je nodig hebt voor hetzelfde moment.

**b** Om de deur te openen is een moment van 4,0 N·m nodig. Met welke kracht duw je loodrecht aan de klink? En loodrecht op 10 cm van de scharnieren?

Aan de klink: $4{,}0 / 0{,}80 = 5{,}0\,\text{N}$. Op 10 cm: $4{,}0 / 0{,}10 = 40\,\text{N}$, acht keer zoveel.

**c** Je duwt aan de klink met 20 N, maar schuin: je kracht maakt 30° met het deurblad. Gaat de deur open?

Arm $0{,}80 \sin 30^\circ = 0{,}40\,\text{m}$; moment $20 \cdot 0{,}40 = 8{,}0\,\text{N} \cdot \text{m}$, meer dan 4,0 N·m: ja.

**d** Waarom mag je een deurstopper beter niet vlak bij de scharnieren zetten als iemand de deur hard dichtduwt?

De deurstopper moet het moment van de duw opvangen met een kleine arm: de kracht op de stopper (en op de scharnieren, die de reactie leveren) wordt dan heel groot. Het deurblad of de scharnieren kunnen scheuren.

## 10.3 De wip op de speelplaats

Oefenen · 3 · Rekenen · 12 min

Lotte (35 kg) zit op een wip, 1,8 m van het draaipunt. Haar vader (80 kg) gaat aan de andere kant zitten. Het gewicht van de plank verwaarloos je (ze is symmetrisch).

**a** Op welke afstand van het draaipunt moet haar vader zitten voor evenwicht?

$35 \cdot 1{,}8 = 80 \cdot x$, dus $x = 0{,}79\,\text{m}$ (de valversnelling valt weg).

**b** Haar broertje (15 kg) komt bij Lotte zitten, 1,2 m van het draaipunt. Waar moet de vader nu zitten?

$35 \cdot 1{,}8 + 15 \cdot 1{,}2 = 63 + 18 = 81 = 80 \cdot x$, dus $x = 1{,}01\,\text{m}$.

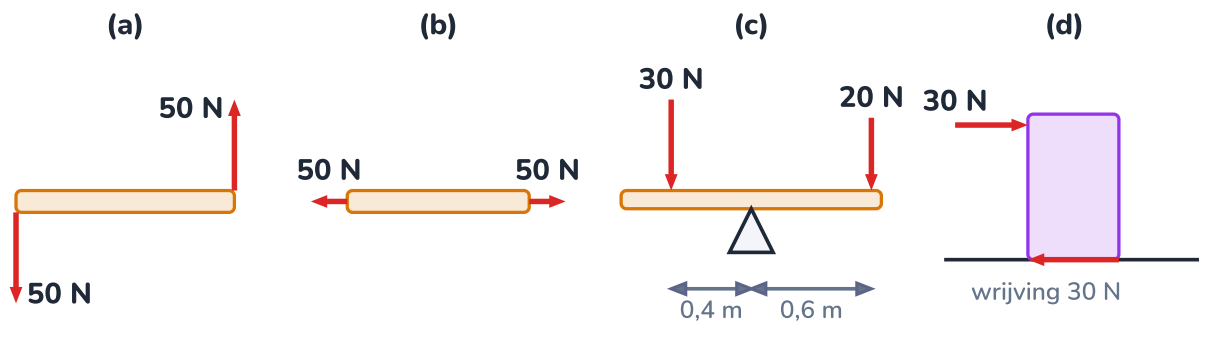
**c** Met welke kracht duwt het draaipunt dan op de plank?

Som van de krachten: $(35 + 15 + 80) \cdot 9{,}81 = 1275\,\text{N}$ omhoog.

## 10.4 Evenwicht of niet?

Oefenen · 4 · Begrijpen · 15 min

Vier situaties. Het gewicht van de plankjes en het blok verwaarloos je in (a) tot (c).




(a) twee krachten aan de uiteinden; (b) twee krachten op één lijn; (c) een wip met twee lasten; (d) een blok dat bovenaan geduwd wordt.

**a** Is de som van de krachten nul in (a), (b) en (c)? En de som van de momenten? Welke zijn in evenwicht?

✓ (a) $\sum F = 0$, maar $\sum M \neq 0$ (koppel): geen evenwicht, draait. (b) $\sum F = 0$ en $\sum M = 0$: evenwicht. (c) momenten om het draaipunt: $30 \cdot 0{,}4 = 12$ tegen $20 \cdot 0{,}6 = 12\,\text{N}\cdot\text{m}$: $\sum M = 0$; de krachten zijn in evenwicht als je de steunkracht meetelt.

**b** Welke kracht ontbreekt er in figuur (c) om het een volledig vrijlichaamsdiagram te maken? Hoe groot is ze?

✓ De steunkracht van het draaipunt op de plank: $30 + 20 = 50\,\text{N}$ omhoog.

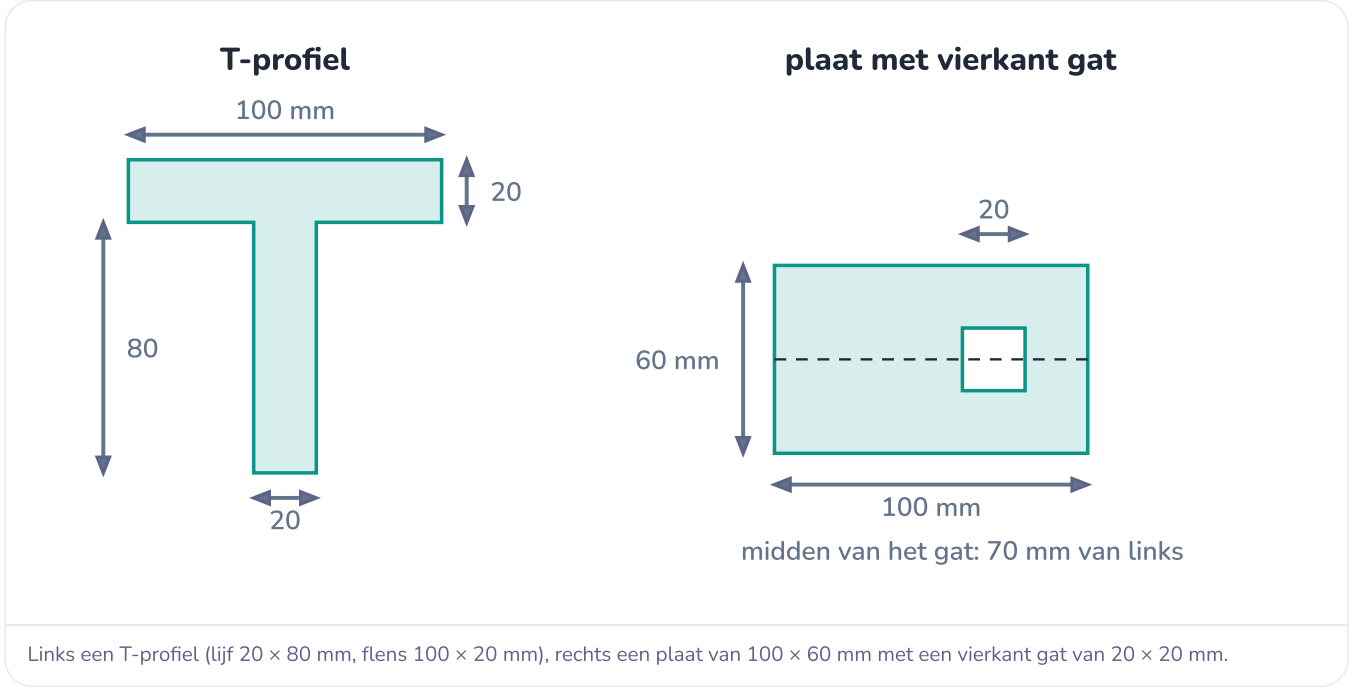
**c** In (d) duw je bovenaan een blok met 30 N en de wrijving onderaan is ook 30 N. De horizontale krachten heffen elkaar op. Waarom kantelt het blok dan toch niet vanzelf, en wanneer wel?

✓ De duw en de wrijving vormen samen een koppel dat het blok naar voor wil kantelen. De normaalkracht verschuift daarom naar de voorste rand: samen met het gewicht vormt ze een tegenkoppel. Zolang die verschuiving binnen het steunvlak kan blijven, kantelt het blok niet. Duw je te hard of te hoog, dan zou de normaalkracht voorbij de rand moeten: dan kantelt het blok.

## 10.5 Zwaartepunten van profielen

Oefenen · 4 · Rekenen · 20 min

Bereken het zwaartepunt van de twee vormen. Leg de oorsprong linksonder.




Links een T-profiel (lijf 20 × 80 mm, flens 100 × 20 mm), rechts een plaat van 100 × 60 mm met een vierkant gat van 20 × 20 mm.

**a** Waar ligt het zwaartepunt van het T-profiel horizontaal? Leg uit zonder te rekenen.

✓ Op de symmetrie-as, 50 mm van links.

**b** Bereken de hoogte van het zwaartepunt van het T-profiel.

✓ Lijf: $A = 1600\,\text{mm}^2$, $y = 40\,\text{mm}$. Flens: $A = 2000\,\text{mm}^2$, $y = 90\,\text{mm}$. $y_Z = \dfrac{1600 \cdot 40 + 2000 \cdot 90}{3600} = \dfrac{64\,000 + 180\,000}{3600} = 67{,}8\,\text{mm}$.

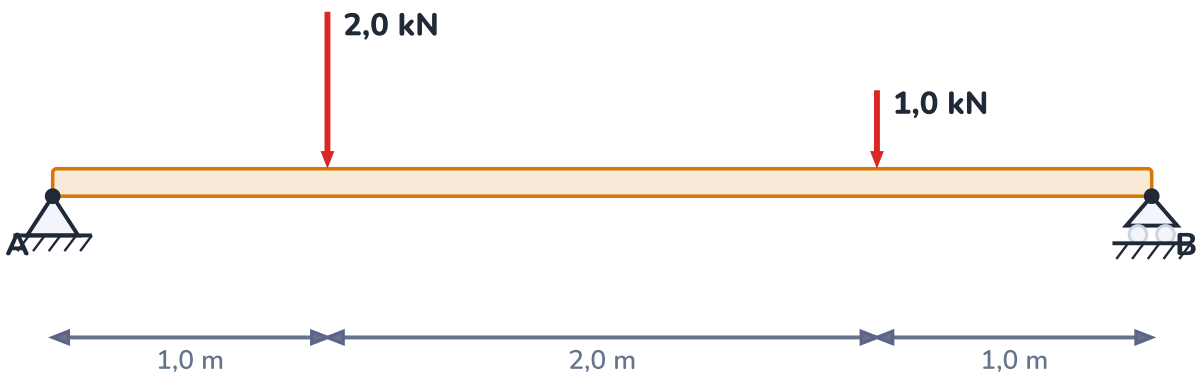
**c** Bereken het zwaartepunt van de plaat met het gat.

Plaat $6000\,\text{mm}^2$ op $x = 50$; gat $-400\,\text{mm}^2$ op $x = 70$. $x_Z = \dfrac{6000 \cdot 50 - 400 \cdot 70}{5600} = 48{,}6\,\text{mm}$; $y_Z = 30\,\text{mm}$ (symmetrie).

## 10.6 Steunpuntsreacties van een balk

Oefenen · 4 · Rekenen · 15 min

Een balk van 4,0 m rust op een scharnier in A en een rol in B.




Twee puntlasten: 2,0 kN op 1,0 m en 1,0 kN op 3,0 m van A.

**a** Teken het vrijlichaamsdiagram en bereken $R_A$ en $R_B$. Controleer met de momenten om B.

Om A: $R_B \cdot 4{,}0 = 2{,}0 \cdot 1{,}0 + 1{,}0 \cdot 3{,}0 = 5{,}0\,\text{kN}\cdot\text{m}$, dus $R_B = 1{,}25\,\text{kN}$; $R_A = 3{,}0 - 1{,}25 = 1{,}75\,\text{kN}$. Om B: $R_A \cdot 4{,}0 = 2{,}0 \cdot 3{,}0 + 1{,}0 \cdot 1{,}0 = 7{,}0$, dus $R_A = 1{,}75\,\text{kN}$. Klopt.

**b** De balk weegt zelf 0,50 kN per meter. Hoe groot worden de reacties nu?

Eigengewicht $0{,}50 \cdot 4{,}0 = 2{,}0\,\text{kN}$ in het midden: elk steunpunt 1,0 kN extra. $R_A = 2{,}75\,\text{kN}$, $R_B = 2{,}25\,\text{kN}$.

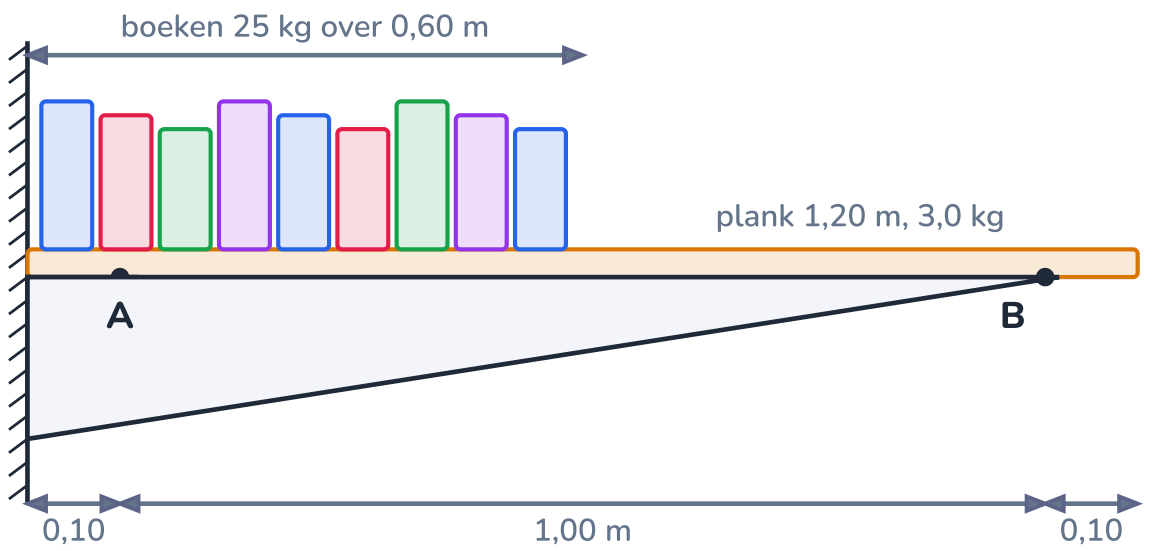
# Toepassen

Toepassen — meerdere stappen, in een context

## 10.7 Een boekenplank

Toepassen · 4 · Rekenen · 20 min

Een plank van 1,20 m en 3,0 kg ligt op twee dragers aan de muur, 0,10 m van elk uiteinde. Links op de plank staan boeken: 25 kg, gelijkmatig over de eerste 0,60 m.




De dragers staan 1,00 m uit elkaar; de plank steekt aan elke kant 0,10 m uit.

**a** Bereken de kracht op elke drager.

Boeken: $245{,}3\,\mathrm{N}$ op 0,30 m van de linkerrand, dus 0,20 m rechts van A. Plank: $29{,}4\,\mathrm{N}$ in het midden, 0,50 m van A. Om A: $R_B \cdot 1{,}00 = 245{,}3 \cdot 0{,}20 + 29{,}4 \cdot 0{,}50 = 63{,}8$, dus $R_B = 64\,\mathrm{N}$; $R_A = 274{,}7 - 63{,}8 = 211\,\mathrm{N}$.

**b** De boeken gaan weg. Iemand zet een pot van 10 kg helemaal links op het uitstekende stukje. Hoe groot zijn de reacties nu?

De pot hangt 0,10 m links van A (negatief moment om A): $R_B = 29{,}4 \cdot 0{,}50 - 98{,}1 \cdot 0{,}10 = 4{,}9\,\mathrm{N}$; $R_A = 29{,}4 + 98{,}1 - 4{,}9 = 122{,}6\,\mathrm{N}$.

**c** Vanaf welke massa helemaal links komt de plank los van drager B? Wat moet je dan doen?

$R_B = 0$ als $m\,g \cdot 0{,}10 = 29{,}4 \cdot 0{,}50$, dus $m = 15\,\mathrm{kg}$. Zwaarder, en de plank kiept rond A omhoog aan de kant van B: schroef de plank vast op de dragers, dan kan B ook naar beneden trekken.

## 10.8 Labo: steunpuntsreacties meten

Toepassen · 5 · Labo · 50 min

Herhaal de proef met de twee keukenweegschalen uit het handboek, maar met je eigen lat of plank en twee massa's tegelijk. Voorspel eerst, meet dan.

**a** Meet de massa van de lat en de afstand tussen de steunpunten. Kies twee massa's en hun plaatsen.

Bijvoorbeeld een lat van 200 g, steunpunten 0,90 m uit elkaar, 500 g op 0,20 m en 200 g op 0,70 m.

**b** Voorspel met de evenwichtsvoorwaarden wat elke weegschaal zal tonen.

Om A: $m_B \cdot 0{,}90 = 200 \cdot 0{,}45 + 500 \cdot 0{,}20 + 200 \cdot 0{,}70 = 330$, dus $m_B = 367\,\mathrm{g}$; $m_A = 900 - 367 = 533\,\mathrm{g}$.

**c** Meet voor minstens vijf opstellingen en vergelijk met je voorspelling.

Verschillen van enkele gram (tot 1 %).

**d** Verschuif één massa in stappen van 10 cm en zet de aflezing van B uit tegen de plaats. Welke helling verwacht je?

✓ Een rechte met helling $\frac{m}{L}$: voor 500 g en 0,90 m is dat 556 g per meter, of 55,6 g per 10 cm.

**e** Verklaar de verschillen tussen voorspelling en meting.

✓ De resolutie van de weegschalen (1 g), het nauwkeurig plaatsen van de massa's (een paar millimeter), het blokje dat niet precies onder het uiteinde staat, een lat die niet overal even dik is.

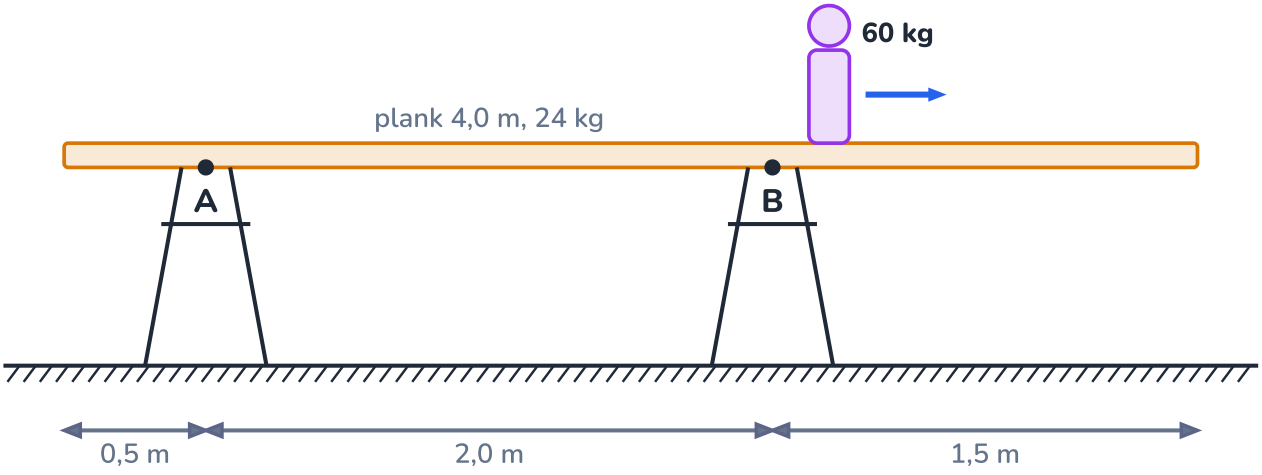
**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Voorspelling** | Momentenvergelijking om een steunpunt correct, met het gewicht van de lat in het midden. |
| **Metingen** | Minstens vijf opstellingen, tarra op nul, eenheden. |
| **Grafiek** | Rechte met helling = massa gedeeld door de afstand tussen de steunpunten. |
| **Besluit** | Verschillen gekwantificeerd en verklaard (resolutie, plaatsing, blokjes). |

## 10.9 Een plank met een overstek

Toepassen · 5 · Rekenen · 20 min

Een plank van 4,0 m en 24 kg ligt op twee schragen A en B, op 0,5 m en 2,5 m van het linkeruiteinde.
Een schilder van 60 kg wandelt over de plank naar rechts.




Voorbij schraag B steekt de plank 1,5 m uit.

**a** Tot waar kan de schilder wandelen voor de plank kantelt? Rond welk punt kantelt ze?

✓ De plank kantelt rond B als $R_A = 0$. Om B: $24 \cdot 0{,}5 = 60 \cdot (x - 2{,}5)$ (de plank heeft haar zwaartepunt op 2,0 m, 0,5 m links van B). $x = 2{,}5 + 0{,}2 = 2{,}7\,\text{m}$: maar 20 cm voorbij de schraag!

**b** Welk tegengewicht moet op het linkeruiteinde liggen, zodat hij tot het rechteruiteinde kan (kantelveiligheid 1)?

✓ Om B, met de schilder op 4,0 m (arm 1,5 m) en het tegengewicht op 0 m (arm 2,5 m): $m \cdot 2{,}5 + 24 \cdot 0{,}5 = 60 \cdot 1{,}5$, dus $m = 31{,}2\,\text{kg}$.

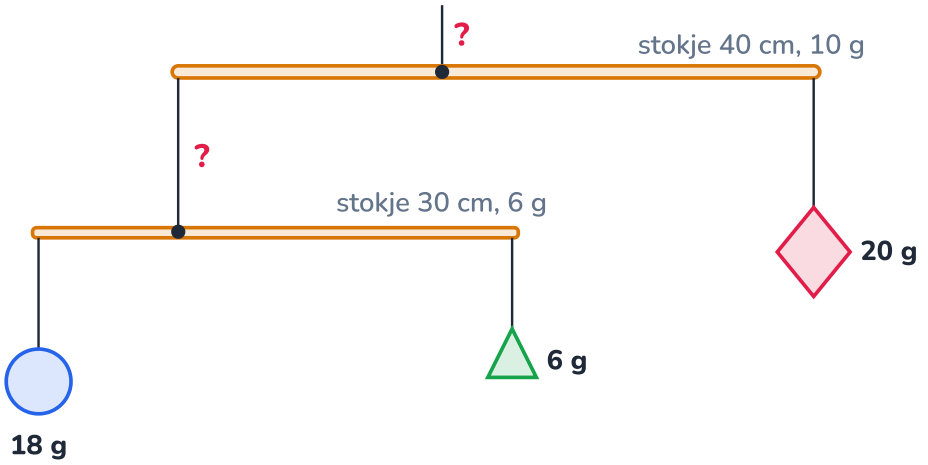
**c** Waarom is het veel veiliger om schraag B verder naar rechts te zetten?

Hoe korter het overstek, hoe kleiner de arm van de schilder voorbij het kantelpunt, en hoe groter de arm van het plankgewicht erachter. Een overstek van meer dan een paar decimeter vraagt verankering.

## 10.10 Maak: een mobiel in evenwicht

Toepassen · 5 · Maken · 45 min

Voor de inkom van het station maak je een mobiel: stokjes die aan draadjes hangen, met figuren aan de uiteinden. Elk stokje moet horizontaal hangen. Het voorbeeld in de figuur: onderaan een stokje van 30 cm (6 g) met 18 g links en 6 g rechts; bovenaan een stokje van 40 cm (10 g) met links het onderste mobiel en rechts 20 g. Het gewicht van de draadjes verwaarloos je.




Waar komen de ophangdraadjes (de vraagtekens)?

**a** Bereken waar het ophangdraadje van het onderste stokje moet komen, gemeten vanaf links.

Om het linkeruiteinde: het ophangpunt draagt 30 g en ligt op $x = \dfrac{18 \cdot 0 + 6 \cdot 15 + 6 \cdot 30}{30} = 9{,}0\,\text{cm}$. Controle om dat punt: $18 \cdot 9 = 162$ tegen $6 \cdot 6 + 6 \cdot 21 = 36 + 126 = 162$.

**b** Bereken waar het bovenste stokje opgehangen moet worden.

Het onderste mobiel weegt 30 g en hangt aan het linkeruiteinde: $x = \dfrac{30 \cdot 0 + 10 \cdot 20 + 20 \cdot 40}{60} = 16{,}7\,\text{cm}$ van links.

**c** Ontwerp en bouw je eigen mobiel met minstens drie niveaus. Weeg alle onderdelen, bereken de ophangpunten vooraf en controleer.

Eigen ontwerp; controle: elk stokje hangt horizontaal, en het ophangpunt ligt telkens in het zwaartepunt van alles wat eronder hangt.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Berekening** | Voor elk stokje een momentenvergelijking om het ophangpunt, met het gewicht van het stokje in zijn midden. |
| **Volgorde** | Van onder naar boven: een lager niveau telt als één last (zijn totale massa) voor het niveau erboven. |
| **Bouw** | Alle stokjes hangen binnen enkele graden horizontaal zonder bijregelen, of het bijregelen is verklaard. |
| **Verslag** | Tabel met massa's, ophangpunten berekend en gemeten. |

## 10.11 Python: waar mag het reservoir staan?

Toepassen · 5 · Programmeren · 25 min

Gebruik het programma `steunpuntsreacties.py` uit het handboek. Als iemand het reservoir bijvult, staat hij (80 kg, dus 785 N) 0,40 m naast het midden van het reservoir, aan de kant van B. De balkdragers waarmee de vloerbalk aan de liggers hangt, mogen elk hoogstens 1,0 kN dragen.

**a** Welke regel moet je aanpassen om de persoon mee te rekenen? Schrijf de nieuwe regel(s).

Bijvoorbeeld `persoon = [(785.0, x + 0.40)]` en `R_A, R_B = reacties(persoon, eigengewicht + reservoir)`.

**b** Laat het midden van het reservoir in stappen van 1 cm van 0,32 m tot 2,08 m lopen, en print alleen de plaatsen waar beide reacties hoogstens 1000 N zijn. Tussen welke grenzen mag het reservoir staan?

```
goed = []
for i in range(32, 209):
    x = i / 100
    reservoir = [(996.3, x - 0.32, x + 0.32)]
    persoon = [(785.0, x + 0.40)]
    R_A, R_B = reacties(persoon, eigengewicht + reservoir)
    if R_A <= 1000 and R_B <= 1000:
        goed.append(x)
print("van", min(goed), "tot", max(goed), "m")
```

Uitvoer (gedraaid): `van 0.65 tot 1.31 m`. Staat het reservoir dichter bij A, dan krijgt A te veel; dichter bij B, dan B (door de persoon aan die kant).

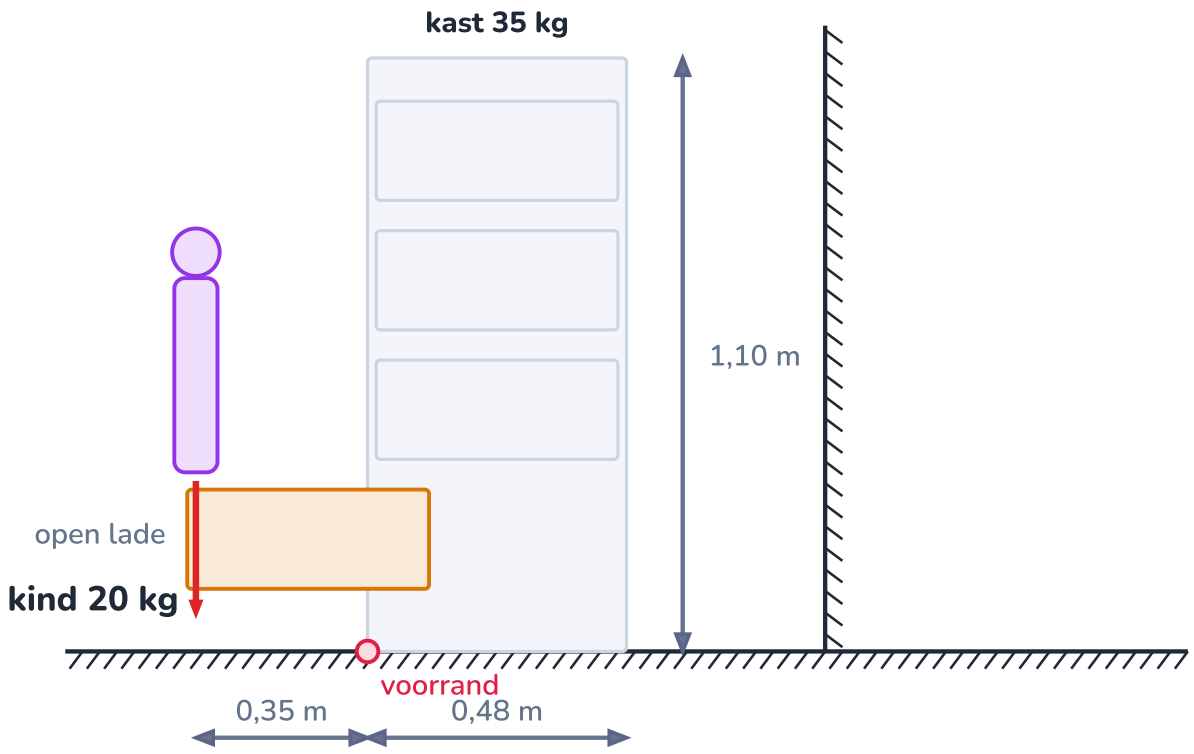
**c** Controleer één grens met een berekening op papier.

Grens bij A: $R_A = 90 + \dfrac{637{,}6\,(2{,}40 - x) + 785\,(2{,}00 - x)}{2{,}40} = 1000$ geeft $x = 0{,}644\,\text{m}$: afgerond op de volgende centimeter 0,65 m.

## 10.12 Waarom kasten omvallen

Toepassen · 5 · Analyseren · 25 min

Een ladekast van 35 kg is 0,48 m diep en 1,10 m hoog. Met alle laden dicht ligt haar zwaartepunt midden in de diepte. De vier laden wegen samen 12 kg; de onderste weegt 5 kg. Een kind van 20 kg staat op de open onderste lade, 0,35 m voor de voorkant van de kast.




De kast kantelt, als ze kantelt, rond haar voorste onderrand.

**a** Met welke horizontale kracht bovenaan (1,10 m) kan je de gesloten kast naar je toe trekken voor ze kantelt?

✓ $M_{\text{stab}} = 35 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}24 = 82{,}4\,\text{N}\cdot\text{m}$; $F = 82{,}4/1{,}10 = 75\,\text{N}$. Minder dan een kind met zijn gewicht kan trekken.

**b** Alleen de onderste lade staat 0,35 m open en het kind staat erop. Waar ligt het zwaartepunt van de kast nu? Kantelt ze?

✓ De lade van 5 kg schuift 0,35 m naar voor: het zwaartepunt verschuift $5 \cdot 0{,}35/35 = 0{,}05\,\text{m}$ naar voor, tot 0,19 m achter de voorrand. $M_{\text{stab}} = 35 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}19 = 65{,}2\,\text{N}\cdot\text{m}$; het kind: $20 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}35 = 68{,}7\,\text{N}\cdot\text{m}$. Groter: de kast kantelt.

**c** Alle laden staan open. Kantelt de kast met het kind erop?

✓ Zwaartepunt $12 \cdot 0{,}35/35 = 0{,}12\,\text{m}$ naar voor, dus 0,12 m achter de voorrand: $M_{\text{stab}} = 41{,}2\,\text{N}\cdot\text{m}$, veel minder dan 68,7: de kast valt zeker om.

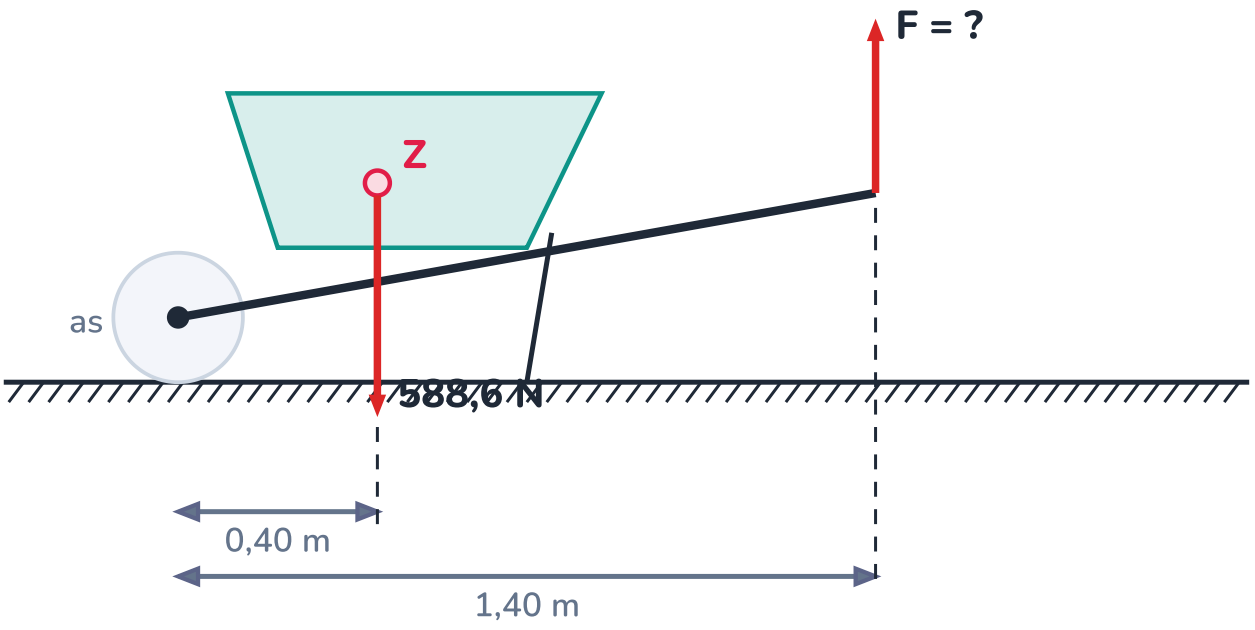
**d** Een muuranker bovenaan (1,05 m hoog) trekt de kast horizontaal naar de muur. Hoe sterk moet het zijn voor een kantelveiligheid van 1,5 in het geval met alle laden open?

✓ $F \cdot 1{,}05 + 41{,}2 \geq 1{,}5 \cdot 68{,}7 = 103{,}0$, dus $F \geq 59\,\text{N}$. Een kleine kracht met een grote arm: daarom wordt bij kasten een muuranker meegeleverd.

## 10.13 Tekenen: een kruiwagen

Toepassen · 4 · Tekenen · 15 min

Een kruiwagen met lading weegt samen 60 kg. Het zwaartepunt ligt horizontaal 0,40 m van de wielas; je handen tillen de handvatten 1,40 m van de wielas.




Een hefboom van de tweede soort: de last zit tussen het draaipunt (de as) en de kracht.

**a** Teken het vrijlichaamsdiagram van de kruiwagen met de lading, met elke kracht op haar aangrijpingspunt.

✓ Gewicht 588,6 N omlaag in Z; je handkracht F omhoog aan de handvatten; de normaalkracht van de grond omhoog in het contactpunt van het wiel (onder de as).

**b** Bereken de kracht waarmee je moet tillen, en de kracht op het wiel.

✓ Momenten om de as: $F \cdot 1{,}40 = 588{,}6 \cdot 0{,}40$, dus $F = 168\,\text{N}$. Wiel: $588{,}6 - 168 = 420\,\text{N}$.

**c** Waarom laad je een kruiwagen het best vooraan, boven het wiel?

✓ Hoe dichter het zwaartepunt bij de as, hoe kleiner de arm van de last en hoe minder je moet tillen: op 0,30 m nog $126\,\text{N}$. Het wiel draagt dan de rest.

## ●●● Uitdagen Uitdagen

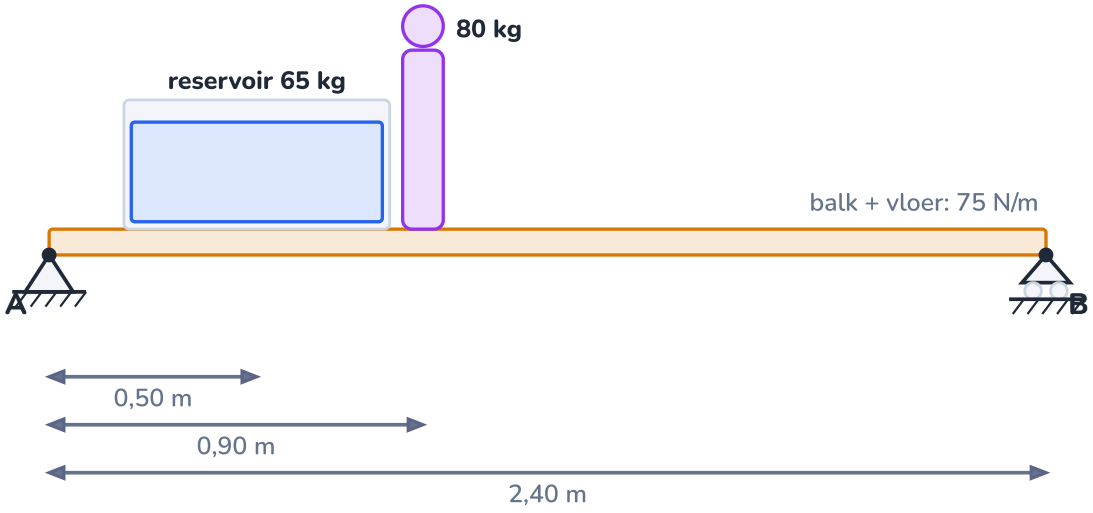
transfer, open problemen, leerlijnen combineren

### 10.14 Habitat: de draagbalk onder het reservoir narekenen

●●● Uitdagen · 6 · Habitat · 45 min

De vloerbalk uit het handboek (2,40 m, 75 N/m) draagt het reservoir (65 kg over 0,64 m, midden op 0,50 m van A). Bij het bijvullen staat er iemand van 80 kg op 0,90 m van A, op dezelfde balk. De metalen

balkdragers waarmee de balk aan de liggers hangt, mogen volgens hun fiche elk hoogstens 1,0 kN dragen. Reken aan de veilige kant: één balk draagt alles.




Het reservoir en de persoon op dezelfde vloerbalk.

**a** Teken het vrijlichaamsdiagram van de balk en vervang de verdeelde lasten door resultanten.

Resultanten: reservoir 637,65 N op 0,50 m, eigengewicht 180 N op 1,20 m, persoon 784,8 N op 0,90 m; RA en RB omhoog.

**b** Bereken $R_A$ en $R_B$. Controleer met een tweede momentenvergelijking.

Om A: $R_B \cdot 2{,}40 = 637{,}65 \cdot 0{,}50 + 180 \cdot 1{,}20 + 784{,}8 \cdot 0{,}90 = 318{,}8 + 216 + 706{,}3 = 1241{,}1$, dus $R_B = 517\,\text{N}$. $R_A = 1602{,}5 - 517{,}1 = 1085\,\text{N}$. Om B: $R_A \cdot 2{,}40 = 637{,}65 \cdot 1{,}90 + 180 \cdot 1{,}20 + 784{,}8 \cdot 1{,}50 = 2604{,}7$, dus $R_A = 1085\,\text{N}$.

**c** Is de balkdrager bij A sterk genoeg? En die bij B?

A: 1085 N is meer dan 1,0 kN: te zwak. B: 517 N, in orde.

**d** Het team stelt voor het reservoir naar het midden te schuiven (midden op 1,20 m); de persoon staat dan op 1,60 m. Bereken opnieuw.

Om A: $R_B = \dfrac{637{,}65 \cdot 1{,}20 + 180 \cdot 1{,}20 + 784{,}8 \cdot 1{,}60}{2{,}40} = 932\,\text{N}$; $R_A = 1602{,}5 - 932 = 670\,\text{N}$. Beide onder 1,0 kN.

**e** Schrijf voor je portfolio een advies van drie à vier regels: waar komt het reservoir, en waarom? Noem ook wat de berekening niet zegt.

Bijvoorbeeld: 'Het reservoir komt met zijn midden tussen 0,65 m en 1,31 m van ligger A (opdracht 10.11), liefst rond 1,0 m: dan blijven beide balkdragers ook met iemand erbij onder 1,0 kN. We rekenden alsof één balk alles draagt; in werkelijkheid helpen de buurbalken. Of de balk zelf niet te veel doorbuigt, berekenen we in E12.'

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Vrijlichaamsdiagram | Alle lasten op hun plaats, verdeelde lasten met hun resultante, twee reacties, afmetingen. |
| Berekening | Momenten om A en om B; som van de krachten klopt; eenheden. |
| Toetsing | Beide reacties vergeleken met 1,0 kN, voor beide opstellingen. |
| Advies | Keuze onderbouwd met getallen; grenzen van het model benoemd (één balk, sterkte en doorbuiging van de balk zelf: E12). |

## 10.15 Hoe hoog mag je op de ladder?

Uitdagen · 7 · Rekenen · 30 min

Een ladder van 5,0 m en 14 kg staat onder 65° tegen een gladde muur. De voet staat op een vloer met $\mu_s = 0{,}35$. Een persoon van 80 kg klimt naar boven.

**a** Teken het vrijlichaamsdiagram van de ladder met de persoon op een afstand $s$ langs de ladder.

Gewichten 137 N (midden, 2,5 m) en 785 N (op s) omlaag; muurkracht horizontaal van de muur weg aan de top; normaalkracht omhoog en wrijving naar de muur aan de voet.

**b** Stel de momentenvergelijking om de voet op en druk de muurkracht uit in functie van $s$.

$N_{\text{muur}} \cdot 5{,}0 \sin 65° = 9{,}81\,(14 \cdot 2{,}5 + 80\,s)\cos 65°$, dus $N_{\text{muur}} = \dfrac{9{,}81\,(35 + 80\,s)}{5{,}0 \tan 65°} = 0{,}915\,(35 + 80\,s)$.

**c** Tot welke afstand $s$ kan de persoon klimmen voor de ladder wegschuift?

$N_{\text{vloer}} = 94 \cdot 9{,}81 = 922\,\text{N}$; hoogstens $0{,}35 \cdot 922 = 323\,\text{N}$ wrijving. $0{,}915\,(35 + 80\,s) = 323$ geeft $35 + 80\,s = 353$, dus $s = 3{,}97\,\text{m}$. De laatste meter is niet veilig.

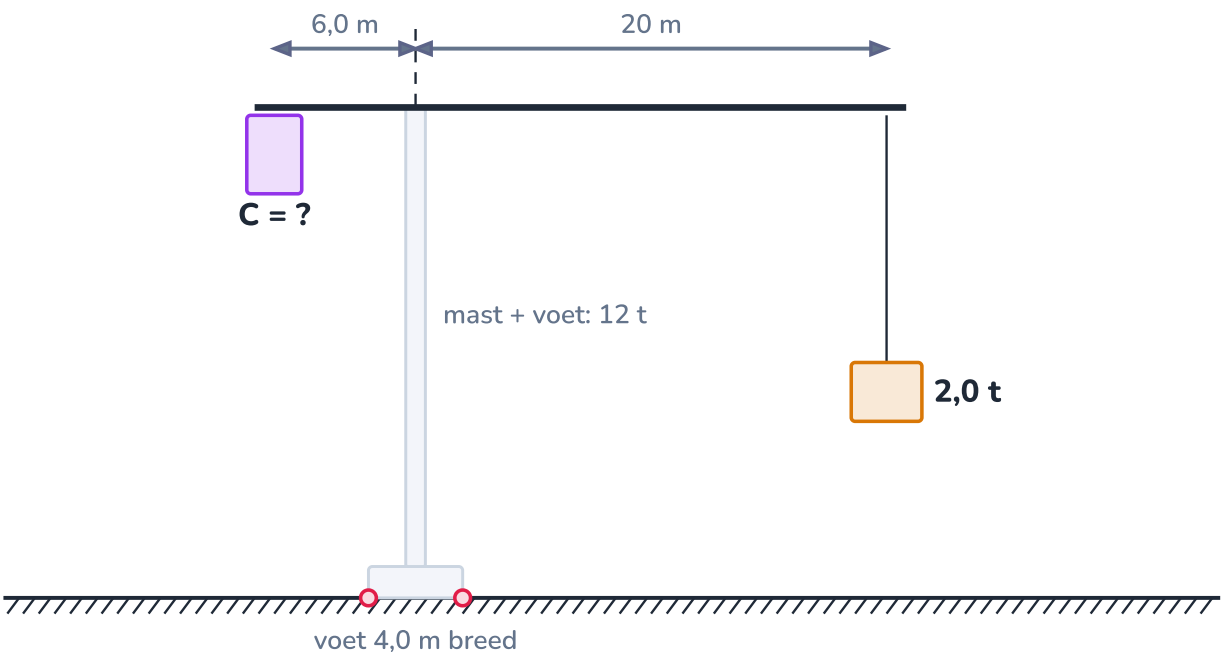
**d** Onder welke hoek moet de ladder minstens staan om veilig tot bovenaan te klimmen?

Met $s = 5{,}0$: $\tan\alpha \geq \dfrac{9{,}81 \cdot (35 + 400)}{5{,}0 \cdot 323} = 2{,}65$, dus $\alpha \geq 69{,}3°$. De 1-op-4-regel (76°) geeft ruim marge.

## 10.16 Het contragewicht van een kraan

Uitdagen · 6 · Rekenen · 30 min

Een kleine torenkraan staat op een voet van 4,0 m breed, met de mast in het midden. Mast en voet wegen samen 12 t, met hun zwaartepunt op de as. Het contragewicht $C$ ligt 6,0 m achter de mast; de grootste last is 2,0 t op 20 m voor de mast. Het gewicht van giek en contragiek verwaarloos je.




De kraan kantelt naar voor rond de voorste rand van de voet, of naar achter rond de achterste.

**a** Met de grootste last: welk contragewicht is minstens nodig om niet naar voor te kantelen (kantelveiligheid 1)?

Om de voorste rand: de last heeft arm $20 - 2 = 18\,\text{m}$, de mast arm 2 m, het contragewicht $6 + 2 = 8\,\text{m}$. $8\,C + 12 \cdot 2 \geq 2{,}0 \cdot 18$, dus $C \geq 1{,}5\,\text{t}$.

**b** Zonder last: welk contragewicht is hoogstens toegelaten om niet naar achter te kantelen?

Om de achterste rand: contragewicht arm $6 - 2 = 4\,\text{m}$, mast 2 m aan de andere kant. $4\,C \leq 12 \cdot 2 = 24$, dus $C \leq 6{,}0\,\text{t}$.

**c** Herhaal beide met een kantelveiligheid van 1,5. Tussen welke grenzen moet C liggen?

Vooraan: $8\,C + 24 \geq 1{,}5 \cdot 36 = 54$, dus $C \geq 3{,}75\,\text{t}$. Achteraan: $1{,}5 \cdot 4\,C \leq 24$, dus $C \leq 4{,}0\,\text{t}$. Een smal venster: $3{,}75\,\text{t} \leq C \leq 4{,}0\,\text{t}$.

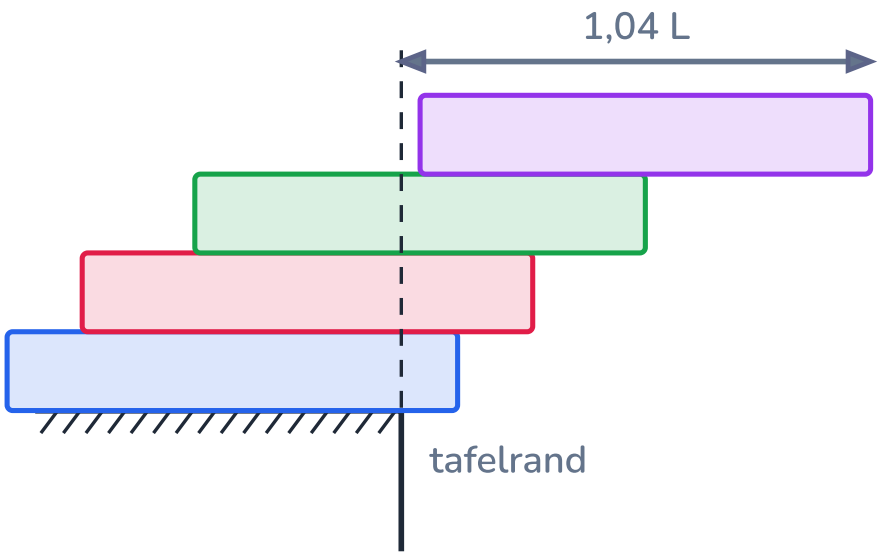
**d** Met C = 4,0 t: welke last mag er op 10 m hangen (veiligheid 1,5)? Wat leer je daaruit over een hijstabel?

Arm van de last om de voorste rand: 8 m. $1{,}5 \cdot 8 \cdot m \leq 8 \cdot 4{,}0 + 24 = 56$, dus $m \leq 4{,}7\,\text{t}$. Hoe dichter bij de mast, hoe zwaarder de last mag zijn: daarom hoort bij elke kraan een hijstabel met de grootste last per vlucht.

## 10.17 Onderzoek: hoe ver kan een stapel overhangen?

Uitdagen · 6 · Onderzoeken · 50 min

Leg identieke blokken (boeken, dominostenen, houten blokjes) op elkaar aan de rand van een tafel, telkens een beetje verschoven. Hoe ver kan het bovenste blok voorbij de tafelrand steken? De theorie zegt: met $n$ blokken van lengte $L$ hoogstens $\frac{L}{2}\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}\right)$.




Met vier blokken steekt het bovenste blok helemaal voorbij de tafelrand.

**a** Leg met het zwaartepunt uit waarom het bovenste blok hoogstens $L/2$ over het tweede mag uitsteken, en waarom de twee bovenste samen hoogstens $L/4$ over het derde.

Het bovenste blok blijft liggen zolang zijn zwaartepunt (in het midden, $L/2$ van zijn rand) boven het blok eronder ligt: het mag dus hoogstens $L/2$ uitsteken. Leg je het zo, dan ligt het zwaartepunt van de twee bovenste blokken samen midden tussen hun twee zwaartepunten, $L/4$ achter de rand van het tweede blok. Dat zwaartepunt moet boven het derde blok liggen: het tweede blok mag dus hoogstens $L/4$ over het derde uitsteken. Zo gaat het verder: de bovenste $k$ blokken samen mogen $L/(2k)$ over het volgende uitsteken.

**b** Bereken met de formule de theoretische overhang voor 1 tot 6 blokken, in eenheden $L$.

n = 1: 0,50; 2: 0,75; 3: 0,92; 4: 1,04; 5: 1,14; 6: 1,23 (× L).

**c** Bouw de stapels en meet de grootste overhang die je haalt. Vergelijk met de theorie.

In de praktijk haal je iets minder (ongelijke blokken, een tafelrand die niet scherp is, trillen); met 4 blokken een overhang van net meer dan één bloklengte is haalbaar.

**d** Hoeveel blokken zijn nodig voor een overhang van twee bloklengtes? Wat zegt dat over de reeks?

Je hebt $1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} \geq 4$ nodig: dat lukt pas bij $n = 31$ blokken. De reeks groeit onbeperkt (je kan elke overhang halen), maar zo traag dat het in de praktijk snel stopt.

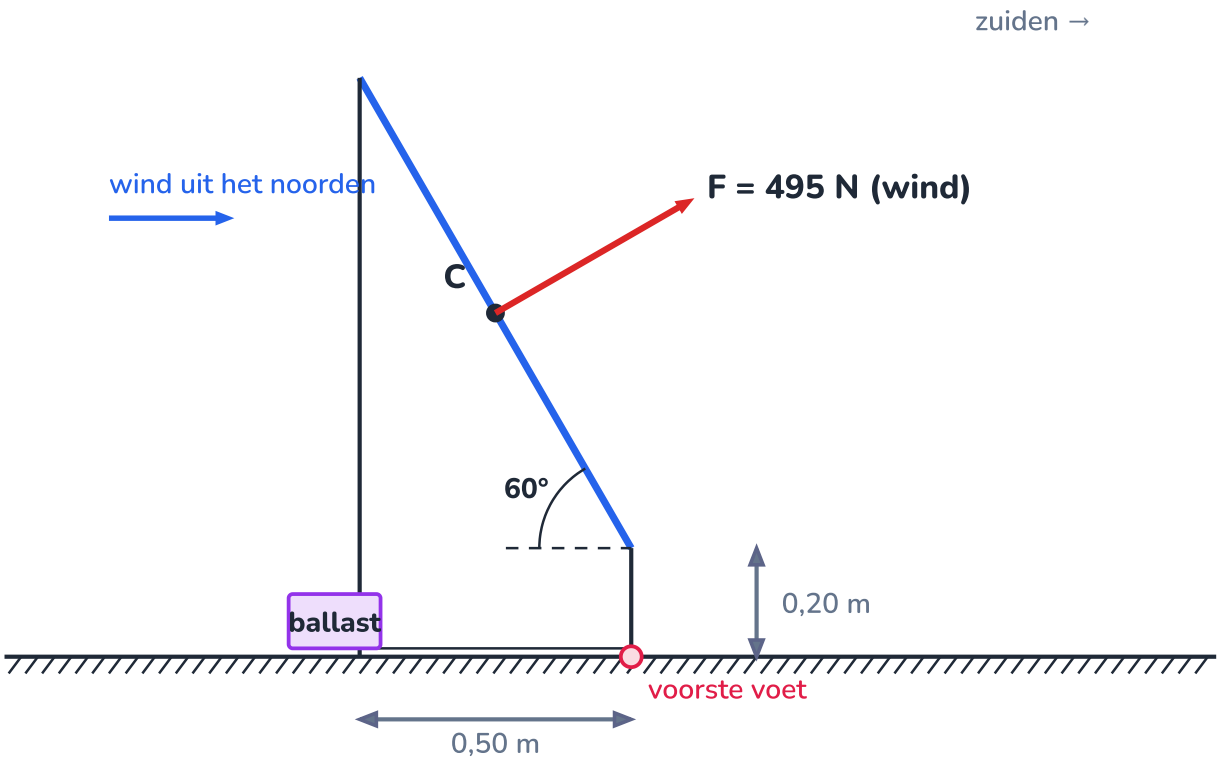
**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Uitleg** | Zwaartepunt van de stapel erboven moet boven het blok eronder liggen; per niveau correct. |
| **Theorie** | Tabel met de som van de reeks voor n = 1 tot 6. |
| **Metingen** | Herhaalde metingen, gemiddeld, in cm en in L. |
| **Besluit** | Meting onder of op de theorie; afwijkingen verklaard; reeks groeit onbeperkt maar heel traag. |

## 10.18 Ontwerp: ballast voor het zonnepaneel

Uitdagen · 7 · Ontwerpen · 45 min

Het zonnepaneel van de klimaatmodule (1,00 m in de hellingsrichting, 1,65 m breed, 60°, hoofdstuk 6) staat op het platte dak op een steun zonder in het dak te boren. De onderrand ligt 0,20 m boven het dak, de voeten staan recht onder de onder- en de bovenrand. Paneel en steun wegen 25 kg, met hun zwaartepunt onder het midden van het paneel. Bij storm uit het noorden duwt de wind met 300 Pa loodrecht op de achterkant van het paneel, naar voor en omhoog. De ballast (betonblokken) komt op de achterste voet.




De wind duwt loodrecht op het paneel, in het midden C; de steun kantelt rond de voorste voet.

**a** Bereken de windkracht op het paneel en ontbind ze in een horizontale en een verticale component.

✓ $F = 300 \cdot 1{,}00 \cdot 1{,}65 = 495\,\text{N}$, loodrecht op het paneel: horizontaal $495\cos 30° = 429\,\text{N}$ naar voor, verticaal $495\sin 30° = 248\,\text{N}$ omhoog.

**b** Bereken het kantelmoment om de voorste voet. Gebruik de horizontale en de verticale afstand van C tot die voet.

C ligt 0,25 m achter de voorste voet en $0{,}20 + 0{,}50 \sin 60^\circ = 0{,}633\,\text{m}$ hoog. Kantelmoment: $429 \cdot 0{,}633 + 248 \cdot 0{,}25 = 271{,}5 + 61{,}9 = 333\,\text{N} \cdot \text{m}$.

**c** Hoeveel kilogram ballast is nodig voor een kantelveiligheid van 1,5?

Gewicht: $25 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}25 = 61{,}3\,\text{N} \cdot \text{m}$; ballast op 0,50 m: $61{,}3 + 0{,}50\,B \geq 1{,}5 \cdot 333 = 500$, dus $B \geq 877\,\text{N}$, ongeveer 89 kg.

**d** De steun kan ook wegschuiven. Rubberen voetjes op het dak geven $\mu_s = 0{,}5$. Is de ballast ook genoeg tegen schuiven?

Normaalkracht $245 + 877 - 248 = 874\,\text{N}$; wrijving hoogstens $0{,}5 \cdot 874 = 437\,\text{N} \geq 429\,\text{N}$: net genoeg, zonder marge. Iets meer ballast (of een hogere $\mu$) is verstandig.

**e** Stel twee andere oplossingen voor die minder ballast vragen, en beoordeel ze.

Bijvoorbeeld: een kleinere hellingshoek (minder hoogte en minder windvang, maar minder winteropbrengst, hoofdstuk 6); een windscherm aan de achterkant (minder druk, maar meer materiaal); de steun vastmaken aan de dakrand of aan de dakconstructie (geen ballast, maar dichtheid van het dak); de ballast verder naar achter op een verlengde voet (grotere arm, dus minder kilogram).

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Windkracht** | Druk maal oppervlakte, ontbonden onder de juiste hoek. |
| **Momenten** | Beide componenten met hun eigen arm om de voorste voet; gewicht en ballast stabiliserend. |
| **Ballast** | Kantelveiligheid 1,5 toegepast; schuiven apart gecontroleerd. |
| **Alternatieven** | Minstens twee ideeën, met een voor- en een nadeel (bv. lagere hoek, windscherm, verankeren, ballast verder naar achter). |

I INTERMEDIATE · DEEL I3 · MECHANICA

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 11

# Druk en hydraulica

**Waarom een punaise prikt, een dam onderaan dikker is en een klein pompje water 1,5 m hoog krijgt**

Uitgewerkte oplossingen bij de 18 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

6× oefenen · 7× toepassen · 5× uitdagen · ± 434 min

K Krachten, beweging en constructies · M Materie en chemie · W Wiskundig modelleren



Een paar vingerdikke slangen met olie onder hoge druk: zo tilt een graafmachine tonnen.

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

## ●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

### 11.1 Druk berekenen en omrekenen

●○○ Oefenen · 3 · Rekenen · 15 min

Bereken telkens de ontbrekende grootheid en zet om naar de gevraagde eenheid.

a Vul de tabel aan.

Kist: $F = 50 \cdot 9{,}81 = 490{,}5\ \text{N}$, $p = 490{,}5 / 0{,}25 = 1962\ \text{Pa}$. Naald: $A = 0{,}010 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^2$, $p = 2{,}0 / 10^{-8} = 2{,}0 \cdot 10^{8}\ \text{Pa} = 200\ \text{MPa}$. Zuiger: $F = 6{,}0 \cdot 10^{5} \cdot 20 \cdot 10^{-4} = 1200\ \text{N}$. Laptop: $A = 20 / 250 = 0{,}080\ \text{m}^2$.

**b** Zet om: 1013 hPa = _____ Pa = _____ bar; 2,4 bar = _____ kPa; 0,25 MPa = _____ bar.

✓ $1013\,\text{hPa} = 101\,300\,\text{Pa} = 1{,}013\,\text{bar}$; $2{,}4\,\text{bar} = 240\,\text{kPa}$; $0{,}25\,\text{MPa} = 2{,}5\,\text{bar}$.

## 11.2 Scherp, breed en plat

Oefenen · 3 · Begrijpen · 10 min

Verklaar elke situatie met $p = F/A$. Zeg telkens of het de bedoeling is de druk groot of klein te maken.

**a** Een bot mes snijdt slecht, ook als je hard duwt.

✓ Een bot mes heeft een brede snede: dezelfde kracht geeft een kleinere druk, te weinig om het materiaal te doorboren. Slijpen maakt A klein, dus p groot.

**b** Een graafmachine rijdt op rupsbanden in plaats van op wielen.

✓ Rupsbanden verdelen het gewicht over een grote oppervlakte: kleine druk, zodat de machine niet wegzakt in zachte grond.

**c** Een rugzak met dunne koordjes doet meer pijn dan een met brede riemen.

✓ Zelfde gewicht, kleinere oppervlakte op je schouders: grotere druk, dus pijn. Brede riemen maken de druk klein.

**d** Wie op dun ijs door zakt, gaat beter plat liggen dan rechtop staan.

✓ Plat liggen verdeelt je gewicht over een veel grotere oppervlakte: de druk op het ijs daalt, het breekt minder snel.

## 11.3 Hoe diep?

Oefenen · 3 · Rekenen · 15 min

Neem $\rho = 1000\,\text{kg/m}^3$ voor zoet water, $1025\,\text{kg/m}^3$ voor zeewater, en $p_0 = 101{,}3\,\text{kPa}$.

**a** Bereken de overdruk op de bodem van een zwembad van 2,0 m diep.

✓ $1000 \cdot 9{,}81 \cdot 2{,}0 = 19\,620\,\text{Pa} \approx 19{,}6\,\text{kPa}$.

**b** Een duiker zwemt op 10 m diepte in zee. Bereken de overdruk en de absolute druk.

✓ $1025 \cdot 9{,}81 \cdot 10 = 100{,}6\,\text{kPa}$ overdruk; absoluut $101{,}3 + 100{,}6 = 201{,}9\,\text{kPa}$, ongeveer 2 bar.

**c** Het voedingsreservoir staat nog maar 10 cm vol. Hoe groot is de overdruk op de bodem?

✓ $1000 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}10 = 981\,\text{Pa}$.

**d** De Marianentrog is ongeveer 10 900 m diep. Schat de druk op de bodem in bar. Waarom is het een schatting?

✓ $1025 \cdot 9{,}81 \cdot 10\,900 = 1{,}10 \cdot 10^8\,\text{Pa} \approx 1100\,\text{bar}$. Een schatting, omdat zeewater onder die enorme druk een beetje samengedrukt wordt (hogere dichtheid) en de temperatuur en het zoutgehalte met de diepte veranderen.

## 11.4 Overdruk of absolute druk?

Oefenen · 4 · Begrijpen · 12 min

Zeg bij elke meting of het een overdruk of een absolute druk is, en geef de andere waarde (neem $p_0 = 1{,}01\,\text{bar}$).

**a** De bandenspanningsmeter toont 2,3 bar.

✓ Overdruk; absoluut 3,3 bar.

**b** Het weerbericht meldt 1025 hPa.

✓ Absolute druk (de luchtdruk zelf); overdruk ongeveer +0,01 bar = +12 hPa ten opzichte van 1013 hPa.

**c** De dokter meet een bloeddruk van 120/80 mmHg.

✓ Overdruk: 120 mmHg = 16,0 kPa en 80 mmHg = 10,7 kPa boven de luchtdruk.

**d** Een stofzuiger haalt −20 kPa.

✓ Overdruk (onderdruk); absoluut $101 - 20 = 81\,\text{kPa}$.

**e** Een volle duikfles staat op 200 bar (manometer).

✓ Overdruk; absoluut 201 bar. Bij zulke drukken maakt dat verschil nauwelijks uit.

## 11.5 Drijft het, en hoe diep?

Oefenen · 4 · Rekenen · 15 min

Een kubus van 10 cm dennenhout (0,60 g/cm³), een ijsblokje (0,917 g/cm³) en een kubus van 10 cm aluminium (2,70 g/cm³).

**a** Hoe diep zakt de houten kubus in zoet water? En in zeewater (1,025 g/cm³)?

✓ Drijven: $V_{\text{ond}}/V = 0{,}60/1{,}00$, dus 6,0 cm diep. In zeewater $0{,}60/1{,}025 = 0{,}585$: 5,9 cm.

**b** Welk deel van het ijsblokje steekt boven het water uit?

✓ $0{,}917$ zit onder water, dus $1 - 0{,}917 = 8{,}3\,\%$ steekt boven.

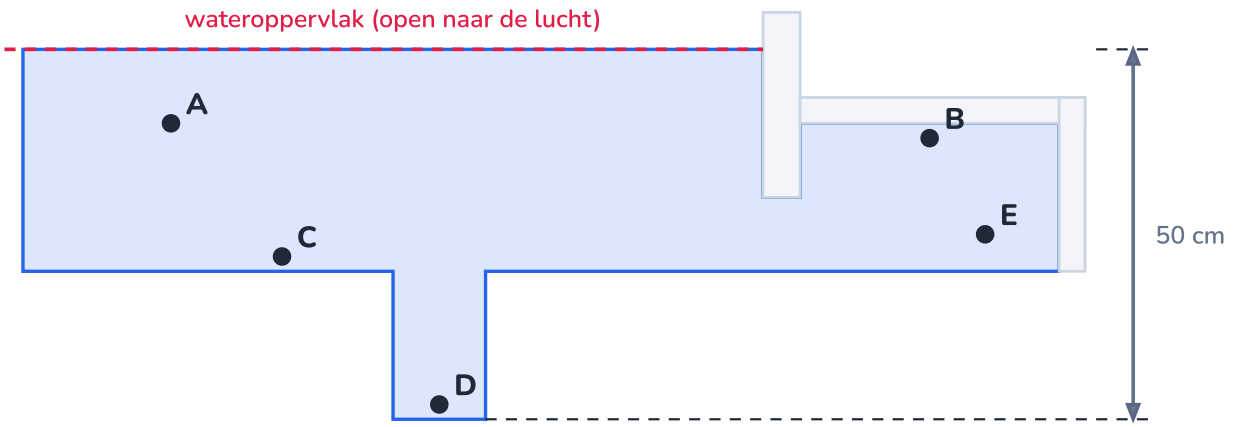
**c** Bereken de opwaartse kracht op de aluminium kubus onder water, en de kracht waarmee je hem onder water vasthoudt.

✓ $V = 1000\,\text{cm}^3 = 10^{-3}\,\text{m}^3$: $F_A = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 10^{-3} = 9{,}81\,\text{N}$. Gewicht $2{,}70 \cdot 9{,}81 = 26{,}5\,\text{N}$. Vasthouden: $26{,}5 - 9{,}8 = 16{,}7\,\text{N}$.

## 11.6 Vijver met een put

Oefenen · 4 · Begrijpen · 12 min

Een vijver heeft een diepe put en een zijkamer die bovenaan dicht is maar onderaan in open verbinding staat met de vijver. Het water staat stil.




Vijf punten A tot E in hetzelfde water; de stippellijn is het wateroppervlak.

**a** Rangschik de druk in A, B, C, D en E van klein naar groot. Leg uit.

Alleen de diepte onder het vrije wateroppervlak telt: A ligt 10 cm diep, B 12 cm (net onder het plafond van de zijkamer), E 25 cm, C 28 cm en D 48 cm (onderaan de put). Dus $A < B < E < C < D$.

**b** Punt E ligt in een kamer die bovenaan dicht is. Verandert dat iets aan de druk in E?

Nee: de zijkamer staat via de opening in verbinding met de vijver. De druk in E is die van het water op dezelfde diepte in de vijver: $\rho\, g\, h$ met $h$ tot het vrije oppervlak. Het plafond van de kamer duwt het water omlaag met precies die druk.

## Toepassen

Toepassen — meerdere stappen, in een context

### 11.7 Een hydraulische hefbrug

Toepassen · 4 · Rekenen · 15 min

In een garage tilt een hefbrug een auto van 1500 kg met een zuiger van 25 cm diameter. De olie wordt met een kleine pompzuiger van 2,5 cm diameter op druk gebracht.

**a** Welke oliedruk is nodig, in kPa en in bar?

✓ $p = \dfrac{1500 \cdot 9{,}81}{\pi \cdot 0{,}125^2} = \dfrac{14\,715}{0{,}0491} = 3{,}0 \cdot 10^5\,\text{Pa} = 300\,\text{kPa} = 3{,}0\,\text{bar}$.

**b** Welke kracht moet op de kleine zuiger werken?

✓ $F = 3{,}0 \cdot 10^5 \cdot \pi \cdot 0{,}0125^2 = 147\,\text{N}$ (100 keer minder: de diameter is 10 keer kleiner, de oppervlakte 100 keer).

**c** De auto moet 1,8 m omhoog. Hoe ver moet de kleine zuiger in totaal bewegen? Waarom werkt een echte hefbrug daarom met een elektrische pomp?

✓ $1{,}8\,\text{m} \cdot 100 = 180\,\text{m}$: onmogelijk in één slag. Een pomp verplaatst de olie in vele slagen (of continu), zoals de krik in het handboek.

## 11.8 Labo: Archimedes met een dynamometer

●●○ Toepassen · 5 · Labo · 50 min

Voer de proef uit het handboek uit met drie voorwerpen van ongeveer hetzelfde volume maar een andere massa (bijvoorbeeld blokjes van aluminium, messing en kunststof) en met twee vloeistoffen: water en zout water.

**a** Noteer je metingen.

✓ Een tabel met krachten tot op 0,05 N.

**b** Hangt de opwaartse kracht af van de massa van het voorwerp? Van de vloeistof? Onderbouw met je metingen.

✓ Voor voorwerpen met hetzelfde volume is F_A binnen de meetfout gelijk: ze hangt niet af van de massa. In zout water is ze groter, evenredig met de dichtheid van de vloeistof.

**c** Bepaal de dichtheid van elk voorwerp en van het zoute water.

✓ $V = F_A/(\rho_{\text{water}}\, g)$; $\rho_v = m/V$. Zout water: $\rho = F_{A,\text{zout}}/(g\,V)$, bijvoorbeeld $2{,}04/(9{,}81 \cdot 1{,}89 \cdot 10^{-4}) = 1100\,\text{kg/m}^3$.

**d** Zet de weegschaal onder de beker. Toon met een meting dat ze stijgt met F_A / g.

✓ De weegschaal stijgt met evenveel gram als F_A / g (bv. 189 g bij 1,85 N): wat de dynamometer minder draagt, draagt de weegschaal meer.

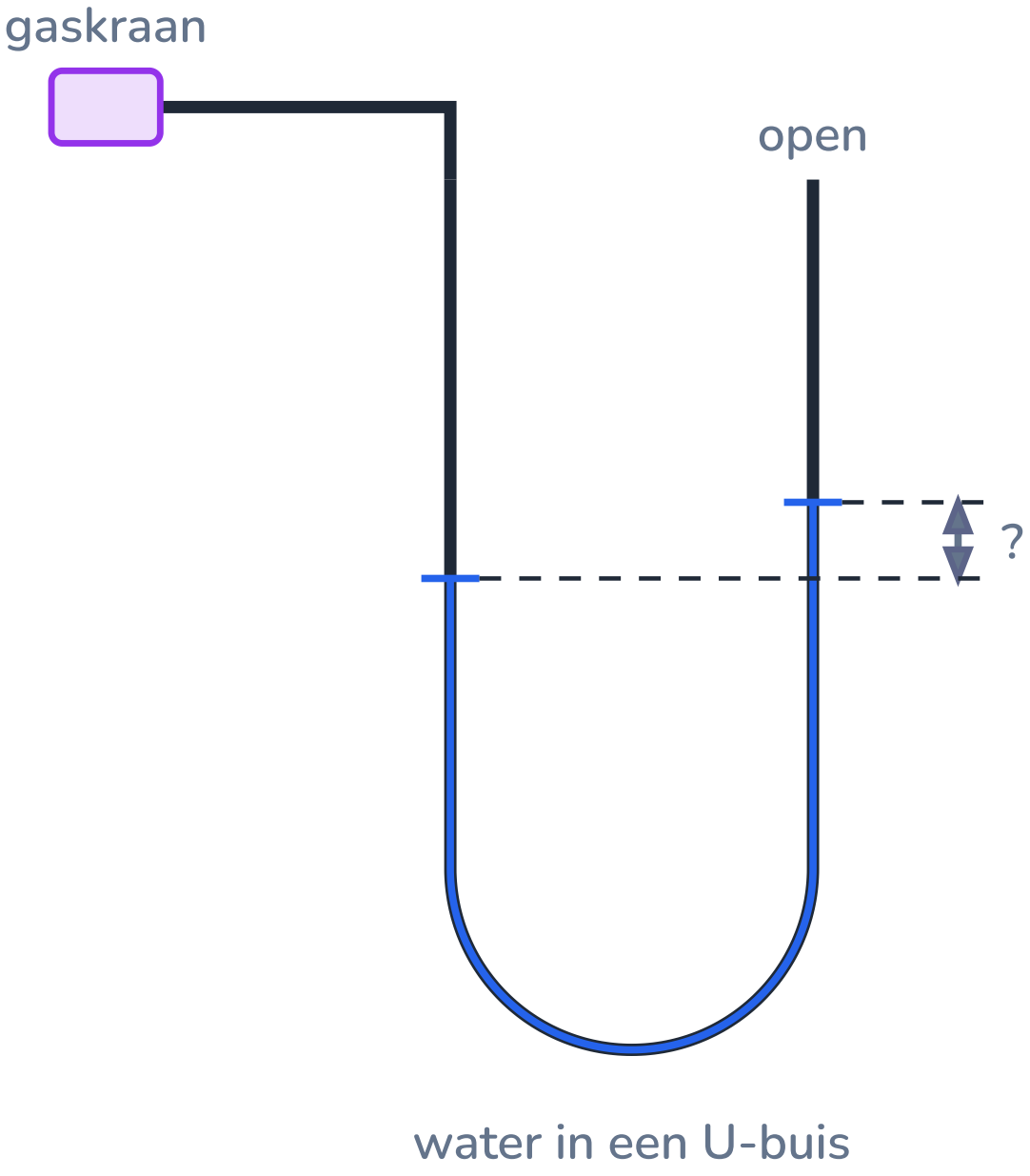
**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Metingen | Drie voorwerpen, twee vloeistoffen, eenheden, voorwerp raakt bodem en wand niet. |
| Besluit | F_A gelijk voor gelijke volumes, onafhankelijk van de massa; groter in zout water. |
| Berekening | V = F_A / (ρ g); dichtheid voorwerp; dichtheid zout water uit F_A met een bekend volume. |
| Derde wet | Stijging van de weegschaal vergeleken met F_A / g. |

## 11.9 Een U-buismanometer aan de gaskraan

Toepassen · 5 · Rekenen · 15 min

Een U-buis met water wordt aangesloten op een gaskraan. Het water staat in het open been 21 cm hoger dan in het been aan de gaskraan.




Het gas duwt het water in het linkerbeen omlaag.

**a** Bereken de overdruk van het gas in Pa en in mbar.

$p = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}21 = 2060\,\text{Pa} = 20{,}6\,\text{mbar}.$

**b** Hoe groot zou het hoogteverschil zijn met kwik (13 590 kg/m³) in plaats van water? Waarom kiest men hier water?

$\Delta h = \dfrac{2060}{13\,590 \cdot 9{,}81} = 0{,}0155\,\text{m} = 1{,}5\,\text{cm}$. Met water is het verschil 13,6 keer groter en dus veel nauwkeuriger af te lezen; kwik gebruik je voor grote drukken (en het is giftig).

**c** Je blaast zo hard als je kan in een U-buis met water: het verschil wordt ongeveer 1 m. Hoe groot is de overdruk in je longen?

✓ $1000 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}0 \approx 10\,\text{kPa}$, ongeveer 0,1 bar.

## 11.10 De watertoren

Toepassen · 5 · Rekenen · 15 min

Het water in een watertoren staat 38 m boven de straat. Een flatgebouw heeft verdiepingen van 3,0 m; de kranen zitten telkens 1,0 m boven de vloer.

**a** Hoe groot is de overdruk aan een kraan op de tweede verdieping (vloer op 6,0 m)? En op de tiende (vloer op 30 m)?

✓ Tweede verdieping: kraan op 7,0 m, dus 31 m onder de waterspiegel: $1000 \cdot 9{,}81 \cdot 31 = 3{,}0\,\text{bar}$. Tiende: kraan op 31 m, 7 m eronder: $0{,}69\,\text{bar}$.

**b** Een douche werkt goed vanaf ongeveer 1,5 bar. Vanaf welke verdieping is een drukverhogingspomp nodig?

✓ 1,5 bar is $15\,000/9810 = 15{,}3\,\text{m}$ waterkolom. De kraan mag dus niet hoger dan $38 - 15{,}3 = 22{,}7\,\text{m}$: vloer op 21,7 m. Verdieping 7 (vloer op 21 m) haalt het nog net, vanaf verdieping 8 (vloer op 24 m) is een pomp nodig.

**c** Waarom zakt de druk aan de kranen 's ochtends, als veel mensen tegelijk douchen?

✓ Als er veel water stroomt, gaat er druk verloren aan wrijving in de leidingen (drukverlies): de formule voor stilstaand water geldt dan niet meer. Bovendien zakt het niveau in de toren.

## 11.11 Python: de niveaumeting kalibreren

Toepassen · 5 · Programmeren · 25 min

Het programma `niveau.py` uit het handboek gebruikt de nominale formule van de sensor. Met een leeg reservoir leest de microcontroller echter niet 41 maar 60. Bij een waterhoogte die je met een lat meet (25,0 cm) leest hij 285.

**a** Welke waterhoogte en welk volume geeft het ongewijzigde programma bij de aflezing 60? En bij 285?

✓ Bij 60: $u = 0{,}293\,\text{V}$, $p = 207\,\text{Pa}$, $h = 2{,}1\,\text{cm}$, 5,1 L: een leeg reservoir lijkt 5 liter te bevatten. Bij 285: $u = 1{,}393\,\text{V}$, $p = 2651\,\text{Pa}$, $h = 27{,}0\,\text{cm}$, 64,9 L.

**b** Pas de functie aan zodat ze rekent met de gemeten nulwaarde (de offset): een nieuwe constante `RUW_NUL = 60`, en de druk uit het verschil met die nulwaarde.

✓

```
RUW_NUL = 60                          # aflezing bij een leeg reservoir

def niveau(ruw):
    du = (ruw - RUW_NUL) * VS / 1023      # spanning boven de nulwaarde (V)
    p = du / (0.09 * VS) * 1000           # 0,45 V per kPa -> Pa
    h = p / (RHO * G)
    return du, p, h, h * BODEM * 1000
```

c Wat geeft je aangepaste programma bij 285? Klopt de gevoeligheid van de sensor, of moet je ook die kalibreren?

✓ Bij 285: $\Delta u = 225 \cdot 5/1023 = 1{,}100\,\text{V}$, $p = 1{,}100/0{,}45 = 2{,}444\,\text{kPa}$, $h = 24{,}9\,\text{cm}$ (59,8 L). Binnen 1 mm van de gemeten 25,0 cm: de gevoeligheid klopt, alleen de offset moest gekalibreerd worden.

## 11.12 Onderzoek: luchtdruk en hoogte

●●○ Toepassen · 5 · Onderzoeken · 50 min

Voer de trapproef uit het handboek zelf uit, en bepaal zo nauwkeurig mogelijk de dichtheid van lucht.

a Formuleer een onderzoeksvraag en een voorspelling (in hPa per verdieping).

✓ Bijvoorbeeld: 'Hoeveel daalt de luchtdruk per meter hoogte?' Voorspelling: $1{,}20 \cdot 9{,}81 \cdot 3{,}2 = 38\,\text{Pa} = 0{,}38\,\text{hPa}$ per verdieping van 3,2 m.

b Beschrijf hoe je de invloed van het weer (de druk verandert ook in de tijd) zo klein mogelijk houdt.

✓ Heen en terug meten en per verdieping het gemiddelde nemen: een langzame weersverandering valt dan (bijna) weg. Snel werken, en telkens even lang wachten voor je afleest.

c Meet en noteer.

✓ Waarden die per verdieping ongeveer 0,35 à 0,40 hPa lager liggen.

d Teken de grafiek, bepaal de helling en bereken de dichtheid van lucht. Vergelijk met 1,20 kg/m³.

✓ Helling rond $-0{,}12\,\text{hPa/m} = -12\,\text{Pa/m}$; $\rho = 12/9{,}81 \approx 1{,}2\,\text{kg/m}^3$. Warme lucht in de trappenhal geeft een iets kleinere waarde.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Vraag en voorspelling | Toetsbare vraag; voorspelling met ρ g Δh. |
| Werkwijze | Heen en terug meten en middelen, telkens even lang wachten, zelfde plaats van de telefoon. |
| Grafiek | Rechte met negatieve helling in hPa/m, correct omgerekend naar Pa/m. |
| Besluit | ρ met realistische onzekerheid; afwijking verklaard (temperatuur, weer, tocht, resolutie). |

## 11.13 Een hand in de beker

●●○ Toepassen · 5 · Begrijpen · 15 min

Een beker met water staat op een keukenweegschaal, die 1500 g toont.

a Je steekt je hand in het water, zonder de bodem of de wand te raken. Je hand verplaatst 250 cm³ water. Wat toont de weegschaal? Leg uit met de derde wet.

✓ 1750 g. Het water duwt je hand omhoog met het gewicht van 250 cm³ water (2,45 N); dan duwt je hand het water met 2,45 N omlaag, en dat merkt de weegschaal als 250 g extra.

**b** Je haalt je hand eruit en legt een badeendje van 40 g in het water; het drijft. Wat toont de weegschaal nu?

✓ 1540 g. Het eendje drijft: het water draagt zijn volledige gewicht, en de weegschaal draagt dus alles.

**c** Je haalt het eendje eruit en laat een steen van 500 g (189 cm³) aan een touwtje helemaal onder water hangen. Wat toont de weegschaal? Welke kracht voel je in het touwtje?

✓ $1500 + 189 = 1689\,\text{g}$; in het touwtje voel je $4{,}90 - 1{,}85 = 3{,}05\,\text{N}$. Samen dragen touwtje en weegschaal het hele gewicht van de steen.

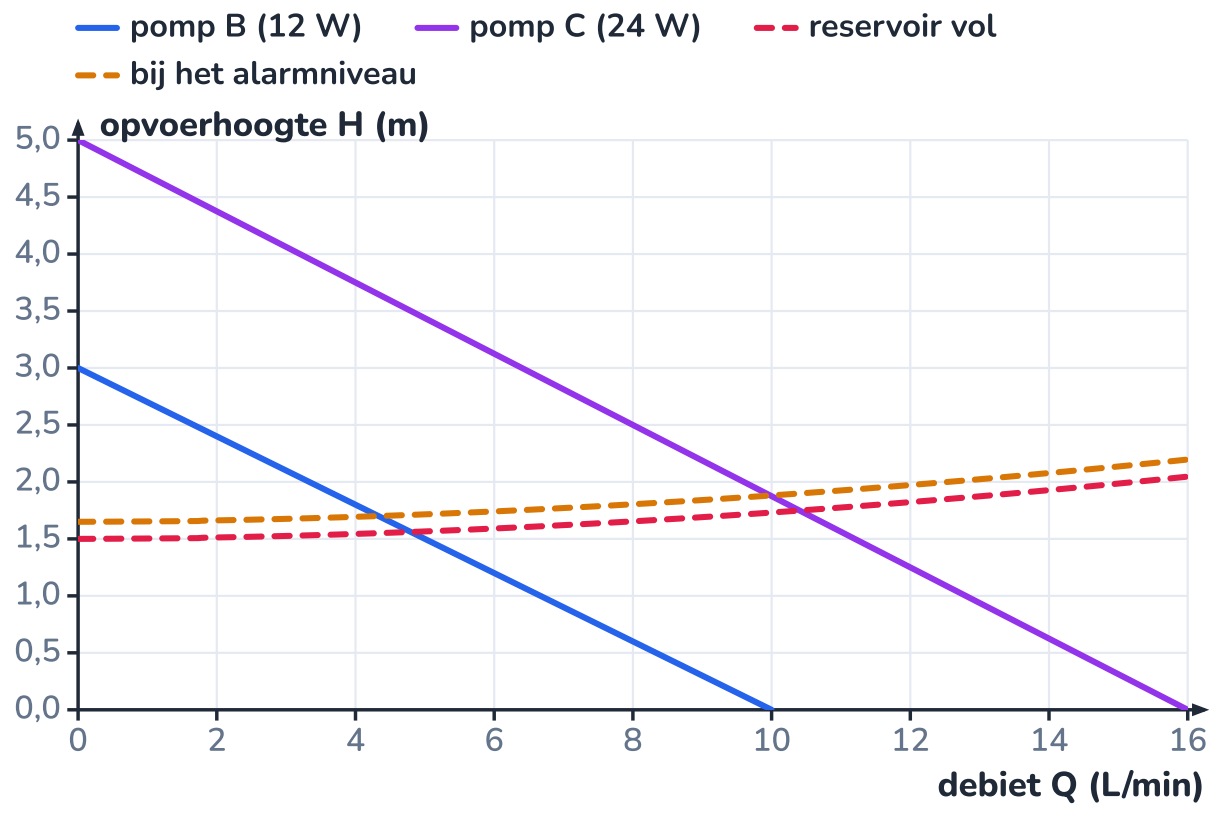
## ●●● Uitdagen Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

### 11.14 Habitat: druk, niveau en pomp van het voedingsreservoir

●●● Uitdagen · 6 · Habitat · 50 min

Het voedingsreservoir (binnenmaten 60 × 40 × 30 cm) is vol bij 25 cm. Bij 10 cm moet het alarm afgaan. De druksensor MPX5010 geeft $U = 5\,\text{V} \cdot (0{,}09\,p + 0{,}04)$ met $p$ in kPa. De pomp moet het water 1,5 m boven het volle wateroppervlak brengen, door een slang van 16 mm. De planten hebben minstens 600 L rondgepompte oplossing per dag nodig; de pomp draait overdag 16 uur lang elk uur 15 minuten (hoofdstuk 9).




Pomp B en C met de leidingkarakteristiek bij een vol reservoir en bij het alarmniveau.

**a** Bereken de overdruk op de bodem bij 25 cm en bij 10 cm, en het volume bij het alarmniveau.

✓ 25 cm: $1000 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}25 = 2452\,\text{Pa}$. 10 cm: $981\,\text{Pa}$. Volume bij 10 cm: $0{,}60 \cdot 0{,}40 \cdot 0{,}10 = 0{,}024\,\text{m}^3 = 24\,\text{L}$.

**b** Bereken de spanning van de sensor en de ADC-waarde (0 tot 1023, 5 V) bij 25 cm en bij 10 cm. Welke drempel programmeer je voor het alarm?

✓ 25 cm: $U = 5 \cdot (0{,}09 \cdot 2{,}4525 + 0{,}04) = 1{,}304\,\text{V}$, ADC $1{,}304/5 \cdot 1023 = 267$. 10 cm: $U = 5 \cdot (0{,}09 \cdot 0{,}981 + 0{,}04) = 0{,}641\,\text{V}$, ADC 131. Drempel: alarm als de (gekalibreerde) waarde onder 131 zakt; liefst een paar stappen marge en een vertraging, zodat golfjes geen vals alarm geven.

**c** Als het niveau van 25 naar 10 cm zakt, verandert de opvoerhoogte. Hoe? Lees het werkpunt van pomp B en van pomp C af voor beide niveaus.

✓ De opvoerhoogte telt vanaf het wateroppervlak: bij 10 cm ligt dat 15 cm lager, dus 1,65 m in plaats van 1,50 m. Werkpunten: B vol 4,8 L/min, bij alarm 4,3 L/min; C vol 10,4 L/min, bij alarm 10,0 L/min.

**d** Haalt pomp B de 600 L per dag in het slechtste geval? Hoeveel elektrische energie kosten B en C per dag?

✓ Slechtste geval B: $4{,}3 \cdot 15 \cdot 16 = 1030\,\text{L}$ per dag, ruim meer dan 600 L. Energie: B $12\,\text{W} \cdot 4\,\text{h} = 48\,\text{Wh}$, C $24 \cdot 4 = 96\,\text{Wh}$ per dag.

**e** Schrijf voor je portfolio een advies van vier à vijf regels: sensor, alarmdrempel, pomp en slang.

✓ Bijvoorbeeld: 'We meten het niveau met een MPX5010 via een luchtbuis, gekalibreerd bij een leeg en een vol reservoir. Het alarm gaat af onder 10 cm (24 L, ADC 131 na kalibratie), met een vlotterschakelaar als tweede beveiliging. Pomp B met een slang van 16 mm levert 4,3 tot 4,8 L/min, ruim genoeg voor 600 L per dag, aan de helft van de energie van pomp C.'

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Hydrostatica | Overdruk met ρ g h bij beide niveaus; volume 24 L. |
| Sensor | Spanning en ADC-waarde correct; drempel met een verantwoorde marge en de nood aan kalibratie benoemd. |
| Pomp | Opvoerhoogte stijgt met 15 cm; werkpunten uit de grafiek; debiet getoetst aan 600 L per dag. |
| Advies | Keuze onderbouwd met getallen, ook met energie; tweede beveiliging (vlotter) vermeld. |

## 11.15 De halve bollen van Maagdenburg

●●● Uitdagen · 6 · Rekenen · 25 min

De halve bollen van Otto von Guericke hadden een diameter van ongeveer 42 cm. Neem een luchtdruk van 101 kPa.

**a** Met welke kracht drukt de lucht de bollen tegen elkaar als ze helemaal leeggepompt zijn? Welke massa heeft dat gewicht?

✓ $A = \pi \cdot 0{,}21^2 = 0{,}139\,\text{m}^2$; $F = 101\,000 \cdot 0{,}139 = 1{,}4 \cdot 10^4\,\text{N}$ = 14 kN, het gewicht van ongeveer 1400 kg.

**b** Zijn pomp liet nog 10 kPa in de bollen over. Hoe groot is de kracht dan?

✓ $(101\,000 - 10\,000) \cdot 0{,}139 = 1{,}27 \cdot 10^4\,\text{N}$, ongeveer 12,7 kN.

**c** Waarom mag je bij de kracht de oppervlakte van een cirkel met die diameter nemen, en niet die van de bolvormige buitenkant?

✓ Druk werkt loodrecht op elk stukje van het bolvlak. De componenten opzij heffen elkaar op; wat overblijft in de trekrichting, is de druk maal de oppervlakte van de projectie van de bol op een vlak loodrecht op die richting: een cirkel met dezelfde diameter.

**d** Guericke spande acht paarden aan elke kant. Waarom had hij met acht paarden en een stevige boom evengoed gekund?

✓ De ene halve bol is in evenwicht als hij aan twee kanten even hard getrokken wordt (hoofdstuk 8). Een boom levert dezelfde kracht als acht paarden (derde wet): acht paarden trekken aan de andere kant. De zestien paarden waren show.

## 11.16 Hoe lang mag een rietje zijn?

●●● Uitdagen · 6 · Analyseren · 20 min

Met je mond kan je een onderdruk van ongeveer 10 kPa maken. Een perfecte pomp haalt een volledig vacuüm.

**a** Hoe hoog kan je water in een verticaal rietje optrekken?

✓ $h = \dfrac{10\,000}{1000 \cdot 9{,}81} = 1{,}0\,\text{m}$.

**b** Hoe hoog kan een perfecte zuigpomp water optrekken op zeeniveau, en op 3000 m hoogte (70,1 kPa)?

✓ Zeeniveau: $\dfrac{101\,325}{1000 \cdot 9{,}81} = 10{,}3\,\text{m}$. Op 3000 m: $\dfrac{70\,100}{9810} = 7{,}1\,\text{m}$. Minder lucht erboven, minder duw.

**c** Een landbouwer wil water oppompen uit een put van 15 m diep, met een pomp aan de oppervlakte. Wat raad je aan?

✓ Onmogelijk: geen enkele zuigpomp haalt 15 m (in de praktijk zelfs geen 8 m). Een dompelpomp onderin de put, die het water omhoog duwt.

## 11.17 Een weerballon

●●● Uitdagen · 7 · Analyseren · 30 min

Een weerballon (0,30 kg) met een meetpakket (0,20 kg) wordt met helium gevuld. Bij de grond: lucht 1,20 kg/m³, helium 0,17 kg/m³. Voor een goede stijgsnelheid moet de ballon met een netto kracht van 5,0 N omhoog trekken.

**a** Teken het vrijlichaamsdiagram van ballon, helium en meetpakket samen.

✓ Omlaag: gewicht van ballon en pakket (4,9 N) en van het helium. Omhoog: de opwaartse kracht van de lucht.

**b** Welk volume helium is nodig? Hoe groot is de diameter van de bol?

✓ $\rho_{\text{lucht}}\, g\, V - \rho_{\text{He}}\, g\, V - 4{,}9 = 5{,}0$, dus $V = \dfrac{9{,}9}{9{,}81 \cdot 1{,}03} = 0{,}98\,\text{m}^3$. Diameter: $d = \sqrt[3]{6V/\pi} = 1{,}23\,\text{m}$.

**c** Op 10 km hoogte is de lucht ongeveer drie keer zo dun. Het helium zet uit tot zijn druk gelijk is aan die van de lucht rondom (neem aan dat de temperatuur binnen en buiten gelijk is). Wat gebeurt er met de opwaartse kracht? Leg uit.

- Het volume wordt ongeveer drie keer groter, de dichtheden van lucht en helium drie keer kleiner. Het product $(\rho_{\text{lucht}} - \rho_{\text{He}})\,V$ blijft gelijk: de netto opwaartse kracht verandert niet, zolang de ballon kan uitzetten. (De massa van het helium blijft immers gelijk, en de verplaatste lucht weegt altijd evenveel keer meer.)

**d** Waarom barst een weerballon uiteindelijk, op 20 à 35 km hoogte?

- De ballon blijft uitzetten naarmate de druk daalt, tot het latex zo ver uitgerekt is dat het scheurt. Het meetpakket valt dan aan een parachute terug.

## 11.18 Ontwerp: een vlotterschakelaar voor het alarm

●●● Uitdagen · 7 · Ontwerpen · 45 min

Je ontwerpt zelf een vlotter voor een tweede alarm in het reservoir. De vlotter schuift langs een verticale stang. Bij het alarmniveau moet hij op een aanslag rusten en een microschakelaar indrukken die 0,15 N nodig heeft. Beschikbaar: een holle kunststof cilinder van 3,0 cm diameter; de hoogte kies je zelf; wand en deksels wegen 2,0 g per cm hoogte.

**a** Leg uit hoe de vlotter werkt: wanneer drukt hij de schakelaar in, en wanneer laat hij los? Schets.

- Normaal drijft de vlotter en draagt het water zijn gewicht: de schakelaar is vrij. Zakt het water onder het alarmniveau, dan blijft de vlotter hangen aan het hefboompje en drukt zijn gewicht de schakelaar in.

**b** Stel dat de vlotter aan een hefboompje hangt dat de schakelaar indrukt als de vlotter door zijn gewicht naar beneden zakt (het water is weg). Hoe zwaar moet hij minstens zijn? Kies de hoogte.

- Gewicht $\geq 0{,}15\,\text{N}$, dus $m \geq 0{,}15/9{,}81 = 15{,}3\,\text{g}$. Met 2,0 g per cm: minstens 7,7 cm; kies 8,0 cm (16 g, 0,157 N).

**c** Controleer dat de vlotter bij een normaal niveau drijft en de schakelaar loslaat. Hoe diep zakt hij in?

- Volume $\pi \cdot 1{,}5^2 \cdot 8{,}0 = 56{,}5\,\text{cm}^3$, gemiddelde dichtheid $16/56{,}5 = 0{,}28\,\text{g/cm}^3$: hij drijft. Diepgang $16/(\pi \cdot 1{,}5^2) = 2{,}3\,\text{cm}$, ruim kleiner dan 8 cm.

**d** Welke risico's zie je (aanslag, algen, golven, zout)? Stel een verbetering voor.

- Bijvoorbeeld: algen of zoutkorsten laten de vlotter vastkleven aan de stang (gladde stang, regelmatig reinigen, lichtdicht reservoir); golfjes doen hem op en neer gaan (vertraging in de software); een lek maakt hem zwaarder (dicht gelaste deksels, test in een emmer). Een reedcontact met een magneet vraagt geen kracht en is betrouwbaarder dan een microschakelaar.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Werking | Duidelijke schets met aanslag, schakelaar en de twee toestanden. |
| Berekening | Gewicht minstens 0,15 N; drijfvermogen gecontroleerd met Archimedes. |
| Diepgang | Diepgang berekend en kleiner dan de hoogte van de vlotter. |
| Kritisch | Minstens twee faalwijzen en een maatregel. |

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 12

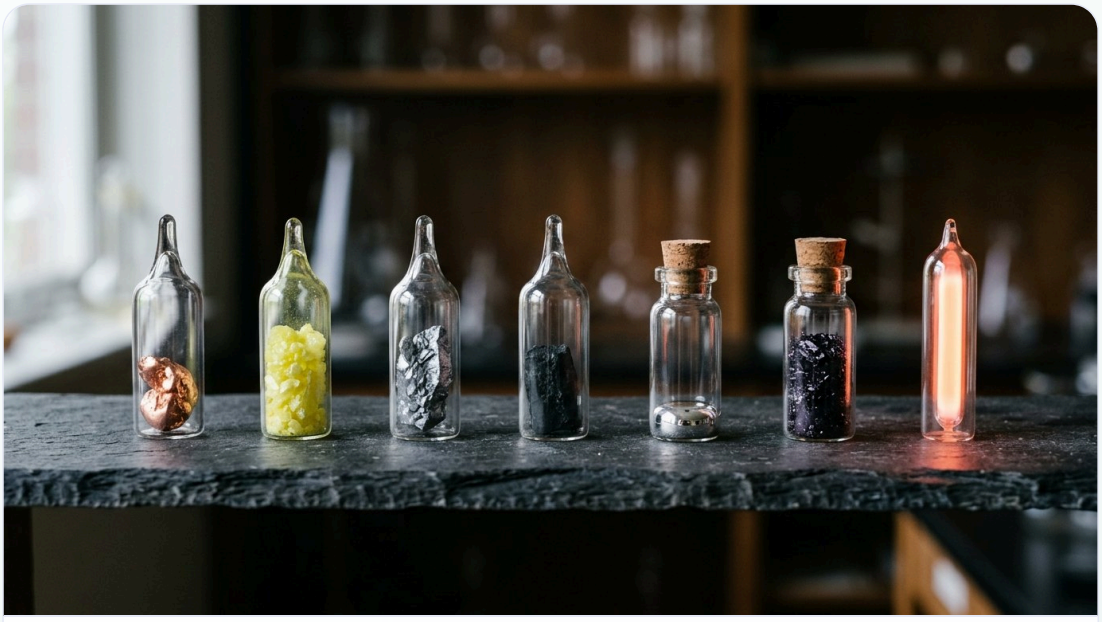
# Atomen en het periodiek systeem

## Wat er in een atoom zit, en waarom 118 elementen in één tabel passen

Uitgewerkte oplossingen bij de 15 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

5× oefenen · 6× toepassen · 4× uitdagen · ± 337 min

M Materie en chemie



Koper, zwavel, silicium, koolstof, gallium, jood en neon: zeven elementen, zeven soorten atomen.

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

## Oefenen

●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

### 12.1 Deeltjes tellen

●○○ Oefenen · 3 · Rekenen · 15 min

Gebruik het periodiek systeem voor de atoomnummers.

a Vul de tabel aan.

N-14: 7, 7, 7. Al-27: 13, 14, 13. $K\text{-}39^{+}$: 19, 20, 18. $O\text{-}16^{2-}$: 8, 8, 10. $Mg\text{-}24^{2+}$: 12, 12, 10. $Cl\text{-}37^{-}$: 17, 20, 18.

**b** Een deeltje heeft 20 protonen, 20 neutronen en 18 elektronen. Schrijf het in de notatie ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$ met zijn lading.

✓ 20 protonen is calcium, $A = 40$, lading $20 - 18 = +2$: ${}^{40}_{20}\mathrm{Ca}^{2+}$.

**c** Welke twee deeltjes uit de tabel hebben evenveel elektronen als neon?

✓ Neon heeft 10 elektronen: het oxide-ion $\mathrm{O}^{2-}$ en het magnesiumion $\mathrm{Mg}^{2+}$.

## 12.2 Juist of fout: het atoom

Oefenen · 3 · Begrijpen · 10 min

Zeg of de uitspraak juist of fout is. Verbeter elke foute uitspraak.

**a** (a) Isotopen van hetzelfde element hebben een verschillend aantal protonen.

✓ Fout: isotopen hebben evenveel protonen en een verschillend aantal neutronen.

**b** (b) Het grootste deel van het volume van een atoom is lege ruimte.

✓ Juist: de kern is ongeveer 60 000 keer kleiner dan het atoom.

**c** (c) Als een atoom een elektron opneemt, wordt het een positief ion.

✓ Fout: een elektron is negatief; wie er een opneemt, wordt een negatief ion (bv. $\mathrm{Cl}^-$).

**d** (d) Deuterium en gewone waterstof vormen allebei water met dezelfde chemische eigenschappen.

✓ Juist (chemisch): dezelfde elektronen, dezelfde bindingen. Zwaar water is wel 11 % zwaarder en kookt iets hoger (101,4 °C).

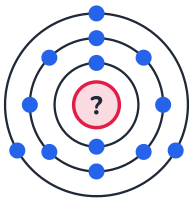
**e** (e) Het massagetal van een atoom is gelijk aan zijn atoommassa in u, tot op drie decimalen.

✓ Fout: het massagetal is een telling (geheel getal). De atoommassa wijkt een beetje af, omdat protonen en neutronen niet precies 1 u wegen en er massa verdwijnt als bindingsenergie. Chloor-35: massagetal 35, massa 34,969 u.

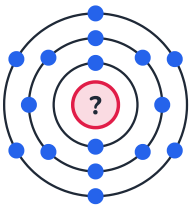
## 12.3 Schillen en valentie-elektronen

Oefenen · 3 · Tekenen · 15 min

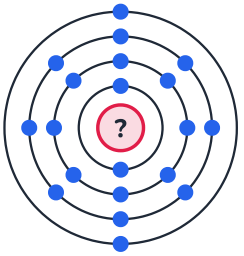
Hieronder zie je drie schillenmodellen waarvan het symbool in de kern weggelaten is.




atoom A




atoom B




atoom C

Tel de elektronen per schil.

a Welk element is A, B en C? Schrijf bij elk de verdeling over de schillen.

A: 13 elektronen (2, 8, 3), aluminium. B: 16 elektronen (2, 8, 6), zwavel. C: 20 elektronen (2, 8, 8, 2), calcium.

b Teken het schillenmodel van stikstof, magnesium en argon.

Stikstof: 2, 5. Magnesium: 2, 8, 2. Argon: 2, 8, 8. Kern met het symbool, elektronen gelijk verdeeld over de ringen.

c Teken het Lewissymbool van de zes atomen (A, B, C, N, Mg, Ar).

Al met 3 stippen, S met 6 (twee paren en twee losse), Ca met 2, N met 5 (één paar), Mg met 2, Ar met 8 (vier paren).

## 12.4 Waar staat het in het periodiek systeem?

Oefenen · 4 · Begrijpen · 15 min

Van vier atomen ken je alleen de verdeling van de elektronen over de schillen.

a Vul aan.

2, 8, 2: periode 3, groep 2, magnesium, metaal, $Mg^{2+}$. 2, 7: periode 2, groep 17, fluor, niet-metaal, $F^{-}$. 2, 8, 8: periode 3, groep 18, argon, edelgas, geen ion. 2, 8, 5: periode 3, groep 15, fosfor, niet-metaal, $P^{3-}$ (fosfor deelt meestal elektronen).

b Welk element in periode 4 heeft dezelfde chemische eigenschappen als het eerste atoom? Leg uit.

Calcium (2, 8, 8, 2): dezelfde groep 2, dus ook twee valentie-elektronen. Het vormt net als magnesium een ion met lading 2+.

## 12.5 Isotopen van magnesium

Oefenen · 4 · Rekenen · 12 min

Natuurlijk magnesium bestaat uit drie isotopen: magnesium-24 (23,985 u; 78,99 %), magnesium-25 (24,986 u; 10,00 %) en magnesium-26 (25,983 u; 11,01 %).

a Hoeveel neutronen heeft elk isotoop?

12, 13 en 14 neutronen (Z = 12).

**b** Bereken de gemiddelde atoommassa van magnesium. Vergelijk met het periodiek systeem.

✓ $0{,}7899 \cdot 23{,}985 + 0{,}1000 \cdot 24{,}986 + 0{,}1101 \cdot 25{,}983 = 18{,}9458 + 2{,}4986 + 2{,}8607 = 24{,}305\ \text{u}$: precies de waarde in het periodiek systeem.

**c** Ligt het gemiddelde dichter bij 24 of bij 26? Leg uit zonder te rekenen.

✓ Bij 24: bijna 80 % van de atomen is magnesium-24; de zwaardere isotopen trekken het gemiddelde maar een beetje omhoog.

## ●●○ Toepassen Toepassen

meerdere stappen, in een context

### 12.6 Labo: een onbekend zout herkennen

●●○ Toepassen · 5 · Labo · 50 min

Je leerkracht geeft je drie potjes met een onbekend wit of blauw zout (A, B en C). Het zijn chloriden of sulfaten van natrium, kalium, calcium, lithium of koper. Gebruik de vlamkleurenproef uit het handboek. Werk veilig: veiligheidsbril, kleine hoeveelheden, prikker doven in water.

**a** Voer eerst de vijf bekende zouten uit en noteer de vlamkleur als referentie.

✓ Natrium geeloranje, kalium lila (door kobaltglas roze-violet), calcium oranjerood, lithium karmijnrood, koper blauwgroen.

**b** Test A, B en C. Welk metaal zit in elk? Hoe zeker ben je?

✓ Afhankelijk van de potjes. Een blauw zout met een blauwgroene vlam is een koperzout. Rood: vergelijk lithium (dieper karmijnrood) met calcium (oranjer) naast elkaar.

**c** Potje B geeft een gele vlam met, door het kobaltglas, ook wat violet. Wat besluit je?

✓ Het zout bevat kalium; het geel komt van een beetje natrium (verontreiniging of vingers). Kobaltglas houdt het gele natriumlicht tegen, zodat het kaliumlicht zichtbaar wordt.

**d** Waarom kan je met deze proef niet zeggen of het een chloride of een sulfaat is?

✓ De vlamkleur komt van het metaal. Chloride- en sulfaationen kleuren de vlam niet. Om het negatieve ion te bepalen heb je een andere test nodig (bijvoorbeeld een neerslagreactie).

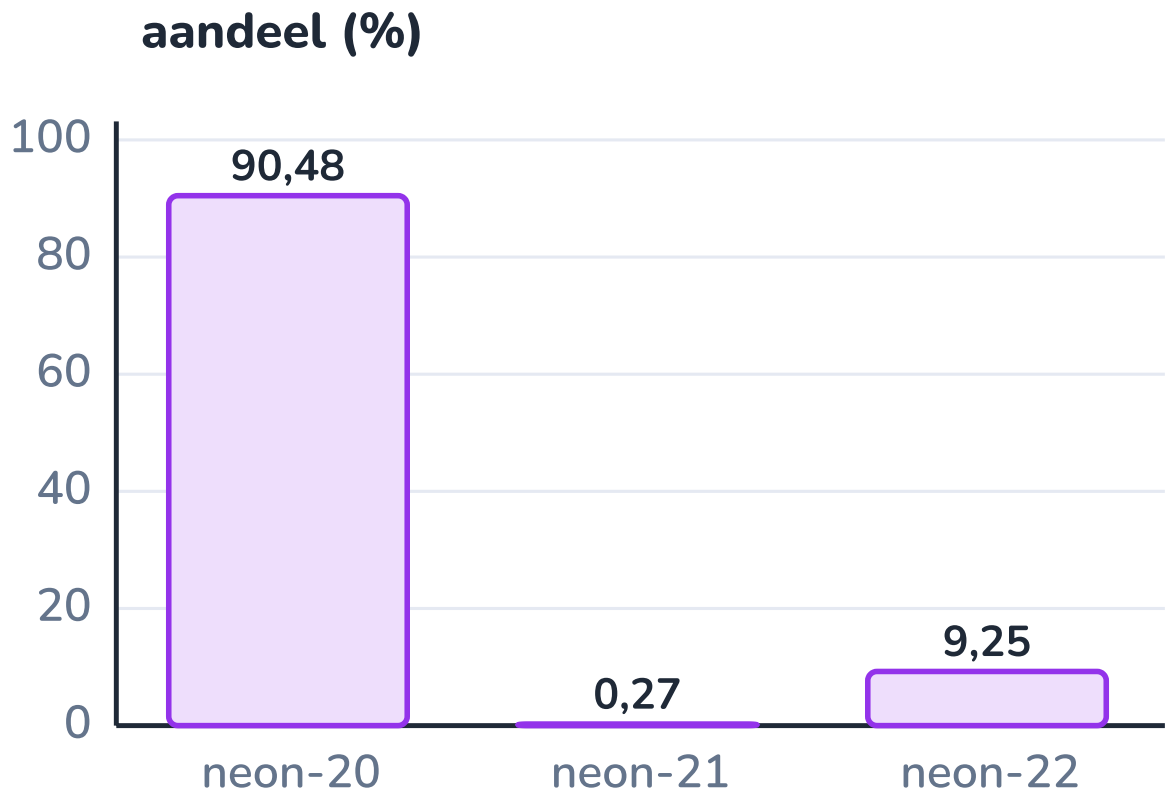
**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Veiligheid | Bril, haar vast, kleine hoeveelheden, nieuwe prikker per zout, afval correct (kopersulfaat). |
| Referentie | Vijf vlamkleuren beschreven; kalium ook door kobaltglas. |
| Besluit | Metaal per potje met een onderbouwde zekerheid; verontreiniging met natrium herkend. |
| Verklaring | Kleur hoort bij het metaalion (elektronensprongen), niet bij het negatieve ion. |

## 12.7 Een massaspectrum lezen

Toepassen · 5 · Analyseren · 15 min

In 1913 ontdekte J.J. Thomson met een van de eerste massaspectrometers dat neon uit twee soorten atomen bestaat. Vandaag meet je drie isotopen. Hun massa's zijn 19,992 u, 20,994 u en 21,991 u.




Het aandeel van de atomen van elk isotoop in natuurlijk neon.

**a** Waarom zag Thomson maar twee isotopen?

Neon-21 is maar 0,27 % van de atomen: dat was met de toestellen van toen niet te zien naast de grote piek van neon-20.

**b** Bereken de gemiddelde atoommassa van neon.

$0{,}9048 \cdot 19{,}992 + 0{,}0027 \cdot 20{,}994 + 0{,}0925 \cdot 21{,}991 = 18{,}089 + 0{,}057 + 2{,}034 = 20{,}18\,\text{u}$.

**c** Een massaspectrum van een ander element toont twee even hoge pieken bij 79 en 81 u. Wat is de gemiddelde atoommassa ongeveer, en welk element is het?

Ongeveer 80 u (het gemiddelde van 79 en 81 bij gelijke aandelen). Het periodiek systeem geeft broom (79,90 u): broom bestaat voor ongeveer de helft uit broom-79 en de helft uit broom-81.

## 12.8 Koolstof-14

Toepassen · 5 · Rekenen · 20 min

De halveringstijd van koolstof-14 is 5730 jaar. In levend weefsel zijn ongeveer 1,2 op $10^{12}$ koolstofatomen koolstof-14. Na de dood daalt dat aandeel exponentieel (hoofdstuk 5).

**a** Een stuk houtskool uit een grot bevat nog 12,5 % van de oorspronkelijke hoeveelheid koolstof-14. Hoe oud is het?

12,5 % = 1/8 = (1/2)³: drie halveringstijden, $3 \cdot 5730 = 17\,190$ jaar.

**b** Een botje bevat nog 20 % koolstof-14. Tussen welke twee veelvouden van 5730 jaar ligt de ouderdom? Bereken hem nauwkeurig met $t = T \cdot \dfrac{\log(1/f)}{\log 2}$.

Tussen 2 halveringstijden (25 %, 11 460 jaar) en 3 (12,5 %, 17 190 jaar). $t = 5730 \cdot \dfrac{\log 5}{\log 2} = 5730 \cdot 2{,}32 = 13\,300$ jaar.

**c** Waarom is koolstofdatering onbruikbaar voor een fossiel van een dinosaurus (66 miljoen jaar of ouder)?

Na 66 miljoen jaar zijn er meer dan 11 000 halveringstijden voorbij: er is geen meetbaar koolstof-14 meer over. Na ongeveer 50 000 jaar (bijna negen halveringstijden, nog maar 0,2 %) is de methode al te onnauwkeurig.

**d** Koolstof-12, -13 en -14 vormen allemaal dezelfde koolstofdioxide. Waarom is dat belangrijk voor deze methode?

Isotopen hebben dezelfde chemische eigenschappen: de plant neemt koolstof-14 even goed op als koolstof-12. Daardoor heeft levend weefsel dezelfde verhouding als de lucht, en is die verhouding een betrouwbaar startpunt.

## 12.9 Families voorspellen

Toepassen · 5 · Analyseren · 15 min

Je kent de elementen van periode 2 en 3. Gebruik het periodiek systeem voor de elementen hieronder.

**a** Vul aan.

Rb: groep 1, 1, metaal, $Rb^+$, kalium. Sr: groep 2, 2, metaal, $Sr^{2+}$, calcium. Se: groep 16, 6, niet-metaal, $Se^{2-}$, zwavel en zuurstof. Br: groep 17, 7, niet-metaal, $Br^-$, chloor. Xe: groep 18, 8, edelgas, geen ion, argon.

**b** Voorspel: reageert rubidium heftiger of minder heftig met water dan kalium? Leg uit met de schillen.

Heftiger. Rubidium heeft een schil meer: het valentie-elektron zit verder van de kern en laat makkelijker los (lagere ionisatie-energie, 403 kJ/mol tegenover 419 kJ/mol voor kalium).

**c** Strontium-90 komt vrij bij kernongevallen en hoopt zich op in beenderen. Welk element uit dit hoofdstuk verklaart waarom?

Calcium: strontium staat eronder in groep 2, vormt ook een 2+-ion en wordt door het lichaam behandeld als calcium, dus ingebouwd in de beenderen.

## 12.10 Ionisatie-energieën verklaren

Toepassen · 5 · Analyseren · 20 min

Eerste ionisatie-energie (kJ/mol) van de alkalimetalen: lithium 520, natrium 496, kalium 419, rubidium 403, cesium 376. Tweede ionisatie-energie (het volgende elektron): natrium 4562, magnesium 1451. Derde ionisatie-energie van magnesium: 7733.

**a** Beschrijf en verklaar de trend in de eerste ionisatie-energie van de alkalimetalen.

Ze daalt naar onder in de groep: elke stap komt er een schil bij, het valentie-elektron zit verder van de kern en wordt door meer binnenste elektronen afgeschermd. Het laat makkelijker los: daarom worden de alkalimetalen reactiever naar onder.

**b** Waarom is de tweede ionisatie-energie van natrium bijna tien keer zo groot als de eerste (496)?

Na het eerste elektron heeft $Na^+$ de verdeling 2, 8 (neon). Het tweede elektron moet uit die volle, veel dichtere schil komen, dicht bij een kern met 11 protonen: dat kost enorm veel energie. Daarom vormt natrium $Na^+$ en nooit $Na^{2+}$.

**c** Magnesium: 738, 1451, 7733. Wat zegt die reeks over het ion dat magnesium vormt?

De eerste twee elektronen (de valentie-elektronen, 2, 8, 2) gaan relatief makkelijk; het derde moet uit de volle schil van 8 en kost vijf keer meer. Magnesium vormt dus $Mg^{2+}$.

## 12.11 Python: de gemiddelde atoommassa

Toepassen · 5 · Programmeren · 25 min

Schrijf een functie `gemiddelde_massa(isotopen)` die een lijst van paren (massa in u, aandeel in procent) krijgt en de gemiddelde atoommassa teruggeeft. De aandelen tellen niet altijd precies op tot 100 (afronding): deel daarom door hun som.

**a** Schrijf de functie.

```
def gemiddelde_massa(isotopen):
    som_aandeel = sum(a for m, a in isotopen)
    som_massa = sum(m * a for m, a in isotopen)
    return som_massa / som_aandeel

print(round(gemiddelde_massa([(34.969, 75.76), (36.966, 24.24)]), 2))
print(round(gemiddelde_massa([(10.013, 19.9), (11.009, 80.1)]), 2))
```

**b** Test ze met chloor [(34.969, 75.76), (36.966, 24.24)] en boor [(10.013, 19.9), (11.009, 80.1)]. Wat geeft ze?

Chloor: 35.45; boor: 10.81 (beide zoals in het periodiek systeem).

**c** Schrijf een tweede functie `aandeel_licht(m1, m2, gemiddelde)` die bij twee isotopen het aandeel van de lichtste berekent (zoals bij koper in het handboek). Test met koper.

```python
def aandeel_licht(m1, m2, gemiddelde):
    # x * m1 + (1 - x) * m2 = gemiddelde  =>  x = (m2 - gemiddelde) / (m2 - m1)
    return (m2 - gemiddelde) / (m2 - m1)

print(round(100 * aandeel_licht(62.930, 64.928, 63.546), 1))   # 69.2
```

## ●●● Uitdagen Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

### 12.12 Habitat: de elementen van de voedingsoplossing

●●● Uitdagen · 6 · Habitat · 45 min

Voor de hydroponie van de klimaatmodule los je per liter regenwater deze zouten op: 0,59 g calciumnitraat ($Ca(NO_3)_2{\cdot}4H_2O$), 0,30 g kaliumnitraat ($KNO_3$), 0,25 g magnesiumsulfaat ($MgSO_4{\cdot}7H_2O$) en 0,14 g kaliumdiwaterstoffosfaat ($KH_2PO_4$). Daarbij komt een sporenmengsel met ijzerchelaat, mangaansulfaat ($MnSO_4$), zinksulfaat ($ZnSO_4$), kopersulfaat ($CuSO_4$), boorzuur ($H_3BO_3$) en natriummolybdaat ($Na_2MoO_4$).

**a** Maak een lijst van alle elementen in de oplossing. Duid aan: hoofdelement, sporenelement of geen voedingselement.

Hoofdelementen: N, P, K, Ca, Mg, S. Sporenelementen: Fe, Mn, Zn, Cu, B, Mo. Verder O en H (in de zouten en in water; ook voedingselementen) en natrium (uit natriummolybdaat, geen voedingselement, maar in deze kleine hoeveelheid onschadelijk).

**b** Welke onmisbare elementen komen niet uit de oplossing? Waar haalt de plant ze vandaan?

Koolstof komt uit koolstofdioxide in de lucht (fotosynthese), waterstof en zuurstof uit water. De wortels hebben ook opgeloste zuurstof nodig om te ademen: daarom wordt de oplossing belucht of rondgepompt.

**c** Welke twee van de zeventien onmisbare elementen ontbreken in de lijst? Is dat een probleem? Denk aan wat er in regenwater of kraanwater zit.

Chloor en nikkel. Planten hebben er zo weinig van nodig dat de sporen in water, zouten en de installatie volstaan. Chloride zit in bijna elk water; een plant die tekort heeft aan nikkel is zeldzaam.

**d** In welke ionen valt elk van de vier hoofdzouten uiteen in water? Gebruik de tabel in het handboek.

$Ca(NO_3)_2 \rightarrow Ca^{2+} + 2\ NO_3^-$; $KNO_3 \rightarrow K^+ + NO_3^-$; $MgSO_4 \rightarrow Mg^{2+} + SO_4^{2-}$; $KH_2PO_4 \rightarrow K^+ + H_2PO_4^-$. Het kristalwater (4 $H_2O$, 7 $H_2O$) wordt gewoon water.

**e** De bladeren van de jongste slaplanten krijgen bruine randjes. Welk element vermoed je? Welk van de vier zouten zou je nakijken?

Calcium (randjesbrand bij sla). Controleer de dosis calciumnitraat. Vaak ligt het niet aan te weinig calcium in de oplossing maar aan te weinig verdamping: calcium reist met de waterstroom mee naar de bladeren, en jonge binnenbladeren verdampen weinig. Ventilatie helpt dan.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Elementen** | Alle elementen gevonden en correct ingedeeld (ook Na en de O en H uit water en zouten). |
| **Herkomst** | C uit $CO_2$ in de lucht, H en O uit water; zuurstof ook voor de wortels (beluchten). |
| **Ionen** | Correcte ionen met lading voor de vier hoofdzouten. |
| **Toepassing** | Randjesbrand gekoppeld aan calcium, met een concrete controle. |

## 12.13 Mendelejev voor één dag: gallium

Uitdagen · 6 · Analyseren · 25 min

In 1871 zat er een gat onder aluminium. De buren: aluminium erboven (26,98 u; 2,70 g/cm³), indium eronder (114,82 u; 7,31 g/cm³), zink links (65,38 u; 7,14 g/cm³) en germanium rechts (72,63 u; 5,32 g/cm³). (Germanium was toen nog niet bekend, maar we gebruiken het hier toch.)

**a** Schat de atoommassa en de dichtheid van eka-aluminium met het gemiddelde van de vier buren.

✓ $M \approx (26{,}98 + 114{,}82 + 65{,}38 + 72{,}63)/4 = 69{,}95\,\text{u}$; $\rho \approx (2{,}70 + 7{,}31 + 7{,}14 + 5{,}32)/4 = 5{,}62\,\text{g/cm}^3$.

**b** Gallium heeft een atoommassa van 69,72 u en een dichtheid van 5,91 g/cm³. Hoeveel procent wijken je schattingen af?

✓ Massa: $(69{,}95 - 69{,}72)/69{,}72 = 0{,}3\,\%$. Dichtheid: $(5{,}62 - 5{,}91)/5{,}91 = -4{,}9\,\%$. De massa zit er bijna precies op; de dichtheid is een redelijke schatting.

**c** Voorspel de formule van het oxide en het chloride van eka-aluminium, uitgaande van aluminiumoxide $Al_2O_3$ en aluminiumchloride $AlCl_3$.

✓ Zelfde groep, zelfde aantal valentie-elektronen (3), dus hetzelfde gedrag: $Ga_2O_3$ en $GaCl_3$. Beide kloppen.

**d** Lecoq de Boisbaudran mat eerst 4,7 g/cm³. Mendelejev schreef dat het ongeveer 5,9 moest zijn. Was het van Mendelejev verstandig om zo zeker te zijn? Wat zegt dit over de rol van een theorie tegenover een meting?

✓ Hij had gelijk: het eerste staal was onzuiver. Een goede theorie kan een meting in vraag stellen en zeggen waar je moet zoeken. Maar het blijft de meting die beslist: Lecoq moest opnieuw meten, en pas zijn nieuwe meting bevestigde de theorie. Had hij opnieuw 4,7 gevonden, dan moest de theorie bijgestuurd worden.

## 12.14 Hoe groot is een atoom, hoe zwaar is een kern?

Uitdagen · 7 · Rekenen · 30 min

IJzer heeft een dichtheid van 7874 kg/m³ en een atoommassa van 55,845 u ($1\,\text{u} = 1{,}6605 \cdot 10^{-27}\,\text{kg}$). Een atoomkern met massagetal $A$ is ongeveer een bol met straal $R = 1{,}2 \cdot 10^{-15}\,\text{m} \cdot A^{1/3}$.

**a** Bereken de massa van één ijzeratoom in kg.

✓ $m = 55{,}845 \cdot 1{,}6605 \cdot 10^{-27} = 9{,}27 \cdot 10^{-26}\,\text{kg}$.

**b** Hoeveel volume neemt één ijzeratoom in het metaal in? Stel dat elk atoom een kubusje inneemt: hoe lang is de ribbe, in nm?

✓ $V = m/\rho = 9{,}27 \cdot 10^{-26} / 7874 = 1{,}18 \cdot 10^{-29}\,\mathrm{m}^3$. Ribbe $\sqrt[3]{1{,}18 \cdot 10^{-29}} = 2{,}28 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m} = 0{,}23\,\mathrm{nm}$: de orde van grootte van een atoom, zoals in het handboek.

**c** Bereken de straal en het volume van de kern van ijzer-56, en de dichtheid van de kern.

✓ $R = 1{,}2 \cdot 10^{-15} \cdot 56^{1/3} = 4{,}6 \cdot 10^{-15}\,\mathrm{m}$; $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 4{,}1 \cdot 10^{-43}\,\mathrm{m}^3$; $\rho = 9{,}27 \cdot 10^{-26} / 4{,}1 \cdot 10^{-43} \approx 2{,}3 \cdot 10^{17}\,\mathrm{kg/m}^3$.

**d** Hoeveel zou een theelepel (5 mL) vol kernmaterie wegen? Waar in het heelal bestaat zulke materie echt?

✓ $2{,}3 \cdot 10^{17} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \approx 1{,}2 \cdot 10^{12}\,\mathrm{kg}$: ruim een miljard ton. Zulke materie bestaat in neutronensterren: de ingestorte kern van een zware ster, een bol van ongeveer 20 km met meer massa dan de zon.

## 12.15 Debat: is het schillenmodel waar?

Uitdagen · 6 · Argumenteren · 25 min

Stelling: *'Het schillenmodel is fout, dus we zouden het niet meer mogen leren.'* Bereid met je groep argumenten voor en tegen voor, met voorbeelden uit dit hoofdstuk.

**a** Geef drie waarnemingen die het schillenmodel goed verklaart.

✓ Bijvoorbeeld: de periodes (een nieuwe schil = een nieuwe periode), de families (evenveel valentie-elektronen), de ionladingen ($Na^+$, $Mg^{2+}$, $Cl^-$), de pieken en dalen van de ionisatie-energie, het bestaan van lijnenspectra (vaste energieën).

**b** Geef twee dingen die het schillenmodel niet of fout verklaart.

✓ Waarom de vierde schil al bij kalium begint; de kleine knikken in de ionisatie-energie bij B en O; waarom elektronen in hun schil niet in de kern vallen; de juiste golflengten van de spectraallijnen van atomen met meer dan één elektron.

**c** Welke andere modellen ken je die 'fout' zijn en toch gebruikt worden? Formuleer je standpunt in twee zinnen.

✓ Het deeltjesmodel (F6), het watermodel van een stroomkring (F19), een lineair model met een geldigheidsgebied (hoofdstuk 4). Standpunt bijvoorbeeld: 'Een model is gereedschap. Het schillenmodel is voor de eerste twintig elementen en voor bindingen eenvoudig en juist genoeg, zolang je weet waar het ophoudt.'

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 13

# Chemische bindingen en stofeigenschappen

**Waarom zout breekt en koper buigt, waarom ijs drijft en olie niet oplost**

Uitgewerkte oplossingen bij de 15 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

5× oefenen · 6× toepassen · 4× uitdagen · ± 372 min

M Materie en chemie



Kubusvormige zoutkristallen: het ionrooster van natriumchloride, zichtbaar met het blote oog.

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

## Oefenen

●○○ Oefenen — één stap, direct toepassen

### 13.1 Welke binding?

●○○ Oefenen · 3 · Begrijpen · 10 min

Zeg voor elke stof welk soort binding de atomen bij elkaar houdt: ionbinding, atoombinding of metaalbinding.

Vul in.

KBr: ionbinding (metaal + niet-metaal). $NH_3$: atoombinding (twee niet-metalen). Messing: metaalbinding (legering van twee metalen). CaO: ionbinding. $SO_2$: atoombinding. Aluminium: metaalbinding. $MgSO_4$: ionbinding tussen $Mg^{2+}$ en $SO_4^{2-}$; binnen het sulfaation zitten S en O met atoombindingen aan elkaar.

## 13.2 Formules van zouten opstellen

Oefenen · 3 · Begrijpen · 15 min

Gebruik de ionladingen uit het periodiek systeem en de tabel met samengestelde ionen.

**a** Geef de formule van: (a) kaliumsulfide, (b) magnesiumchloride, (c) aluminiumchloride, (d) calciumfosfaat, (e) natriumwaterstofcarbonaat (bakpoeder), (f) ijzer(III)hydroxide, (g) ammoniumfosfaat.

✓ (a) $K_2S$; (b) $MgCl_2$; (c) $AlCl_3$; (d) $Ca_3(PO_4)_2$ ($3 \times +2 = +6$, $2 \times -3 = -6$); (e) $NaHCO_3$; (f) $Fe(OH)_3$; (g) $(NH_4)_3PO_4$.

**b** Een leerling schrijft voor magnesiumoxide $Mg_2O_2$. Wat is er fout?

✓ $Mg^{2+}$ en $O^{2-}$ heffen elkaar al 1 op 1 op: de formule is MgO. Een formule geeft de kleinste gehele verhouding.

## 13.3 Namen en formules

Oefenen · 4 · Begrijpen · 15 min

Deze stoffen kom je tegen in een tuincentrum, een keuken of een labo.

**a** Geef de naam.

✓ calciumcarbonaat; ammoniumnitraat; kaliumsulfaat; koper(II)sulfaat (kopersulfaat); ijzer(III)oxide; distikstofmonoxide; zwaveltrioxide; koolstoftetrachloride.

**b** Geef de formule: kaliumnitraat, calciumnitraat, distikstoftetraoxide, koolstofmonoxide.

✓ $KNO_3$; $Ca(NO_3)_2$; $N_2O_4$; CO.

## 13.4 Lewisstructuren tekenen

Oefenen · 4 · Tekenen · 20 min

Volg de vier stappen uit het handboek. Tel telkens eerst alle valentie-elektronen.

**a** Teken de Lewisstructuur van $H_2S$, $PH_3$, $CCl_4$ en $Cl_2$.

✓ $H_2S$: zoals water, S in het midden met twee H en twee vrije paren (8 elektronen). $PH_3$: zoals ammoniak, P met drie H en één vrij paar. $CCl_4$: C in het midden met vier Cl, elk Cl drie vrije paren (32 elektronen). $Cl_2$: Cl–Cl met drie vrije paren op elk atoom.

**b** Teken de Lewisstructuur van etheen $C_2H_4$ (de twee C-atomen zitten aan elkaar) en van waterstofcyanide HCN (C in het midden).

✓ Etheen (12 elektronen): $H_2C{=}CH_2$, een dubbele binding tussen de C-atomen, geen vrije paren. HCN (10 elektronen): H–C≡N met een drievoudige binding en één vrij paar op N.

**c** Hoeveel vrije elektronenparen telt elke molecule?

✓ $H_2S$ 2, $PH_3$ 1, $CCl_4$ 12, $Cl_2$ 6, $C_2H_4$ 0, HCN 1.

### 13.5 Polair of apolair?

Oefenen · 4 · Analyseren · 15 min

Gebruik de tabel met elektronegativiteiten. De vorm van de moleculen: $CCl_4$ en $CH_4$ zijn regelmatige piramides; $NH_3$ is een piramide met N bovenaan; $H_2S$ is gebogen; $CS_2$ is recht.

**a** Bereken ΔEN en geef het soort binding: C–S, N–H, C–Cl, S–H, Mg–Cl.

✓ C–S: 0,03, apolair. N–H: 0,84, polair. C–Cl: 0,61, polair. S–H: 0,38, (bijna) apolair. Mg–Cl: 1,85, ionbinding.

**b** Welke van de moleculen $CCl_4$, $NH_3$, $H_2S$, $CS_2$, $CH_3Cl$ zijn polair? Leg uit.

✓ $CCl_4$: apolair (vier gelijke dipolen heffen elkaar op). $NH_3$: polair (piramide, de drie dipolen wijzen naar dezelfde kant, N is δ–). $H_2S$: zwak polair (gebogen, maar ΔEN klein). $CS_2$: apolair (recht, en bijna geen verschil). $CH_3Cl$: polair (één C–Cl-dipool en drie bijna apolaire C–H: geen opheffing).

## Toepassen — Toepassen

meerdere stappen, in een context

### 13.6 Labo: vijf onbekende stoffen

Toepassen · 5 · Labo · 50 min

Je krijgt vijf genummerde potjes met een witte of grijze vaste stof. Het zijn: kaliumchloride, glucose, stearinezuur (kaarsvet), zinkpoeder (in een stukje zinkplaat) en fijn kwartszand, in een andere volgorde. Gebruik de tests uit de proef in het handboek.

**a** Maak een testplan: welke tests, in welke volgorde, en wat verwacht je per soort binding?

✓ Bijvoorbeeld: eerst geleiding vast (metaal eruit), dan oplossen in water en de oplossing testen (ionen eruit), oplossen in olie (apolaire molecuulstof), smelten op de plaat (molecuulstoffen smelten, ionen en zand niet), wat overblijft en nergens in oplost is zand.

**b** Voer de tests uit en noteer.

✓ Kaliumchloride: bros, geleidt niet vast, lost op in water, oplossing geleidt, smelt niet. Glucose: bros, lost op in water, oplossing geleidt niet, smelt en wordt bruin. Stearinezuur: zacht, lost op in olie, niet in water, smelt snel. Zink: geleidt vast, lost nergens in op. Kwartszand: hard, lost nergens in op, smelt niet, geleidt niet.

**c** Welke stof zit in welk potje? Onderbouw elke keuze met minstens twee waarnemingen.

✓ Elke toewijzing met twee waarnemingen, bv. 'potje 3 is kaliumchloride: de oplossing geleidt (vrije ionen) en het smelt niet op de plaat (ionrooster)'.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Testplan** | Tests gekozen die ionen, moleculen (polair en apolair), metaal en atoomrooster onderscheiden. |
| **Veiligheid** | Bril, kleine hoeveelheden, hete plaat en gesmolten stoffen niet aanraken. |
| **Waarnemingen** | Volledige tabel, eerlijk genoteerd, ook 'twijfel'. |
| **Besluit** | Elk potje toegewezen met twee argumenten die uit de binding volgen. |

## 13.7 Kookpunten verklaren

Toepassen · 5 · Analyseren · 20 min

Kookpunten bij 1013 hPa. Halogenen: $F_2$ −188,1 °C; $Cl_2$ −34,0 °C; $Br_2$ 58,8 °C; $I_2$ 184,3 °C. Edelgassen: He −268,9 °C; Ne −246,0 °C; Ar −185,8 °C; Kr −153,4 °C; Xe −108,1 °C. Verder: $H_2S$ −60,3 °C en $H_2O$ 100,0 °C.

**a** Welke kracht houdt de moleculen (of atomen) van de halogenen en de edelgassen samen in de vloeistof? Verklaar de trend.

Van der Waalskrachten: halogeenmoleculen en edelgasatomen zijn apolair. Hoe groter het deeltje (meer elektronen), hoe sterker die krachten, hoe hoger het kookpunt: van boven naar onder in de groep stijgt het.

**b** Welke halogenen zijn bij kamertemperatuur (20 °C) een gas, een vloeistof, een vaste stof?

Fluor en chloor: gas. Broom: vloeistof (kookt bij 58,8 °C, smelt bij −7,2 °C). Jood: vaste stof (smelt bij 113,7 °C).

**c** $H_2S$ is bijna twee keer zo zwaar als $H_2O$, en toch kookt het 160 °C lager. Verklaar.

Tussen watermoleculen werken waterstofbruggen (H aan O, dat sterk elektronegatief is). Zwavel is veel minder elektronegatief (2,58): tussen $H_2S$-moleculen zijn er geen echte waterstofbruggen, alleen zwakke dipool- en van der Waalskrachten.

**d** Voorspel met de grafiek in het handboek: bij welke temperatuur zou water koken zonder waterstofbruggen? Leg uit hoe je schat.

Trek de lijn van $H_2Te$, $H_2Se$ en $H_2S$ verder naar periode 2: die daalt ongeveer 20 à 40 °C per periode, dus ergens rond −70 à −90 °C, in plaats van 100 °C.

## 13.8 Een fles water in de diepvries

Toepassen · 4 · Rekenen · 12 min

Een glazen fles van 1,50 L wordt gevuld met 1,45 L water van 0 °C (dichtheid 0,99984 g/cm³) en in de diepvries gelegd. IJs heeft een dichtheid van 0,9167 g/cm³.

**a** Welk volume neemt het ijs in? Past het in de fles?

Massa: $1450 \cdot 0{,}99984 = 1449{,}8\,\text{g}$. Volume ijs: $1449{,}8 / 0{,}9167 = 1581{,}5\,\text{cm}^3 = 1{,}58\,\text{L}$: meer dan 1,50 L. De fles barst (of de dop springt eraf).

**b** Met hoeveel procent zet water uit als het bevriest? Verklaar met de bouw van ijs.

✓ $0{,}99984/0{,}9167 = 1{,}091$: 9,1 % groter. In ijs vormt elke molecule vier waterstofbruggen in een open, zeshoekig rooster, met meer lege ruimte dan in het vloeibare water.

**c** Waarom barst een waterleiding in een onverwarmde garage vaak niet op de plaats waar het ijs ontstaat?

✓ Het ijs vormt eerst een prop; het water daarachter kan nergens heen als het verder bevriest. Daar stijgt de druk, en daar barst de buis, soms een eind van de eerste ijsprop.

## 13.9 Wat lost op waarin?

Toepassen · 5 · Begrijpen · 15 min

Soort zoekt soort. Leg telkens uit met de polariteit of de ionen.

**a** Jood $I_2$ lost slecht op in water, maar goed in wasbenzine. Waarom?

✓ Jood is een apolaire molecule: water wordt er niet door aangetrokken en houdt zijn waterstofbruggen liever voor zichzelf. Wasbenzine is ook apolair: soort zoekt soort.

**b** Vitamine C lost op in water, vitamine A in vet. Welke van de twee moleculen heeft veel O–H-groepen?

✓ Vitamine C: veel O–H-groepen die waterstofbruggen met water vormen. Vitamine A is een lange, grotendeels apolaire koolwaterstofketen met maar één O–H-groep.

**c** Waarom verwijder je nagellak met aceton en niet met water?

✓ Nagellak bestaat uit apolaire tot zwak polaire polymeren die niet in water oplossen. Aceton is een minder polair oplosmiddel dat ze wel oplost.

**d** Een emmer water met een laag olie erop: waarom helpt roeren niet, en een scheut afwasmiddel wel?

✓ Roeren maakt druppels, maar olie en water ontmengen weer (apolair tegen polair). Afwasmiddel bevat zeepachtige moleculen met een waterminnende kop en een vetminnende staart: ze omhullen de oliedruppels en houden ze in het water.

## 13.10 EC meten en omrekenen

Toepassen · 5 · Rekenen · 20 min

Een EC-meter zonder temperatuurcompensatie meet in het reservoir van Habitat. Gebruik $\mathrm{EC}_{25} = \mathrm{EC}_T/(1 + 0{,}02\,(T - 25))$ en de ijklijn $\mathrm{EC} = 0{,}05 + 1{,}0 \cdot c$.

**a** Zet om: 1,35 mS/cm = _____ µS/cm; 850 µS/cm = _____ mS/cm; 1,4 mS/cm = _____ S/m.

✓ 1350 µS/cm; 0,850 mS/cm; $1{,}4\,\mathrm{mS/cm} = 1{,}4 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{S}/10^{-2}\,\mathrm{m} = 0{,}14\,\mathrm{S/m}$.

**b** Op een koude ochtend (16 °C) meet je 1,18 mS/cm. Moet je bijsturen?

✓ $\mathrm{EC}_{25} = 1{,}18/(1 + 0{,}02 \cdot (16 - 25)) = 1{,}18/0{,}82 = 1{,}44\,\mathrm{mS/cm}$. Binnen 1,2 tot 1,8, zelfs vlak bij de streefwaarde: niet bijsturen. Zonder compensatie zou je onterecht zouten toevoegen.

**c** De meter heeft plaatjes van 1,0 cm² op 1,0 cm afstand. Hoe groot is de weerstand tussen de plaatjes in de ijkvloeistof van 1,413 mS/cm?

✓ $K = d/A = 1{,}0\,\mathrm{cm}/1{,}0\,\mathrm{cm}^2 = 1{,}0\,\mathrm{cm}^{-1}$. $R = K/\mathrm{EC} = 1{,}0/(1{,}413 \cdot 10^{-3}) = 708\,\Omega$.

**d** In een verwaarloosd reservoir van 50 L meet je 2,20 mS/cm (bij 25 °C). Hoeveel regenwater moet je toevoegen om op 1,40 te komen? Past dat in een reservoir van 60 L?

✓ Zoutdeel: $2{,}20 - 0{,}05 = 2{,}15$; gewenst $1{,}35$. Evenredig met de concentratie: $V_2 = 50 \cdot 2{,}15/1{,}35 = 79{,}6\,\mathrm{L}$, dus 29,6 L regenwater erbij. Dat past niet in 60 L: tap eerst ongeveer 20 L af (of ververs de oplossing helemaal).

## 13.11 Python: het soort binding

●●○ Toepassen · 5 · </> Programmeren · 25 min

Het programma `binding.py` uit het handboek geeft voor twee atomen het soort binding. Breid het uit.

**a** Voeg broom (2,96) en jood (2,66) toe aan de tabel en test K–Br, H–I en C–Br. Wat geeft het programma?

✓ K–Br: 2,14 → ionbinding. H–I: 0,46 → polaire atoombinding (net). C–Br: 0,41 → polaire atoombinding (net). Voeg `"Br": 2.96, "I": 2.66` toe aan EN.

**b** Schrijf een functie `molecuul_polair(bindingen_polair, symmetrisch)` die True teruggeeft als een molecule polair is. Test met $H_2O$, $CO_2$ en $CH_4$.

✓
```python
def molecuul_polair(bindingen_polair, symmetrisch):
    """Polair als er polaire bindingen zijn die elkaar niet opheffen."""
    return bindingen_polair and not symmetrisch

print(molecuul_polair(True, False))   # water: True
print(molecuul_polair(True, True))    # koolstofdioxide: False
print(molecuul_polair(False, True))   # methaan: False
```

**c** Het programma zegt dat Al–Cl een polaire atoombinding is. Is dat een fout van het programma, van de regel, of geen fout? Leg uit.

✓ Geen fout van het programma: het past de vuistregel juist toe. De regel zelf is een benadering met een scherpe grens (1,7) op een glijdende schaal. Aluminiumchloride gedraagt zich ook echt deels als een molecuulstof (het sublimeert al bij 180 °C).

## 13.12 Habitat: de EC-bewaking van het voedingsreservoir

●●● Uitdagen · 6 · Habitat · 50 min

Het reservoir van de klimaatmodule bevat 60 L voedingsoplossing (recept uit hoofdstuk 12, EC-streefwaarde 1,4 mS/cm bij 25 °C). Je plaatst een EC-sonde met temperatuursensor op de microcontroller. De planten verbruiken op een warme dag tot 6 L water. Voor bijvullen is er regenwater (0,05 mS/cm) en kraanwater (0,55 mS/cm); voor bijsturen de stamoplossingen A en B (10 mL A + 10 mL B per liter geeft 1,30 g/L).

**a** Leg in drie zinnen uit waarom de EC iets zegt over de hoeveelheid voeding, en waarom de sonde met wisselspanning werkt.

Zouten vallen in water uiteen in ionen die vrij bewegen en stroom dragen: hoe meer ionen, hoe groter de geleidbaarheid. Voor een vast zoutmengsel is de EC dus evenredig met de concentratie. Met gelijkspanning zouden ionen zich aan de elektroden ophopen en gas vormen (elektrolyse), waardoor de meting wegloopt.

**b** Stel een beslisregel op: bij welke EC (bij 25 °C) doe je niets, voeg je stamoplossing toe, vul je bij met water? Hoeveel mL stamoplossing per 0,1 mS/cm te laag, voor 60 L?

Tussen 1,2 en 1,8: niets doen (of kleine correcties). Onder 1,2: stamoplossing toevoegen. Boven 1,8: bijvullen met regenwater of verdunnen. Per 0,1 mS/cm te laag: $0{,}1\,\text{g/L} \cdot 60\,\text{L} = 6{,}0\,\text{g}$ zouten, dus $20 \cdot 6{,}0/1{,}30 = 92\,\text{mL}$: 46 mL A en 46 mL B.

**c** Waarom vul je bij met regenwater en niet met kraanwater? Reken: welke EC krijgt verse oplossing (volledig recept) als je kraanwater gebruikt?

Kraanwater brengt natrium, chloride en calcium- en waterstofcarbonaationen mee, die zich ophopen. Verse oplossing op kraanwater: 0,55 + 1,30 = 1,85 mS/cm: al boven de bovengrens, voor er één plant iets opgenomen heeft. Je zou dan minder zouten moeten doseren, en dus minder voeding geven.

**d** Schrijf in pseudocode (of Python) de lus die elk uur meet, compenseert naar 25 °C en een melding geeft. Zorg dat één uitschieter geen melding geeft.

```
metingen = []
elk uur:
    ec = lees_ec(); t = lees_temperatuur()
    metingen.append(ec / (1 + 0.02 * (t - 25)))
    metingen = metingen[-3:]          # de laatste drie
    ec25 = sorted(metingen)[1] if len(metingen) == 3 else metingen[-1]   # mediaan
    if ec25 < 1.2: meld('EC te laag: stamoplossing toevoegen')
    elif ec25 > 1.8: meld('EC te hoog: bijvullen met regenwater')
```

**e** Welke twee problemen ziet de EC-meting niet? Hoe los je ze op?

De EC zegt niet welk ion ontbreekt of te veel is (bv. natrium ophoping, of te weinig calcium), en niets over de pH. Oplossing: de oplossing om de paar weken helemaal verversen, af en toe een analyse, en de pH apart meten en bijsturen (hoofdstuk 15).

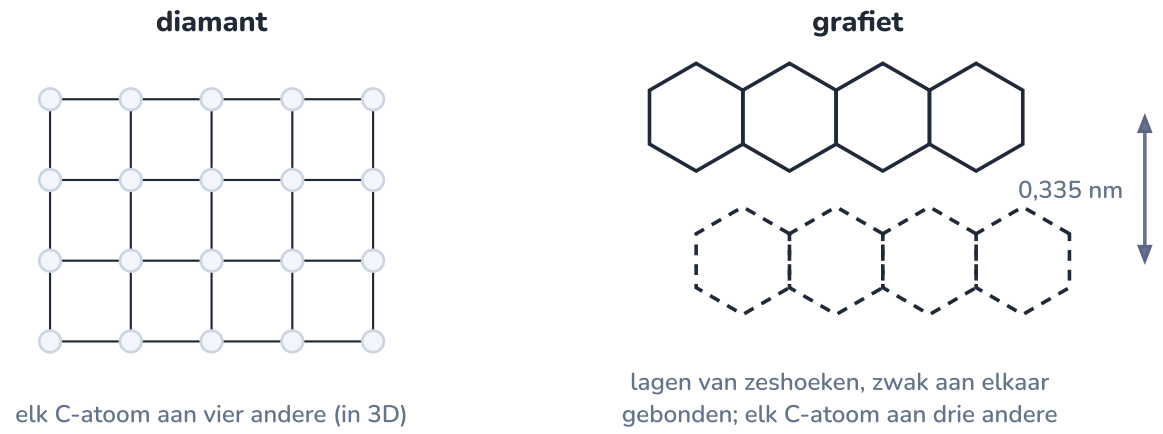
**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Principe** | Vrije ionen dragen de stroom; EC evenredig met de ionen; wisselspanning tegen ophoping en gasvorming. |
| **Beslisregel** | Grenzen 1,2 en 1,8 rond 1,4; dosis berekend met de ijklijn (46 mL per 0,1 mS/cm, verdeeld over A en B). |
| **Water** | Kraanwater verhoogt de EC met ionen die de plant niet nodig heeft; berekening 1,85 mS/cm. |
| **Code** | Temperatuurcompensatie, gemiddelde of mediaan van meerdere metingen, melding met reden. |
| **Kritisch** | EC ziet geen individuele ionen en geen pH; verversen, analyse, pH-meting (hoofdstuk 15). |

## 13.13 Diamant en grafiet

Uitdagen · 6 · Analyseren · 25 min

Diamant en grafiet bestaan allebei uit zuivere koolstof.




Links: in diamant is elk atoom aan vier andere gebonden. Rechts: grafiet bestaat uit lagen.

**a** Diamant is het hardste natuurlijke materiaal. Verklaar met de figuur.

Elk koolstofatoom zit met vier sterke atoombindingen vast aan vier andere, in alle richtingen, door het hele kristal: een atoomrooster zonder zwakke plek. Om te krassen moet je echte atoombindingen breken.

**b** Grafiet is zacht (potlood) en toch smelt het niet in een vlam. Hoe kan dat allebei?

Binnen een laag zitten de atomen met sterke atoombindingen vast: daarom smelt grafiet niet (het gaat pas boven 3600 °C over in damp). Tussen de lagen werken alleen zwakke van der Waalskrachten: de lagen schuiven makkelijk over elkaar en blijven op het papier achter.

**c** Grafiet geleidt stroom, diamant niet. In grafiet is elk C-atoom maar aan drie andere gebonden. Wat gebeurt er met het vierde valentie-elektron?

Het vierde elektron zit niet in een vaste binding maar is vrij beweeglijk langs de hele laag, zoals de elektronenzee van een metaal. Daarom geleidt grafiet, vooral in de richting van de lagen.

**d** Grafeen is één enkele laag grafiet. Welke eigenschappen verwacht je (sterkte in het vlak, geleiding, dikte)?

> Heel sterk in het vlak (dezelfde bindingen als grafiet, zonder zwakke plek), goed geleidend, en maar één atoom dik (ongeveer 0,34 nm): bijna doorzichtig en heel buigzaam.

## 13.14 Debat: kunstmest of natuurlijke mest?

Uitdagen · 6 · Argumenteren · 30 min

Stelling: *'Planten groeien gezonder met natuurlijke mest dan met kunstmest, want kunstmest is chemie.'* Gebruik wat je weet over ionen, oplossen en de elementen die een plant nodig heeft (hoofdstuk 12).

**a** In welke vorm neemt een plant stikstof op, of die nu uit compost of uit kaliumnitraat komt? Wat betekent dat voor de stelling?

> Als ionen: nitraat $NO_3^-$ en ammonium $NH_4^+$. Een nitraation uit compost is identiek aan een uit kaliumnitraat: de plant ziet geen verschil. 'Chemie' is geen argument: alles is chemie, ook compost.

**b** Geef twee echte verschillen tussen natuurlijke mest en kunstmest, voor de bodem of het milieu.

> Bijvoorbeeld: natuurlijke mest geeft de voeding traag vrij (bodemleven moet ze eerst omzetten) en voedt het bodemleven en de bodemstructuur (organische stof). Kunstmest werkt snel en precies, maar kan bij overdosering uitspoelen naar grond- en oppervlaktewater. Productie van stikstofkunstmest kost veel energie (aardgas). Dierlijke mest geeft ammoniak- en lachgasuitstoot.

**c** Waarom werkt Habitat met zouten en niet met compost in het reservoir? Formuleer je standpunt in twee zinnen.

> Zonder bodem is er geen bodemleven dat compost omzet; organische stof in het reservoir zou rotten en schimmels en bacteriën voeden. Met opgeloste zouten weet je precies wat erin zit, en kan je het met de EC bewaken. Standpunt bijvoorbeeld: 'De plant neemt dezelfde ionen op; de keuze tussen mest en kunstmest gaat over bodem, milieu en energie, niet over gezondheid van de plant.'

## 13.15 Ontwerp: een eigen EC-meter

Uitdagen · 7 · Ontwerpen · 50 min

Je bouwt een eenvoudige EC-meter met twee roestvaststalen schroefjes als elektroden, een microcontroller en een vaste weerstand van 1,0 kΩ in serie (een spanningsdeler, hoofdstuk 22). Je hebt ijkvloeistof van 1,413 mS/cm en regenwater.

**a** Waarom mag je de schroefjes niet gewoon aan 5 V gelijkspanning leggen en de stroom meten? Hoe los je dat op met twee digitale pinnen van de microcontroller?

> Gelijkstroom laat ionen zich ophopen aan de elektroden en ontbindt water in gasbelletjes (elektrolyse): de weerstand stijgt tijdens de meting en de schroefjes corroderen. Oplossing: de twee pinnen om beurten hoog en laag zetten (de stroom wisselt van richting), en alleen kort meten.

**b** Je kent de afstand en de oppervlakte van de schroefjes niet precies. Hoe bepaal je de celconstante toch?

> Met een ijkvloeistof: je meet haar weerstand en rekent terug. Omdat EC = K / R, is K = EC · R.

**c** In de ijkvloeistof meet je een weerstand van 1,24 kΩ tussen de schroefjes. Hoe groot is de celconstante? Welke EC hoort bij 1,10 kΩ?

✓ $K = \mathrm{EC} \cdot R = 1{,}413 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{S/cm} \cdot 1240\,\Omega = 1{,}75\,\mathrm{cm^{-1}}$. Bij 1,10 kΩ: $\mathrm{EC} = 1{,}75/1100 = 1{,}59 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{S/cm} = 1{,}59\,\mathrm{mS/cm}$.

**d** Welke andere foutbronnen verwacht je, en hoe test je of je meter goed genoeg is voor Habitat?

✓ Temperatuur (2 % per °C: temperatuursensor en compensatie), belletjes op de elektroden, corrosie en algen op de schroefjes (regelmatig reinigen, opnieuw ijken), een verschuivende afstand (vast monteren), de resolutie van de ADC. Test: meet regenwater, de ijkvloeistof en een verdunning (1 : 1) enkele keren, en vergelijk met een gekalibreerde meter: binnen ongeveer 0,1 mS/cm is goed genoeg om tussen 1,2 en 1,8 te sturen.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Principe** | Wisselspanning of korte, omgekeerde pulsen om elektrolyse en polarisatie te vermijden. |
| **Ijking** | Celconstante bepaald met een ijkvloeistof; formule EC = K / R correct gebruikt. |
| **Berekening** | K = 1,75 $cm^{-1}$; EC bij 1,10 kΩ = 1,59 mS/cm. |
| **Kritisch** | Temperatuur, corrosie, belletjes, afstand die verschuift; test met meerdere oplossingen en herhaling. |

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 14

# Reacties en stoichiometrie

**Atomen tellen door te wegen: van de gesloten kolf van Lavoisier tot de $CO_2$ van een liter benzine**

Uitgewerkte oplossingen bij de 15 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

5× oefenen · 6× toepassen · 4× uitdagen · ± 372 min

M Materie en chemie · W Wiskundig modelleren



Methaan en zuurstof worden koolstofdioxide en water: de druppeltjes op de koude lepel zijn reactieproduct.

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

## Oefenen

Oefenen · één stap, direct toepassen

### 14.1 Kloppend maken

Oefenen · 3 · Rekenen · 15 min

Maak de vergelijkingen kloppend. Controleer telkens door de atomen links en rechts te tellen.

a (a) $H_2 + Cl_2 \longrightarrow HCl$

✓ $H_2 + Cl_2 \longrightarrow 2\,HCl$

**b** (b) $N_2 + H_2 \longrightarrow NH_3$ (de productie van ammoniak voor kunstmest)

✓ $N_2 + 3\,H_2 \longrightarrow 2\,NH_3$

**c** (c) $Al + O_2 \longrightarrow Al_2O_3$

✓ $4\,Al + 3\,O_2 \longrightarrow 2\,Al_2O_3$

**d** (d) $C_3H_8 + O_2 \longrightarrow CO_2 + H_2O$

✓ $C_3H_8 + 5\,O_2 \longrightarrow 3\,CO_2 + 4\,H_2O$

**e** (e) $Fe_2O_3 + C \longrightarrow Fe + CO_2$ (ijzer maken in een hoogoven)

✓ $2\,Fe_2O_3 + 3\,C \longrightarrow 4\,Fe + 3\,CO_2$ (O: 6 = 6; Fe: 4 = 4; C: 3 = 3)

**f** (f) $C_6H_{12}O_6 + O_2 \longrightarrow CO_2 + H_2O$ (celademhaling)

✓ $C_6H_{12}O_6 + 6\,O_2 \longrightarrow 6\,CO_2 + 6\,H_2O$: de fotosynthese in omgekeerde richting.

## 14.2 Molaire massa's

Oefenen · 3 · Rekenen · 15 min

Gebruik de atoommassa's uit het periodiek systeem (hoofdstuk 12). Rond af op twee decimalen.

Bereken de molaire massa.

✓ $NH_3$: 14,007 + 3 · 1,008 = 17,03. $C_2H_5OH$: 2 · 12,011 + 6 · 1,008 + 15,999 = 46,07. $CaCO_3$: 40,078 + 12,011 + 3 · 15,999 = 100,09. $(NH_4)_2SO_4$: 2 · 14,007 + 8 · 1,008 + 32,06 + 4 · 15,999 = 132,13. $KH_2PO_4$: 39,098 + 2 · 1,008 + 30,974 + 4 · 15,999 = 136,08. $CuSO_4{\cdot}5H_2O$: 63,546 + 32,06 + 4 · 15,999 + 5 · 18,015 = 249,68.

## 14.3 Gram, mol en deeltjes

Oefenen · 4 · Rekenen · 20 min

Gebruik $n = m/M$, $N = n \cdot N_A$ en $V = n \cdot V_m$ met $V_m = 24{,}1\,\text{L/mol}$ bij 20 °C.

**a** (a) Hoeveel mol en hoeveel moleculen zitten er in 10,0 g koolstofdioxide? Welk volume neemt dat gas in bij 20 °C?

✓ $n = 10{,}0/44{,}01 = 0{,}227\,\text{mol}$; $N = 0{,}227 \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23} = 1{,}37 \cdot 10^{23}$ moleculen; $V = 0{,}227 \cdot 24{,}1 = 5{,}5\,\text{L}$.

**b** (b) Hoeveel gram weegt 0,250 mol glucose?

✓ $m = 0{,}250 \cdot 180{,}16 = 45{,}0\,\text{g}$.

**c** (c) Een fles bevat $3{,}01 \cdot 10^{23}$ moleculen ammoniak. Hoeveel mol en hoeveel gram is dat?

✓ $n = 3{,}01 \cdot 10^{23}/6{,}022 \cdot 10^{23} = 0{,}500\,\text{mol}$; $m = 0{,}500 \cdot 17{,}03 = 8{,}51\,\text{g}$.

**d** (d) Hoeveel natriumionen zitten er in 5,0 g keukenzout?

✓ $n(\mathrm{NaCl}) = 5{,}0/58{,}44 = 0{,}0856\,\mathrm{mol}$, evenveel mol $\mathrm{Na^+}$: $0{,}0856 \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23} = 5{,}2 \cdot 10^{22}$ ionen.

## 14.4 Exotherm of endotherm?

Oefenen · 3 · Begrijpen · 10 min

Zeg van elk proces of er energie vrijkomt of opgenomen wordt. Leg kort uit waaraan je het ziet.

**a** (a) een kaars brandt; (b) een plant maakt glucose in het licht; (c) een handwarmer met ijzerpoeder wordt warm als je het zakje openmaakt; (d) kalk (calciumcarbonaat) wordt in een oven bij 900 °C ontbonden tot calciumoxide en koolstofdioxide; (e) je lichaam verbrandt suiker in je spieren.

✓ (a) exotherm: warmte en licht. (b) endotherm: de energie komt van het licht. (c) exotherm: ijzer roest snel, het zakje wordt warm. (d) endotherm: er moet voortdurend warmte bij, anders stopt de ontbinding. (e) exotherm: celademhaling levert de energie en de warmte van je lichaam.

**b** Waarom gaat een lucifer pas branden als je hem langs het strijkvlak haalt, als verbranden toch energie oplevert?

✓ Om de reactie op gang te brengen moeten eerst bindingen breken: de activeringsenergie. De wrijving levert de warmte om het lucifermengsel te ontsteken; daarna levert de verbranding zelf genoeg warmte om door te gaan.

## 14.5 Massabehoud in de praktijk

Oefenen · 4 · Begrijpen · 12 min

Drie waarnemingen die het behoud van massa lijken tegen te spreken.

**a** Een kaars van 20 g weegt na een uur branden nog 12 g. Waar is de massa gebleven?

✓ De kaars is (vooral) geworden tot koolstofdioxide en waterdamp die in de lucht verdwijnen. Samen wegen ze meer dan 8 g, want er is zuurstof uit de lucht bij gekomen.

**b** Een bolletje staalwol op een weegschaal wordt zwaarder terwijl het brandt. Hoe kan dat?

✓ Het ijzer bindt zuurstof uit de lucht tot ijzeroxide: de zuurstofatomen komen erbij en wegen mee.

**c** Een leerling herhaalt de proef met azijn en bakpoeder, maar met een ballon over de flessenhals in plaats van een dop. De ballon zwelt op en de weegschaal toont 0,3 g minder. Is er massa verdwenen? Leg uit.

✓ Nee. De ballon zet uit en verplaatst lucht: de lucht duwt hem omhoog met een opwaartse kracht gelijk aan het gewicht van die verplaatste lucht (ongeveer 0,29 L, dus 0,35 g). De weegschaal toont daardoor minder, al is de massa gelijk gebleven. In een stijve, gesloten fles verandert het volume niet, en dus ook de opwaartse kracht niet.

## 14.6 Labo: hoeveel $CO_2$ geeft bakpoeder?

●●○ Toepassen · 5 · Labo · 50 min

Onderzoek of de massa koolstofdioxide die ontsnapt evenredig is met de massa bakpoeder, en vergelijk met de stoichiometrie. Werk in een open bekerglas met 50 mL azijn op de weegschaal (tot 0,01 g), en voeg telkens een afgewogen hoeveelheid bakpoeder toe: 1,00 g, 2,00 g en 3,00 g, telkens in verse azijn.

**a** Voorspel met een berekening hoeveel gram $CO_2$ er telkens ontstaat. Is 50 mL azijn (5 g azijnzuur per 100 mL) genoeg voor 3,00 g bakpoeder?

✓ $n(CO_2) = n(NaHCO_3) = m/84{,}01$: 0,524 g, 1,048 g en 1,572 g $CO_2$. Azijn: $2{,}5/60{,}05 = 0{,}0416\,\text{mol}$ azijnzuur, genoeg voor $0{,}0416 \cdot 84{,}01 = 3{,}50\,\text{g}$ bakpoeder: ja, net.

**b** Meet en noteer.

✓ Typisch 85 à 95 % van de berekende waarde.

**c** Zet $CO_2$ gemeten uit tegen de massa bakpoeder. Is het verband recht evenredig? Waarom is het rendement geen 100 %?

✓ Ongeveer een rechte door de oorsprong: de massa $CO_2$ is evenredig met de massa bakpoeder (het bakpoeder is telkens de beperkende stof). Het rendement is lager dan 100 %, omdat een deel van de $CO_2$ opgelost blijft in de vloeistof en een deel als zwaar gas in het bekerglas blijft hangen; bovendien kunnen er druppels wegspatten (dan meet je juist te veel).

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Voorspelling | Correcte stoichiometrie (1 : 1), 0,524 g per gram; azijn genoeg tot 3,5 g bakpoeder. |
| Meting | Nauwkeurig gewogen, verse azijn, lang genoeg gewacht en gewalst. |
| Analyse | Grafiek met rechte door de oorsprong; rendement berekend. |
| Discussie | Opgeloste $CO_2$, $CO_2$ die in het bekerglas blijft hangen, spatten; verbetering voorgesteld. |

## 14.7 Een gasfles propaan

●●○ Toepassen · 5 · Rekenen · 20 min

Een gasfles voor een barbecue bevat 10,5 kg propaan $C_3H_8$. Ze wordt volledig verbrand.

**a** Schrijf de kloppende vergelijking.

✓ $C_3H_8 + 5\,O_2 \longrightarrow 3\,CO_2 + 4\,H_2O$

**b** Hoeveel kilogram koolstofdioxide en hoeveel kilogram water ontstaan er?

✓ $n = 10\,500/44{,}10 = 238\,\text{mol}$. $CO_2$: $3 \cdot 238 \cdot 44{,}01 = 31\,400\,\text{g} = 31{,}4\,\text{kg}$. Water: $4 \cdot 238 \cdot 18{,}02 = 17{,}2\,\text{kg}$.

**c** Hoeveel kubieke meter lucht (21 % zuurstof) is er bij 20 °C nodig?

✓ $n(O_2) = 5 \cdot 238 = 1190\,\text{mol}$; lucht: $1190/0{,}21 \cdot 24{,}1 = 136\,600\,\text{L} \approx 137\,\text{m}^3$.

**d** Waarom mag je een gasbarbecue nooit binnen of in een tent gebruiken?

✓ Binnen raakt de zuurstof snel op, en dan wordt de verbranding onvolledig: er ontstaat koolstofmonoxide, geurloos en dodelijk. Bovendien loopt de $CO_2$-concentratie hoog op.

## 14.8 Wat betekent NPK?

Toepassen · 5 · Habitat · 25 min

Op een meststof staat 'NPK 20-20-20': 20 % stikstof (N), 20 % fosfor uitgedrukt als $P_2O_5$ en 20 % kalium uitgedrukt als $K_2O$, in massaprocent. De voedingsoplossing van Habitat bevat per liter 1,28 g zouten met 112 mg N, 32 mg P en 156 mg K (hoofdstuk 12).

**a** Welk deel van de massa van $P_2O_5$ is fosfor? En van $K_2O$ kalium?

✓ P: $2 \cdot 30{,}974/141{,}94 = 0{,}436$; K: $2 \cdot 39{,}098/94{,}20 = 0{,}830$.

**b** Hoeveel gram echt fosfor en echt kalium zit er in 100 g van die NPK 20-20-20?

✓ Fosfor: $20 \cdot 0{,}436 = 8{,}7\,\text{g}$; kalium: $20 \cdot 0{,}830 = 16{,}6\,\text{g}$. De etiketgetallen overschatten fosfor en kalium dus flink.

**c** Bereken de NPK-waarden van het zoutmengsel van Habitat.

✓ N: $0{,}112/1{,}28 = 8{,}7\,\%$. $P_2O_5$: $0{,}032/0{,}436 = 0{,}073\,\text{g}$, dus $0{,}073/1{,}28 = 5{,}7\,\%$. $K_2O$: $0{,}156/0{,}830 = 0{,}188\,\text{g}$, dus 14,7 %. NPK ongeveer 8,7-5,7-14,7.

**d** Controleer met molaire massa's de 112 mg stikstof: 0,59 g $Ca(NO_3)_2{\cdot}4H_2O$ en 0,30 g $KNO_3$ per liter.

✓ Calciumnitraat: $0{,}59/236{,}15 = 2{,}50\,\text{mmol}$, met 2 N per formule: $5{,}00\,\text{mmol} \cdot 14{,}007 = 70{,}0\,\text{mg}$. Kaliumnitraat: $0{,}30/101{,}10 = 2{,}97\,\text{mmol}$, $2{,}97 \cdot 14{,}007 = 41{,}6\,\text{mg}$. Samen 111,6 mg: klopt.

## 14.9 Gassen bij verschillende temperaturen

Toepassen · 4 · Rekenen · 15 min

Het molair volume bij 1013 hPa: 20,8 L/mol bij −20 °C, 22,4 L/mol bij 0 °C, 24,1 L/mol bij 20 °C, 25,7 L/mol bij 40 °C.

**a** Een ballon bevat bij 20 °C 5,0 L helium. Hoe groot is hij buiten bij −20 °C? En in een auto in de zon, bij 40 °C?

✓ Evenredig met $V_m$: $5{,}0 \cdot 20{,}8/24{,}1 = 4{,}3\,\text{L}$; $5{,}0 \cdot 25{,}7/24{,}1 = 5{,}3\,\text{L}$.

**b** Bereken de massa van 1,0 L koolstofdioxide en van 1,0 L lucht (gemiddelde molaire massa 28,97 g/mol) bij 20 °C. Waarom hoopt $CO_2$ zich op in een kelder of een gistkuip?

✓ $CO_2$: $44{,}01/24{,}1 = 1{,}83\,\text{g}$ per liter; lucht: $28{,}97/24{,}1 = 1{,}20\,\text{g}$. $CO_2$ is anderhalve keer zo zwaar als lucht en zakt naar laag gelegen plaatsen, waar het de lucht verdringt: gevaarlijk (verstikking).

**c** Waarom staat er bij een gasvolume altijd een temperatuur, en bij een massa niet?

✓ Een gas zet uit als het warmer wordt: hetzelfde aantal mol neemt meer volume in. De massa van een hoeveelheid stof verandert niet met de temperatuur.

## 14.10 Python: massapercentages

●●○ Toepassen · 5 · </> Programmeren · 25 min

Breid `molmassa.py` uit het handboek uit met een functie `massapercentages(formule)` die voor elk element het massapercentage teruggeeft (bijvoorbeeld voor $KNO_3$: K 38,7 %, N 13,9 %, O 47,5 %).

**a** Schrijf de functie. Gebruik `tel_atomen` en `molaire_massa`, en denk aan kristalwater.

✓

```python
def massapercentages(formule):
    totaal = molaire_massa(formule)
    tellers = {}
    for stuk in formule.replace("·", "*").split("*"):
        factor, i = lees_getal(stuk, 0)
        for el, aantal in tel_atomen(stuk[i:]).items():
            tellers[el] = tellers.get(el, 0) + factor * aantal
    return {el: 100 * a * ATOOMMASSA[el] / totaal for el, a in tellers.items()}

print(massapercentages("KNO3"))
```

**b** Hoeveel procent stikstof bevatten ureum $CO(NH_2)_2$, ammoniumnitraat $NH_4NO_3$, kaliumnitraat en calciumnitraat-tetrahydraat? Welke meststof is het 'zuinigst' om te vervoeren?

✓ Ureum 46,6 %; ammoniumnitraat 35,0 %; kaliumnitraat 13,9 %; calciumnitraat-tetrahydraat 11,9 %. Per kilogram vervoerd zit de meeste stikstof in ureum. (Voor de hydroponie gebruiken we het toch niet: bacteriën moeten het eerst omzetten.)

## 14.11 De $CO_2$ van een auto

●●○ Toepassen · 5 · Rekenen · 15 min

Een benzineauto verbruikt 5,5 L per 100 km, een dieselauto 4,5 L per 100 km. Gebruik 2,30 kg $CO_2$ per liter benzine en 2,60 kg per liter diesel.

**a** Bereken de uitstoot van beide auto's in gram $CO_2$ per kilometer.

✓ Benzine: $5{,}5 \cdot 2{,}30 = 12{,}65\,\text{kg}$ per 100 km = 126 g/km. Diesel: $4{,}5 \cdot 2{,}60 = 11{,}7\,\text{kg}$ per 100 km = 117 g/km.

**b** Hoeveel ton $CO_2$ stoot de benzineauto uit in een jaar van 15 000 km?

✓ $126 \cdot 15\,000 = 1{,}9 \cdot 10^6\,\text{g} = 1{,}9\,\text{t}$.

c Per liter geeft diesel meer $CO_2$. Waarom stoot de dieselauto toch minder uit per kilometer?

Een dieselmotor haalt meer arbeid uit elke liter (hoger rendement) en een liter diesel bevat meer energie. Het verbruik per kilometer is daardoor kleiner, genoeg om de grotere uitstoot per liter te compenseren.

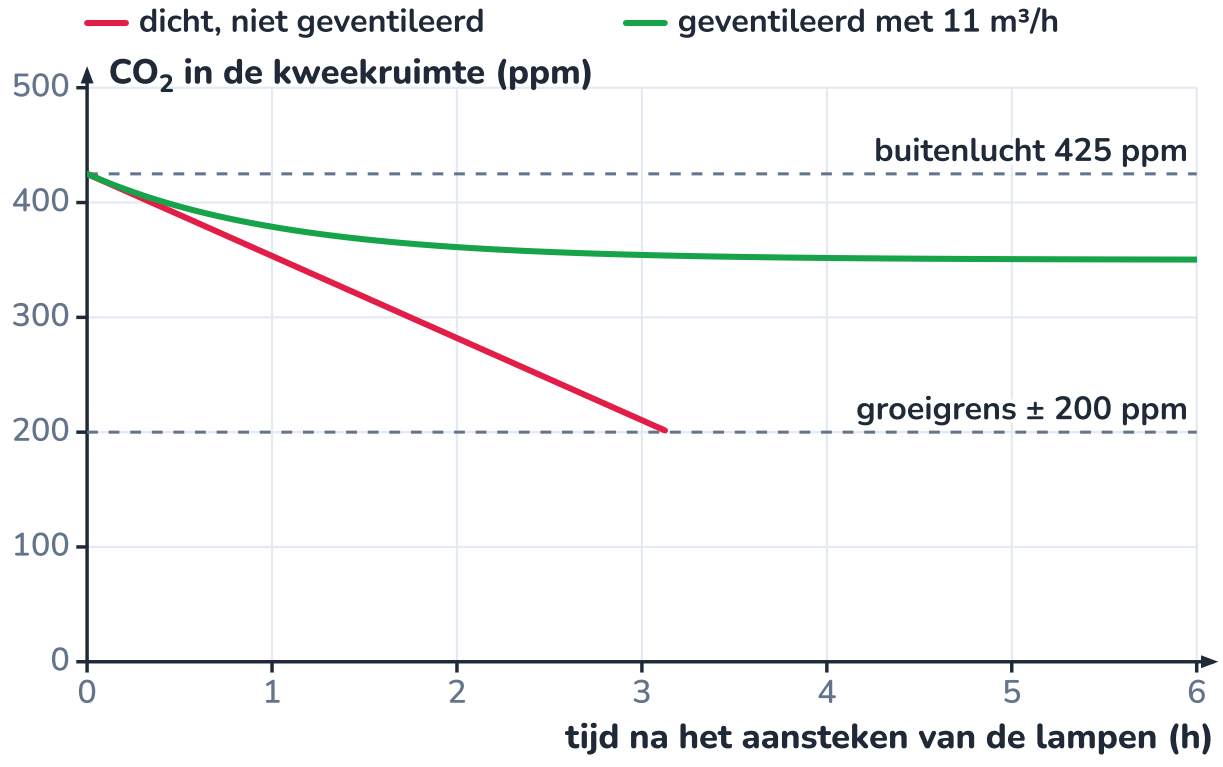
## Uitdagen Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

### 14.12 Habitat: $CO_2$ voor de kweekruimte

Uitdagen · 6 · Habitat · 50 min

De kweekruimte (2,40 × 2,00 × 2,40 m) met 48 slaplanten vraagt 1,5 g $CO_2$ per lichtuur. Buitenlucht: 425 ppm. De teler wil de planten sneller laten groeien bij 800 ppm. Er zijn drie opties: (A) alleen ventileren met buitenlucht; (B) de uitgeademde lucht van de leefruimte (twee bewoners, 's avonds en 's nachts binnen) door de kweekruimte leiden; (C) een fles $CO_2$ van 2 kg (€ 25 per vulling) met een doseerventiel dat de sensor aanstuurt.




De concentratie in de kweekruimte zonder en met ventilatie (model uit het handboek).

a Hoeveel liter en hoeveel gram $CO_2$ zit er in de kweekruimte bij 425 ppm en bij 800 ppm? Hoeveel moet je toevoegen om van 425 naar 800 ppm te gaan?

425 ppm: $11{,}52\,\mathrm{m^3} \cdot 425 \cdot 10^{-6} = 4{,}9 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m^3} = 4{,}9\,\mathrm{L}$, $4{,}9/24{,}1 \cdot 44{,}01 = 9{,}0\,\mathrm{g}$. 800 ppm: 9,2 L of 16,9 g. Toevoegen: 4,3 L, 7,9 g.

**b** Kan je met optie A ooit 800 ppm halen? Leg uit.

> Nee: ventileren met buitenlucht brengt de concentratie hoogstens terug naar 425 ppm. Omdat de planten opnemen, blijft ze er zelfs onder (350 ppm bij 11 m³/h).

**c** Optie B: twee bewoners ademen samen 2 kg $CO_2$ per dag uit. Welk deel daarvan hebben de planten nodig? Welk probleem zie je met de tijdstippen?

> De planten nemen 24 g per dag op, 1,2 % van de 2 kg (de bewoners maken 80 keer meer dan nodig). Maar de bewoners zijn vooral 's nachts binnen, als de lampen uit zijn en de planten geen $CO_2$ opnemen; overdag, als de planten willen, zijn ze aan het werk. Een buffer (bijvoorbeeld de lucht 's avonds laten ophopen tot 1000 ppm) of het licht 's avonds laten branden, lost dat deels op.

**d** Optie C: stel dat je de ruimte overdag dicht houdt en alleen het verbruik van de planten bijdoseert (plus 20 % lekverlies). Hoe lang doet een fles van 2 kg mee, en wat kost dat per teelt?

> Verbruik met lekverlies: $24{,}1 \cdot 1{,}2 = 29\,\text{g}$ per dag. Een fles van 2 kg: $2000/29 = 69$ dagen, ongeveer twee teelten. Kost: € 25 per 69 dagen, ongeveer € 13 per teelt van 35 dagen (plus eenmalig 7,9 g om naar 800 ppm te gaan).

**e** Schrijf een advies van vijf regels voor je portfolio, met je keuze, de veiligheid ($CO_2$-sensor, alarm) en een reden om toch te ventileren.

> Bijvoorbeeld: 'We doseren $CO_2$ uit een fles, gestuurd door een $CO_2$-sensor, tot 800 ppm zolang de lampen branden, en ventileren kort als de luchtvochtigheid of de temperatuur te hoog wordt. Boven 1500 ppm schakelt de dosering af en boven 5000 ppm gaat een alarm. Wie in de ruimte werkt, zet eerst de ventilatie aan. De uitgeademde lucht van de bewoners leiden we 's avonds door de ruimte als extra, gratis bron.'

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Rekenwerk | Volumes en massa's met V_m = 24,1 L/mol; 4,3 L (7,9 g) om naar 800 ppm te gaan. |
| Bronnen | A: nooit boven buitenlucht; B: 40 × genoeg maar op het verkeerde moment; C: berekende looptijd en kost. |
| Veiligheid | $CO_2$ is zwaarder dan lucht en boven ± 5000 ppm schadelijk: sensor, alarm, niet in een afgesloten ruimte werken. |
| Advies | Onderbouwde keuze, met vocht en temperatuur als tweede reden om te ventileren. |

## 14.13 Kalk en azijn: wie is eerst op?

Uitdagen · 6 · Rekenen · 25 min

Een waterkoker zit vol kalkaanslag (calciumcarbonaat). Je giet er 250 mL azijn in (5 g azijnzuur per 100 mL). De reactie: $\text{CaCO}_3 + 2\,\text{CH}_3\text{COOH} \longrightarrow \text{Ca(CH}_3\text{COO)}_2 + \text{H}_2\text{O} + \text{CO}_2$. Er zit 20 g kalk in de waterkoker.

**a** Hoeveel mol kalk en hoeveel mol azijnzuur zijn er? Welke stof is beperkend?

> Kalk: $20/100{,}09 = 0{,}200\,\text{mol}$. Azijnzuur: $12{,}5\,\text{g}/60{,}05 = 0{,}208\,\text{mol}$. Voor 0,200 mol kalk is $2 \cdot 0{,}200 = 0{,}400\,\text{mol}$ azijnzuur nodig: het azijnzuur is beperkend.

**b** Hoeveel gram kalk lost er op, en hoeveel blijft er liggen?

✓ Het azijnzuur lost $0{,}208/2 = 0{,}104\,\text{mol}$ kalk op: $0{,}104 \cdot 100{,}09 = 10{,}4\,\text{g}$. Er blijft $9{,}6\,\text{g}$ kalk liggen.

**c** Hoeveel liter $CO_2$ (20 °C) bruist er uit de waterkoker?

✓ $n(CO_2) = 0{,}104\,\text{mol}$: $0{,}104 \cdot 24{,}1 = 2{,}5\,\text{L}$ (4,6 g).

**d** Hoeveel mL azijn heb je minstens nodig om alle kalk op te lossen?

✓ $0{,}400 \cdot 60{,}05 = 24{,}0\,\text{g}$ azijnzuur, dat is $24{,}0/5 \cdot 100 = 480\,\text{mL}$ azijn. (Warme azijn werkt sneller, maar niet 'meer'.)

## 14.14 Ontwerp: een gistfles als $CO_2$-bron

Uitdagen · 7 · Ontwerpen · 45 min

Hobbytelers maken $CO_2$ met gist en suiker in een fles met een slangetje naar de plantenruimte. Gist zet suiker (sacharose $C_{12}H_{22}O_{11}$) om in ethanol en koolstofdioxide: $C_{12}H_{22}O_{11} + H_2O \longrightarrow 4\,C_2H_5OH + 4\,CO_2$.

**a** Hoeveel gram $CO_2$ geeft 1 g suiker? Hoeveel gram suiker per dag heb je nodig voor de 24 g $CO_2$ die de 48 slaplanten opnemen?

✓ $M(C_{12}H_{22}O_{11}) = 342{,}30\,\text{g/mol}$; 1 mol suiker geeft 4 mol $CO_2$ = 176,04 g. Per gram: $176{,}04/342{,}30 = 0{,}514\,\text{g}$. Voor 24,1 g: $24{,}1/0{,}514 = 47\,\text{g}$ suiker per dag.

**b** Hoeveel ethanol ontstaat er per dag? Waar blijft die?

✓ Per gram suiker $4 \cdot 46{,}07/342{,}30 = 0{,}538\,\text{g}$ ethanol: 25 g per dag. Die blijft opgelost in de fles (die dus na een paar weken 'wijn' bevat en de gist afremt).

**c** Ontwerp de opstelling: fles, slangetje, waterslot, temperatuur. Waarom levert de fles niet netjes elke dag evenveel $CO_2$?

✓ Een fles van 2 L met suikerwater en gist, een dop met een slangetje door een waterslot (belletjes kunnen weg, lucht en insecten niet terug), een slang naar de kweekruimte, de fles in een warme hoek (gist werkt het best rond 25 à 30 °C). De productie begint traag (de gist moet groeien), is dan een tijd hoog, en daalt als de suiker opraakt of de alcohol de gist remt; ze gaat ook 's nachts door, als de planten niets opnemen.

**d** Vergelijk met een fles $CO_2$ (€ 25 voor 2 kg; suiker kost € 1,20 per kg). Welke keuze raad je Habitat aan, en waarom?

✓ Gistfles: 47 g suiker per dag is ongeveer € 0,06 per dag of € 2 per teelt, goedkoper dan de fles (± € 13 per teelt), maar niet te sturen, onregelmatig en met veel afval (ethanol, gist). Advies bijvoorbeeld: $CO_2$-fles met sensor als hoofdbron, de gistfles hooguit als proef of als reserve.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Stoichiometrie** | 0,514 g $CO_2$ per g suiker; 47 g suiker per dag; 25 g ethanol per dag. |
| **Ontwerp** | Waterslot tegen terugstromen, slangetje naar de ruimte, fles warm (20 à 30 °C), makkelijk bij te vullen. |
| **Kritisch** | Productie onregelmatig (begint traag, stopt als de suiker op is of de alcohol de gist remt), niet te sturen, ook 's nachts. |
| **Afweging** | Kosten en stuurbaarheid vergeleken met een fles $CO_2$. |

## 14.15 Een kaars onder een glas

●●● Uitdagen · 7 · Analyseren · 30 min

Je zet een glas van 1,0 L over een brandend waxinelichtje. Na ongeveer 20 seconden dooft het. Een kaarsvlam dooft als de lucht nog ongeveer 16 % zuurstof bevat (in plaats van 20,95 %). Neem als model voor paraffine $C_{25}H_{52}$ (352,69 g/mol). Een waxinelichtje verbrandt ongeveer 3 g paraffine per uur.

**a** Schrijf de kloppende vergelijking voor de volledige verbranding van $C_{25}H_{52}$.

✓ $C_{25}H_{52} + 38\,O_2 \longrightarrow 25\,CO_2 + 26\,H_2O$ (O: $2 \cdot 38 = 76 = 50 + 26$).

**b** Hoeveel mol zuurstof verbruikt de vlam voor ze dooft (20 °C)? Hoeveel milligram paraffine verbrandt er?

✓ $\Delta V(O_2) = 1{,}0 \cdot (0{,}2095 - 0{,}16) = 0{,}0495\,\text{L}$; $n = 0{,}0495/24{,}1 = 2{,}06\,\text{mmol}$. Paraffine: $2{,}06/38 = 0{,}0542\,\text{mmol}$, $0{,}0542 \cdot 352{,}69 = 19\,\text{mg}$.

**c** Hoe lang brandt het lichtje volgens je berekening? Klopt dat met de waarneming?

✓ 3 g per uur is $3000/3600 = 0{,}83\,\text{mg/s}$: $19/0{,}83 = 23\,\text{s}$. Dat klopt goed met de ongeveer 20 seconden.

**d** Een bekende proef: zet het lichtje in een schaaltje water. Als het glas erover staat, stijgt het water in het glas. Vaak hoor je: 'omdat de zuurstof opgebruikt is'. Toon met je vergelijking aan dat die verklaring niet volstaat. Wat is de belangrijkste oorzaak?

✓ Per 38 mol verbruikte zuurstof ontstaat 25 mol $CO_2$: het aantal gasmoleculen daalt maar met een derde van de verbruikte zuurstof, 0,7 mmol of 17 mL, en ook de waterdamp condenseert maar gedeeltelijk. Dat verklaart niet het meestal veel grotere stijgen van het water. De belangrijkste oorzaak is de temperatuur: de vlam warmt de lucht in het glas op (een deel ontsnapt als belletjes onder de rand), en als de vlam dooft, koelt de lucht af, krimpt, en drukt de buitenlucht het water naar binnen.

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 15

# Zuren, basen en pH

**Van citroensap tot ontstopper: een logaritmische schaal, een kleurstof uit rode kool en een druppel die alles verandert**

Uitgewerkte oplossingen bij de 16 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

5× oefenen · 8× toepassen · 3× uitdagen · ± 384 min

M Materie en chemie · B Leven en systemen · O Onderzoeken en meten



Eén kleurstof uit rode kool, acht kleuren: van zuur (rood) tot sterk basisch (geel).

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

## Oefenen

Oefenen — één stap, direct toepassen

### 15.1 Zuur, neutraal of basisch?

Oefenen · 3 · Begrijpen · 10 min

Typische pH-waarden: maagsap 1,5; tomatensap 4,2; zwarte koffie 5,0; melk 6,7; bloed 7,4; zeewater 8,1; zeepsop 10; bleekwater 12,5.

a Welke zijn zuur, welke basisch? Welke is het meest zuur, welke het meest basisch?

Zuur (pH < 7): maagsap, tomatensap, koffie, melk (net). Basisch: bloed, zeewater, zeepsop, bleekwater. Meest zuur: maagsap; meest basisch: bleekwater.

**b** Hoeveel keer meer oxoniumionen bevat tomatensap dan melk? En maagsap dan koffie?

✓ Tomatensap tegenover melk: $10^{6{,}7-4{,}2} = 10^{2{,}5} \approx 320$ keer. Maagsap tegenover koffie: $10^{3{,}5} \approx 3200$ keer.

**c** Een leerling zegt: 'Melk is bijna neutraal, dus bevat ze geen $H_3O^+$.' Klopt dat?

✓ Nee. Elke waterige oplossing bevat $H_3O^+$ én $OH^-$. In melk is $[H_3O^+] = 10^{-6{,}7} = 2{,}0 \cdot 10^{-7}\,\text{mol/L}$: weinig, maar niet nul, en iets meer dan $OH^-$ ($5{,}0 \cdot 10^{-8}$).

## 15.2 Van concentratie naar pH en terug

Oefenen · 3 · Rekenen · 15 min

Alle zuren en basen hier zijn sterk. Gebruik $\text{pH} = -\log[H_3O^+]$ en pH + pOH = 14 (25 °C).

**a** Bereken de pH.

✓ 1,00; $-\log 0{,}0030 = 2{,}52$; $-\log(2{,}5 \cdot 10^{-4}) = 3{,}60$; pOH 2,00 dus pH 12,00; pOH $= -\log(4{,}0 \cdot 10^{-3}) = 2{,}40$, dus pH 11,60.

**b** Bereken $[H_3O^+]$ en $[OH^-]$ in een oplossing met pH 4,70 en in een oplossing met pH 11,20.

✓ pH 4,70: $[H_3O^+] = 10^{-4{,}70} = 2{,}0 \cdot 10^{-5}\,\text{mol/L}$, $[OH^-] = 10^{-9{,}30} = 5{,}0 \cdot 10^{-10}\,\text{mol/L}$. pH 11,20: $[H_3O^+] = 6{,}3 \cdot 10^{-12}\,\text{mol/L}$, $[OH^-] = 10^{-2{,}80} = 1{,}6 \cdot 10^{-3}\,\text{mol/L}$.

## 15.3 Tien keer verdunnen

Oefenen · 4 · Rekenen · 12 min

Je verdunt oplossingen van sterke zuren en basen met water.

**a** 250 mL zoutzuur met pH 2,00 wordt aangevuld tot 2,5 L. Welke pH krijg je?

✓ Factor 10: pH 3,00.

**b** 20 mL salpeterzuur met pH 1,30 wordt aangevuld tot 500 mL. Welke pH?

✓ Factor $500/20 = 25$: de pH stijgt met $\log 25 = 1{,}40$, dus pH 2,70.

**c** Natronloog met pH 12,6 wordt honderd keer verdund. Welke pH?

✓ Factor 100: $[OH^-]$ honderd keer kleiner, pOH twee hoger, pH twee lager: 10,6.

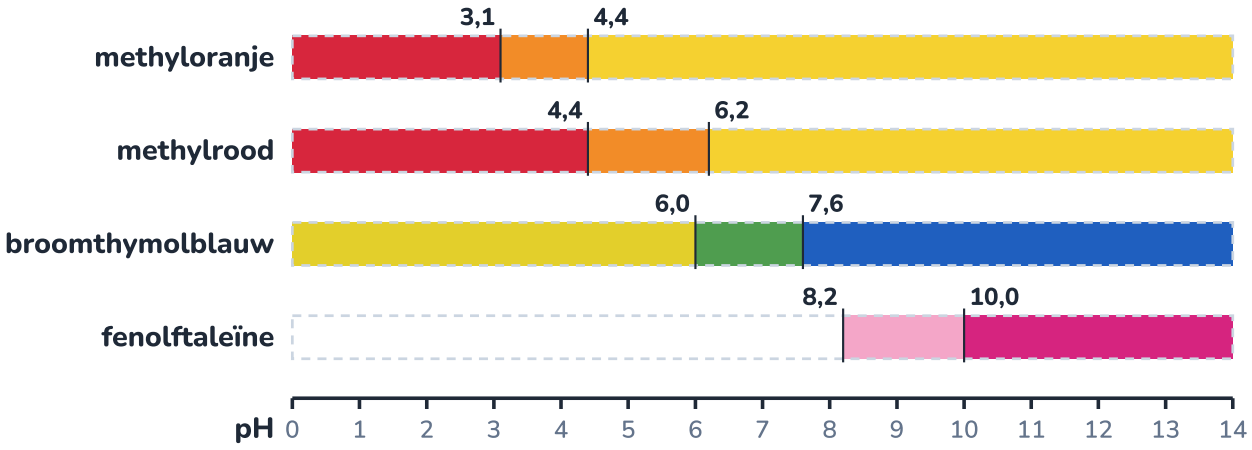
**d** Hoeveel keer moet je zoutzuur met pH 1,0 verdunnen om pH 5,0 te krijgen? Hoeveel water is dat voor 1 mL zuur?

✓ Vier pH-eenheden: $10^4 = 10\,000$ keer. Voor 1 mL zuur: aanvullen tot 10 L, dus bijna 10 L water. Zo 'verdwijnt' een zuur in veel water, maar het blijft zuur.

## 15.4 Welke indicator?

Oefenen · 4 · Begrijpen · 12 min

Gebruik de tabel met omslaggebieden uit het handboek.




De omslaggebieden van vier indicatoren.

**a** Welke kleur heeft broomthymolblauw in regenwater (pH 5,6), in bloed (pH 7,4) en in zeepsop (pH 10)?

✓ Regenwater: geel (onder 6,0). Bloed: groen tot groenblauw (7,4 ligt in het omslaggebied, bijna aan de blauwe kant). Zeepsop: blauw.

**b** Een oplossing is kleurloos met fenolftaleïne en geel met methyloranje. Tussen welke pH-waarden ligt ze?

✓ Kleurloos met fenolftaleïne: pH onder 8,2. Geel met methyloranje: pH boven 4,4. Dus tussen 4,4 en 8,2.

**c** Welke indicator gebruik je om te controleren of de voedingsoplossing van Habitat tussen 5,5 en 6,5 ligt? Waarom is een pH-meter toch beter?

✓ Methylrood (4,4-6,2) of broomthymolblauw (6,0-7,6) komen het dichtst: methylrood is oranje in het werkgebied tot 6,2, broomthymolblauw geel onder 6,0 en groen erboven. Geen van beide dekt 5,5-6,5 netjes, en je leest kleuren niet tot op 0,1 nauwkeurig. Een geijkte pH-meter geeft een getal met twee decimalen.

## 15.5 Neutralisaties schrijven

Oefenen · 4 · Rekenen · 15 min

Schrijf de kloppende reactievergelijking en geef de naam van het zout.

**a** (a) salpeterzuur + natronloog; (b) zoutzuur + kaliloog; (c) zwavelzuur + natronloog; (d) zoutzuur + calciumhydroxide $Ca(OH)_2$; (e) fosforzuur $H_3PO_4$ + kaliloog, tot alle drie de protonen weg zijn.

✓ (a) $HNO_3 + NaOH \longrightarrow NaNO_3 + H_2O$, natriumnitraat. (b) $HCl + KOH \longrightarrow KCl + H_2O$, kaliumchloride. (c) $H_2SO_4 + 2\,NaOH \longrightarrow Na_2SO_4 + 2\,H_2O$, natriumsulfaat. (d) $2\,HCl + Ca(OH)_2 \longrightarrow CaCl_2 + 2\,H_2O$, calciumchloride. (e) $H_3PO_4 + 3\,KOH \longrightarrow K_3PO_4 + 3\,H_2O$, kaliumfosfaat.

**b** Schrijf de ionenvergelijking die in alle vijf reacties hetzelfde is. Welke ionen zijn in (a) toeschouwers?

✓ $H_3O^+ + OH^- \longrightarrow 2\,H_2O$. In (a) zijn $Na^+$ en $NO_3^-$ toeschouwers.

## ●●○ Toepassen Toepassen

meerdere stappen, in een context

### 15.6 Labo: hoeveel zuur zit er in ontkalker?

●●○ Toepassen ▮▮▮▮▯▯▯▯ 5 Labo 50 min

Je bepaalt met een titratie de concentratie van een ontkalker op basis van citroenzuur (drie protonen per molecule, $M = 192{,}12$ g/mol) of van azijn. Je krijgt natronloog van 0,100 mol/L, fenolftaleïne, een buret, een volumepipet van 25 mL en een maatkolf van 100 mL.

**a** Maak een werkplan: welke verdunning kies je en waarom? Hoeveel mL natronloog verwacht je ongeveer?

✓ Bij azijn van 5 %: tien keer verdunnen en 25 mL titreren geeft ongeveer 21 mL (zoals in het handboek). Bij een citroenzuurontkalker van bijvoorbeeld 20 %: 200 g/L is 1,04 mol/L citroenzuur of 3,1 mol/L protonen; twintig keer verdunnen geeft voor 25 mL ongeveer 39 mL natronloog.

**b** Titreer minstens drie keer en noteer.

✓ Drie waarden die minder dan 0,10 mL verschillen; gemiddelde gebruiken.

**c** Bereken de concentratie in mol/L en in g per 100 mL. Vergelijk met het etiket.

✓ $n(\mathrm{NaOH}) = 0{,}100 \cdot V$; azijnzuur 1 : 1, citroenzuur 3 mol NaOH per mol zuur; terugrekenen via de verdunning naar de oorspronkelijke oplossing; maal $M$ voor g/L.

**d** Noem twee foutbronnen en zeg of ze je resultaat te hoog of te laag maken.

✓ Bijvoorbeeld: te ver getitreerd (donkerroze in plaats van licht roze): te veel base gemeten, resultaat te hoog. Luchtbel in de buretpunt die tijdens de titratie verdwijnt: het afgelezen volume is te groot, resultaat te hoog. Pipet niet goed uitgelopen of druppel op de rand: te weinig zuur, resultaat te laag.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Veiligheid | Bril, pipetteerballon (nooit met de mond), spatten afspoelen, afval geneutraliseerd. |
| Werkplan | Verdunning gekozen zodat het verbruik tussen 15 en 45 mL ligt; verwachting berekend. |
| Meting | Buret correct afgelezen tot op 0,05 mL; drie titraties binnen 0,10 mL. |
| Berekening | Molverhouding juist (1 : 3 bij citroenzuur, 1 : 1 bij azijnzuur), verdunning verrekend, eenheden. |
| Kritisch | Foutbronnen met hun richting (overtitreren: te hoog; lucht in de buret; verkeerd pipetteren). |

### 15.7 Mengsels van zuur en base

●●○ Toepassen ▮▮▮▮▯▯▯▯ 5 Rekenen 20 min

Bereken de pH na het mengen. Het volume van het mengsel is de som van de volumes.

**a** (a) 25,0 mL zoutzuur 0,200 mol/L + 25,0 mL natronloog 0,100 mol/L

✓ Zuur 5,00 mmol, base 2,50 mmol: overmaat 2,50 mmol $H_3O^+$ in 50,0 mL, dus 0,0500 mol/L: pH 1,30.

**b** (b) 40,0 mL zoutzuur 0,0500 mol/L + 20,0 mL natronloog 0,100 mol/L

✓ Zuur 2,00 mmol, base 2,00 mmol: precies geneutraliseerd, een oplossing van NaCl: pH 7,00.

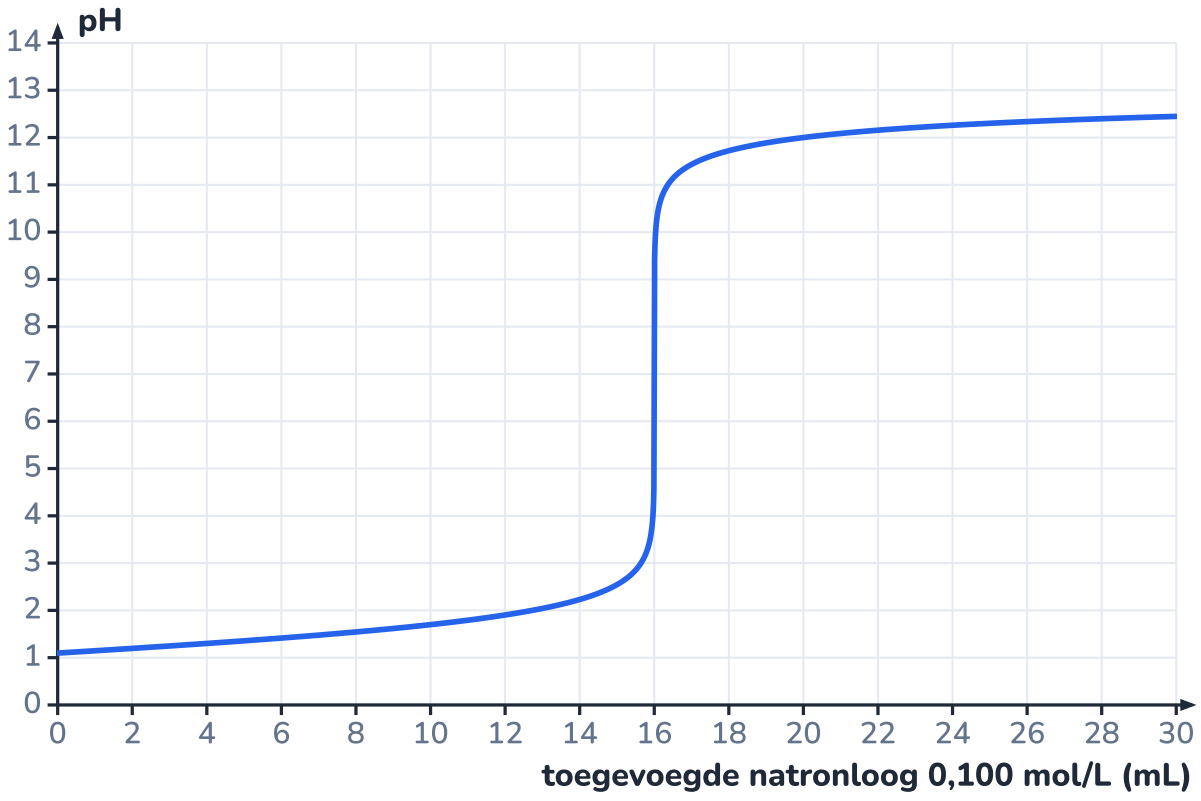
**c** (c) 30,0 mL salpeterzuur 0,100 mol/L + 50,0 mL kaliloog 0,0800 mol/L

✓ Zuur 3,00 mmol, base 4,00 mmol: overmaat 1,00 mmol $OH^-$ in 80,0 mL = 0,0125 mol/L. pOH 1,90, pH 12,10.

## 15.8 Een titratiecurve lezen

●●○ Toepassen | 5 | Analyseren | 15 min

Een leerling titreert 20,0 mL zoutzuur met onbekende concentratie met natronloog van 0,100 mol/L en meet de pH.




De gemeten titratiecurve (afgevlakt).

**a** Lees het equivalentievolume af. Bereken de concentratie van het zoutzuur.

✓ De sprong ligt bij 16,0 mL. $n = 0{,}100 \cdot 16{,}0 = 1{,}60\,\text{mmol}$ in 20,0 mL: $c = 1{,}60/20{,}0 = 0{,}0800\,\text{mol/L}$.

**b** Controleer je antwoord met de begin-pH.

✓ $-\log 0{,}0800 = 1{,}10$: dat is de pH bij 0 mL op de grafiek. Klopt.

c Welke van de drie indicatoren (methyloranje, broomthymolblauw, fenolftaleïne) zijn hier bruikbaar? Waarom?

Alle drie: de sprong loopt van ongeveer pH 3,5 tot 10,5, en elk omslaggebied ligt erin. Het verschil tussen hun omslagpunten is kleiner dan een druppel. Broomthymolblauw slaat het dichtst bij pH 7 om.

## 15.9 Een titratiecurve tekenen

Toepassen · 5 · Tekenen · 20 min

Nu omgekeerd: in de erlenmeyer zit 25,0 mL natronloog van 0,100 mol/L, in de buret zoutzuur van 0,100 mol/L.

a Bereken de pH bij 0; 10,0; 20,0; 24,9; 25,0; 25,1; 30,0 en 50,0 mL zoutzuur.

0 mL: pH 13,00. 10,0 mL: overmaat 1,50 mmol $OH^-$ in 35 mL: pH 12,63. 20,0 mL: 0,50 mmol in 45 mL: pH 12,05. 24,9 mL: 0,01 mmol in 49,9 mL: pH 10,30. 25,0 mL: pH 7,00. 25,1 mL: 0,01 mmol $H_3O^+$ in 50,1 mL: pH 3,70. 30,0 mL: 0,50 mmol in 55 mL: pH 2,04. 50,0 mL: 2,50 mmol in 75 mL: pH 1,48.

b Teken de titratiecurve op millimeterpapier. Duid het equivalentiepunt aan.

Een dalende curve: hoog en vlak, een verticale sprong bij 25,0 mL van ongeveer 10 naar 4, daarna vlak laag. Het spiegelbeeld van de curve in het handboek.

c Welke kleurverandering zie je bij het eindpunt als je fenolftaleïne gebruikt?

Van roze naar kleurloos: de oplossing is eerst basisch (roze), en de laatste druppel die de roze kleur laat verdwijnen, is het eindpunt.

## 15.10 Een pH-meter ijken

Toepassen · 5 · Rekenen · 20 min

Een labo-pH-meter kan ook de ruwe spanning van de elektrode tonen. Bij 20 °C lees je in buffer pH 7,00 −4 mV en in buffer pH 4,00 +165 mV.

a Bereken de helling in mV per pH-eenheid.

$\frac{165-(-4)}{4{,}00-7{,}00}=\frac{169}{-3{,}00}=-56{,}3\,\text{mV}$ per pH.

b De ideale helling bij 20 °C is 58,17 mV. Hoeveel procent daarvan haalt de elektrode? Is ze nog bruikbaar?

$56{,}3/58{,}17=96{,}8\,\%$: binnen 95-105 %, dus bruikbaar. Het nulpunt (−4 mV) ligt ook dicht bij 0.

c Een monster geeft +62 mV, een ander −120 mV. Bereken hun pH.

$\text{pH}=7{,}00+\frac{62-(-4)}{-56{,}3}=7{,}00-1{,}17=5{,}83$. En $7{,}00+\frac{-120+4}{-56{,}3}=7{,}00+2{,}06=9{,}06$.

d Voor welk van de twee monsters vertrouw je de uitkomst het minst? Wat zou je doen?

Het tweede (pH 9,06): het ligt buiten het gebied tussen de twee buffers, zodat een kleine fout in de helling daar zwaarder doorweegt. Ijk dan met pH 7 en pH 10, of doe een driepuntsijking.

## 15.11 Python: hoe breed is de sprong?

Toepassen · 6 · Programmeren · 30 min

Gebruik de functie `ph_mengsel` uit het handboek. De 'sprong' definiëren we als het volumegebied waarin de pH van 4,0 naar 10,0 gaat.

**a** Schrijf een functie `volume_bij_ph(doel, c_zuur, v_zuur, c_base)` die met kleine stapjes (0,001 mL) zoekt bij welk volume base de pH voor het eerst boven `doel` komt.

```python
def volume_bij_ph(doel, c_zuur, v_zuur, c_base):
    v = 0.0
    while ph_mengsel(c_zuur, v_zuur, c_base, v) < doel:
        v += 0.001
    return v
```

**b** Bereken de breedte van de sprong (pH 4 tot 10) voor 25,0 mL zoutzuur met natronloog van dezelfde concentratie: 0,100 mol/L, 0,0100 mol/L en 0,00100 mol/L.

0,100 mol/L: van 24,95 tot 25,05 mL, breedte 0,10 mL (twee druppels). 0,0100 mol/L: pH 4 al bij ongeveer 24,5 mL, pH 10 pas bij 25,5 mL: breedte ongeveer 1,0 mL. 0,00100 mol/L: de begin-pH is 3,0 en de eind-pH blijft onder 11; pH 4 bij ongeveer 20 mL, pH 10 bij ongeveer 30 mL: breedte ongeveer 10 mL.

**c** Wat betekent dat voor een titratie met heel verdunde oplossingen? Welke indicator kies je dan?

Hoe verdunder, hoe minder steil de sprong: een indicator die niet precies bij pH 7 omslaat, geeft dan een merkbare fout. Kies broomthymolblauw (omslag rond 7), of meet de curve met een pH-meter en zoek het steilste punt.

## 15.12 Oceaanverzuring in cijfers

Toepassen · 5 · Analyseren · 15 min

Metingen ten noorden van Hawaï gaven in 1988 een oppervlakte-pH van ongeveer 8,11 en rond 2020 ongeveer 8,05. Voor 1850 rekenen we met een geschatte 8,18.

**a** Bereken $[H_3O^+]$ in nmol/L voor 8,18 en 8,05.

$10^{-8{,}18} = 6{,}6 \cdot 10^{-9}\,\text{mol/L} = 6{,}6\,\text{nmol/L}$; $10^{-8{,}05} = 8{,}9\,\text{nmol/L}$.

**b** Met hoeveel procent steeg de concentratie oxoniumionen tussen 1850 en 2020?

$8{,}9/6{,}6 = 10^{0{,}13} = 1{,}35$: 35 % meer.

**c** Hoeveel pH-eenheid per tien jaar daalde de pH tussen 1988 en 2020? Welke pH verwacht je in 2100 als dat tempo blijft? Waarom is dat waarschijnlijk te optimistisch bij een hoge uitstoot?

$(8{,}11 - 8{,}05)/3{,}2 = 0{,}019$ per tien jaar. In 8 decennia na 2020: $8{,}05 - 8 \cdot 0{,}019 = 7{,}90$. Bij een hoge uitstoot stijgt de $CO_2$ in de lucht steeds sneller, en de oceaan neemt minder goed op naarmate ze minder carbonaat heeft: de pH daalt dan sneller, naar ongeveer 7,8.

### 15.13 Een maagtablet

Toepassen · 5 · Rekenen · 15 min

Een maagtablet tegen brandend maagzuur bevat 680 mg calciumcarbonaat en 80 mg magnesiumcarbonaat $MgCO_3$. Maagsap bevat ongeveer 0,1 mol/L zoutzuur.

**a** Schrijf de kloppende vergelijkingen van beide carbonaten met zoutzuur (er ontstaan een zout, water en koolstofdioxide).

✓ $CaCO_3 + 2\,HCl \longrightarrow CaCl_2 + H_2O + CO_2$ en $MgCO_3 + 2\,HCl \longrightarrow MgCl_2 + H_2O + CO_2$.

**b** Hoeveel mmol zoutzuur neutraliseert één tablet? Met hoeveel mL maagsap komt dat overeen?

✓ $M(CaCO_3) = 100{,}09\,g/mol$: $680/100{,}09 = 6{,}79\,mmol$, dus 13,6 mmol HCl. $M(MgCO_3) = 84{,}31\,g/mol$: $80/84{,}31 = 0{,}95\,mmol$, dus 1,9 mmol HCl. Samen 15,5 mmol, dat is $15{,}5/0{,}1 = 155\,mL$ maagsap.

**c** Waarom boeren mensen soms na zo'n tablet?

✓ Er ontstaat koolstofdioxide: per tablet 7,7 mmol, ongeveer 0,20 L gas bij lichaamstemperatuur.

## Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

### 15.14 Habitat: de pH-bewaking van het voedingsreservoir

Uitdagen · 6 · Habitat · 50 min

Het reservoir (60 L, recept uit hoofdstuk 12, EC-streefwaarde 1,4 mS/cm) krijgt een pH-module op de microcontroller. Streefwaarde pH 5,8, werkgebied 5,5 tot 6,5. pH-min: salpeterzuur 0,50 mol/L. De pomp zet het reservoir in 12,5 minuten één keer rond. De planten verbruiken tot 6 L water per warme dag.

**a** Waarom stijgt de pH van deze voedingsoplossing vanzelf? Waarom kan je de nodige hoeveelheid pH-min niet uitrekenen met de pH alleen?

✓ De planten nemen vooral nitraat (negatief) op en geven $OH^-$ of $HCO_3^-$ af om hun lading te compenseren: de oplossing wordt basischer. De oplossing bevat fosfaat en waterstofcarbonaat, die een deel van het toegevoegde zuur opvangen (buffer): de nodige hoeveelheid hangt dus af van de samenstelling op dat moment, niet alleen van de pH. Daarom een proefje op 1 L.

**b** Stel een onderhoudsplan op: hoe vaak meet je, hoe vaak ijk je, met welke buffers, en hoe bewaar je de sonde?

✓ Bijvoorbeeld: elke ochtend pH en EC aflezen (de microcontroller logt elke minuut); om de twee weken een tweepuntsijking met buffer 7,00 en 4,00 (en controle met 10,00 of 6,86 indien beschikbaar); tussen de buffers spoelen met gedemineraliseerd water en deppen; buiten de metingen de sonde in KCl-bewaarvloeistof, of permanent in het reservoir en dan elke ijking reinigen.

**c** Na 4 dagen: 52 L, pH 6,7, EC 1,55 mS/cm. Een proefje op 1,0 L vraagt 1,8 mL pH-min tot pH 5,8. Beschrijf in volgorde wat je doet (bijvullen, pH, EC), met getallen.

Eerst bijvullen tot 60 L met regenwater (8 L): dat verdunt, maar het regenwater brengt bijna geen buffer mee. De stoffen die het zuur opvangen, zitten in de 52 L. Dus niet $1{,}8 \cdot 60 = 108\,\text{mL}$, maar ongeveer $1{,}8 \cdot 52 = 94\,\text{mL}$ pH-min (of beter: een nieuw proefje op 1 L na het bijvullen). Voeg eerst de helft toe, pomp 15 minuten rond, meet, en doseer de rest tot pH 5,8. Dan pas de EC: het zoutdeel $1{,}55 - 0{,}05 = 1{,}50$ wordt na bijvullen $1{,}50 \cdot 52/60 = 1{,}30$, plus 0,05 van het regenwater: 1,35 mS/cm; het zuur brengt nog wat ionen mee. Meten en zo nodig stamoplossing toevoegen tot 1,4.

**d** De sensor meet drie dagen na elkaar exact 7,00, terwijl pH-papier 6 geeft. Wat is er vermoedelijk aan de hand? Hoe laat je de microcontroller zo'n fout zelf opmerken?

Een sensor die 'vastzit' op exact 7,00 is verdacht: een losgekomen kabel of een elektrode zonder contact geeft vaak de spanning van het nulpunt. Laat de code een alarm geven als de waarde een dag lang minder dan 0,02 verandert (een echt reservoir schommelt altijd wat), of buiten 3 tot 10 valt; controleer dan met pH-papier of een buffer.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Chemie** | Nitraatopname → wortels geven $OH^-$/$HCO_3^-$ af; buffer in de oplossing, dus dosis via een proefje. |
| **Onderhoud** | Dagelijks meten, om de twee weken ijken met pH 7 en 4, sonde in KCl-bewaarvloeistof, spoelen tussen buffers. |
| **Volgorde** | Eerst bijvullen met regenwater, dan pH bijsturen (dosis herschaald naar 60 L, in twee keer), dan EC. |
| **Foutdetectie** | Een waarde die niet verandert of buiten een fysisch plausibel bereik ligt, is verdacht; controle met papier of buffer. |

## 15.15 Kan je een zuur basisch verdunnen?

Uitdagen · 6 · Analyseren · 25 min

Een leerling redeneert: 'Zoutzuur van 0,10 mol/L heeft pH 1. Elke keer tien keer verdunnen geeft één eenheid meer. Na acht keer verdunnen heb ik dus pH 9: basisch!'

**a** Waar zit de denkfout? Leg uit met de waterconstante.

Water zelf levert altijd oxoniumionen: in neutraal water $10^{-7}$ mol/L. Hoe ver je ook verdunt, $[H_3O^+]$ zakt nooit onder die van het water, want het zuur voegt er alleen maar aan toe. De pH gaat dus naar 7, nooit erboven. De regel 'één eenheid per factor tien' geldt alleen zolang het zuur veel meer $H_3O^+$ levert dan het water.

**b** Bereken de pH van zoutzuur van $1{,}0 \cdot 10^{-8}$ mol/L. Gebruik de ladingsbalans $h - 10^{-14}/h = c$ (met $h = [H_3O^+]$), of de functie uit het handboek.

$h^2 - 10^{-8}h - 10^{-14} = 0$ geeft $h = \dfrac{10^{-8} + \sqrt{10^{-16} + 4 \cdot 10^{-14}}}{2} = 1{,}05 \cdot 10^{-7}\,\text{mol/L}$: pH 6,98. Zwak zuur, niet basisch.

**c** Vanaf welke concentratie mag je de regel 'pH = –log c' niet meer gebruiken, als je een fout van hoogstens 0,01 aanvaardt? Probeer $10^{-5}$, $10^{-6}$ en $10^{-7}$ mol/L.

> $10^{-5}$: exact 5,00 (regel 5,00, goed). $10^{-6}$: exact 6,00 (5,996; regel 6,00, net goed). $10^{-7}$: exact 6,79, de regel geeft 7,00: fout. Vanaf ongeveer $10^{-6}$ mol/L en lager wordt de bijdrage van het water merkbaar.

## 15.16 Ontwerp: een automatische pH-dosering

Uitdagen · 7 · Ontwerpen · 60 min

Habitat wil de pH van het reservoir automatisch op 5,8 houden met een kleine peristaltische doseerpomp (1,0 mL per seconde) die pH-min (0,50 mol/L) in de stroming bij de circulatiepomp druppelt. Een verkeerde dosering kan in één keer de hele teelt vernietigen.

**a** Ontwerp de regellogica: wanneer doseert de pomp, hoeveel per keer, en hoe lang wacht ze voor ze opnieuw meet? Motiveer met de rondpomptijd van 12,5 minuten en met de buffer.

> Bijvoorbeeld: doseren pas als de pH boven 6,0 komt (hysterese, niet bij elke schommeling), per keer 5 mL (5 s), daarna 15 minuten wachten zodat het zuur over het hele reservoir verdeeld is (iets meer dan één rondpompbeurt), opnieuw meten, en stoppen zodra de pH 5,9 of lager is. Kleine stappen omdat de buffer de reactie op een dosis onvoorspelbaar maakt.

**b** Bereken: als het proefje 1,6 mL per liter vraagt, hoeveel doseerbeurten van 5 s zijn er dan nodig voor 60 L van 6,6 naar 5,8? Hoe lang duurt de correctie minstens?

> $1{,}6 \cdot 60 = 96\ \text{mL}$; per beurt 5 mL: 19 à 20 beurten. Met 15 minuten per beurt duurt de volle correctie ongeveer 5 uur. Dat is geen probleem: de pH drijft maar 0,1 à 0,15 per dag.

**c** Bedenk minstens drie veiligheden tegen overdosering (bv. een maximum per dag) en wat de installatie doet bij een sensorfout.

> Bijvoorbeeld: hoogstens 10 mL per beurt en 150 mL per dag (meer vraagt een menselijke bevestiging); geen dosering als de circulatiepomp stilstaat (anders een zuurwolk bij de pomp); alarm en stop als de pH na een dosering stijgt of niet verandert (sensorfout), of buiten 4 tot 8 valt; stop als het niveau in het reservoir te laag is; een vlotter of weegschaal op het pH-min-vat.

**d** Teken een blokschema: sensor, microcontroller, doseerpomp, reservoir, circulatiepomp, en de terugkoppeling.

> pH-sensor → microcontroller (vergelijkt met 5,8/6,0) → doseerpomp → reservoir; circulatiepomp mengt; de gemengde oplossing komt terug langs de sensor: een gesloten lus met een grote vertraging (hoofdstuk 31).

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Regellogica | Kleine dosissen met een wachttijd van minstens één rondpompbeurt; hysterese (bv. pas doseren boven 6,0). |
| Berekening | 96 mL, 20 beurten van 5 s, met 15 min wachten minstens 5 uur (of grotere eerste stappen, met argument). |
| Veiligheid | Maximum per beurt en per dag, alarm bij een onveranderlijke of onmogelijke meting, noodstop, handmatige bevestiging bij een grote afwijking. |
| Blokschema | Gesloten lus met sensor, regelaar, actuator en proces; de circulatie als menging. |

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 16

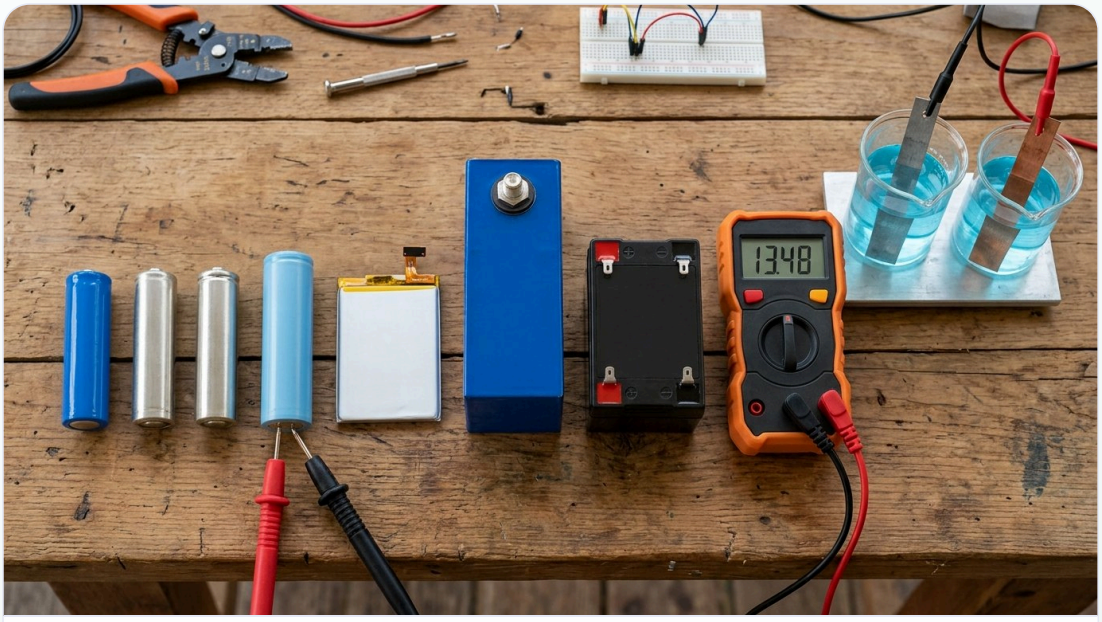
# Redox en batterijen

**Elektronen die van zink naar koper springen: van de Daniell-cel tot de batterij van de klimaatmodule**

Uitgewerkte oplossingen bij de 16 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

5× oefenen · 8× toepassen · 3× uitdagen · ± 365 min

M Materie en chemie · L Elektriciteit en elektronica · E Energie




Van AA tot LiFePO4: dezelfde natuurkunde, een andere chemie.

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

## Oefenen

●○○ Oefenen — één stap, direct toepassen

### 16.1 Oxidatie of reductie?

●○○ Oefenen · 3 · Begrijpen · 10 min

Vul de elektronen aan en zeg of het een oxidatie of een reductie is.

a (a) $Mg \rightarrow Mg^{2+} + \_\_\_\_\_$ ; (b) $Ag^{+} + \_\_\_\_\_ \rightarrow Ag$; (c) $Cl_2 + \_\_\_\_\_ \rightarrow 2\,Cl^{-}$; (d) $Fe^{2+} \rightarrow Fe^{3+} + \_\_\_\_\_$ ; (e) $Al \rightarrow Al^{3+} + \_\_\_\_\_$

(a) $2\,e^{-}$, oxidatie; (b) $e^{-}$, reductie; (c) $2\,e^{-}$, reductie; (d) $e^{-}$, oxidatie (de lading stijgt); (e) $3\,e^{-}$, oxidatie.

b Magnesium reageert met koperionen: $Mg + Cu^{2+} \longrightarrow Mg^{2+} + Cu$. Welke stof is de reductor, welke de oxidator?

✓ Magnesium geeft elektronen af: reductor. Het koperion neemt ze op: oxidator.

## 16.2 Redoxreacties opsplitsen

●○○ Oefenen · 4 · Rekenen · 15 min

Schrijf de twee halfreacties en de kloppende totale vergelijking.

a (a) ijzer in een oplossing met koperionen (er ontstaan $Fe^{2+}$-ionen)

✓ $Fe \rightarrow Fe^{2+} + 2\,e^-$; $Cu^{2+} + 2\,e^- \rightarrow Cu$; $Fe + Cu^{2+} \longrightarrow Fe^{2+} + Cu$.

b (b) zink in zoutzuur (er ontstaat waterstofgas)

✓ $Zn \rightarrow Zn^{2+} + 2\,e^-$; $2\,H_3O^+ + 2\,e^- \rightarrow H_2 + 2\,H_2O$; $Zn + 2\,H_3O^+ \longrightarrow Zn^{2+} + H_2 + 2\,H_2O$.

c (c) koper in een oplossing met zilverionen $Ag^+$

✓ $Cu \rightarrow Cu^{2+} + 2\,e^-$; $Ag^+ + e^- \rightarrow Ag$ (maal 2); $Cu + 2\,Ag^+ \longrightarrow Cu^{2+} + 2\,Ag$.

d (d) aluminium dat met zuurstof een oxidelaagje vormt

✓ $Al \rightarrow Al^{3+} + 3\,e^-$ (maal 4); $O_2 + 4\,e^- \rightarrow 2\,O^{2-}$ (maal 3); samen 12 elektronen: $4\,Al + 3\,O_2 \longrightarrow 2\,Al_2O_3$.

## 16.3 Reageert het?

●○○ Oefenen · 4 · Begrijpen · 10 min

Gebruik de spanningsreeks uit het handboek.

a Voorspel of er een reactie is, en schrijf ze dan op: (a) een koperdraad in zilvernitraat; (b) een koperdraad in zinksulfaat; (c) een zinken dakgoot in zure regen; (d) een zilveren ring in zoutzuur; (e) een magnesiumlint in kopersulfaat.

✓ (a) ja: $Cu + 2\,Ag^+ \longrightarrow Cu^{2+} + 2\,Ag$ (zilverkristallen, de oplossing wordt blauw). (b) nee: koper is edeler dan zink. (c) ja, langzaam: zink staat links van waterstof, $Zn + 2\,H_3O^+ \longrightarrow Zn^{2+} + H_2 + 2\,H_2O$. (d) nee: zilver staat rechts van waterstof. (e) ja: $Mg + Cu^{2+} \longrightarrow Mg^{2+} + Cu$.

b Waarom maakt men juwelen van goud en zilver, en geen dakgoten van magnesium?

✓ Goud en zilver zijn edel: ze geven hun elektronen niet af aan water, zuurstof of zwakke zuren, en blijven glanzen. Magnesium is zo onedel dat het in regenwater en lucht snel zou aangetast worden (en het brandt fel).

## 16.4 Ampère-uur en wattuur

●○○ Oefenen · 3 · Rekenen · 15 min

Reken om en bereken de energie.

**a** Bereken de energie in Wh.

✓ $3{,}85 \cdot 4{,}5 = 17{,}3\,\text{Wh}$; $1{,}2 \cdot 2{,}0 = 2{,}4\,\text{Wh}$; $36 \cdot 14 = 504\,\text{Wh}$; $12{,}8 \cdot 120 = 1536\,\text{Wh}$.

**b** Hoeveel coulomb is 1 Ah? En 4500 mAh?

✓ $1\,\text{Ah} = 3600\,\text{C}$; $4{,}5 \cdot 3600 = 16\,200\,\text{C}$.

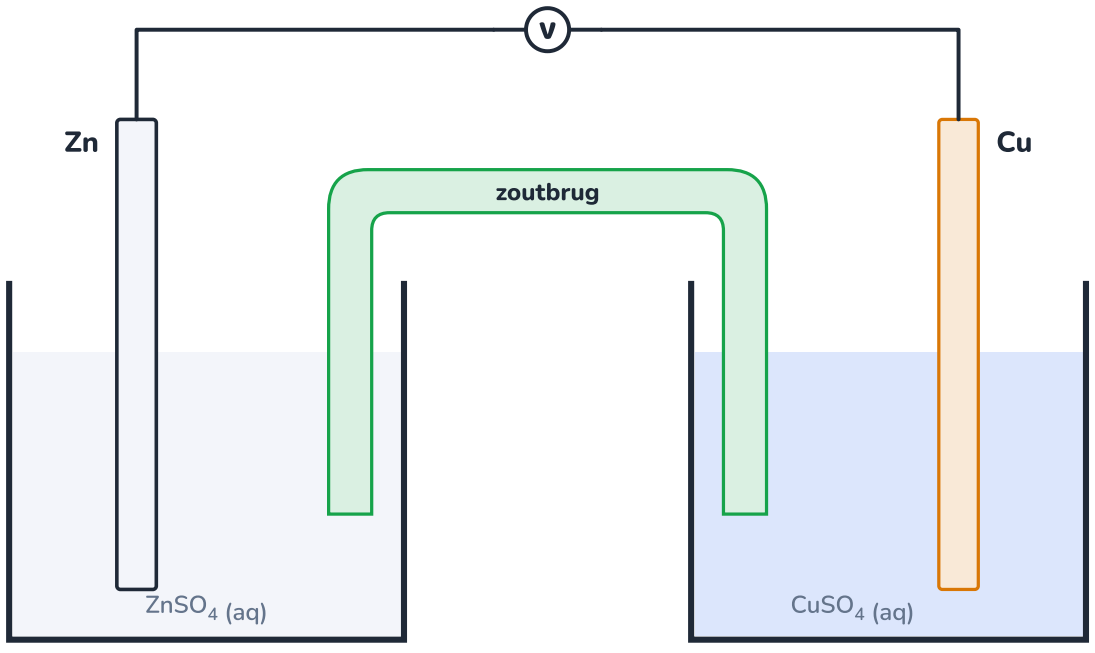
**c** Een powerbank bevat 10 000 mAh bij 3,7 V. Hoeveel mAh kan ze aan de USB-uitgang (5 V) leveren als 85 % van de energie overblijft?

✓ Energie: $10 \cdot 3{,}7 = 37\,\text{Wh}$; daarvan 85 %: 31,5 Wh. Bij 5 V: $31{,}5/5 = 6{,}3\,\text{Ah} = 6300\,\text{mAh}$. Het getal op de verpakking geldt voor de celspanning, niet voor de uitgang.

## 16.5 De Daniell-cel lezen

Oefenen · 4 · Begrijpen · 15 min

Een Daniell-cel, zonder aanduidingen.




Zink in zinksulfaat, koper in kopersulfaat, een zoutbrug en een voltmeter.

**a** Welke elektrode is de minpool? In welke richting lopen de elektronen door de draad?

✓ Zink is onedeler: het is de minpool. De elektronen lopen door de draad van zink naar koper.

**b** Schrijf de halfreacties aan beide elektroden. Welke is de anode?

✓ Zink: $\text{Zn} \rightarrow \text{Zn}^{2+} + 2\,e^-$ (oxidatie: anode). Koper: $\text{Cu}^{2+} + 2\,e^- \rightarrow \text{Cu}$ (reductie: kathode).

c Welke kant op bewegen de kaliumionen en de nitraationen in de zoutbrug? Waarom?

✓ Aan de zinkkant komt positieve lading bij ($Zn^{2+}$), aan de koperkant verdwijnt ze ($Cu^{2+}$). Nitraationen (negatief) gaan naar de zinkkant, kaliumionen (positief) naar de koperkant, zodat beide oplossingen neutraal blijven.

d Wat meet de voltmeter als je de zoutbrug weghaalt? Leg uit.

✓ 0 V: de kring is open. Zonder ionenstroom kunnen ook de elektronen niet stromen, want de lading zou zich meteen ophopen.

## ●●○ Toepassen Toepassen

meerdere stappen, in een context

### 16.6 Labo: een Daniell-cel en een citroenbatterij

●●○ Toepassen | 5 | Labo | 50 min

Je bouwt een Daniell-cel met bekerglazen, zink- en koperplaatjes, zinksulfaat- en kopersulfaatoplossing (1 mol/L) en een zoutbrug van filterpapier gedrenkt in kaliumnitraatoplossing. Daarna steek je een zink- en een koperplaatje in een citroen.

a Meet de spanning van de Daniell-cel. Vergelijk met 1,10 V.

✓ Typisch 1,0 à 1,1 V. Iets minder dan 1,10 V: de concentraties zijn niet precies 1 mol/L, de temperatuur is niet 25 °C, en de plaatjes zijn niet helemaal zuiver.

b Meet de spanning en de kortsluitstroom (multimeter op A, even aanraken) van de Daniell-cel en van de citroen.

✓ Daniell: ± 1,05 V, enkele tientallen mA. Citroen (zink/koper): ± 0,9 V, slechts ± 1 mA of minder.

c Vervang het koperplaatje in de citroen door een ijzeren spijker, en het zink door magnesium (indien beschikbaar). Wat verwacht je met de spanningsreeks, en wat meet je?

✓ IJzer staat dichter bij zink dan koper: kleinere spanning (enkele tienden van een volt). Magnesium staat verder van koper dan zink: grotere spanning (ongeveer 1,5 V of meer, afhankelijk van de oppervlakte).

d Waarom levert de citroen veel minder stroom dan de Daniell-cel, ook al is de spanning bijna even groot?

✓ De citroen heeft een grote inwendige weerstand: het sap geleidt slecht, de plaatjes zijn klein, en de reactie aan het koper (daar wordt vooral waterstof gevormd uit het zuur) verloopt traag. Bij een stroom valt de spanning dan bijna volledig weg over de citroen zelf.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Veiligheid** | Bril en handschoenen; kopersulfaat in het afvalvat, niet in de gootsteen; citroenen niet opeten. |
| **Metingen** | Spanning en stroom correct gemeten (voltmeter parallel, ampèremeter kort in serie); eenheden. |
| **Spanningsreeks** | Voorspelling: grotere afstand in de reeks geeft grotere spanning; vergelijking met de meting. |
| **Verklaring** | Inwendige weerstand van de citroen; kleine plaatjes, weinig ionen, geen zoutbrug nodig maar trage reactie. |

## 16.7 Batterijen vergelijken

Toepassen · 5 · Analyseren · 20 min

Gebruik de tabel met batterijtypes uit het handboek (typische waarden per cel).

**a** Hoeveel weegt een batterij die 100 Wh opslaat, voor elk type (neem 35, 90, 120, 140 en 200 Wh/kg)?

Lood $100/35 = 2{,}9\,\text{kg}$; NiMH 1,1 kg; alkaline 0,83 kg; LiFePO4 0,71 kg; Li-ion (NMC) 0,50 kg.

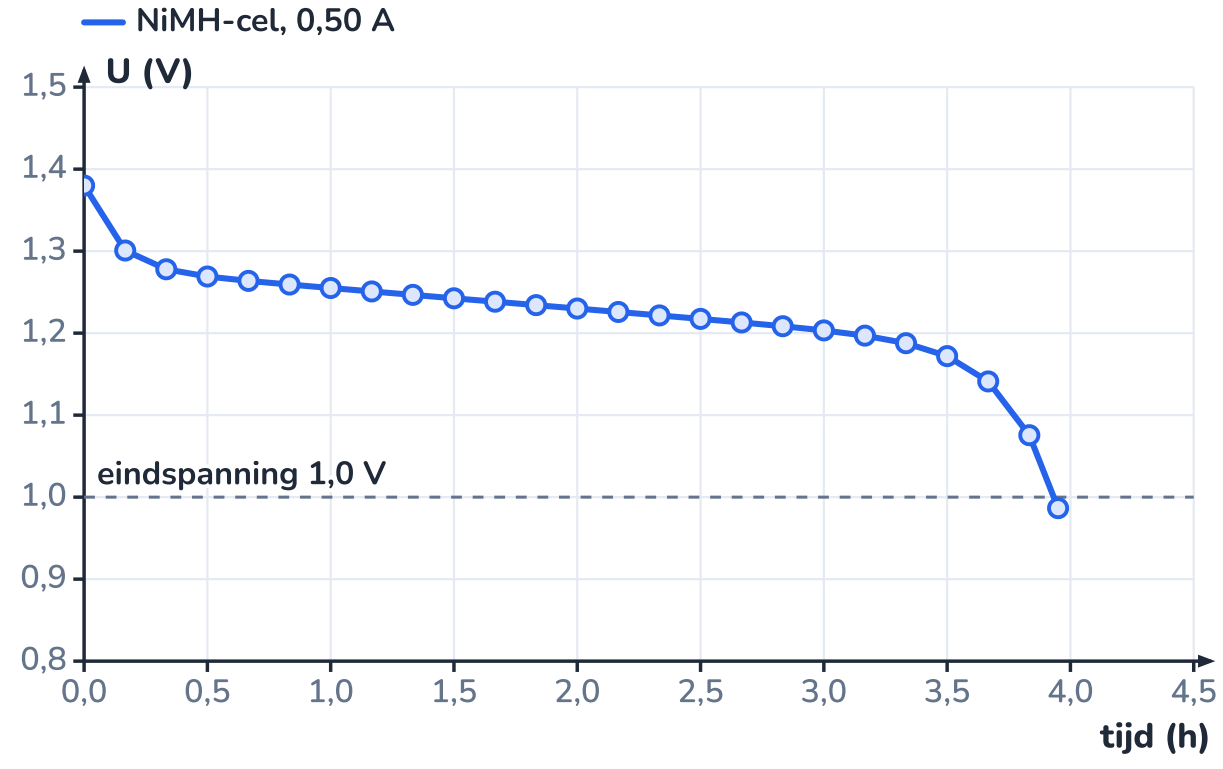
**b** Kies en motiveer een type voor: (a) een rookmelder die tien jaar moet werken; (b) een drone; (c) een startaccu voor een auto; (d) een thuisbatterij bij zonnepanelen; (e) een draadloze computermuis.

(a) Een lithiumprimaire cel (of alkaline): lang houdbaar, weinig zelfontlading, klein verbruik. (b) Li-ion (NMC of lithiumpolymeer): de hoogste energie per kilogram, en grote stromen. (c) Lood-zuur: goedkoop, levert kort een enorme stroom, verdraagt kou, en weegt in een auto weinig door. (d) LiFePO4: veel cycli, veilig, gewicht speelt geen rol. (e) Oplaadbare NiMH of een ingebouwde Li-ioncel; alkaline kan ook, maar maakt veel afval.

## 16.8 Een ontlaadtest lezen

Toepassen · 5 · Analyseren · 15 min

Een NiMH-cel van 2000 mAh wordt ontladen met 0,50 A tot de spanning onder 1,0 V komt.




De spanning van de cel tijdens de ontlaadtest.

**a** Na hoeveel uur is de eindspanning bereikt? Hoeveel lading leverde de cel? Klopt de opgave van 2000 mAh?

Na ongeveer 3,95 h. Lading: $0{,}50\,\text{A} \cdot 3{,}95\,\text{h} = 1{,}98\,\text{Ah}$, bijna de opgegeven 2,0 Ah: klopt (de test stopt iets voor de cel helemaal leeg is).

**b** Schat de gemiddelde spanning uit de grafiek en bereken de geleverde energie.

✓ Gemiddeld ongeveer 1,22 V (een groot stuk rond 1,2 à 1,25 V). $E = 1{,}22 \cdot 1{,}98 = 2{,}4\ \text{Wh}$.

**c** Wat verwacht je als je dezelfde test doet met 2,0 A in plaats van 0,50 A? Leg uit.

✓ Bij 2,0 A (1 C) zakt de spanning meer door de inwendige weerstand van de cel, en wordt de eindspanning vroeger bereikt: minder dan 2,0 Ah en minder energie, en de cel wordt warm. Het uur-getal is dan ongeveer een uur, niet vier.

## 16.9 Rekenen met Faraday

●●○ Toepassen · 6 · Rekenen · 20 min

$F = 96\,485\ \text{C/mol}$ = 26,8 Ah per mol elektronen. Atoommassa's: Zn 65,38; Cu 63,55; Ag 107,87; Li 6,94 g/mol.

**a** Een zinkplaatje van 5,0 g in een Daniell-cel is voor de helft opgebruikt. Hoeveel Ah heeft de cel geleverd?

✓ 2,5 g zink: $2{,}5/65{,}38 = 0{,}0382\ \text{mol}$, dus $0{,}0765\ \text{mol}$ elektronen $\cdot 26{,}8 = 2{,}05\ \text{Ah}$.

**b** Bij verzilveren wordt zilver neergeslagen uit een oplossing met $Ag^+$. Hoe lang moet een stroom van 0,20 A lopen om 1,0 g zilver neer te slaan?

✓ $1{,}0/107{,}87 = 9{,}27 \cdot 10^{-3}\ \text{mol}$ Ag = evenveel mol elektronen: $Q = 9{,}27 \cdot 10^{-3} \cdot 96\,485 = 894\ \text{C}$; $t = 894/0{,}20 = 4470\ \text{s} = 75\ \text{min}$.

**c** Hoeveel gram lithium moet er minstens heen en weer schuiven om 4500 mAh te leveren (één elektron per lithiumion)? Waarom bevat de echte batterij er meer?

✓ $4{,}5/26{,}8 = 0{,}168\ \text{mol}$ elektronen = 0,168 mol Li $\cdot 6{,}94 = 1{,}17\ \text{g}$ lithium. De echte batterij bevat meer, want niet al het lithium kan heen en weer (een deel zit vast in beschermlagen, de kathode wordt nooit helemaal leeg of vol gemaakt, en er is reserve voor veroudering).

## 16.10 Een batterij laden

●●○ Toepassen · 5 · Rekenen · 15 min

De LiFePO4-batterij van Habitat (12,8 V, 120 Ah) staat op 20 %. De laadregelaar laadt met hoogstens 20 A. Rendement van het laden: 95 %.

**a** Hoeveel Ah en hoeveel Wh moet er in de batterij bij om weer vol te zijn?

✓ 80 % van 120 Ah = 96 Ah; $96 \cdot 12{,}8 = 1229\ \text{Wh} \approx 1{,}23\ \text{kWh}$.

**b** Hoe lang duurt het laden minstens? Welke C-rate is 20 A voor deze batterij?

✓ $96/20 = 4{,}8\ \text{h}$. $20/120 = 0{,}17\ \text{C}$ (ongeveer C/6).

**c** Hoeveel energie moet het zonnepaneel daarvoor leveren?

✓ $1{,}23/0{,}95 = 1{,}29\ \text{kWh}$.

**d** Waarom duurt het laden in werkelijkheid wat langer dan je berekening?

> ✓ Op het einde laadt de regelaar met constante spanning, en daalt de stroom; bovendien levert het paneel niet de hele dag 20 A (wolken, de stand van de zon: hoofdstuk 20).

## 16.11 Corrosie in en rond de kas

Toepassen · 5 · Begrijpen · 15 min

In en rond de meetkas vind je: een aluminium frame met RVS-schroeven en kunststof ringen, verzinkte stalen grondankers, een koperen buisje dat met een stalen koppelstuk aan een leiding vastzit, en een kaal stalen haakje waar het sproeiwater op spat.

**a** Waarom zitten er kunststof ringen tussen de RVS-schroeven en het aluminium? Wat zou er gebeuren zonder?

> ✓ Aluminium is onedeler dan roestvast staal. Met water ertussen vormen ze een cel: het aluminium wordt de anode en lost rond de schroef op (contactcorrosie). De ringen verbreken het elektrische contact.

**b** Het zinklaagje van een grondanker is beschadigd bij het inslaan. Roest het staal nu op die plek? Leg uit.

> ✓ Nee, of toch veel minder: zink is onedeler dan ijzer en blijft rond de kras zichzelf opofferen, zolang er zink in de buurt is. Het staal wordt kathode.

**c** Welk metaal corrodeert bij het koppelstuk van koper en staal? Hoe los je het op?

> ✓ Staal (ijzer) is onedeler dan koper: het stalen koppelstuk corrodeert. Oplossing: een koppelstuk van messing of kunststof, of een isolerend tussenstuk.

**d** Waarom roest het stalen haakje sneller als er voedingsoplossing op spat dan regenwater?

> ✓ De voedingsoplossing bevat veel ionen (EC 1,4 mS/cm tegenover ± 0,05 voor regenwater): ze geleidt veel beter, zodat de corrosiestroom groter is. Dezelfde reden waarom strooizout en zeewater corrosie versnellen.

## 16.12 Python: een dag van de klimaatmodule

Toepassen · 6 · </> Programmeren · 30 min

Een datalogger noteert elk uur de gemiddelde stroom van de batterij (positief: ontladen, negatief: laden), in A: `[4, 4, 4, 4, 4, 4, 2, -5, -15, -20, -20, -20, -20, -18, -12, -6, 1, 3, 5, 5, 5, 5, 4, 4]`. De batterij (120 Ah) start om middernacht op 60 %. Laden gebeurt met 95 % rendement.

**a** Schrijf een programma dat per uur de laadtoestand in procent berekent en afdrukt (coulombtellen). Houd rekening met het rendement bij het laden en begrens tussen 0 en 100 %.

```
stromen = [4, 4, 4, 4, 4, 4, 2, -5, -15, -20, -20, -20, -20, -18, -12, -6,
           1, 3, 5, 5, 5, 5, 4, 4]
CAP = 120.0
soc = 60.0
for uur, i in enumerate(stromen):
    if i < 0:
        i = i * 0.95              # bij laden komt maar 95 % aan
    soc -= i / CAP * 100
    soc = max(0.0, min(100.0, soc))
    print(uur + 1, round(soc, 1))
```

**b** Wat is de laagste en de hoogste laadtoestand van de dag? Komt de batterij onder de 20 %?

Het laagste punt valt om 7 uur 's ochtends: ongeveer 38,3 %, boven de 20 %. Vanaf 12 uur staat de batterij op 100 % en blijft ze daar tot 16 uur: de begrenzing gooit het teveel weg (in werkelijkheid stopt de regelaar dan met laden).

**c** Hoeveel Ah is er netto bij gekomen? Is de energiehuishouding van deze dag in evenwicht?

Ontladen: 4·6 + 2 + 1 + 3 + 5·4 + 4 + 4 = 58 Ah. Laden: 136 Ah, waarvan 129,2 Ah aankomt. Netto zou er 71 Ah bijkomen, maar de batterij kan maar tot 100 %: ze eindigt de dag op 73,3 %, hoger dan de 60 % van de start. Deze dag is zonnig genoeg, met overschot; een grijze dag niet (hoofdstuk 20).

## 16.13 Een powerbank op het vliegtuig

Toepassen · 5 · Begrijpen · 15 min

Luchtvaartmaatschappijen laten powerbanks en losse lithiumbatterijen alleen toe in de handbagage, niet in de ruimbagage. Tot 100 Wh mag je ze zonder toestemming meenemen.

**a** Waarom juist in de handbagage? Denk aan thermal runaway.

Als een lithiumbatterij in thermal runaway gaat, merkt de bemanning dat in de cabine meteen (rook, warmte) en kan ze ingrijpen: afkoelen met water, in een brandwerende zak. In het laadruim vindt niemand het vuur voor het zich verspreidt.

**b** Mag een powerbank van 20 000 mAh bij 3,7 V mee? En een e-bikebatterij van 36 V en 14 Ah?

$20 \cdot 3{,}7 = 74\ \text{Wh}$: mag mee. $36 \cdot 14 = 504\ \text{Wh}$: veel te groot, mag niet mee.

**c** Waarom tape je de polen van losse batterijen af?

Om kortsluiting te voorkomen als ze tegen metaal (munten, sleutels) of tegen elkaar aan komen: een kortsluiting kan de batterij verhitten en thermal runaway uitlokken.

## 16.14 Habitat: de batterij in een koude week

●●● Uitdagen · 6 · Habitat · 45 min

De klimaatmodule krijgt de LiFePO4-batterij van 12,8 V en 120 Ah (80 % bruikbaar). In een koude, grijze week zet het energiebeheer de groeilampen op spaarstand (ongeveer 4,5 lichturen in plaats van 16; zie hoofdstuk 20): de module verbruikt dan 1,1 kWh per dag, en het paneel levert gemiddeld maar 0,7 kWh per dag. In de technische ruimte zakt de temperatuur 's nachts tot 3 °C als de verwarming uitvalt.

**a** Hoeveel dagen houdt de batterij het uit als ze vol start (tot de ondergrens van 20 %)? Reken met 95 % laadrendement.

✓ Bruikbaar: $0{,}80 \cdot 1{,}536 = 1{,}23\,\text{kWh}$. Het paneel levert 0,7 kWh, waarvan de module een deel meteen kan gebruiken; stel dat alles eerst in de batterij gaat: $0{,}7 \cdot 0{,}95 = 0{,}665\,\text{kWh}$ komt aan. Tekort per dag: $1{,}1 - 0{,}665 = 0{,}435\,\text{kWh}$. Dagen: $1{,}23 / 0{,}435 = 2{,}8$ dagen. (Wie rekent dat het paneel rechtstreeks voedt: tekort $1{,}1 - 0{,}7 = 0{,}4$ kWh, dus 3,1 dagen.)

**b** Zou een loodaccu van 12 V en 200 Ah (50 % bruikbaar, 80 % laadrendement) het langer of korter volhouden? Reken.

✓ Bruikbaar $0{,}50 \cdot 2{,}4 = 1{,}2\,\text{kWh}$; aankomend $0{,}7 \cdot 0{,}80 = 0{,}56\,\text{kWh}$; tekort 0,54 kWh per dag: $1{,}2 / 0{,}54 = 2{,}2$ dagen. Korter, ondanks de grotere nominale capaciteit: door de kleinere ontlaaddiepte en het grotere laadverlies.

**c** Wat gebeurt er met het laden als de ruimte onder 0 °C zakt? Wat moet het BMS doen? Welke maatregel neem je?

✓ Onder 0 °C mag LiFePO4 niet geladen worden (lithium zet zich af als metaal). Het BMS moet het laden dan blokkeren (ontladen mag nog). Maatregel: de batterij in de verwarmde leefruimte of een geïsoleerde kast met een kleine verwarmingsmat die de batterij zelf voedt als de temperatuur onder 5 °C zakt; temperatuursensor op de batterij.

**d** Schrijf een advies van vijf regels voor je portfolio: type, capaciteit, plaats, bewaking, en wat je in hoofdstuk 20 nog moet uitzoeken.

✓ Bijvoorbeeld: 'LiFePO4 12,8 V 120 Ah, 1,2 kWh bruikbaar, in een geïsoleerde kast in de verwarmde module, met BMS (laadblokkering onder 0 °C) en een coulombteller op de microcontroller. In een grijze week overbrugt ze bijna drie dagen. In hoofdstuk 20 bepalen we hoeveel dagen autonomie nodig zijn en of we het paneel of de batterij groter maken.'

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Energiebalans | Tekort per dag correct (met rendement bij het laden), bruikbare energie gedeeld door het tekort. |
| Vergelijking | Lood met 50 % ontlaaddiepte en 80 % rendement correct doorgerekend. |
| Temperatuur | Niet laden onder 0 °C; BMS blokkeert het laden; batterij in de verwarmde ruimte of met verwarmingsmat. |
| Advies | Onderbouwde keuze met getallen, en de open vraag (dagen autonomie, paneelvermogen) benoemd. |

## 16.15 Waarom is een loodaccu zo zwaar?

Uitdagen · 7 · Rekenen · 30 min

In een loodcel reageert bij het ontladen: $\mathrm{Pb + PbO_2 + 2\,H_2SO_4 \longrightarrow 2\,PbSO_4 + 2\,H_2O}$. Per formule gaan er 2 elektronen van lood naar looddioxide; de celspanning is 2,0 V. Molaire massa's: Pb 207,2; $PbO_2$ 239,2; $H_2SO_4$ 98,08 g/mol.

**a** Schrijf de twee halfreacties (neem $SO_4^{2-}$ mee: aan beide elektroden ontstaat $PbSO_4$).

✓ Minpool: $\mathrm{Pb + SO_4^{2-} \longrightarrow PbSO_4 + 2\,e^-}$. Pluspool: $\mathrm{PbO_2 + SO_4^{2-} + 4\,H^+ + 2\,e^- \longrightarrow PbSO_4 + 2\,H_2O}$.

**b** Hoeveel gram beginstoffen is er nodig voor één mol reactie? Hoeveel Ah en Wh levert die?

✓ $207{,}2 + 239{,}2 + 2 \cdot 98{,}08 = 642{,}6\ \mathrm{g}$. Twee mol elektronen: $2 \cdot 26{,}8 = 53{,}6\ \mathrm{Ah}$; bij 2,0 V: 107 Wh.

**c** Bereken de theoretische energiedichtheid in Wh/kg. Waarom haalt een echte accu maar 30 à 40 Wh/kg?

✓ $107\ \mathrm{Wh} / 0{,}6426\ \mathrm{kg} = 167\ \mathrm{Wh/kg}$. Een echte accu bevat veel meer dan de reagerende stoffen: water in het zuur (het zuur is maar ± 35 %), roosters van lood om de stroom te geleiden, de behuizing, polen, en veel actieve massa die nooit reageert omdat je de accu niet diep mag ontladen. Zo blijft er ongeveer een vijfde van over.

**d** Doe dezelfde grove schatting voor lithium in grafiet: $LiC_6$ levert per mol één elektron bij ongeveer 3,3 V (LiFePO4). Hoeveel Ah levert 1 kg grafiet? Waarom ligt de echte energiedichtheid veel lager?

✓ $M(\mathrm{C_6}) = 72{,}07\ \mathrm{g/mol}$ levert 26,8 Ah: 1 kg grafiet levert $26{,}8 / 0{,}07207 = 372\ \mathrm{Ah}$ (en bij 3,3 V ongeveer 1,2 kWh). Daar komt nog de kathode bij ($\mathrm{FePO_4}$, veel zwaarder per mol), de elektrolyt, de folies, de separator en de behuizing: samen ruim de helft van de massa die geen energie opslaat.

## 16.16 Ontwerp: een led op citroenen

Uitdagen · 6 · Ontwerpen · 45 min

Een rode led brandt vanaf ongeveer 1,8 V en is al zichtbaar bij 1 mA. Een citroencel met een zinken en een koperen plaatje geeft ongeveer 0,9 V zonder stroom, en heeft een inwendige weerstand van ongeveer 1 kΩ.

**a** Hoeveel citroencellen heb je minstens nodig, in serie of parallel? Leg uit met de spanning.

✓ In serie tellen de spanningen op: 2 × 0,9 = 1,8 V is net de drempel, dus minstens drie (2,7 V). Parallel verhoogt alleen de stroom, niet de spanning.

**b** Schat de stroom door de led als je drie cellen in serie zet (de led neemt 1,8 V). Brandt ze zichtbaar?

✓ Beschikbaar boven de led: $2{,}7 - 1{,}8 = 0{,}9\ \mathrm{V}$ over drie keer 1 kΩ: $I = 0{,}9 / 3000 = 0{,}3\ \mathrm{mA}$. Zwak: in het donker net zichtbaar. Met vier cellen: $(3{,}6 - 1{,}8) / 4000 = 0{,}45\ \mathrm{mA}$.

**c** Teken het schakelschema met de cellen en de led, met de polariteit juist.

✓ Van plus naar min: koper (citroen 1) → zink / koper (citroen 2) → zink / koper (citroen 3) → zink; de led met haar anode aan het koper van de eerste citroen en haar kathode aan het laatste zink.

**d** Hoe kan je de stroom vergroten zonder meer citroenen? Noem twee ideeën en test ze.

Grotere plaatjes (meer oppervlak voor de reactie), de plaatjes dichter bij elkaar (minder weerstand), de citroen eerst kneden (meer sap), of per trap twee citroenen parallel (halve inwendige weerstand). Zink en koper vervangen door magnesium en koper verhoogt de spanning.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Spanning** | Cellen in serie tot boven 1,8 V: minstens drie. |
| **Stroom** | Inwendige weerstanden in serie opgeteld; stroom met de wet van Ohm geschat. |
| **Schema** | Correcte symbolen, zink = minpool, led in doorlaatrichting (anode aan de pluskant). |
| **Verbetering** | Grotere plaatjes, dichter bij elkaar, meer cellen parallel in elke tak; resultaat gemeten. |

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 17

# Polymeren en composieten

**Kettingen van duizenden schakels: waarom een PLA-print in de kas doorzakt, en een koolstofvezelfiets niet**

Uitgewerkte oplossingen bij de 16 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

5× oefenen · 7× toepassen · 4× uitdagen · ± 380 min

M Materie en chemie · D Ontwerpen en maken



Een sensorhouder voor de kas, laag per laag. Maar welk filament houdt het uit in de zon?

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

## Oefenen

één stap, direct toepassen

### 17.1 Van monomeer naar polymeer

Oefenen · 3 · Tekenen · 15 min

Propeen is $CH_2{=}CH{-}CH_3$, vinylchloride $CH_2{=}CHCl$, tetrafluoretheen $CF_2{=}CF_2$.

a Teken voor elk monomeer een stuk van de polymeerketen met drie eenheden. Duid de herhalende eenheid aan.

Telkens gaat de dubbele binding open en ontstaat een keten van C-atomen: $-CH_2-CH(CH_3)-CH_2-CH(CH_3)-CH_2-CH(CH_3)-$; $-CH_2-CHCl-CH_2-CHCl-CH_2-CHCl-$; $-CF_2-CF_2-CF_2-CF_2-CF_2-CF_2-$. De herhalende eenheid is telkens de twee C-atomen van één monomeer.

b Geef de naam van elk polymeer. Welk ken je als antiaanbaklaag van een pan?

Polypropeen (PP), polyvinylchloride (PVC), polytetrafluoretheen (PTFE, bekend als teflon): de antiaanbaklaag.

## 17.2 Additie of condensatie?

Oefenen · 3 · Begrijpen · 10 min

Deze polymeren kwamen in het handboek voor.

a Zeg van elk of het door additie of door condensatie gemaakt wordt, en welk bijproduct er bij condensatie vrijkomt: PE, PET, nylon, PVC, PLA, PS, bakeliet, PP.

Additie: PE, PVC, PS, PP (dubbele binding, geen bijproduct). Condensatie: PET, nylon, PLA, bakeliet (telkens water).

b Waarom kan water de keten van PLA traag afbreken, en die van PE niet?

In de keten van PLA zitten esterbindingen met zuurstofatomen (–CO–O–): water kan die openbreken, het omgekeerde van de condensatie (hydrolyse). De keten van PE bestaat alleen uit C–C- en C–H-bindingen, waar water niet aan kan.

## 17.3 Welk soort kunststof?

Oefenen · 3 · Begrijpen · 10 min

Thermoplast, thermoharder of elastomeer?

a Deel in: een PET-fles, een bakelieten stopcontact, een autoband, een PLA-print, uitgeharde epoxylijm, een elastiekje, een polycarbonaat kasplaat, een melamine bord.

Thermoplast: PET-fles, PLA-print, polycarbonaat kasplaat. Thermoharder: bakelieten stopcontact, epoxylijm, melamine bord. Elastomeer: autoband, elastiekje.

b Welke van deze voorwerpen kan je recycleren door ze te smelten? Waarom de andere niet?

Alleen de thermoplasten: hun losse ketens schuiven bij verwarmen langs elkaar. Thermoharders en gevulkaniseerd rubber hebben bindingen tussen de ketens; ze smelten niet, maar ontbinden als je ze te sterk verwarmt.

## 17.4 Recyclagecodes lezen

Oefenen · 3 · Begrijpen · 10 min

Zoek thuis of in de klas vijf kunststof voorwerpen met een recyclagecode (fles, dop, potje, folie, speelgoed, 3D-print).

a Noteer.

Bijvoorbeeld: waterfles 1 PET ja; dop 2 HDPE ja; yoghurtpotje 6 PS ja; boterhamzakje 4 LDPE ja; plantenbakje 5 PP ja (als verpakking); speelgoed 7 nee.

**b** Een PET-fles (code 1) en haar dop (code 2 of 5) zijn van verschillende kunststof. Is dat een probleem voor de recyclage?

> Nee: na het malen worden ze in water gescheiden. PET zinkt (1,38 g/cm³), HDPE en PP drijven (onder 1 g/cm³: F7). Wel is het beter de dop op de fles te laten: losse doppen raken verloren in de sortering.

**c** Waarom hoort een mislukte PLA-print niet in de blauwe zak, ook al is het plastic?

> De blauwe zak is voor verpakkingen: de sorteercentra zijn daarop ingesteld. Een 3D-print is geen verpakking, en PLA stoort de recyclage van PET als het er toch tussen komt.

## 17.5 Ketenlengte berekenen

●○○ Oefenen · 4 · Rekenen · 15 min

Atoommassa's: H 1,008; C 12,011; O 15,999; Cl 35,45 g/mol.

**a** Een PP-molecule heeft een molaire massa van 250 000 g/mol. Hoeveel propeeneenheden $C_3H_6$ bevat ze?

> $M(C_3H_6) = 42{,}08\ \text{g/mol}$; $250\,000 / 42{,}08 = 5940$ eenheden.

**b** Een PVC-molecule van 100 000 g/mol: hoeveel eenheden $C_2H_3Cl$?

> $M(C_2H_3Cl) = 62{,}50\ \text{g/mol}$; $100\,000 / 62{,}50 = 1600$ eenheden.

**c** Een PLA-molecule van 100 000 g/mol bestaat uit eenheden $C_3H_4O_2$. Hoeveel melkzuurmoleculen werden ervoor gekoppeld, en hoeveel water kwam er vrij?

> $M(C_3H_4O_2) = 72{,}06\ \text{g/mol}$; $100\,000 / 72{,}06 = 1388$ eenheden, dus 1388 melkzuurmoleculen, en 1387 watermoleculen: bij $n$ eenheden zijn er $n - 1$ koppelingen.

# ●●○ Toepassen

meerdere stappen, in een context

## 17.6 Labo: de glasovergang van drie filamenten

●●○ Toepassen · 5 · Labo · 50 min

Herhaal de proef uit het handboek, maar maak ze nauwkeuriger: klem een staafje (80 × 10 × 2 mm) aan één kant vast zodat 60 mm uitsteekt, hang er een gewicht van 20 g aan, en dompel het geheel twee minuten in een waterbad. Meet de doorbuiging van het uiteinde met een lat achter het staafje.

**a** Maak een meetplan: welke temperaturen, hoeveel herhalingen, wat houd je gelijk?

> Bijvoorbeeld 40, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90 °C, telkens een nieuw staafje, twee herhalingen. Gelijk houden: afmetingen, printinstellingen, printrichting, tijd in het bad, gewicht, positie van het gewicht.

**b** Meet en noteer.

> Typisch: enkele mm doorbuiging bij 40 °C voor alle drie; PLA neemt snel toe vanaf 55 à 60 °C (tot het staafje recht naar beneden hangt), PETG vanaf 75 à 80 °C, ABS pas rond 95 à 100 °C.

**c** Zet de doorbuiging uit tegen de temperatuur (drie kromme lijnen). Bepaal voor elk materiaal de temperatuur waar de doorbuiging snel begint toe te nemen, en vergelijk met de Tg.

De knikken vallen op of iets onder de Tg uit de tabel. De Tg is geen scherpe grens maar een gebied van enkele graden, en een staafje onder belasting begint al te kruipen voor het volledig rubberachtig is.

**d** Waarom zakken de staafjes al een beetje door vóór hun Tg?

Kunststoffen kruipen ook onder hun Tg een beetje, en ze worden geleidelijk slapper naarmate de temperatuur stijgt. Bovendien hangt het af van de tijd: twee minuten is kort, een zomer lang is veel langer.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Veiligheid** | Tang en handschoenen, stabiele opstelling, geen kokend water. |
| **Meetplan** | Stappen van 5 à 10 °C rond de verwachte Tg; zelfde tijd, gewicht, uitstekende lengte en printinstellingen. |
| **Grafiek** | Assen met eenheden, drie reeksen, knik zichtbaar. |
| **Besluit** | Knik bij ongeveer 55-60, 75-80 en 95-100 °C; verschil met de Tg verklaard (overgangsgebied, kruip, meetmethode). |

## 17.7 Rekenen met de mengregel

Toepassen · 5 · Rekenen · 20 min

Gebruik de mengregel langs de vezels. Epoxy: 3 GPa, 1,20 g/cm³. Glasvezel 72 GPa, 2,55 g/cm³; vlas 55 GPa, 1,45 g/cm³; koolstof 230 GPa, 1,80 g/cm³. Aluminium: 70 GPa, 2,70 g/cm³.

**a** Hoeveel procent glasvezel heb je nodig om langs de vezels even stijf te zijn als aluminium? Kan dat?

$70 = V_v \cdot 72 + (1 - V_v) \cdot 3 \Rightarrow 67 = 69\,V_v \Rightarrow V_v = 0{,}97$: 97 % vezels. Onmogelijk: de vezels moeten in hars liggen, en meer dan ongeveer 60 à 65 % krijg je er niet in.

**b** Een windturbineblad wordt 1,0 % lichter als je het glasvezelcomposiet (55 % vezels) vervangt door vlascomposiet (40 %) met hetzelfde volume. Klopt dat, of wordt het veel meer? Reken met de dichtheden.

Glas: $1{,}94\ \mathrm{g/cm^3}$; vlas: $1{,}30\ \mathrm{g/cm^3}$. Bij hetzelfde volume: $1{,}30/1{,}94 = 0{,}67$, dus 33 % lichter, niet 1 %. Maar het vlasblad is ook minder stijf (24 tegenover 41 GPa): om even stijf te zijn, moet het dikker, en dan blijft er van die winst weinig over.

**c** Waarom maakt men de langste windturbinebladen toch met stroken koolstofvezel erin?

Hoe langer het blad, hoe meer het doorbuigt onder de wind en zijn eigen gewicht, en het mag de mast niet raken. Koolstof is per kilogram meer dan vier keer zo stijf als glascomposiet: een paar stroken in de lengte (de ligger) houden het blad stijf zonder het veel zwaarder te maken.

## 17.8 Het juiste filament

Toepassen · 5 · Analyseren · 20 min

Gebruik de filamenttabel uit het handboek.

**a** Kies PLA, PETG, ABS of ASA en motiveer met twee eigenschappen: (a) een bekerhouder voor in de auto; (b) een prototype om te zien of een behuizing past; (c) een brievenbusplaatje buiten op het zuiden; (d) een trechter voor voedingsoplossing; (e) een tandwiel in een printer die 60 °C wordt.

(a) PETG of ASA: de auto wordt in de zomer veel warmer dan 55 °C; ASA ook tegen UV. (b) PLA: goedkoop, makkelijk, nauwkeurig; temperatuur speelt geen rol. (c) ASA: UV-bestendig en hittebestendig; ABS vergeelt en wordt bros in de zon. (d) PETG: goed bestand tegen water en zouten, taai; PLA zou op termijn hydrolyseren. (e) Met de vuistregel moet de Tg minstens 75 °C zijn: PETG (80 °C) haalt het net, ABS of ASA met ruime marge. Voor een tandwiel dat blijvend belast wordt, is ABS of ASA de veiligste keuze.

**b** Waarom is ABS moeilijk te printen op een open printer in een koude klas?

ABS krimpt veel bij het afkoelen. In koude lucht koelen de onderste lagen sneller af dan de bovenste: de spanningen trekken de hoeken los van het bed (kromtrekken) of doen lagen scheuren. Een gesloten, warme printer vermijdt dat.

## 17.9 Bioplastics: waar of niet waar?

Toepassen · 5 · Begrijpen · 15 min

Zeg telkens of de bewering waar of niet waar is, en verbeter of verklaar.

(a) Bioplastic breekt altijd af in de natuur. (b) Een PLA-print composteert in een jaar in de compostbak van de tuin. (c) Bio-PE uit suikerriet kan in de blauwe zak, net als gewoon PE. (d) Een plastic uit aardolie kan biologisch afbreekbaar zijn. (e) 'Composteerbaar' volgens EN 13432 betekent: in een industriële installatie binnen enkele maanden bijna volledig omgezet.

(a) Niet waar: 'bio' kan ook 'biogebaseerd' betekenen (bio-PE breekt niet af), en afbreekbaar is alleen onder bepaalde omstandigheden. (b) Niet waar: PLA heeft ongeveer 58 °C en veel vocht nodig; een tuincompostbak wordt zelden zo warm. (c) Waar: het is chemisch gewoon PE, als verpakking mag het mee. (d) Waar: bv. PBAT, gebruikt in composteerbare zakjes. (e) Waar: binnen 12 weken uiteengevallen en binnen 6 maanden voor minstens 90 % omgezet.

## 17.10 Python: het temperatuurmodel uitbreiden

Toepassen · 6 · Programmeren · 30 min

Gebruik `filamentkeuze.py` uit het handboek.

**a** Laat het programma voor elke kleur de temperatuur berekenen bij twee situaties: een aprildag (lucht 32 °C, G = 600 W/m²) en een zomerdag met het dak dicht (lucht 40 °C, G = 700 W/m²).

```
situaties = {"april": (32.0, 600.0), "zomer": (40.0, 700.0)}
for naam, (t_lucht, g) in situaties.items():
    for kleur, a in KLEUREN.items():
        t = temperatuur(a, t_lucht=t_lucht, g=g)
        print(naam, kleur, round(t, 1))
```

**b** Voeg een tweede eis toe: een onderdeel dat in de kas of buiten komt, mag geen PLA zijn (vocht). Pas de lijst met geschikte filamenten aan.

```
IN_DE_KAS = True
goed = [f for f, tg in TG.items()
        if tg >= t + MARGE and not (IN_DE_KAS and f == "PLA")]
```

**c** Welke filamenten blijven er over voor een zwart onderdeel op de zomerdag? Wat leer je daaruit?

Zomer, zwart: $40 + 0{,}95 \cdot 700/15 = 84{,}3\,^\circ\mathrm{C}$; nodig: Tg ≥ 99 °C: alleen ABS (105) haalt het, ASA (100) net. Besluit: maak een onderdeel in de zon niet zwart. Wit wordt die dag $40 + 0{,}25 \cdot 700/15 = 51{,}7\,^\circ\mathrm{C}$: PETG blijft ruim goed.

## 17.11 Hoe print je een haak?

Toepassen · 5 · Analyseren · 15 min

Een geprinte haak moet in de kas een gieter van 5 kg dragen. Je kan hem rechtop printen (de lagen liggen horizontaal, dwars op de haak) of liggend op zijn zijkant (de lagen lopen in de lengte van de haak).

**a** Teken beide printrichtingen met de lagen erin. In welke richting werkt de trekkracht in de gebogen haak?

In de bocht van de haak trekt het gewicht de binnen- en buitenkant in de lengte van de haak uit elkaar (buiging: trek aan de ene kant, druk aan de andere).

**b** Welke printrichting kies je? Leg uit met de laaghechting.

Liggend: dan lopen de rupsen in de lengte van de haak en werkt de trekkracht langs de lagen. Rechtop geprint moet de laaghechting de trek opnemen: de haak breekt dan tussen twee lagen, vaak bij een fractie van de belasting.

**c** Noem twee andere instellingen die de haak sterker maken.

Meer wanden (bv. 4 in plaats van 2), meer vulling in de bocht, een iets hogere printtemperatuur voor betere laaghechting, en PETG in plaats van PLA (taaier).

## 17.12 Maak: plastic uit melk

Toepassen · 4 · Maken · 45 min

Melk bevat caseïne, een eiwit: een natuurlijk polymeer. Met zuur klontert het samen tot een vormbare massa die uithardt. Rond 1900 maakte men er knopen en sierspelden van. Nodig: 250 mL melk, 4 eetlepels azijn, een pannetje, een zeef, keukenpapier, een vormpje.

**a** Warm de melk op tot ongeveer 50 °C (niet koken), roer de azijn erdoor en zeef de klonters. Druk ze droog in keukenpapier, kneed en vorm ze. Beschrijf wat je ziet in elke stap.

Bij het roeren vormen zich meteen witte klonters en blijft er een geelachtig, troebel vocht over (de wei). De klonters voelen rubberachtig; uitgelekt en gekneed worden ze een deeg dat je kan vormen.

**b** Laat je voorwerp twee dagen drogen. Test hardheid, buigzaamheid en wat er gebeurt in warm water. Is caseïneplastic een thermoplast of eerder een thermoharder? Waarom?

> ✓ Na twee dagen is het voorwerp hard en wat bros. In warm water wordt het niet echt zacht zoals PLA, maar zwelt en verweekt het langzaam doordat het water opneemt. Het gedraagt zich eerder als een (zwakke) thermoharder: je kan het niet omsmelten; de eiwitketens zijn aan elkaar geklit.

**c** Waarom gebruiken we het niet voor een onderdeel in de kas?

> ✓ Het neemt water op, zwelt, en is voedsel voor schimmels en bacteriën: in een warme, vochtige kas rot het weg. Historisch werd het daarom met formaldehyde gehard (galaliet), wat we om gezondheidsredenen niet doen.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Werkwijze | Melk verwarmd zonder koken, zuur toegevoegd, goed uitgelekt en gedroogd. |
| Waarneming | Klontering, wei, deeg, uitharden nauwkeurig beschreven. |
| Verklaring | Zuur doet de caseïne neerslaan; bij het drogen klitten de eiwitketens samen. |
| Toepassing | Kritisch: gevoelig voor water, schimmel en bacteriën. |

## ●●● Uitdagen Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

### 17.13 Habitat: filament voor de kas, getoetst

●●● Uitdagen · 7 · Habitat · 50 min

Voor de meetkas en de kweekruimte moeten een reeks onderdelen geprint worden: klemmen voor de druppelslang (in de zon, belast), een houder voor de pH-sonde (in de schaduw, nat), een kapje over de lichtsensor (buiten op het dak) en een ondoorzichtige behuizing voor de microcontroller (in de kas). Gebruik het model $T = T_{\text{lucht}} + \alpha G/h$ en de vuistregel.

**a** Maak een keuzetabel: per onderdeel de hoogste temperatuur (april en zomer), vocht, UV, belasting, en het gekozen filament en de kleur.

> ✓ Bijvoorbeeld: klem druppelslang, in de zon: wit 42 / 50 °C, belast: PETG wit. pH-sondehouder, schaduw, nat: ± lucht (32 / 40 °C), veel vocht: PETG, elke kleur (geen PLA: hydrolyse). Lichtsensorkapje buiten op het dak: UV, zon: ASA, lichte kleur (wit 42 / 50 °C). Behuizing microcontroller in de kas: lichtgrijs PETG of ASA, met ventilatiegaten; in de volle zon wordt lichtgrijs 56 °C: hang de behuizing liefst in de schaduw, voor de elektronica.

**b** Ontwerp een meting om het model te controleren: welke sensor, waar, hoe lang, wat vergelijk je?

> ✓ Een kleine temperatuursensor (bv. een NTC of een DS18B20) in een geprinte klem vastlijmen, in de zon achter de kaswand hangen, en een tweede sensor in de schaduw voor de luchttemperatuur. Een hele zonnige dag elke minuut loggen (hoofdstuk 30). Vergelijk het gemeten verschil T – T_lucht met α·G/h; met een lichtmeter (lux → W/m², ruw) kan je G schatten.

**c** Een klasgenoot wil alles in zwart PETG printen 'omdat dat mooi staat'. Wat antwoord je, met getallen?

> ✓ Zwart PETG in de zon wordt in april al 70 °C en in de zomer 84 °C: boven zijn Tg van 80 °C. De klem zakt door of laat de slang los. In wit blijft PETG onder 52 °C. Wil je toch zwart: ASA, en zelfs dat haalt in de zomer net de marge niet.

**d** Schrijf de keuze voor je portfolio in vijf regels.

> Bijvoorbeeld: 'Onderdelen in de kas printen we in wit of lichtgrijs PETG; buiten en in de volle zon ASA. PLA gebruiken we alleen voor passtukken en prototypes. De keuze steunt op het model T = T_lucht + α·G/h (zwart tot 84 °C, wit tot 52 °C) en de vuistregel Tg ≥ T + 15 °C. We controleren het met een gelogde meting op een geprinte klem.'

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Model** | Temperaturen per kleur en situatie correct berekend (bv. wit april 42 °C, zwart zomer 84 °C). |
| **Keuze** | Per onderdeel een filament en kleur die de vuistregel halen en rekening houden met vocht en UV. |
| **Meting** | Temperatuursensor op of in een geprint onderdeel, naast een luchtsensor in de schaduw, over een zonnige dag gelogd. |
| **Argumentatie** | Zwart PETG: 70 à 84 °C tegenover Tg 80 °C: te krap of te warm; wit of ASA als alternatief. |

## 17.14 Plastic verbranden: hoeveel $CO_2$?

Uitdagen · 6 · Rekenen · 25 min

Afval dat niet gerecycleerd wordt, gaat vaak naar een verbrandingsoven met energiewinning. Herhalende eenheden: PE $C_2H_4$, PLA $C_3H_4O_2$, PET $C_{10}H_8O_4$.

**a** Schrijf de kloppende vergelijking voor de volledige verbranding van één eenheid PE en één eenheid PLA.

> $C_2H_4 + 3\,O_2 \rightarrow 2\,CO_2 + 2\,H_2O$ en $C_3H_4O_2 + 3\,O_2 \rightarrow 3\,CO_2 + 2\,H_2O$.

**b** Bereken voor PE, PLA en PET hoeveel kg $CO_2$ er vrijkomt per kg kunststof.

> PE: $2 \cdot 44{,}01/28{,}05 = 3{,}14\,\text{kg}$ per kg. PLA: $3 \cdot 44{,}01/72{,}06 = 1{,}83\,\text{kg}$. PET: $M = 192{,}17\,\text{g/mol}$, $10 \cdot 44{,}01/192{,}17 = 2{,}29\,\text{kg}$.

**c** PLA geeft minder $CO_2$ per kg, en die koolstof kwam kort geleden uit de lucht (via de maïsplant). Is PLA verbranden dus klimaatneutraal? Geef een argument voor en een tegen.

> Voor: de koolstof in PLA werd een paar maanden eerder door een plant uit de lucht gehaald; verbranden brengt die terug zonder er extra fossiele koolstof bij te doen. Tegen: de teelt, de meststoffen, het transport en de fabriek (vergisten, polymeriseren) gebruiken veel energie, vaak fossiel; en de akker had ook voedsel kunnen leveren. Klimaatneutraal is het dus niet; minder slecht dan fossiel plastic verbranden wel (een LCA zoekt het uit: E47).

## 17.15 Waarom breekt de emmer?

Uitdagen · 6 · Analyseren · 20 min

Een regenton uit polypropeen (PP) staat 's winters buiten. Bij −12 °C valt een ijsklomp erin, en de wand barst. Een ton uit polyetheen (HDPE) naast hem overleeft dezelfde klap.

**a** Verklaar met de glasovergangstemperaturen van PP en HDPE.

> De Tg van PP ligt rond −10 °C: bij −12 °C zijn de ketens in het amorfe deel 'bevroren' en is PP glasachtig en bros. Een klap geeft een scheur. De Tg van HDPE ligt rond −120 °C: bij −12 °C zijn de ketens nog beweeglijk, en de wand vangt de klap op door te vervormen.

**b** Waarom zijn PP-tuinstoelen en -bakjes in de zomer wel taai?

> Bij 20 °C ligt PP ruim boven zijn Tg: het amorfe deel is rubberachtig en de kristallen houden het stijf. Die combinatie is taai.

**c** Voor een waterreservoir buiten bij het poolstation (tot −25 °C): welke kunststof kies je? Wat moet er nog meer gebeuren om het reservoir heel te houden?

> HDPE (of LLDPE, waar vele regentonnen en watertanks van gemaakt worden): taai tot ver onder −25 °C. Daarnaast: het water mag niet bevriezen (ijs zet 9 % uit, hoofdstuk 13), dus leegmaken, isoleren of verwarmen, en de tank uit de zon (UV) of met UV-stabilisator.

## 17.16 Debat: lost bioplastic het plasticprobleem op?

Uitdagen · 6 · Argumenteren · 30 min

Stelling: *'Als alle plastic verpakking uit bioplastic gemaakt wordt, is het plasticprobleem opgelost.'* Gebruik wat je leerde over biogebaseerd, afbreekbaar, recyclage en zwerfvuil.

**a** Geef twee sterke argumenten vóór de stelling en drie ertegen, telkens met een voorbeeld of een getal.

> Voor: biogebaseerde kunststof vervangt aardolie als grondstof; de koolstof komt uit de lucht; industrieel composteerbare verpakking kan samen met voedselresten verwerkt worden (koffiecapsules, theezakjes). Tegen: 'bio' is niet altijd afbreekbaar (bio-PE); PLA breekt alleen industrieel af, niet in de natuur of de tuin, dus zwerfvuil blijft een probleem; composteerbaar plastic tussen gewone kunststof stoort de recyclage; de teelt kost land, water en meststoffen; PLA composteren levert geen nieuwe grondstof op, recycleren wel.

**b** Formuleer je eigen standpunt in drie zinnen. Welke maatregel zou volgens jou het meest helpen?

> Bijvoorbeeld: 'Bioplastic is een nuttig hulpmiddel voor toepassingen waar het plastic toch bij voedselresten belandt, maar het lost zwerfvuil en de hoeveelheid afval niet op. Het meest helpt minder en herbruikbare verpakking, en ontwerpen voor recyclage: één kunststof per verpakking, geen onnodige kleurstoffen.'

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 18

# Warmte berekenen

**Hoeveel warmte een stof opslaat, waarom ijs smelten zoveel kost, en hoe groot een warmtebuffer moet zijn**

Uitgewerkte oplossingen bij de 16 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

5× oefenen · 6× toepassen · 5× uitdagen · ± 390 min

E Energie · W Wiskundig modelleren · M Materie en chemie



Twee vaten water als warmtebuffer: overdag laden ze op, 's nachts geven ze hun warmte terug.

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

## ●○○ Oefenen Oefenen

één stap, direct toepassen

### 18.1 Vier grootheden, één formule

●○○ Oefenen · 3 · Rekenen · 15 min

Gebruik $Q = m \cdot c \cdot \Delta T$ en de tabel met soortelijke warmtecapaciteiten uit het handboek. Schrijf telkens de omgevormde formule op.

Bereken wat ontbreekt.

(a)

$Q = 2{,}0 \cdot 4186 \cdot 50 = 418\,600\,\text{J} \approx 419\,\text{kJ}$

(b)

$\Delta T = 18\,000/(0{,}50 \cdot 900) = 40\,\text{K}$

(c)

$c = 12\,600/(0{,}300 \cdot 21) = 2000\,\text{J/(kg} \cdot \text{K)}$

(d)

$m = 7700/(385 \cdot 40) = 0{,}50\,\text{kg}$

(e)

$\Delta T = 1290/(0{,}250 \cdot 129) = 40\,\text{K}$

, dus eindtemperatuur 60 °C

## 18.2 Zelfde warmte, ander resultaat

Oefenen · 3 · Begrijpen · 10 min

Vier blokjes van elk 1,0 kg, van water (in een zakje), aluminium, koper en lood, krijgen elk 10 kJ warmte.

**a** Welk blokje wordt het warmst? Rangschik zonder te rekenen, en verklaar met $c$.

Lood, dan koper, dan aluminium, dan water: hoe kleiner $c$, hoe groter de temperatuurstijging bij dezelfde warmte en massa.

**b** Bereken de temperatuurstijging van elk blokje.

$\Delta T = Q/(m\,c)$: water $10\,000/4186 = 2{,}4\,\text{K}$; aluminium $10\,000/897 = 11\,\text{K}$; koper $10\,000/385 = 26\,\text{K}$; lood $10\,000/129 = 78\,\text{K}$.

**c** Op het strand is het zand 's middags gloeiend heet, het zeewater fris. 's Nachts is het omgekeerd. Verklaar met de soortelijke warmtecapaciteit.

Zand heeft een veel kleinere $c$ dan water (± 830 tegenover 4186) en de zon warmt alleen een dun laagje zand op: het wordt snel heet. Het zeewater heeft een grote $c$ en wordt bovendien gemengd tot op grote diepte: het warmt traag op. 's Nachts koelt het zand even snel af, terwijl het water zijn warmte vasthoudt.

## 18.3 Smelten en verdampen

Oefenen · 4 · Rekenen · 15 min

Gebruik $L_s = 334\,\text{kJ/kg}$ en $L_v = 2257\,\text{kJ/kg}$ (100 °C) voor water.

**a** Hoeveel warmte is nodig om 2,0 kg ijs van 0 °C te laten smelten?

$Q = 2{,}0 \cdot 334 = 668\,\text{kJ}$.

**b** Hoeveel warmte is nodig om 0,50 L kokend water helemaal te laten verdampen? Hoe lang duurt dat op een kookplaat die 1500 W aan de pan afgeeft?

✓ $Q = 0{,}50 \cdot 2257 = 1129\,\text{kJ}$; $t = 1\,128\,500/1500 = 752\,\text{s} \approx 12{,}5\,\text{min}$.

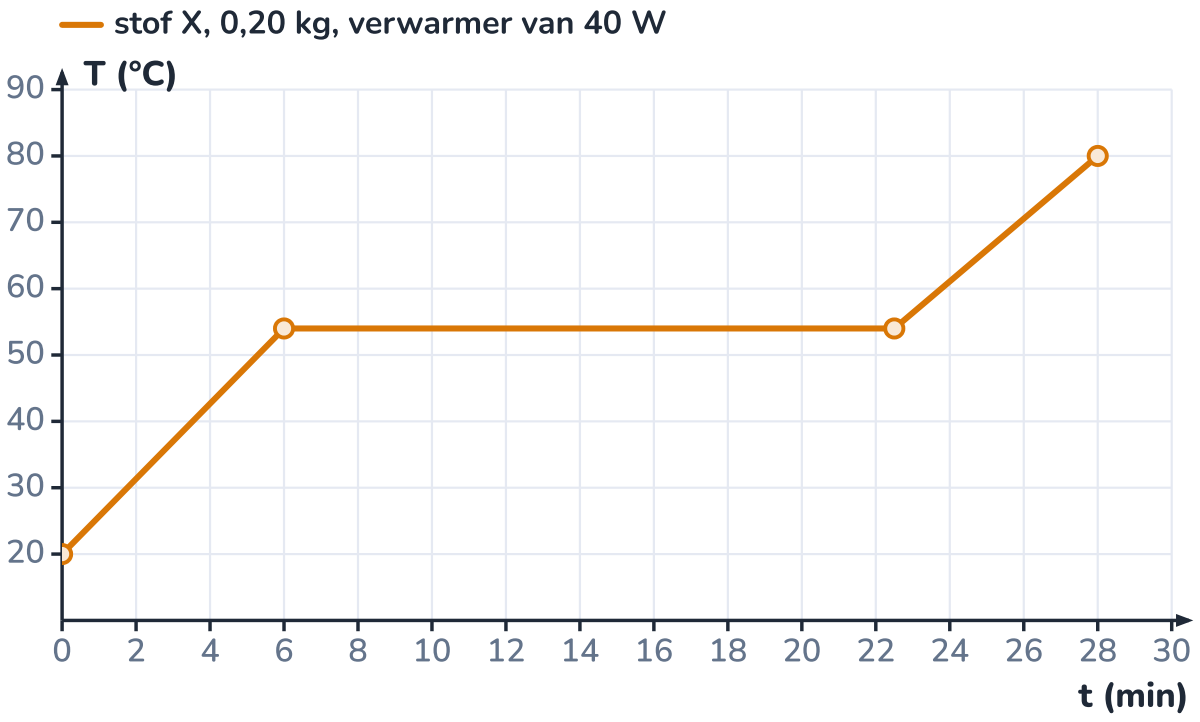
**c** Hoeveel warmte vraagt 1,0 kg ijs van 0 °C om water van 100 °C te worden? Vergelijk met het verdampen van diezelfde kilogram.

✓ Smelten 334 kJ plus opwarmen $1{,}0 \cdot 4186 \cdot 100 = 419\,\text{kJ}$: samen 753 kJ. Verdampen vraagt 2257 kJ: drie keer zoveel als smelten en opwarmen samen.

## 18.4 Een opwarmcurve lezen

Oefenen · 4 · Analyseren · 20 min

Een vaste stof X van 0,20 kg wordt in een goed geïsoleerd vat verwarmd met een verwarmer van 40 W. Neem aan dat alle warmte in stof X terechtkomt. De grafiek toont de temperatuur.




Temperatuur van stof X tijdens het verwarmen (knikpunten bij 6,0 min, 22,5 min en 28,0 min).

**a** Wat is het smeltpunt van stof X? Hoe zie je dat?

✓ 54 °C: daar loopt de grafiek horizontaal (van 6,0 tot 22,5 min). De warmte gaat dan naar het smelten.

**b** Bereken de soortelijke warmtecapaciteit van de vaste stof.

✓ Van 20 naar 54 °C in 6,0 min = 360 s: $Q = 40 \cdot 360 = 14\,400\,\text{J}$, dus $c = \dfrac{14\,400}{0{,}20 \cdot 34} = 2100\,\text{J/(kg} \cdot \text{K)}$.

**c** Bereken de smeltwarmte van stof X.

Het plateau duurt $22{,}5 - 6{,}0 = 16{,}5$ min = 990 s: $Q = 40 \cdot 990 = 39\,600\ \text{J}$, dus $L_s = 39\,600/0{,}20 = 198\,000\ \text{J/kg} \approx 200\ \text{kJ/kg}$.

**d** Bereken de soortelijke warmtecapaciteit van de vloeistof. Welke stof zou X kunnen zijn? Gebruik de tabellen.

Van 54 naar 80 °C in 5,5 min = 330 s: $c = \dfrac{40 \cdot 330}{0{,}20 \cdot 26} = 2500\ \text{J/(kg} \cdot \text{K)}$. Een smeltwarmte van ongeveer 200 kJ/kg en $c \approx 2000$ in vaste vorm passen bij een paraffine (kaarsvet).

## 18.5 Het reservoir als warmtebron

●○○ Oefenen · 3 · Rekenen · 10 min

Het voedingsreservoir van de klimaatmodule bevat 60 L oplossing (reken met water).

**a** Bereken de warmtecapaciteit van het reservoir in kJ/K.

$C = 60 \cdot 4186 = 251\,000\ \text{J/K} = 251\ \text{kJ/K}$.

**b** Het reservoir koelt 's nachts 4,0 °C af. Hoeveel warmte geeft het af, in kJ en in Wh?

$Q = 251 \cdot 4{,}0 = 1005\ \text{kJ}$; in Wh: $1\,004\,640/3600 = 279\ \text{Wh}$.

**c** Hoe lang zou een aquariumverwarmer van 50 W erover doen om die warmte weer toe te voeren?

$t = 1\,004\,640/50 = 20\,093\ \text{s} \approx 5{,}6\ \text{h}$ (zonder verliezen).

# ●●○ Toepassen — Toepassen

meerdere stappen, in een context

## 18.6 Een bad op de juiste temperatuur

●●○ Toepassen · 4 · Rekenen · 15 min

Je wil een bad van 80 L van 38 °C. Uit de warme kraan komt water van 60 °C, uit de koude kraan water van 12 °C.

**a** Hoeveel liter warm en hoeveel liter koud water heb je nodig?

$60\,x + 12\,(80 - x) = 38 \cdot 80$, dus $48\,x = 2080$ en $x = 43{,}3\ \text{L}$ warm, $36{,}7\ \text{L}$ koud.

**b** Hoeveel energie kostte het om dat warme water van 12 naar 60 °C op te warmen? Geef je antwoord ook in kWh en in euro bij € 0,30 per kWh.

$Q = 43{,}3 \cdot 4186 \cdot 48 = 8{,}71\ \text{MJ} = 2{,}42\ \text{kWh}$, ongeveer € 0,73.

**c** Waarom wordt het bad in werkelijkheid een beetje kouder dan 38 °C?

Het bad zelf (de kuip) en de lucht nemen warmte op, en er verdampt water aan het oppervlak: de warmtebalans bevat meer dan twee 'stoffen'.

## 18.7 Habitat: het reservoir bijvullen zonder koude voeten

Toepassen · 5 · Rekenen · 20 min

In het reservoir staat nog 24 L van 21,0 °C. Er moet 36 L bij tot 60 L. Je hebt regenwater van 9,0 °C en warm water van 50 °C. Doel: 20 °C.

**a** Welke temperatuur krijg je met alleen regenwater?

✓ $(24 \cdot 21 + 36 \cdot 9)/60 = 13{,}8\,^\circ\mathrm{C}$.

**b** Hoeveel liter warm water heb je nodig? Stel de warmtebalans op.

✓ $24 \cdot 21 + 50\,x + 9\,(36 - x) = 60 \cdot 20 \Rightarrow 41\,x = 372 \Rightarrow x = 9{,}1\,\mathrm{L}$ warm water (en 26,9 L regenwater).

**c** Een klasgenoot vult bij met alleen regenwater en zet daarna een verwarmer van 100 W in het reservoir. Hoeveel energie en hoeveel tijd kost dat? Vergelijk met de energie voor het warme water.

✓ $Q = 60 \cdot 4186 \cdot (20 - 13{,}8) = 1{,}56\,\mathrm{MJ}$; $t = 1\,557\,000/100 = 15\,600\,\mathrm{s} \approx 4{,}3\,\mathrm{h}$. Het warme water opwarmen van 9 naar 50 °C kost $9{,}07 \cdot 4186 \cdot 41 = 1{,}56\,\mathrm{MJ}$: precies evenveel, zoals behoud van energie voorspelt.

**d** Bedenk een manier om het regenwater op te warmen die geen elektrische energie kost.

✓ Bijvoorbeeld: het regenwater een dag vooraf in een donkere jerrycan in de warme module of in de zon onder het kasdak zetten, of via een slang door het warme buffervat laten lopen.

## 18.8 Een glas ijsthee

Toepassen · 5 · Rekenen · 20 min

In 0,40 kg thee van 25 °C doe je ijs van −10 °C. Thee is bijna water. $c_{\text{ijs}} = 2100\,\mathrm{J/(kg \cdot K)}$, $L_s = 334\,\mathrm{kJ/kg}$.

**a** Je doet er 150 g ijs in. Smelt al het ijs? Werk met een boekhouding tot 0 °C.

✓ Thee tot 0 °C: $0{,}40 \cdot 4186 \cdot 25 = 41\,860\,\mathrm{J}$. Ijs: opwarmen $0{,}150 \cdot 2100 \cdot 10 = 3150\,\mathrm{J}$, smelten $0{,}150 \cdot 334\,000 = 50\,100\,\mathrm{J}$, samen 53 250 J. Meer dan 41 860 J: niet alles smelt.

**b** Hoeveel ijs blijft er over, en wat is de eindtemperatuur?

✓ Na het opwarmen van het ijs blijft $41\,860 - 3150 = 38\,710\,\mathrm{J}$: dat smelt $38\,710/334\,000 = 0{,}116\,\mathrm{kg}$. Er blijft 34 g ijs over; de eindtemperatuur is 0 °C.

**c** Wat is de eindtemperatuur met 80 g ijs?

✓ Ijs: $0{,}080 \cdot 2100 \cdot 10 + 0{,}080 \cdot 334\,000 = 1680 + 26\,720 = 28\,400\,\mathrm{J}$, minder dan 41 860 J: alles smelt. Rest $13\,460\,\mathrm{J}$ voor 0,48 kg water: $T_e = 13\,460/(0{,}48 \cdot 4186) = 6{,}7\,^\circ\mathrm{C}$.

## 18.9 Labo: de soortelijke warmtecapaciteit van een metaal

Toepassen · 5 · Labo · 50 min

Bepaal met de mengmethode de soortelijke warmtecapaciteit van een metalen blokje (aluminium, koper of messing). Bepaal eerst de warmtecapaciteit van je calorimeter, zoals in het handboek.

**a** Bepaal $C_{\text{cal}}$ met warm en koud water (drie keer). Noteer je metingen en het gemiddelde.

✓ Zoals in het voorbeeld van het handboek: $C_{\text{cal}} = \dfrac{m_w c\,(T_w - T_e) - m_k c\,(T_e - T_k)}{T_e - T_k}$. Typisch 20 à 40 J/K voor twee piepschuimbekers; de spreiding tussen drie metingen is vaak 5 à 10 J/K.

**b** Voer de proef met het blokje uit. Meet om de 30 s, van 3 min voor tot 7 min na het mengen.

✓ Voor het mengen stijgt of daalt de temperatuur heel traag (naar de kamertemperatuur toe); na het mengen een snelle sprong, dan een trage daling.

**c** Teken de grafiek, trek de afkoelrechte terug tot het moment van mengen en lees $T_e$ af.

✓ De afkoelrechte door de punten vanaf ongeveer 2 min na het mengen, verlengd tot het moment van mengen. Het snijpunt ligt enkele tienden van een graad boven de hoogste meting.

**d** Bereken $c$ met en zonder correctie. Vergelijk met de tabel en bespreek de belangrijkste foutenbron.

✓ Met correctie typisch 1 à 3 % onder de tabelwaarde (aluminium 897, koper 385, messing ± 380). Belangrijkste systematische fout: het blokje koelt af tijdens het overbrengen (of neemt heet water mee, dan wordt $c$ te groot). Toevallig: aflezen van $T_e$, massa van het water.

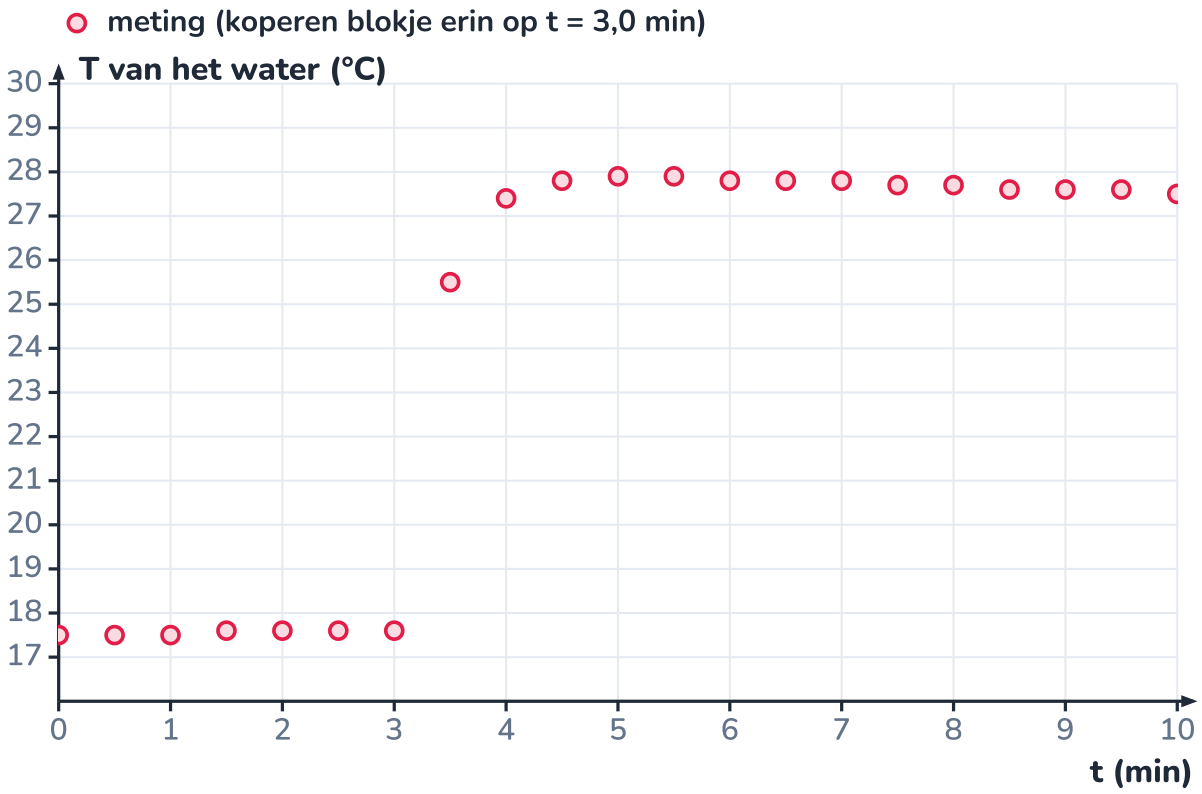
**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Calorimeter** | Waterwaarde drie keer bepaald, gemiddelde en spreiding vermeld. |
| **Meting** | Temperatuur vóór en na het mengen om de 30 s; massa's op de balans; begintemperatuur van het blokje genoteerd. |
| **Grafiek en correctie** | Assen met grootheid en eenheid, afkoelrechte correct teruggetrokken tot het moment van mengen. |
| **Besluit** | c met eenheid, met en zonder correctie; afwijking van de tabelwaarde in procent; foutenbronnen systematisch en toevallig onderscheiden. |

## 18.10 Zelf corrigeren voor warmteverlies

Toepassen · 5 · Analyseren · 25 min

Een leerling liet op $t = 3{,}0$ min een koperen blokje van 300,0 g en 99,5 °C in 180,0 g water van 17,6 °C zakken, in een calorimeter met $C_{\text{cal}} = 30\,\text{J/K}$. De grafiek toont haar metingen.




Metingen om de 30 s; het blokje ging erin op t = 3,0 min.

**a** Trek een rechte door de punten vanaf 5 min en verleng ze tot $t = 3{,}0$ min. Welke eindtemperatuur lees je af?

De punten na 5 min dalen met ongeveer 0,08 °C per minuut; teruggetrokken tot 3,0 min: ongeveer 28,1 °C (28,0 à 28,2 is goed afgelezen).

**b** Bereken $c$ van koper met die gecorrigeerde eindtemperatuur.

$c = \dfrac{(0{,}180 \cdot 4186 + 30)(28{,}1 - 17{,}6)}{0{,}300 \cdot (99{,}5 - 28{,}1)} = 384\,\mathrm{J/(kg \cdot K)}$.

**c** Bereken $c$ ook met de hoogste meting (27,9 °C). Hoeveel procent scheelt het met de tabelwaarde (385)?

$c = \dfrac{783{,}5 \cdot 10{,}3}{0{,}300 \cdot 71{,}6} = 376\,\mathrm{J/(kg \cdot K)}$: 2,4 % onder de tabelwaarde, tegenover 0,2 % met de correctie.

**d** Waarom daalt de temperatuur na het mengen, en waarom trek je de rechte terug tot het moment van mengen en niet tot de piek?

Het water is warmer dan de kamer en verliest warmte door de wand en het deksel. Dat verlies begint al tijdens het mengen: op het ogenblik van de piek is er al warmte weg. De rechte schat wat de temperatuur zou zijn als het mengen ogenblikkelijk was gebeurd, op het ogenblik dat het blokje erin ging.

## 18.11 Python: mengen.py uitbreiden

Toepassen · 6 · Programmeren · 30 min

Gebruik het programma `mengen.py` van het codeblad.

**a** Voorspel wat `mengen([(1.0, 4186, 80), (0.5, 897, 20)])` teruggeeft, en controleer door het programma te draaien.

$T_e = \dfrac{1{,}0 \cdot 4186 \cdot 80 + 0{,}5 \cdot 897 \cdot 20}{4186 + 448{,}5} = \dfrac{334\,880 + 8970}{4634{,}5} = 74{,}2\,^\circ\mathrm{C}$; het programma geeft 74,19…

**b** Schrijf een functie `c_uit_meting(m_m, T_m, m_w, T_w, C_cal, T_e)` die de soortelijke warmtecapaciteit van een metaal berekent. Test ze met de proef van het handboek.

```
def c_uit_meting(m_m, T_m, m_w, T_w, C_cal, T_e):
    return (m_w * C_WATER + C_cal) * (T_e - T_w) / (m_m * (T_m - T_e))

print(round(c_uit_meting(0.250, 99.5, 0.200, 18.1, 30, 34.6)))   # 882
```

**c** Vul `met_ijs` aan voor het geval dat er water bevriest (het ijs is zo koud dat het water tot 0 °C afkoelt en daarna deels stolt). Wat geeft 0,10 kg water van 5 °C met 1,0 kg ijs van −30 °C?

```
    if q_beschikbaar < q_opwarmen:
        tekort = q_opwarmen - q_beschikbaar
        if tekort <= m_water * L_SMELT:            # een deel van het water bevriest, alles
op 0 °C
            return 0.0, m_ijs + tekort / L_SMELT
        return None, m_ijs + m_water              # alles bevriest en zakt onder 0 °C
```

Voor 0,10 kg water van 5 °C en 1,0 kg ijs van −30 °C: beschikbaar $0{,}10 \cdot 4186 \cdot 5 = 2093\,\mathrm{J}$, nodig $1{,}0 \cdot 2100 \cdot 30 = 63\,000\,\mathrm{J}$. Zelfs als al het water bevriest (33 400 J extra) is het te weinig: alles wordt ijs, onder 0 °C. Het tekort van $63\,000 - 2093 - 33\,400 = 27\,507\,\mathrm{J}$ komt uit al het ijs (1,10 kg) dat samen onder 0 °C zakt: $T_e = -\dfrac{27\,507}{1{,}10 \cdot 2100} = -11{,}9\,^\circ\mathrm{C}$.

## Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

### 18.12 Habitat: een warmtebuffer voor een koude nacht

Uitdagen · 6 · Habitat · 45 min

Het handboek dimensioneerde de nachtbuffer van de klimaatmodule voor een lentenacht. Nu een nacht in maart: de lampen gaan om 20 uur uit en om 6 uur weer aan (10 uur), buiten is het gemiddeld 1 °C, bij het doven is de module 25 °C, en ze mag niet onder 15 °C zakken. De module verliest 20 W per °C; reservoir en lucht samen hebben een warmtecapaciteit van 265 kJ/K.

**a** Schat met de gemiddelde temperatuur hoeveel warmte de module die nacht verliest, en hoe groot het extra watervat moet zijn.

$Q = 20 \cdot (20 - 1) \cdot 10 \cdot 3600 = 13{,}7\,\mathrm{MJ}$. $C_{\text{nodig}} = 13{,}7\,\mathrm{MJ}/10\,\mathrm{K} = 1368\,\mathrm{kJ/K}$. Vat: $1368 - 265 = 1103\,\mathrm{kJ/K}$, dus $1\,103\,000/4186 = 264\,\mathrm{kg}$: een vat van 300 L (of 264 L en meer zekerheid met het scherm).

**b** Controleer je keuze met het afkoelmodel: $T(t) = T_b + (T_0 - T_b)\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$ met $\tau = C/H$ ($C$ in J/K, $H = 20\,\mathrm{W/K}$). Is het vat groot genoeg na 10 uur? En met een nachtscherm dat het verlies tot 17 W per °C verlaagt?

Met 300 L: $C = 1256 + 265 = 1521\,\mathrm{kJ/K}$, $\tau = 1\,521\,000/20 = 76\,000\,\mathrm{s} = 21{,}1\,\mathrm{h}$. $T(10\,\mathrm{h}) = 1 + 24\,\mathrm{e}^{-10/21{,}1} = 1 + 24 \cdot 0{,}623 = 15{,}9\,^\circ\mathrm{C}$: net goed. Met 200 L: 13,5 °C, te weinig. Met nachtscherm en 300 L: $\tau = 24{,}9\,\mathrm{h}$, $T = 17{,}0\,^\circ\mathrm{C}$.

**c** Hoeveel elektrische energie zou een verwarming vragen om zonder vat 15 °C te houden? Wat betekent dat voor de batterij van 1,2 kWh?

$20 \cdot (15 - 1) = 280\,\mathrm{W}$, tien uur lang: 2,8 kWh. Meer dan twee keer de bruikbare batterij: onmogelijk op de batterij.

**d** Hoeveel kg paraffine (200 kJ/kg, stolt bij 22 °C) vervangt het extra water? Noem twee redenen om toch water te kiezen.

$1103\,\mathrm{kJ/K} \cdot 10\,\mathrm{K} = 11\,\mathrm{MJ}$; $11\,030\,000/200\,000 = 55\,\mathrm{kg}$ paraffine. Water: goedkoop, veilig, geen brandbaar materiaal in de module, makkelijk te verplaatsen en te laten circuleren; paraffine geleidt slecht en moet in dunne pakketten.

**e** Schrijf voor je portfolio een advies van vijf regels: grootte, kleur en plaats van het vat, en wat je nog moet meten.

Bijvoorbeeld: 'Een donker vat van 300 L (of twee van 150 L) in het zonlicht onder het kasdak, met een deksel tegen verdamping. Samen met een nachtscherm blijft de module in maart boven 15 °C zonder verwarming. Te meten: de temperatuur van het vat en van de lucht elke 10 minuten, een week lang, om het verliesgetal van 20 W per °C na te gaan (hoofdstuk 19 en 30).'

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Schatting | Warmteverlies met gemiddeld temperatuurverschil, C_nodig, bijdrage van reservoir en lucht afgetrokken, vat in liter. |
| Controle | Afkoelmodel correct ingevuld (τ in s of h), besluit of het vat volstaat, effect van het nachtscherm. |
| Vergelijking | Elektrisch verwarmen in kWh vergeleken met de batterij; PCM-massa berekend en afgewogen. |
| Advies | Concreet (liter, kleur, plaats), met getallen, en met een meetplan (temperatuur van vat en lucht loggen). |

## 18.13 Vorstberegening doorgerekend

●●● Uitdagen · 6 · Rekenen · 25 min

Een fruitteler beregent een hectare boomgaard met 30 000 L water per uur tijdens een vriesnacht. De verdampingswarmte van water bij 0 °C is 2501 kJ/kg; stollen levert 334 kJ/kg.

**a** Hoeveel mm water per uur is dat? Hoeveel warmte komt per vierkante meter per uur vrij als al het water bevriest, en welk vermogen per m² is dat?

$30\,000\,\mathrm{L}$ op $10\,000\,\mathrm{m^2}$ = 3,0 L per m² = 3,0 mm per uur. $Q = 3{,}0 \cdot 334 = 1002\,\mathrm{kJ}$ per m² per uur, dus $1\,002\,000/3600 = 278\,\mathrm{W/m^2}$.

**b** Bij wind verdampt een deel $x$ van het water in plaats van te bevriezen. Stel een vergelijking op voor de netto warmte per kg gespoten water.

Per kg: $Q_{\text{netto}} = (1 - x) \cdot 334 - x \cdot 2501$ (in kJ).

**c** Vanaf welk percentage verdamping levert de beregening netto geen warmte meer? Wat betekent dat voor de teler?

$Q_{\text{netto}} = 0$ als $334 = x\,(334 + 2501)$, dus $x = 334/2835 = 0{,}118$: vanaf ongeveer 12 % verdamping werkt de beregening niet meer, daarboven koelt ze de bloesem zelfs af. Bij wind (die verdamping versnelt) is beregening dus riskant.

**d** Waarom mag de teler de beregening 's ochtends pas stoppen als het ijs gesmolten is?

Na de beregening zit er ijs op de bloesem. Als de zon opkomt of de lucht droog is, sublimeert en verdampt dat water: dat kost warmte, en de bloesem kan onder de temperatuur van de lucht zakken. Blijft er vloeibaar water bij komen, dan blijft het mengsel op 0 °C tot al het ijs gesmolten is.

## 18.14 Transpiratie: de sla als airco

Uitdagen · 6 · Analyseren · 25 min

Op een warme, zonnige dag verdampen de slaplanten van de kweekruimte samen 6,0 L water, vooral tijdens de 16 lichturen. Verdampingswarmte bij 20 °C: 2454 kJ/kg. De ventilatie ververst 11 m³ lucht per uur (hoofdstuk 14). Binnenlucht van 20 °C en 70 % relatieve vochtigheid bevat 12,1 g waterdamp per m³, buitenlucht van 5 °C en 80 % bevat 5,4 g per m³.

**a** Hoeveel warmte neemt het verdampen op, in MJ en in kWh? Welk vermogen is dat gemiddeld tijdens de lichturen?

$Q = 6{,}0 \cdot 2454 = 14\,700\,\text{kJ} = 14{,}7\,\text{MJ} = 4{,}1\,\text{kWh}$; gemiddeld $14\,724\,000/(16 \cdot 3600) = 256\,\text{W}$.

**b** Vergelijk met de lampen (190 W, 16 uur). Wat betekent dat voor de temperatuur in de module?

Meer dan het vermogen van de lampen: de transpiratie koelt de module sterk af (de energie komt uit het zonlicht dat de bladeren opvangen, en uit de lucht). Zonder transpiratie zou het in de module veel warmer worden.

**c** Hoeveel waterdamp voert de ventilatie per dag af? Waar blijft de rest?

Per m³: $12{,}1 - 5{,}4 = 6{,}7$ g; per dag $6{,}7 \cdot 11 \cdot 24 = 1770\,\text{g} \approx 1{,}8\,\text{kg}$. De overige 4,2 kg condenseert tegen koude oppervlakken (vooral het kasdak 's nachts) of moet met een ontvochtiger weg.

**d** Waar komt de verdampingswarmte uiteindelijk terecht? Volg de energie.

Bij het condenseren komt de verdampingswarmte vrij, in het kasdak; van daar lekt ze naar buiten (hoofdstuk 19). Met de ventilatie gaat de damp met zijn latente warmte meteen naar buiten. Een ontvochtiger laat de damp binnen condenseren: de warmte blijft dan in de module.

## 18.15 Onderzoek: de methode van Rumford

Uitdagen · 7 · Onderzoeken · 40 min

Je meet $c$ van water met een dompelaar: 12,0 V en 2,50 A, in 300 g water in een calorimeter met $C_{\text{cal}} = 30\,\text{J/K}$. De kamer is 20,0 °C. Proef A: van 20,0 tot 30,0 °C duurt 452 s. Proef B: je start met water van 15,0 °C en stopt bij 25,0 °C: dat duurt 429 s.

**a** Bereken het vermogen van de dompelaar en $c$ van water uit elke proef.

✓ $P = 12{,}0 \cdot 2{,}50 = 30{,}0\,\mathrm{W}$. A: $Q = 30 \cdot 452 = 13\,560\,\mathrm{J}$ voor 10 K: $0{,}300\,c + 30 = 1356$, dus $c = 4420\,\mathrm{J/(kg \cdot K)}$. B: $Q = 30 \cdot 429 = 12\,870\,\mathrm{J}$: $c = (1287 - 30)/0{,}300 = 4190\,\mathrm{J/(kg \cdot K)}$.

**b** Welke proef geeft het beste resultaat? Verklaar met de warmte-uitwisseling met de kamer tijdens elke proef.

✓ Proef B (0,1 % van 4186). In proef A is het water de hele tijd warmer dan de kamer en lekt er voortdurend warmte weg: de dompelaar moet langer werken, en $c$ lijkt 6 % te groot. In proef B krijgt het water eerst warmte van de kamer (onder 20 °C) en verliest het daarna ongeveer evenveel (boven 20 °C).

**c** Graaf Rumford stelde rond 1800 voor: begin evenveel graden onder de kamertemperatuur als je erboven eindigt. Waarom werkt dat, en waarom mag je niet te ver onder de kamertemperatuur beginnen (denk aan het dauwpunt, hoofdstuk F6)?

✓ Winst en verlies zijn ongeveer evenredig met het temperatuurverschil met de kamer: als je symmetrisch rond de kamertemperatuur meet, heffen ze elkaar grotendeels op. Te koud beginnen is riskant: onder het dauwpunt van de kamerlucht condenseert er water op de beker, en die condensatie levert (latente) warmte die je niet meet.

**d** Ontwerp een derde proef om na te gaan hoe groot het warmteverlies van je calorimeter per graad verschil is.

✓ Bijvoorbeeld: water van 40 °C in de calorimeter, zonder dompelaar, en 20 minuten lang de afkoeling meten. De daling per minuut maal $C$ (water + calorimeter) geeft het verlies in W; gedeeld door het temperatuurverschil met de kamer krijg je W per °C.

## 18.16 Debat: warmtebuffer of batterij?

●●● Uitdagen · 6 · Argumenteren · 25 min

Stelling van een teamgenoot: 'Een vat water is gewoon een goedkope batterij. Laten we overdag de zonnestroom die we over hebben in het vat steken met een verwarmingselement, en 's nachts de lampen er op laten branden.'

**a** Wat klopt er aan de stelling? Reken: hoeveel warmte slaat 200 L water op bij 10 °C zwaai, in kWh? Vergelijk met de bruikbare batterij (1,2 kWh, ± 14 kg).

✓ $200 \cdot 4186 \cdot 10 = 8{,}37\,\mathrm{MJ} = 2{,}3\,\mathrm{kWh}$: meer dan de bruikbare batterij, voor een paar tientjes. Klopt dus: als **warmteopslag** is een vat goedkoop en groot (al weegt het 200 kg tegenover 14 kg).

**b** Wat klopt er niet? Gebruik de woorden warmte, elektrische energie en temperatuurverschil.

✓ Uit warmte van 20 à 30 °C krijg je geen elektrische energie terug om lampen te laten branden: daarvoor is een groot temperatuurverschil nodig, en zelfs dan lukt het maar voor een klein deel (hoofdstuk E15). Bovendien is een verwarmingselement een verspilling als je de warmte niet nodig hebt.

**c** Formuleer een betere stelling die je team wel kan gebruiken.

✓ Bijvoorbeeld: 'Wat de module 's nachts aan warmte nodig heeft, halen we uit een vat water, niet uit de batterij; de batterij houden we voor elektrische verbruikers. Overschot aan zonnestroom in de lente mag het vat bijwarmen, maar alleen als de batterij al vol is.'

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 19

# Warmtetransport en isolatie

**Van lambda naar U: hoeveel warmte door een wand lekt, waar ze ontsnapt, en hoe je ze binnenhoudt**

Uitgewerkte oplossingen bij de 16 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

5× oefenen · 6× toepassen · 5× uitdagen · ± 490 min

E Energie · D Ontwerpen en maken · W Wiskundig modelleren



Door een warmtecamera: het doorzichtige dak lekt het meeste warmte, en zelfs de houten stijlen in de wand zijn te zien.

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

## Oefenen

●○○ Oefenen — één stap, direct toepassen

### 19.1 Lambda, R en de beste plaat

●○○ Oefenen · 3 · Rekenen · 15 min

Gebruik de tabel met lambda-waarden uit het handboek.

a Bereken de warmteweerstand $R$ van elke laag.

EPS $0{,}10/0{,}035 = 2{,}86$; multiplex $0{,}018/0{,}13 = 0{,}14$; glas $0{,}004/1{,}0 = 0{,}004$; beton $0{,}20/1{,}5 = 0{,}13$; PIR $0{,}08/0{,}022 = 3{,}64$ (alle in m²·K/W).

**b** Rangschik de lagen van best tot slechtst isolerend.

PIR, EPS, multiplex, beton, glas.

**c** Hoe dik moet een laag minerale wol zijn om dezelfde $R$ te hebben als 8 cm PIR?

$d = R \cdot \lambda = 3{,}64 \cdot 0{,}035 = 0{,}127\,\text{m}$: ongeveer 13 cm wol.

## 19.2 Warmte door een plaat

Oefenen · 3 · Rekenen · 10 min

Gebruik $P = \lambda \cdot A \cdot \Delta T / d$ (zonder overgangsweerstanden).

**a** Hoeveel warmte gaat er door 2,0 m² EPS van 5,0 cm dik bij 15 °C verschil?

$P = 0{,}035 \cdot 2{,}0 \cdot 15 / 0{,}050 = 21\,\text{W}$.

**b** Een koelbox van 0,80 m² piepschuim (3,0 cm) staat in de zon: buiten 30 °C, binnen 5 °C. Hoeveel watt stroomt er naar binnen?

$P = 0{,}035 \cdot 0{,}80 \cdot 25 / 0{,}030 = 23\,\text{W}$.

**c** Hoeveel ijs smelt daardoor per uur (hoofdstuk 18: 334 kJ/kg)?

Per uur $23 \cdot 3600 = 84\,000\,\text{J}$; $84\,000 / 334\,000 = 0{,}25\,\text{kg}$ ijs per uur.

## 19.3 Van lagen naar U: een plat dak

Oefenen · 4 · Rekenen · 15 min

Een plat dak bestaat van binnen naar buiten uit: gipskarton 12,5 mm ($\lambda = 0{,}25$), een dampscherm (verwaarloosbaar), OSB 18 mm ($\lambda = 0{,}13$), PIR 140 mm ($\lambda = 0{,}022$) en een EPDM-dakbedekking (verwaarloosbaar). Warmte gaat naar boven: $R_{si} = 0{,}10$, $R_{se} = 0{,}04$.

**a** Bereken $R_T$ en de U-waarde.

$R_T = 0{,}10 + 0{,}0125/0{,}25 + 0{,}018/0{,}13 + 0{,}140/0{,}022 + 0{,}04 = 0{,}10 + 0{,}05 + 0{,}14 + 6{,}36 + 0{,}04 = 6{,}69\,\text{m}^2 \cdot \text{K/W}$; $U = 0{,}15\,\text{W/(m}^2 \cdot \text{K)}$.

**b** Voldoet het dak aan de EPB-eis van 0,24? Hoeveel PIR zou volstaan?

Ja, ruim. Voor $U = 0{,}24$ is $R_T = 4{,}17$ nodig: PIR $R = 4{,}17 - 0{,}33 = 3{,}84$, dus $d = 3{,}84 \cdot 0{,}022 = 0{,}085\,\text{m}$: 85 mm.

**c** Hoeveel warmte verliest een dak van 60 m² bij 20 °C binnen en 0 °C buiten?

$P = 0{,}15 \cdot 60 \cdot 20 = 180\,\text{W}$.

## 19.4 Warmte en elektriciteit: een analogie

Oefenen · 4 · Begrijpen · 10 min

Het elektrische model van een wand helpt om te redeneren.

**a** Vul aan: temperatuurverschil ↔ _____ ; warmtestroom ↔ _____ ; warmteweerstand ↔ _____ ; lagen na elkaar ↔ weerstanden in _____ ; stijlen naast wol ↔ weerstanden in _____ .

✓ spanning; stroom; weerstand; serie; parallel.

**b** In een wand van drie lagen heeft de middelste laag de grootste R. Over welke laag valt het grootste temperatuurverschil? Verklaar met het model.

✓ Over de middelste: door elke laag gaat dezelfde warmtestroom, en het temperatuurverschil is stroom maal weerstand, zoals de spanning over de grootste weerstand in serie het grootst is.

**c** Waarom maakt een smalle metalen strip door een isolatieplaat de hele plaat merkbaar slechter? Gebruik het woord parallel.

✓ De strip is een parallelle weg met een heel kleine weerstand: net zoals een kleine weerstand parallel over een grote de meeste stroom trekt, gaat er door de strip veel warmte, ook al is ze smal.

## 19.5 Waar zit de koudebrug?

Oefenen · 4 · Begrijpen · 10 min

Kies telkens het juiste antwoord.

**a** Waar is het binnenoppervlak van een goed geïsoleerde buitenmuur het koudst?

- A in het midden van de muur
- B in een buitenhoek
- C achter een radiator
- D overal even koud

✓ In een buitenhoek: een klein binnenoppervlak staat tegenover een groot buitenoppervlak (koudebrug door de vorm).

**b** Welke maatregel breekt een koudebrug van stalen balkonplaten het best?

- A de balkons zwart schilderen
- B een isolerende onderbreking tussen vloerplaat en balkon
- C het balkon inglazen
- D de binnenmuur behangen

✓ Een isolerende onderbreking (een isokorf): de geleidende weg wordt onderbroken.

**c** Waarom zit een dampremmende laag aan de binnenkant van een geïsoleerde wand?

- A om de wand stijver te maken
- B omdat de warme binnenlucht veel damp bevat die in de koude isolatie zou condenseren
- C tegen regen
- D om de wand sneller te laten opwarmen

De warme binnenlucht bevat veel waterdamp; in de koude isolatie zakt de temperatuur onder het dauwpunt. De laag houdt de damp aan de warme kant.

**d** Een aluminium raamprofiel krijgt een kunststof strip in het midden. Waarom?

- A om het lichter te maken
- B als thermische onderbreking: aluminium geleidt duizend keer beter dan kunststof
- C tegen corrosie
- D voor de dichting

Als thermische onderbreking: het profiel wordt twee delen die elkaar niet raken, zodat de warmte niet door het metaal naar buiten kan.

## Toepassen — Toepassen

meerdere stappen, in een context

### 19.6 Ramen vervangen

Toepassen · 5 · Rekenen · 20 min

Een rijhuis heeft 12 m² ramen met gewoon dubbel glas ($U = 2{,}8$), in houten kaders. De eigenaar twijfelt tussen HR-glas ($U = 1{,}1$, € 90 per m²) en driedubbel glas ($U = 0{,}6$, € 150 per m²), telkens in de bestaande kaders. Een stookseizoen komt overeen met 5000 uur bij gemiddeld 10 °C verschil. Warmte kost € 0,10 per kWh.

**a** Bereken voor elke keuze de besparing in kWh en in euro per jaar tegenover het huidige glas.

HR: $(2{,}8 - 1{,}1) \cdot 12 \cdot 10 \cdot 5000 = 1\,020\,000\ \text{Wh} = 1020\ \text{kWh}$, € 102 per jaar. Driedubbel: $(2{,}8 - 0{,}6) \cdot 12 \cdot 10 \cdot 5000 = 1320\ \text{kWh}$, € 132 per jaar.

**b** Bereken voor elke keuze de terugverdientijd.

HR: $12 \cdot 90 = 1080$ euro, dus $1080/102 = 10{,}6$ jaar. Driedubbel: $12 \cdot 150 = 1800$ euro, dus $1800/132 = 13{,}6$ jaar.

**c** Het binnenoppervlak van het glas: bereken het voor de drie soorten bij −8 °C buiten. Wat merkt de bewoner?

$T_{si} = 20 - U \cdot 0{,}13 \cdot 28$: dubbel 9,8 °C, HR 16,0 °C, driedubbel 17,8 °C. Met het oude glas voelt het koud aan en condenseert er vocht; met HR of driedubbel niet meer.

**d** Welke keuze raad je aan? Noem ook een argument dat niet in euro uit te drukken is.

- Bijvoorbeeld HR-glas: sneller terugverdiend, en de oude kaders laten driedubbel glas (zwaarder, dikker) vaak niet toe. Niet in euro: comfort (geen koude straling, geen tocht langs het glas), geen condens, minder lawaai.

## 19.7 Het temperatuurverloop in een muur

Toepassen · 5 · Tekenen · 25 min

Een gerenoveerde muur bestaat van binnen naar buiten uit: pleister 15 mm ($\lambda = 0{,}5$), snelbouwsteen 140 mm ($\lambda = 0{,}40$), PUR 100 mm ($\lambda = 0{,}025$) en gevelsteen 90 mm ($\lambda = 0{,}9$). Binnen 20 °C, buiten 0 °C. $R_{si} = 0{,}13$, $R_{se} = 0{,}04$.

**a** Bereken de R-waarde van elke laag, $R_T$, $U$ en de warmtestroom $q$ per m².

- Pleister 0,03; snelbouw 0,35; PUR 4,00; gevelsteen 0,10. $R_T = 0{,}13 + 0{,}03 + 0{,}35 + 4{,}00 + 0{,}10 + 0{,}04 = 4{,}65$; $U = 0{,}215$; $q = 0{,}215 \cdot 20 = 4{,}30\ \mathrm{W/m^2}$.

**b** Bereken de temperatuur op elke grens tussen twee lagen.

- Telkens $q \cdot R$ aftrekken: binnenoppervlak $20 - 0{,}56 = 19{,}4$; pleister | snelbouw $19{,}4 - 0{,}13 = 19{,}3$; snelbouw | PUR $19{,}3 - 1{,}51 = 17{,}8$; PUR | gevelsteen $17{,}8 - 17{,}2 = 0{,}6$; buitenoppervlak $0{,}6 - 0{,}43 = 0{,}2$ °C (en de buitenlucht 0 °C).

**c** Teken het temperatuurverloop door de muur (plaats in mm horizontaal, temperatuur verticaal).

- Een bijna vlakke lijn door pleister en snelbouwsteen, een steile daling door de PUR, en weer bijna vlak door de gevelsteen: de grootste val zit in de laag met de grootste R.

## 19.8 Labo: de U-waarde van een isolatiedoos

Toepassen · 5 · Labo · 150 min

Voer de proef van het handboek uit met een doos van je keuze (EPS, karton met wol, een koelbox). Meet het vermogen met twee multimeters en log de temperatuur binnen en buiten.

**a** Teken het schakelschema van de verwarming met de twee meters, en een schets van de doos met de maten.

- Voeding in serie met de weerstand en de ampèremeter; voltmeter parallel over de weerstand. Doos met binnen- en buitenmaten.

**b** Noteer je metingen.

- De temperatuur stijgt eerst snel, daarna steeds trager (zoals in het handboek); ΔT wordt stabiel na 1,5 à 3 uur, afhankelijk van de doos.

**c** Bereken $H$ en $U$ uit de meting, en $U$ uit de lagen. Hoeveel procent verschillen ze?

- Zoals in het handboek: $H = P/\Delta T$, $U = H/A$ met de gemiddelde oppervlakte. Een meting die 5 à 20 % boven de berekening ligt, is normaal.

**d** Noem drie oorzaken van het verschil en een verbetering van de proef.

> ✓ Ribben en hoeken (koudebrug door de vorm), de naad van het deksel, de kabeldoorvoer, een ongelijke temperatuur in de doos (warm bovenaan). Verbeteren: een klein ventilatortje in de doos, naden afplakken, de sensor op meerdere plaatsen, langer meten.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Opstelling** | Vermogen correct gemeten (ampèremeter in serie, voltmeter parallel), sensor in het midden van de doos. |
| **Evenwicht** | Lang genoeg gemeten tot ΔT niet meer stijgt; opwarmkromme in een grafiek. |
| **Berekening** | H = P / ΔT, gemiddelde oppervlakte, U berekend uit de lagen met Rsi = 0,13 aan beide kanten. |
| **Discussie** | Randen en hoeken, naden, kabels en ongelijke temperatuur in de doos benoemd; zinvolle verbetering. |

## 19.9 Condens op het kasdak

●●○ Toepassen · 6 · Analyseren · 20 min

In de kweekruimte is het 's nachts 20 °C, met een relatieve vochtigheid van 70 % (dauwpunt 14,4 °C) of, na een warme dag met veel transpiratie, 80 % (dauwpunt 16,4 °C). Het kasdak heeft $U = 2{,}0$ en $R_{si} = 0{,}10$.

**a** Bereken de binnenoppervlaktetemperatuur van het dak bij 4 °C en bij −8 °C buiten.

> ✓ $T_{si} = 20 - 2{,}0 \cdot 0{,}10 \cdot (20 - T_e)$: bij 4 °C $20 - 3{,}2 = 16{,}8\,^\circ\mathrm{C}$; bij −8 °C $20 - 5{,}6 = 14{,}4\,^\circ\mathrm{C}$.

**b** Wanneer condenseert er water tegen het dak? Maak een tabel voor de vier combinaties.

> ✓ 4 °C: 16,8 °C ligt boven beide dauwpunten: geen condens bij 70 %, net geen bij 80 %. −8 °C: 14,4 °C is precies het dauwpunt bij 70 % (begint te condenseren) en ligt onder 16,4 °C bij 80 % (condens).

**c** Bij welke buitentemperatuur begint het condenseren bij 80 %?

> ✓ $20 - 0{,}2 \cdot (20 - T_e) = 16{,}4$ geeft $20 - T_e = 18$, dus $T_e = 2\,^\circ\mathrm{C}$.

**d** Is condens op het kasdak erg? Geef een nadeel en een voordeel, en een maatregel.

> ✓ Nadeel: druppels vallen op de planten (schimmelziekten), minder licht, water in het kader. Voordeel: het ontvochtigt de lucht (de damp moet ergens heen), en de condensatiewarmte blijft in het dak. Maatregelen: een nachtscherm (houdt de vochtige lucht weg van het koude dak), ventileren of ontvochtigen bij hoge vochtigheid, een dak met een coating die druppels laat aflopen.

## 19.10 Python: de wandrekenaar aanpassen

●●○ Toepassen · 6 · </> Programmeren · 25 min

Gebruik `wandrekenaar.py` van het codeblad.

**a** Vervang het kasdak door polycarbonaat van 16 mm met drie wanden ($U = 2{,}4$). Hoeveel stijgt $H$?

> ✓ Het dak gaat van $5{,}30 \cdot 2{,}0 = 10{,}6$ naar $5{,}30 \cdot 2{,}4 = 12{,}7\,\mathrm{W/K}$: $H$ stijgt met 2,1 W/K tot ongeveer 22,4 W/K.

**b** Schrijf een lus die de U-waarde van de wand (met houtvezelplaat) print voor houtfracties van 0 tot 30 % in stappen van 5 %.

```
for p in range(0, 31, 5):
    U = U_met_hout([(0.015, OSB), (0.145, WOL), (0.040, VEZEL)],
                   [(0.015, OSB), (0.145, VUREN), (0.040, VEZEL)], p / 100)
    print(p, "%", round(U, 3))
```

Uitvoer van 0,188 (0 %) tot 0,263 (30 %).

**c** Laat het programma zoeken hoe dik de wol moet zijn (zonder houtvezelplaat, met 12 % hout) om $U \leq 0{,}24$ te halen.

```
d = 0.100
while U_met_hout([(0.015, OSB), (d, WOL)], [(0.015, OSB), (d, VUREN)], 0.12) > 0.24:
    d += 0.005
print(round(d, 3), "m")
```

Uitkomst: 0,18 m. Omdat de stijlen even dik worden als de wol, helpt dikker maken minder dan je zou denken: bij 145 mm is U = 0,284.

## 19.11 Glas doorgerekend: driedubbel

Toepassen · 5 · Rekenen · 15 min

Driedubbel glas heeft drie ruiten van 4 mm ($\lambda = 1{,}0$) en twee spouwen met argon en coating, elk met $R \approx 0{,}75$.

**a** Bereken de U-waarde.

$R_T = 0{,}13 + 3 \cdot 0{,}004 + 2 \cdot 0{,}75 + 0{,}04 = 1{,}68$; $U = 0{,}59\ \mathrm{W/(m^2 \cdot K)}$.

**b** Hoeveel watt verliest een raam van 2,0 m² bij 25 °C verschil, met enkel, HR- en driedubbel glas?

Enkel $5{,}8 \cdot 2{,}0 \cdot 25 = 290\ \mathrm{W}$; HR $1{,}08 \cdot 2{,}0 \cdot 25 = 54\ \mathrm{W}$; driedubbel $0{,}59 \cdot 2{,}0 \cdot 25 = 30\ \mathrm{W}$.

**c** Waarom verbetert een derde ruit zonder coating (gewone luchtspouw, $R = 0{,}17$) veel minder? Reken.

HR + gewone luchtspouw: $R_T = 0{,}928 + 0{,}004 + 0{,}17 = 1{,}10$, $U = 0{,}91$. De coating is het belangrijkste: zonder coating gaat twee derde van de warmte als straling over de spouw.

# Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

## 19.12 Habitat: het warmteverlies van de klimaatmodule verkleinen

Uitdagen · 6 · Habitat · 50 min

De klimaatmodule verliest $H = 20{,}2\ \mathrm{W/K}$ (tabel in het handboek). Het team heeft drie voorstellen: (A) een nachtscherm onder het dak, extra weerstand 0,30 m²·K/W, dicht van 20 tot 8 uur; (B) de wanden 60 mm dikker isoleren (extra houtvezelplaat 60 mm, doorlopend); (C) warmteterugwinning op de ventilatie, die 75 % van de warmte uit de afgevoerde lucht terugwint. Reken met een winternacht van 12 uur bij 0 °C buiten en 20 °C binnen.

**a** Bereken voor elk voorstel de nieuwe $H$ (tijdens de nacht) en de besparing in Wh per winternacht.

✓ (A) $H = 16,3\ \mathrm{W/K}$, besparing $(20,2 - 16,3) \cdot 20 \cdot 12 = 953\ \mathrm{Wh}$. (B) wol: $R_T = 5,32 + 1,33 = 6,65$, $U = 0,150$; stijl: $2,29 + 1,33 = 3,62$, $U = 0,276$; gemiddeld $U = 0,165$; wanden $16,32 \cdot 0,165 = 2,7$ in plaats van 3,6 W/K: $H = 19,4$, besparing $0,86 \cdot 240 = 210\ \mathrm{Wh}$. (C) ventilatie $0,25 \cdot 3,7 = 0,9$ in plaats van 3,7: $H = 17,5$, besparing $2,8 \cdot 240 = 660\ \mathrm{Wh}$.

**b** Welk voorstel levert het meeste op? Verklaar met de verdeling van de verliezen.

✓ Het nachtscherm: het dak is meer dan de helft van het verlies, dus daar zit de meeste winst. De wanden zijn al goed geïsoleerd: nog dikker helpt weinig. De ventilatie is het tweede grootste verlies: terugwinning loont ook.

**c** Het nachtscherm houdt ook 's nachts het licht niet tegen, want de lampen branden overdag. Welke nadelen of risico's heeft het toch? Denk aan condens.

✓ Boven het scherm wordt het dak nog kouder: de vochtige lucht die tussen scherm en dak komt, condenseert daar sterk. Het scherm moet goed aansluiten, en 's ochtends druipt het water af. Het moet elke dag bediend worden (motor of met de hand), en het vangt stof.

**d** Schrijf een advies voor je portfolio: welke maatregelen, in welke volgorde, met getallen.

✓ Bijvoorbeeld: '1. Nachtscherm (spaart ongeveer 950 Wh per winternacht), goed aansluitend, geopend als de lampen aangaan. 2. Warmteterugwinning op de ventilatie (660 Wh). 3. Wanden laten zoals ze zijn. Meten: de binnentemperatuur en het verwarmingsvermogen een week met en een week zonder scherm, bij vergelijkbaar weer.'

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Berekening** | Elk voorstel correct doorgerekend: dak met scherm, wand met extra laag (beide wegen), ventilatie × 0,25. |
| **Energie** | Besparing per nacht in Wh met ΔT = 20 K en 12 uur. |
| **Afweging** | Keuze verklaard met het aandeel van elk deel; nadelen van het scherm (condens erboven, bediening) benoemd. |
| **Advies** | Concreet, met volgorde en getallen, en een meetplan om het effect na te gaan. |

## 19.13 Hoeveel hout verdraagt een wand?

Uitdagen · 6 · Analyseren · 25 min

Gebruik de grafiek 'U-waarde van de modulewand in functie van de houtfractie' uit het handboek en de U-waarden van de twee wegen.

**a** Lees af en reken na: tot welke houtfractie haalt de wand zonder houtvezelplaat de EPB-eis van 0,24?

✓ $U(f) = (1 - f) \cdot 0,226 + f \cdot 0,714 = 0,226 + 0,488\,f$. $U = 0,24$ als $f = 0,014/0,488 = 0,029$: nauwelijks 3 % hout. Onhaalbaar voor een draagwand; vandaar de doorlopende laag.

**b** Waarom lopen beide lijnen recht? Wat is hun helling, en wat betekent die?

✓ $U$ is een gewogen gemiddelde, lineair in $f$. De helling is $U_{\mathrm{hout}} - U_{\mathrm{wol}}$: 0,488 zonder en 0,249 met houtvezelplaat. Elke procent hout kost 0,0049 of 0,0025 W/(m²·K).

**c** Een timmerman zet de stijlen op 40 cm in plaats van 60 cm (stijlen 45 mm breed). Schat de nieuwe houtfractie (reken ook regels en randen: + 4,5 %) en de U-waarde met houtvezelplaat.

> ✓ Stijlen: $45/400 = 11{,}25\,\%$, plus 4,5 %: $f \approx 16\,\%$. $U = 0{,}188 + 0{,}249 \cdot 0{,}16 = 0{,}228\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)}$: nog altijd onder 0,24, dankzij de houtvezelplaat.

## 19.14 Debat: driedubbel glas in een serre?

Uitdagen · 6 · Argumenteren · 25 min

Een tuincentrum bouwt een nieuwe serre voor planten in de winter. De architect stelt driedubbel glas voor (U = 0,6, lichtdoorlaat ± 70 %), de tuinder wil enkel glas (U = 5,8, ± 90 %) met een nachtscherm, zoals in de glastuinbouw gebruikelijk is.

**a** Geef twee argumenten voor elk standpunt, met een getal.

> ✓ Driedubbel: bijna tien keer minder verlies (0,6 tegenover 5,8), geen condens (binnenoppervlak ± 18 °C bij −8 °C), veel lagere stookkosten. Enkel glas: 90 % licht tegenover 70 %, veel lichter en goedkoper, het nachtscherm halveert 's nachts het verlies wanneer licht er niet toe doet.

**b** Een plant groeit ongeveer evenredig met het licht dat ze krijgt, zolang er niet te veel is. Waarom weegt 20 % minder licht in de winter zwaar door?

> ✓ In de winter is er al weinig licht: de plant groeit dan beperkt door licht, en 20 % minder licht betekent ongeveer 20 % minder groei, net wanneer de dagen kort zijn.

**c** Welk compromis stel je voor? Denk aan het kasdak van de klimaatmodule.

> ✓ Bijvoorbeeld: dubbel HR-glas (U ≈ 1,1, ± 80 % licht) of meerwandig polycarbonaat, met een nachtscherm voor de nacht en groeilampen voor de donkerste weken. Het kasdak van de module doet hetzelfde: polycarbonaat 16 mm (U = 2,0) met een nachtscherm.

## 19.15 Ontwerp: een warme kast voor de batterij

Uitdagen · 7 · Ontwerpen · 45 min

De LiFePO4-batterij van de module (± 14 kg, 33 × 17 × 22 cm) mag niet geladen worden onder 0 °C (hoofdstuk 16). Stel dat de verwarming van het station uitvalt en de technische hoek tot −10 °C afkoelt. Een verwarmingsmat van 10 W onder de batterij, gevoed door de batterij zelf, moet ze boven 5 °C houden. Ontwerp een kast van EPS ($\lambda = 0{,}035$) rond de batterij, met 3 cm lucht rondom.

**a** Hoe groot mag $H$ van de kast hoogstens zijn?

> ✓ $H \le P/\Delta T = 10/(5 - (-10)) = 0{,}67\,\mathrm{W/K}$.

**b** Schat de oppervlakte van de kast (gemiddelde maat) en bereken de minimale dikte van het EPS, met $R_{si} = R_{se} = 0{,}13$.

> ✓ Binnenmaat met 3 cm lucht: 39 × 23 × 28 cm. Met een wand van enkele cm is de gemiddelde maat ongeveer 42 × 26 × 31 cm: $A = 2\,(0{,}42 \cdot 0{,}26 + 0{,}42 \cdot 0{,}31 + 0{,}26 \cdot 0{,}31) = 0{,}64\,\mathrm{m^2}$. Nodig: $U \le 0{,}67/0{,}64 = 1{,}05$, dus $R_T \ge 0{,}95$ en $d \ge 0{,}035 \cdot (0{,}95 - 0{,}26) = 0{,}024\,\mathrm{m}$.

**c** Welke dikte kies je, en waarom meer dan het minimum? Denk aan koudebruggen.

> Bijvoorbeeld 5 cm: de ribben en hoeken, de kabeldoorvoer en het deksel verliezen meer dan de berekening (zoals in de proef, 10 à 20 % en meer), en dan is er reserve. Met 5 cm is $U = 1/(0{,}26 + 1{,}43) = 0{,}59$; de gemiddelde maat wordt 44 × 28 × 33 cm ($A = 0{,}72\,\mathrm{m^2}$), dus $H = 0{,}43\,\mathrm{W/K}$: ruim onder 0,67.

**d** Hoeveel energie kost de mat per dag, en hoe lang houdt de batterij dat vol (1,2 kWh bruikbaar)?

> Als de mat voortdurend aan is: $10 \cdot 24 = 240\,\mathrm{Wh}$ per dag, 20 % van 1,2 kWh: vijf dagen. Met 5 cm EPS is ze maar ongeveer $0{,}43 \cdot 15/10 = 64\,\%$ van de tijd aan: ongeveer 150 Wh per dag, acht dagen.

**e** Maak een schets van de kast met de maten en de doorvoer van de kabels.

> Een doos met deksel, binnen 39 × 23 × 28 cm, wanden 5 cm, overlappende naden, één doorvoer voor de kabels met een rubber tule, de mat onder de batterij, een temperatuursensor op de batterij.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Eis | Maximale H uit het vermogen en het temperatuurverschil. |
| Berekening | Oppervlakte correct geschat, R_T en dikte met overgangsweerstanden. |
| Keuze | Veiligheidsmarge verantwoord (randen, kabels, deksel), dikte rond afgerond. |
| Energie en schets | Dagverbruik tegenover de batterij; schets met maten, doorvoer en deksel. |

## 19.16 Een winterweek in de klimaatmodule

Uitdagen · 7 · Rekenen · 30 min

In een koude week in januari meet de weerstation van het station deze daggemiddelden buiten: −2, 0, 1, −4, −6, −1 en 2 °C. De module blijft 20 °C, verliest 20,2 W/K overdag en 16,3 W/K 's nachts (nachtscherm, 12 uur). De lampen (190 W) branden 16 uur per dag en hun energie komt volledig als warmte in de module terecht.

**a** Bereken het gemiddelde warmteverlies per dag in kWh (gebruik het weekgemiddelde en het gemiddelde van dag- en nachtverlies).

> Weekgemiddelde: $(-2 + 0 + 1 - 4 - 6 - 1 + 2)/7 = -1{,}43\,^\circ\mathrm{C}$, dus $\Delta T = 21{,}4\,\mathrm{K}$. Gemiddelde $H = (20{,}2 + 16{,}3)/2 = 18{,}3\,\mathrm{W/K}$. Per dag: $18{,}3 \cdot 21{,}4 \cdot 24 = 9400\,\mathrm{Wh} = 9{,}4\,\mathrm{kWh}$.

**b** Hoeveel warmte leveren de lampen per dag, en hoeveel moet de verwarming van het station bijleveren?

> Lampen: $190 \cdot 16 = 3040\,\mathrm{Wh} = 3{,}0\,\mathrm{kWh}$. Station: $9{,}4 - 3{,}0 = 6{,}4\,\mathrm{kWh}$ warmte per dag.

**c** Het station verwarmt met een warmtepomp met COP 3 (3 kWh warmte per kWh elektriciteit, hoofdstuk E16). Hoeveel elektriciteit kost de module per dag voor warmte? Vergelijk met de batterij van de module.

> $6{,}4/3 = 2{,}1\,\mathrm{kWh}$ elektriciteit per dag: bijna het dubbele van de hele bruikbare batterij (1,2 kWh). De verwarming hoort bij het energiesysteem van het station, niet bij dat van de module.

**d** Waarom is het slim dat de lampen in de module hangen, en niet in een onverwarmde ruimte?

> De elektrische energie van de lampen wordt uiteindelijk volledig warmte: in de module is die warmte nuttig (ze spaart 3,0 kWh verwarming per dag), in een onverwarmde ruimte zou ze verloren gaan.

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 20

# Zonne-energie dimensioneren

**Hoeveel zon, hoeveel panelen, hoeveel batterij: de klimaatmodule op eigen zonnestroom**

Uitgewerkte oplossingen bij de 16 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

5× oefenen · 7× toepassen · 4× uitdagen · ± 385 min

E Energie · L Elektriciteit en elektronica · W Wiskundig modelleren



Vier panelen onder 60° voor de klimaatmodule: steil, om de lage winterzon zo goed mogelijk te vangen.

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

## ●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

### 20.1 Watt per vierkante meter en volle zonuren

●○○ Oefenen · 3 · Rekenen · 10 min

Gebruik de grafiek met de zonnestraling per uur uit het handboek.

a Buiten de dampkring valt 1361 W/m², aan de grond op een heldere middag ongeveer 1000 W/m². Waar blijft het verschil?

Het wordt in de dampkring weerkaatst (wolken, stof) en verstrooid, en opgenomen door waterdamp, ozon en andere gassen. Een deel van het verstrooide licht komt als diffuus licht toch nog aan.

**b** Op een gemiddelde junidag valt 4,5 kWh per m² op het paneel. Hoeveel volle zonuren is dat? En in december (1,5 kWh/m²)?

✓ Juni: 4,5 volle zonuren (4,5 kWh/m² gedeeld door 1 kW/m²). December: 1,5 volle zonuren.

**c** Hoeveel zonlicht (kWh) valt er op een gemiddelde junidag op de vier panelen van de module (samen 6,6 m²)?

✓ $4{,}5 \cdot 6{,}6 = 30\,\text{kWh}$ zonlicht per dag.

## 20.2 Rendement en wattpiek

Oefenen · 3 · Rekenen · 10 min

Een modern paneel meet 1,72 m × 1,13 m en heeft een piekvermogen van 425 Wp.

**a** Bereken het rendement onder standaardtestcondities.

✓ $\eta = \dfrac{425}{1000 \cdot 1{,}72 \cdot 1{,}13} = \dfrac{425}{1944} = 21{,}9\,\%$.

**b** Welk vermogen levert het bij 600 W/m², als de cel 25 °C blijft?

✓ $P = 425 \cdot 0{,}600 = 255\,\text{W}$.

**c** Hoeveel m² paneel heb je per kWp nodig met dit paneel, en met het paneel van de klimaatmodule (350 Wp, 1,65 m²)?

✓ Nieuw paneel: $1{,}944 / 0{,}425 = 4{,}57\,\text{m}^2$ per kWp. Paneel van de module: $1{,}65 / 0{,}350 = 4{,}71\,\text{m}^2$ per kWp. Het hogere rendement spaart 3 % oppervlakte: voor 1,40 kWp 6,4 m² in plaats van 6,6 m².

## 20.3 De invalshoek

Oefenen · 4 · Rekenen · 15 min

Gebruik $\theta = |(90^\circ - \beta) - h|$ en $G = G_n \cos\theta$ (middaguur, paneel op het zuiden).

**a** Vul in voor $G_n = 900\ \mathrm{W/m^2}$ op 21 juni ($h = 62{,}4°$) en $G_n = 600\ \mathrm{W/m^2}$ op 21 december ($h = 15{,}6°$).

0°: $\theta = 27{,}6°$ juni, $G = 797$; $74{,}4°$ december, $G = 161$
39°: $11{,}4°$ juni, $G = 882$; $35{,}4°$ december, $G = 489$
60°: $32{,}4°$ juni, $G = 760$; $14{,}4°$ december, $G = 581$

**b** Bij welke hellingshoek vangt het paneel op 21 maart ($h = 39{,}2°$) het meeste direct licht?

$\theta = 0$ als $90° - \beta = h$, dus $\beta = 90° - 39{,}2° = 50{,}8°$: gelijk aan de breedtegraad van Brussel.

## 20.4 Een verbruik in wattuur

Oefenen · 3 · Rekenen · 10 min

Een kleine kweekkast voor zaailingen heeft deze verbruikers.

**a** Vul de tabel aan en bereken het verbruik per dag.

Ledpaneel 560 Wh, ventilatortje 36 Wh, mat 120 Wh, microcontroller 19,2 Wh; totaal 735 Wh per dag.

**b** Welk deel van het verbruik gaat naar licht? Waar zou je eerst besparen?

560 / 735 = 76 %. Eerst het licht: een uur minder, een efficiëntere lamp, of de lamp dichter bij de planten. Daarna de mat (isoleren).

## 20.5 Batterijtaal

Oefenen · 4 · Begrijpen · 10 min

Kies telkens het juiste antwoord.

**a** Een LiFePO4-batterij van 12,8 V en 100 Ah bij 80 % ontlaaddiepte: hoeveel energie is bruikbaar?

- A 1,28 kWh
- B 1,02 kWh
- C 0,80 kWh
- D 100 Wh

✓ $0{,}8 \cdot 100 \cdot 12{,}8 = 1024\,\text{Wh} \approx 1{,}02\,\text{kWh}$.

**b** Wat betekent 'drie dagen autonomie'?

- A de batterij is na drie dagen versleten
- B de batterij voedt de verbruikers drie dagen zonder dat er energie bijkomt
- C de panelen laden de batterij in drie dagen vol
- D de batterij gaat drie jaar mee

✓ De batterij voedt de verbruikers drie dagen zonder dat er energie bijkomt.

**c** Een batterij van 120 Ah laadt met 60 A. Hoeveel is dat in C?

- A 0,5 C
- B 2 C
- C 60 C
- D 7200 C

✓ $60/120 = 0{,}5$ C: de batterij zou in twee uur vol zijn.

**d** Waarom helpt een grotere batterij niet tegen het wintertekort van de module?

✓ Omdat de panelen in de winter over een hele dag minder leveren dan de module verbruikt: de batterij wordt nooit meer volgeladen, hoe groot ze ook is.

●●○ Toepassen

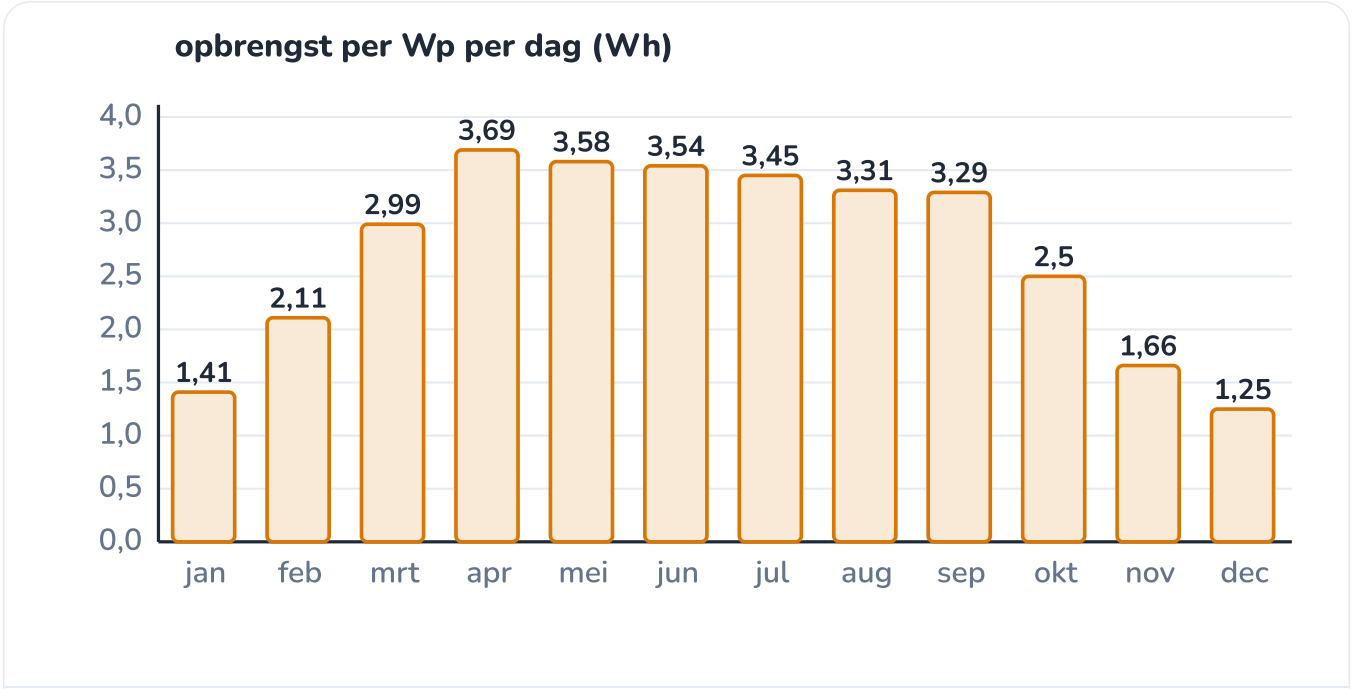
## Toepassen

meerdere stappen, in een context

### 20.6 PVGIS lezen

●●○ Toepassen · 5 · Analyseren · 20 min

Gebruik het staafdiagram van PVGIS (Brussel, 60° zuid) uit het handboek.




Opbrengst per Wp per dag, per maand.

**a** Welke maand levert het meest per dag, welke het minst? Hoeveel keer meer?

April 3,69, december 1,25 Wh per Wp per dag: bijna drie keer (2,95) zoveel.

**b** Een wegwijzer met een lampje en een sensor verbruikt 20 Wh per dag, het hele jaar. Hoeveel Wp is nodig voor december? En voor juni?

December: $20/1{,}25 = 16\,\text{Wp}$; juni: $20/3{,}54 = 5{,}6\,\text{Wp}$. Kies voor het hele jaar minstens 16 Wp, met wat reserve 20 Wp.

**c** Waarom is de opbrengst in april hoger dan in juni, terwijl de dagen in juni langer zijn? Gebruik de hellingshoek.

Onder 60° staat het paneel in juni niet loodrecht op de hoge middagzon (θ = 32,4°, cos = 0,84); in april is de zon lager (± 50°) en valt ze bijna loodrecht in. Bovendien zijn panelen in april koeler dan in juni.

**d** Schat de jaaropbrengst van een paneel van 10 Wp.

Ongeveer 10 kWh per jaar (998 Wh per Wp).

## 20.7 Een warm paneel levert minder

Toepassen · 5 · Rekenen · 15 min

Een paneel van 350 Wp: NOCT 45 °C, $\gamma = -0{,}35\,\%$ per K. Gebruik de vuistregels van het handboek.

**a** Bereken de celtemperatuur en het vermogen op een zomermiddag: 900 W/m², lucht 30 °C.

$T_{\text{cel}} = 30 + \dfrac{25}{800} \cdot 900 = 58{,}1\,^\circ\text{C}$; $P = 350 \cdot 0{,}9 \cdot (1 - 0{,}0035 \cdot 33{,}1) = 315 \cdot 0{,}884 = 279\,\text{W}$.

**b** Bereken hetzelfde op een heldere wintermiddag: 600 W/m², lucht –5 °C.

✓ $T_{\text{cel}} = -5 + 18{,}75 = 13{,}8\,^\circ\text{C}$; $P = 350 \cdot 0{,}6 \cdot (1 + 0{,}0035 \cdot 11{,}2) = 210 \cdot 1{,}039 = 218\,\text{W}$: meer dan 60 % van de wattpiek.

**c** Een paneel dat vlak op een dak ligt zonder luchtspleet, heeft een NOCT van 55 °C. Hoeveel levert het op de zomermiddag?

✓ $T_{\text{cel}} = 30 + \frac{35}{800} \cdot 900 = 69{,}4\,^\circ\text{C}$; $P = 315 \cdot (1 - 0{,}0035 \cdot 44{,}4) = 315 \cdot 0{,}845 = 266\,\text{W}$: 13 W minder.

## 20.8 Labo: de I-U-kromme en het maximale vermogen

●●○ Toepassen · 5 · Labo · 50 min

Voer de proef van het handboek uit met een klein paneel, in de zon of onder een krachtige lamp.

**a** Teken het schakelschema met de ampèremeter, de voltmeter en de potentiometer.

✓ Paneel, ampèremeter en potentiometer in één lus; voltmeter parallel over de klemmen van het paneel.

**b** Meet minstens twaalf punten van kortsluiting tot open klemmen, dichter bij elkaar rond de knik.

✓ Zoals in het handboek: de stroom blijft bijna gelijk tot ongeveer 80 % van de openklemspanning, en zakt dan snel.

**c** Teken de I-U- en de P-U-kromme en bepaal het MPP.

✓ Het MPP ligt bij ongeveer 75 à 85 % van de openklemspanning; het vermogen ligt dicht bij de wattpiek maal G/1000, iets lager door de warmte.

**d** Herhaal twee metingen met het paneel onder 45° van de zon. Wat verandert er het meest: de stroom of de spanning? Verklaar.

✓ De stroom daalt ongeveer met $\cos 45^\circ = 0{,}71$ (hij is evenredig met het opgevangen licht); de spanning daalt maar een beetje (ze hangt logaritmisch af van het licht). Het vermogen daalt dus ongeveer zoals de stroom.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Schema en meting | Ampèremeter in serie, voltmeter over het paneel; minstens twaalf punten, dichter bij de knik. |
| Grafieken | Twee krommen met grootheden en eenheden; MPP aangeduid met spanning, stroom en vermogen. |
| Verklaring | Kortsluitstroom evenredig met het licht (cos θ); spanning verandert weinig; de rol van de MPPT-regelaar. |
| Rendement | Instraling gemeten of geschat, oppervlakte, rendement met een redelijke onzekerheid. |

## 20.9 Een tuinhuis op zonne-energie

Toepassen · 5 · Rekenen · 25 min

Een tuinhuis zonder netaansluiting wordt van april tot september gebruikt. Verbruikers: ledlampen 12 W (3 h per dag), radio 5 W (2 h), laptop laden 45 W (1,5 h), fonteinpompje 20 W (6 h), router 6 W (24 h). Paneel op het zuiden onder 60°; LiFePO4-batterij van 12,8 V met 80 % ontlaaddiepte.

**a** Stel het energiebudget op.

✓ Ledlampen 36 Wh, radio 10 Wh, laptop 67,5 Wh, pompje 120 Wh, router 144 Wh: samen 377,5 Wh per dag.

**b** Welke maand is kritiek? Hoeveel Wp is nodig, met 10 % marge?

✓ September (3,29 Wh per Wp, de laagste van april tot september): $377{,}5 / 3{,}29 = 115\ \text{Wp}$, met 10 % marge 126 Wp: bijvoorbeeld één paneel van 150 Wp.

**c** Hoe groot moet de batterij zijn voor twee dagen autonomie (in Ah)?

✓ $2 \cdot 377{,}5 = 755\ \text{Wh}$ bruikbaar; nominaal $755 / 0{,}8 = 944\ \text{Wh}$; $944 / 12{,}8 = 74\ \text{Ah}$: kies 100 Ah.

**d** Welke verbruiker maak je afschakelbaar, en welke niet? Waarom?

✓ Afschakelbaar: het fonteinpompje (grootste verbruiker na de router, en overbodig bij grijs weer), eventueel de laptop. Niet: de lampen als er iemand is. De router is de grootste post: zet hem op een tijdschakelaar in plaats van 24 uur aan.

## 20.10 Python: de energiebudget-rekenaar als ontwerpgereedschap

Toepassen · 6 · Programmeren · 30 min

Gebruik `energiebudget.py` van het codeblad.

**a** Zet `BATTERIJ = 2458` (twee batterijen). Welke maanden krijgen nu 'ok'?

✓ Maart tot oktober: 'ok' (de nachten van 1,24 en 1,44 kWh passen nu); november tot februari blijven 'te weinig zon'.

**b** Probeer 3, 5 en 6 panelen. Welke maanden sluiten telkens met een positief saldo?

✓ 3 panelen: april tot september. 5 panelen: februari tot oktober. 6 panelen: februari tot november. December en januari halen zelfs 6 panelen niet.

**c** Voeg een functie toe die voor een maand berekent hoeveel lichturen er maximaal mogelijk zijn, als de lampen alleen de energie mogen gebruiken die na het basisverbruik overblijft (met 95 % laadrendement). Hoeveel is dat in december?

```python
def max_lichturen(m):
    zon = WH_PER_WP[m] * kWp * 1000          # Wh per dag
    rest = zon * ETA_LADEN - 230              # na het basisverbruik
    return max(0, min(16, rest / 190))

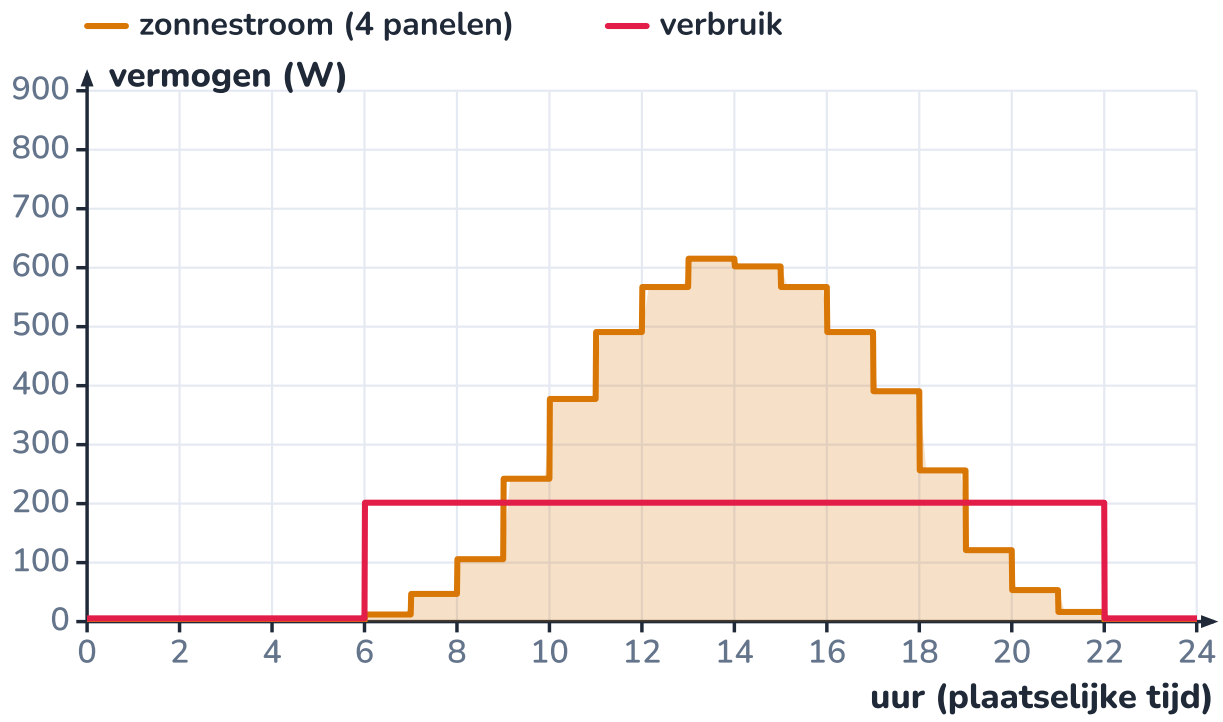
print(round(max_lichturen(11), 1))           # december: 7.5
```

December: ongeveer 7,5 uur; januari 8,7; november 10,4; februari 13,6 uur.

## 20.11 Een dag in juni, uur per uur

Toepassen · 5 · Analyseren · 20 min

Gebruik de grafiek van een gemiddelde junidag uit het handboek (zonnestroom en verbruik per uur).




Gemiddelde junidag: zonnestroom van vier panelen en verbruik van de module.

**a** Tussen welke uren laadt de batterij? Wanneer levert ze?

Van ongeveer 9 tot 19 uur is de zonnestroom groter dan het verbruik: de batterij laadt. Van 6 tot 9 uur, van 19 tot 22 uur en de hele nacht levert ze.

**b** Hoe lees je in de grafiek af hoeveel energie de batterij levert? Schat het en vergelijk met de rekenaar.

Als de oppervlakte tussen de verbruikslijn en de zonnekromme, waar het verbruik boven de zon ligt: 's ochtends ongeveer 440 Wh, 's avonds ongeveer 410 Wh, 's nachts 8 × 5,5 = 44 Wh. Samen ongeveer 0,9 kWh, zoals de rekenaar (0,90 kWh).

c De lampen branden van 6 tot 22 uur. Welk ander schema zou minder uit de batterij vragen? Waarom maakt het in juni weinig uit, en in maart wel?

Een schema dat symmetrisch rond de middag ligt (bij zomertijd ongeveer 5.45 tot 21.45 uur), zodat zo weinig mogelijk lichturen buiten de zon vallen. In juni is de dag bijna 16 uur lang: het schema past bijna vanzelf. In maart is de dag maar 12 uur: dan vallen er altijd 4 à 6 lichturen in het donker, en elke verschuiving naar de verkeerde kant kost een uur batterij (± 0,2 kWh).

## 20.12 12 V, 24 V of 48 V?

Toepassen · 6 · Rekenen · 20 min

Op een zonnige middag levert de laadregelaar 1400 W aan de batterij. De kabel van de regelaar naar de batterij is 3 m lang (heen en terug 6 m), koper met een doorsnede van 16 mm² ($\rho = 0{,}0175\,\Omega \cdot \mathrm{mm}^2/\mathrm{m}$).

a Bereken de weerstand van de kabel (heen en terug).

$R = \rho \cdot \frac{L}{A} = 0{,}0175 \cdot \frac{6}{16} = 0{,}0066\,\Omega$.

b Bereken de stroom en het verlies in de kabel ($P = I^2R$) bij een systeem van 14 V, 28 V en 56 V (laadspanning).

14 V: $I = 100$ A, $P = 100^2 \cdot 0{,}0066 = 66$ W (4,7 %). 28 V: 50 A, 16 W (1,2 %). 56 V: 25 A, 4,1 W (0,3 %). Dubbele spanning: halve stroom en een vier keer kleiner verlies.

c Waarom kiezen grote installaties voor 48 V of meer? Waarom blijft de module toch op 12,8 V?

Bij hogere spanning is de stroom kleiner: dunnere kabels, kleinere zekeringen, minder verlies. De module blijft op 12,8 V omdat de batterij en alle verbruikers (pomp, ventilatoren, lampen, 12 V uit de meetkas) daarvoor gekozen zijn; de kabel tussen regelaar en batterij houd je kort en dik. Bij een uitbreiding naar meer panelen is 24 of 48 V de betere keuze.

# Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

## 20.13 Habitat: zonnepaneel en batterij van de klimaatmodule

Uitdagen · 7 · Habitat · 60 min

Gebruik het energiebudget, de rekenaar en de maandtabel van het handboek. Het team twijfelt tussen drie ontwerpen. A: 4 panelen, 1 batterij van 120 Ah, lampen afschakelbaar. B: 4 panelen, 2 batterijen van 120 Ah (de keuze van het handboek). C: 6 panelen (twee laadregelaars) en 2 batterijen. Rekenwaarden: paneel € 110, laadregelaar 100 A € 450, batterij 120 Ah € 450 (14 kg).

a Maak voor elk ontwerp een tabel: kWp, kosten, massa van de batterijen, maanden waarin de module op een gemiddelde dag volledig op eigen zon draait.

A: 1,40 kWp, $4 \cdot 110 + 450 + 450 = 1340$ euro, 14 kg, 'ok' van april tot september (maart en oktober: batterij te klein). B: 1,40 kWp, 1790 euro, 28 kg, maart tot oktober. C: 2,10 kWp, $6 \cdot 110 + 2 \cdot 450 + 2 \cdot 450 = 2460$ euro, 28 kg, februari tot november.

**b** Hoeveel uren licht per dag kan elk ontwerp in december geven zonder hulp van het station?

✓ A en B: $(1750 \cdot 0{,}95 - 230)/190 = 7{,}5\,\text{h}$. C: zon $2{,}10 \cdot 1{,}25 = 2{,}63\,\text{kWh}$, $(2625 \cdot 0{,}95 - 230)/190 = 11{,}9\,\text{h}$.

**c** Wat gebeurt er in ontwerp A op een grijze dag in juli (de panelen leveren 1,5 kWh)? En in ontwerp B?

✓ Een grijze julidag geeft 1,5 kWh: na het basisverbruik blijft er ± 1,2 kWh voor de lampen (± 6 uur). In A is de batterij 's ochtends al ± 0,9 kWh ontladen: het energiebeheer zet de lampen na enkele uren uit (onder 40 %) en houdt 20 % reserve voor pomp en ventilatie. In B blijft er 's ochtends nog ± 1,5 kWh bruikbaar: de lampen branden langer, en de basis is dagen veilig.

**d** Kies een ontwerp en schrijf een verantwoording van acht à tien regels voor je portfolio, met getallen, en met wat er in de winter gebeurt.

✓ Bijvoorbeeld B: 'Voor € 450 extra draait de module twee maanden langer volledig op zon (maart en oktober) en heeft ze reserve voor een grijze dag. C kost € 670 meer dan B voor nog twee maanden, maar vraagt twee regelaars en meer dakruimte, en haalt december en januari nog steeds niet. In de winter krijgen de lampen wat de zon levert (± 7,5 h in december); wie meer wil, heeft het station nodig.'

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Vergelijking | Drie ontwerpen correct doorgerekend: kWp, kosten, massa, maanden 'ok' uit de rekenaar. |
| Winter | Lichturen in december per ontwerp; besef dat geen batterij het wintertekort oplost. |
| Grijze dag | Energiebeheer in actie: welke verbruikers blijven werken, hoe lang, met welke reserve. |
| Verantwoording | Keuze met getallen, afweging kosten tegenover teeltmaanden, eerlijk over de zwakke plek. |

## 20.14 Hoeveel sla per kWh?

Uitdagen · 6 · Rekenen · 20 min

In de kweekruimte groeien 48 kroppen sla in 35 dagen tot ± 200 g per krop (hoofdstuk 14). De lampen verbruiken 3,04 kWh per dag, de hele module 3,27 kWh. Stroom kost € 0,30 per kWh (hoofdstuk 4).

**a** Hoeveel kWh verbruiken de lampen voor één teelt? Hoeveel per krop en per kg sla?

✓ $3{,}04 \cdot 35 = 106\,\text{kWh}$ per teelt; $106/48 = 2{,}2\,\text{kWh}$ per krop; $2{,}2/0{,}2 = 11\,\text{kWh}$ per kg (met de hele module $3{,}27 \cdot 35/48/0{,}2 = 11{,}9\,\text{kWh/kg}$).

**b** Hoeveel kost de elektriciteit per krop? Vergelijk met de prijs van een krop in de winkel.

✓ $2{,}2 \cdot 0{,}30 = 0{,}67$ euro per krop, alleen aan licht. In de winkel kost een krop sla meestal ongeveer een euro: de elektriciteit voor het licht zou al twee derde daarvan zijn. Op eigen zonnestroom is die energie gratis, maar de panelen en batterijen niet.

**c** Onderzoekers vinden voor sla in volledig belichte teeltruimtes 10 à 18 kWh per kg. Ligt de module in dat gebied? Hoe zou je minder kWh per kg halen?

✓ Ja, aan de onderkant (11 à 12 kWh/kg). Minder kan met daglicht door het kasdak in de lente en de zomer (lampen dimmen als de zon schijnt), efficiëntere lampen, reflecterende wanden, lampen dichter bij de planten, en meer planten per m² onder hetzelfde licht.

## 20.15 Ontwerp: een autonome sensorpaal

Uitdagen · 7 · Ontwerpen · 45 min

Op 200 m van het station komt een weerpaal met een sensor voor wind, temperatuur en zonlicht en een zendertje. Samen 0,60 W, dag en nacht, het hele jaar. De paal moet vijf grijze decemberdagen na elkaar overbruggen. Er is geen kabel naar het station, en in de winter vriest het er tot −15 °C.

**a** Bereken het verbruik per dag en het piekvermogen voor december (paneel onder 60°).

✓ $0{,}60 \cdot 24 = 14{,}4\ \text{Wh}$ per dag. December: $14{,}4 / 1{,}25 = 11{,}5\ \text{Wp}$.

**b** Bereken de batterij voor vijf dagen autonomie, als loodaccu (12 V, 50 % ontlaaddiepte) en als LiFePO4 (12,8 V, 80 %).

✓ Vijf dagen: $5 \cdot 14{,}4 = 72\ \text{Wh}$ bruikbaar. Lood: $72 / 0{,}5 = 144\ \text{Wh}$, $144 / 12 = 12\ \text{Ah}$. LiFePO4: $72 / 0{,}8 = 90\ \text{Wh}$, $90 / 12{,}8 = 7\ \text{Ah}$.

**c** Welk batterijtype kies je, gezien de vorst? Verantwoord met hoofdstuk 16.

✓ LiFePO4 mag niet geladen worden onder 0 °C, en de paal staat in de vorst. Opties: een loodaccu (AGM) van ± 20 Ah (extra marge omdat lood in de kou minder levert), of LiFePO4 met een BMS dat het laden onder 0 °C blokkeert en een geïsoleerde kast waarin de batterij overdag opwarmt. Voor zo'n klein verbruik is AGM de eenvoudigste en robuuste keuze.

**d** Waarom is een paneel van precies het berekende piekvermogen in de praktijk te klein? Kies een paneel en verantwoord.

✓ Na vijf grijze dagen moet het paneel de batterij ook weer vullen, bovenop het dagverbruik, en in december zijn er weinig heldere dagen. Daarnaast verliezen laden en de regelaar energie. Kies bijvoorbeeld 30 à 50 Wp: dan vult één gemiddelde decemberdag (37 à 62 Wh) een groot deel van het tekort.

**e** Maak een schets van de paal met paneel, batterijkast en sensoren, met de hoek van het paneel.

✓ Een paal met het paneel bovenaan onder 60° naar het zuiden, de sensoren erboven (vrij van het paneel), de batterijkast onderaan in de schaduw van het paneel, en een aarding tegen blikseminslag.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Budget en paneel | Verbruik per dag, piekvermogen voor december, marge voor grijze dagen en terugladen. |
| Batterij | Beide types correct gedimensioneerd in Wh en Ah. |
| Keuze | Koude correct meegewogen: LiFePO4 niet laden onder 0 °C, lood in de kou minder capaciteit; oplossing verantwoord. |
| Schets | Paneel onder 60° op het zuiden, geïsoleerde batterijkast, geen schaduw op het paneel. |

## 20.16 Debat: meer panelen of een grotere batterij?

Uitdagen · 6 · Argumenteren · 25 min

Twee teamleden verschillen van mening. Lotte: 'Panelen zijn goedkoop; met acht panelen draait de module het hele jaar op zon.' Sami: 'Panelen helpen niets als de zon niet schijnt; we hebben meer batterij nodig.'

**a** Waar heeft Lotte gelijk, en waar niet? Gebruik getallen uit het handboek.

Lotte: acht panelen (2,8 kWp) leveren in december gemiddeld 3,5 kWh per dag, genoeg voor het budget. Maar bij 12 V is dat 200 A laadstroom, in de zomer een overschot van meer dan 6 kWh per dag, veel dakruimte, en op een grijze decemberdag nog steeds te weinig.

**b** Waar heeft Sami gelijk, en waar niet?

Sami: voor de nacht en voor grijze dagen is een batterij nodig; met één batterij haalt de module de nachten in maart en oktober niet. Maar een batterij maakt geen energie: tegen het wintertekort (tot 1,5 kWh per dag, weken lang) helpt ze niet.

**c** Formuleer een regel die beide standpunten verbindt: waarvoor dienen panelen, waarvoor een batterij?

Panelen bepalen hoeveel energie er per dag binnenkomt (de balans over een dag of een seizoen); een batterij verschuift energie binnen die dag en over een paar dagen (de nacht, een grijze dag). Een tekort over een dag los je op met panelen of minder verbruik, een tekort over een nacht met batterij.

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 21

# De wetten van Kirchhoff

**Twee wetten die elk netwerk doorrekenen, van een breadboard tot de voeding van een hele module**

Uitgewerkte oplossingen bij de 17 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

5× oefenen · 7× toepassen · 5× uitdagen · ± 412 min

L Elektriciteit en elektronica · W Wiskundig modelleren



Wie een verdeelkast begrijpt, ziet knooppunten en mazen: waar stromen samenkomen en waar spanningen verdeeld worden.

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

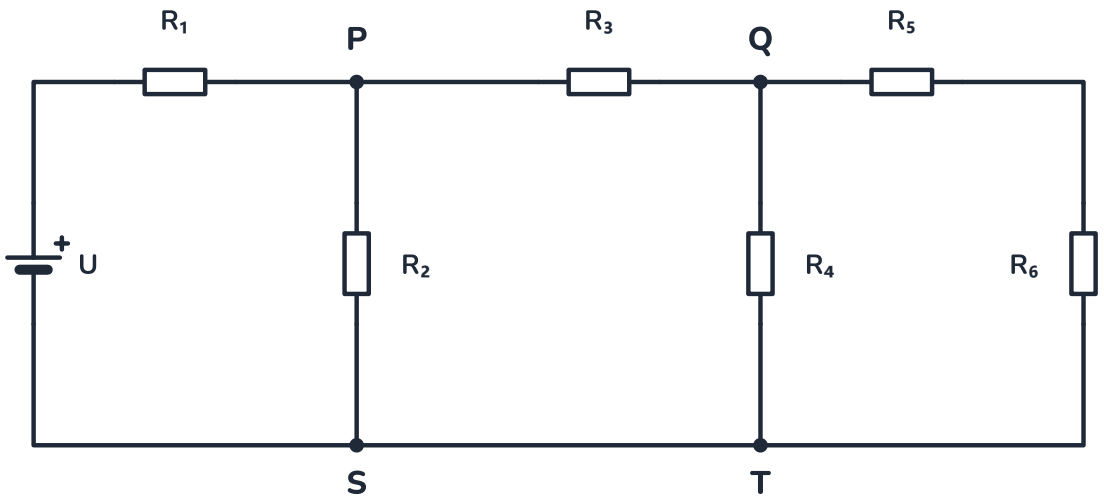
## ●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

### 21.1 Knooppunten, takken en mazen tellen

●○○ Oefenen · 3 · Begrijpen · 10 min

Bekijk het netwerk. De letters P, Q, S en T staan bij de bolletjes.




Een bron en zes weerstanden.

**a** Hoeveel knooppunten heeft dit netwerk? Let op S en T.

✓ Drie: P, Q, en de onderste draad. S en T zijn verbonden door een draad zonder onderdelen: ze liggen op dezelfde potentiaal en vormen samen één knooppunt.

**b** Noem alle takken (welke onderdelen zitten in elke tak?).

✓ Vijf takken: (1) bron en $R_1$ (van de onderste draad naar P), (2) $R_2$ (P naar onder), (3) $R_3$ (P naar Q), (4) $R_4$ (Q naar onder), (5) $R_5$ en $R_6$ (Q naar onder).

**c** Hoeveel onafhankelijke maasvergelijkingen heb je nodig? Controleer met $b - k + 1$.

✓ $b - k + 1 = 5 - 3 + 1 = 3$: drie vergelijkingen, één per venster. Met twee knooppuntvergelijkingen ($k - 1 = 2$) heb je er samen vijf, voor vijf stromen.

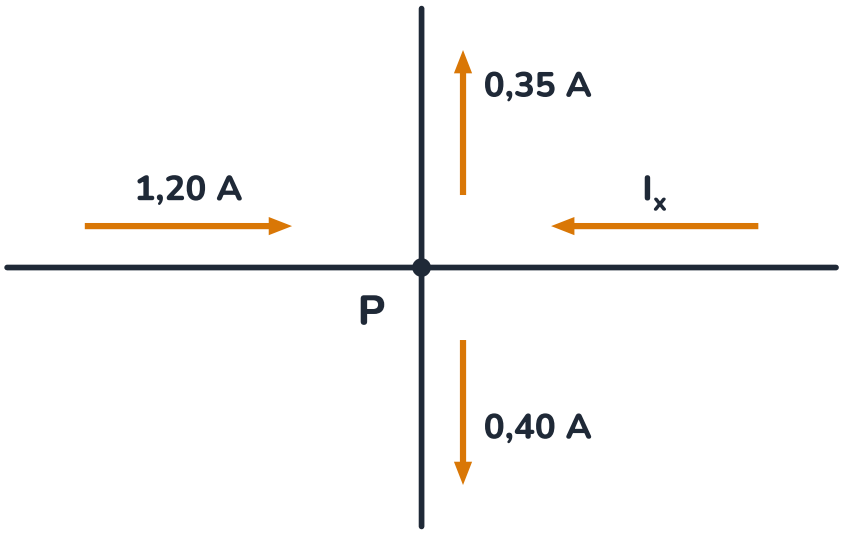
**d** Welke weerstanden staan in serie? Kan je dit netwerk volledig vereenvoudigen?

✓ $R_5$ en $R_6$ staan in serie (één tak), en de bron met $R_1$. Ja: $R_5$ + $R_6$ parallel met $R_4$, dat in serie met $R_3$, dat parallel met $R_2$, dat in serie met $R_1$. Er is één bron en geen brug, dus het lukt.

## 21.2 De knooppuntwet toepassen

Oefenen · 3 · Rekenen · 10 min

In knooppunt P komen vier draden samen. De pijl van $I_x$ is gekozen.




Drie bekende stromen en één onbekende.

**a** Schrijf de knooppuntwet voor P en bereken $I_x$.

✓ Erin: $1{,}20 + I_x$. Eruit: $0{,}35 + 0{,}40$. Dus $1{,}20 + I_x = 0{,}75$ en $I_x = -0{,}45\ \text{A}$.

**b** Loopt $I_x$ in de richting van de pijl? Leg uit.

✓ Nee: het minteken zegt dat er 0,45 A tegen de pijl in loopt, dus P uit naar rechts.

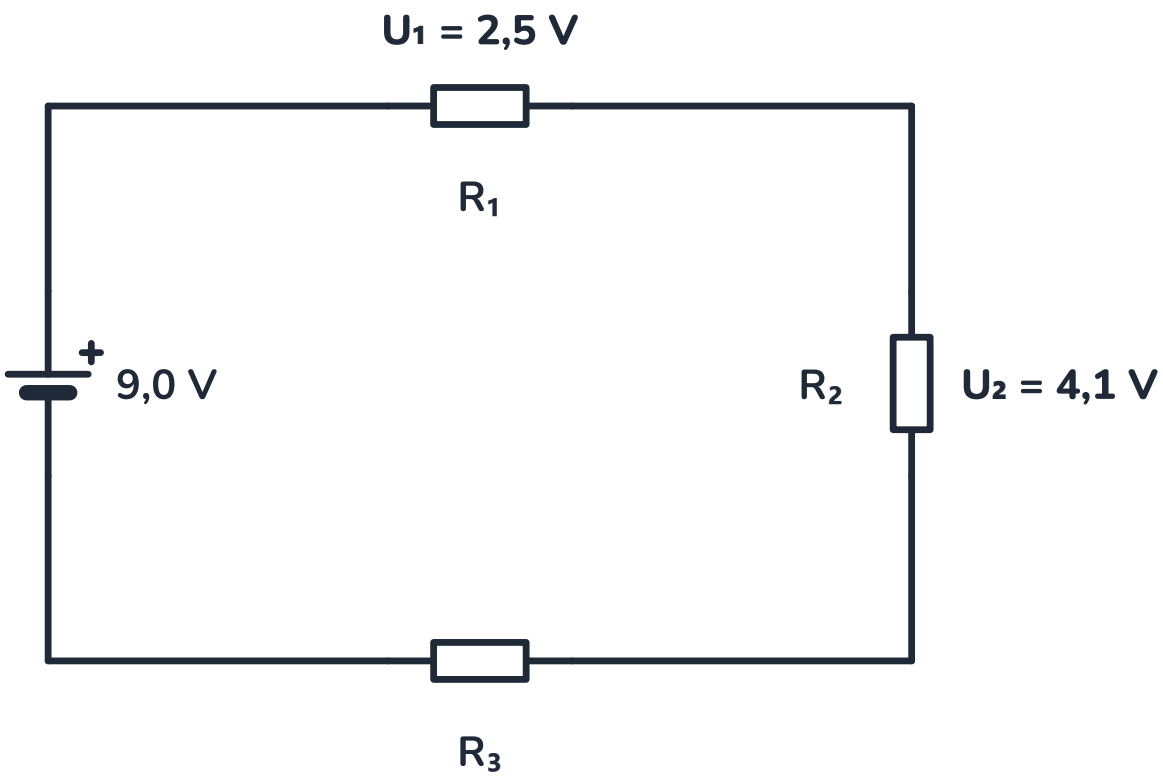
**c** De stroom van 0,40 A valt weg (die tak wordt geopend). Wat wordt $I_x$ nu?

✓ $1{,}20 + I_x = 0{,}35$, dus $I_x = -0{,}85\ \text{A}$: nu vertrekt er 0,85 A naar rechts.

## 21.3 De maaswet toepassen

Oefenen · 3 · Rekenen · 12 min

In een maas staan een bron van 9,0 V en drie weerstanden. Twee spanningen zijn gemeten.




$U_1$ en $U_2$ zijn gemeten; $U_3$ niet.

**a** Schrijf de maaswet met de klok mee (stroom ook met de klok mee) en bereken $U_3$.

✓ $+9{,}0 - 2{,}5 - 4{,}1 - U_3 = 0$, dus $U_3 = 2{,}4\,\text{V}$.

**b** De stroom is 12 mA. Bereken de drie weerstanden.

✓ $R_1 = 2{,}5/0{,}012 \approx 208\,\Omega$; $R_2 = 4{,}1/0{,}012 \approx 342\,\Omega$; $R_3 = 2{,}4/0{,}012 = 200\,\Omega$.

**c** Neem de onderste linkerhoek als massa. Wat is de potentiaal van de vier hoeken?

✓ Linksonder 0 V; linksboven 9,0 V (na de bron); rechtsboven 9,0 − 2,5 = 6,5 V; rechtsonder 6,5 − 4,1 = 2,4 V; na $R_3$ terug op 0 V.

## 21.4 Vervangingsweerstand

Oefenen · 4 · Rekenen · 15 min

Bereken de vervangingsweerstand. Rond af op drie beduidende cijfers.

**a** Vul in.

✓ (a) $790\,\Omega$. (b) $1/(1/100 + 1/220 + 1/470) = 1/0{,}016\,673 = 60{,}0\,\Omega$. (c) $\dfrac{2{,}2 \cdot 3{,}3}{5{,}5} = 1{,}32\,\text{k}\Omega$. (d) $1000/3 = 333\,\Omega$. (e) $9{,}9999\,\Omega \approx 10{,}0\,\Omega$.

**b** Bij (e): waarom mag je de 1,0 MΩ in de praktijk weglaten? Waar komt dat terug bij het meten?

Door de tak van 1 MΩ loopt 100 000 keer minder stroom dan door 10 Ω: het verschil is 0,001 %. Zo werkt een voltmeter: hij heeft een heel grote weerstand (±10 MΩ) en verandert daardoor bijna niets aan de schakeling waarover hij hangt.

## 21.5 Vermogen en de ¼ W-weerstand

Oefenen · 4 · Rekenen · 15 min

Een weerstand van 100 Ω en een van 220 Ω, beide van 0,25 W, worden op een voeding van 12 V gezet: eerst in serie, daarna parallel.

**a** Bereken in serie de stroom en het vermogen in elke weerstand.

$I = 12/320 = 0{,}0375\ \text{A}$. $P_{100} = 100 \cdot 0{,}0375^2 = 0{,}14\ \text{W}$; $P_{220} = 220 \cdot 0{,}0375^2 = 0{,}31\ \text{W}$.

**b** Bereken parallel het vermogen in elke weerstand.

$P_{100} = 12^2/100 = 1{,}44\ \text{W}$; $P_{220} = 144/220 = 0{,}65\ \text{W}$.

**c** In welke gevallen wordt een weerstand overbelast? Welke weerstand zou je dan kiezen?

In serie is de 220 Ω al overbelast (0,31 W > 0,25 W). Parallel zijn beide overbelast, de 100 Ω bijna zes keer. Kies 0,5 W voor de 220 Ω in serie; parallel minstens 2 W voor de 100 Ω en 1 W voor de 220 Ω (of een andere schakeling).

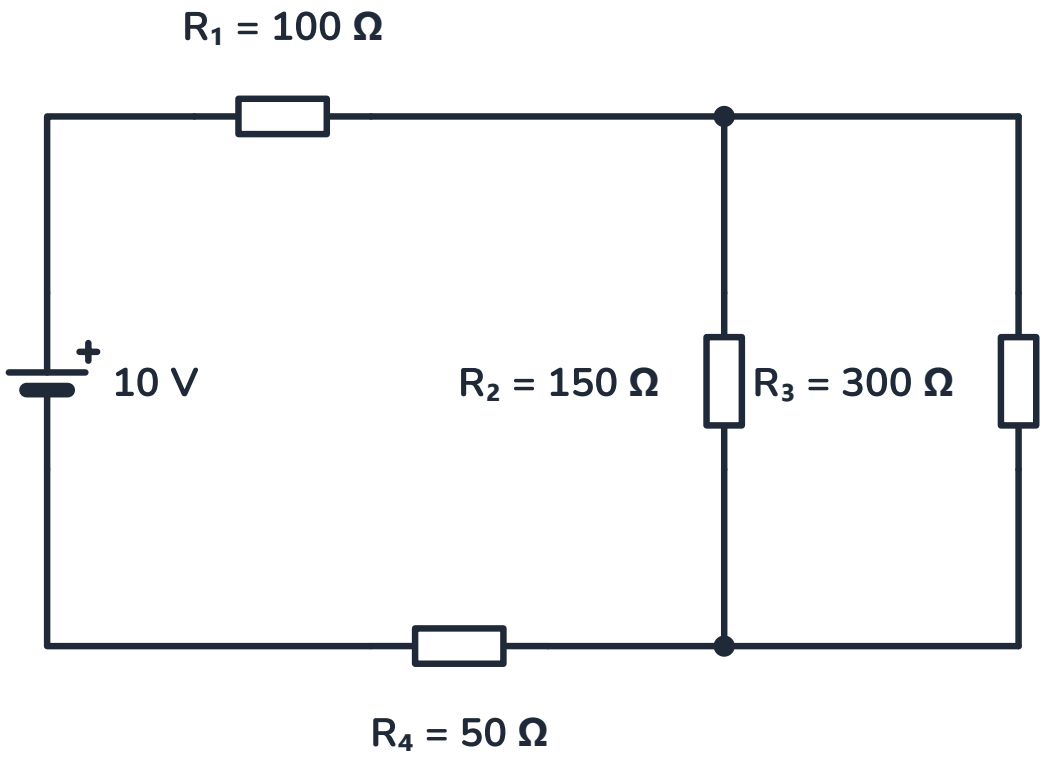
# Toepassen

Toepassen · meerdere stappen, in een context

## 21.6 Een gemengde schakeling oplossen

Toepassen · 5 · Rekenen · 25 min

Los de schakeling volledig op.




$R_1$ en $R_4$ in serie met de parallelle groep $R_2$ en $R_3$.

**a** Bereken de vervangingsweerstand en de stroom uit de bron.

✓ $R_2 \parallel R_3 = \dfrac{150 \cdot 300}{450} = 100\,\Omega$; $R_v = 100 + 100 + 50 = 250\,\Omega$; $I = 10/250 = 0{,}040\,\text{A} = 40\,\text{mA}$.

**b** Bereken de spanning over elke weerstand en de stroom door $R_2$ en $R_3$.

✓ $U_1 = 100 \cdot 0{,}040 = 4{,}0\,\text{V}$; $U_p = 4{,}0\,\text{V}$; $U_4 = 50 \cdot 0{,}040 = 2{,}0\,\text{V}$. $I_2 = 4{,}0/150 = 26{,}7\,\text{mA}$; $I_3 = 4{,}0/300 = 13{,}3\,\text{mA}$.

**c** Bereken het vermogen in elke weerstand en controleer met de vermogensbalans.

✓ $P_1 = 0{,}16\,\text{W}$; $P_2 = 4{,}0^2/150 = 0{,}107\,\text{W}$; $P_3 = 0{,}053\,\text{W}$; $P_4 = 50 \cdot 0{,}040^2 = 0{,}080\,\text{W}$. Som $0{,}40\,\text{W} = 10 \cdot 0{,}040$: klopt.

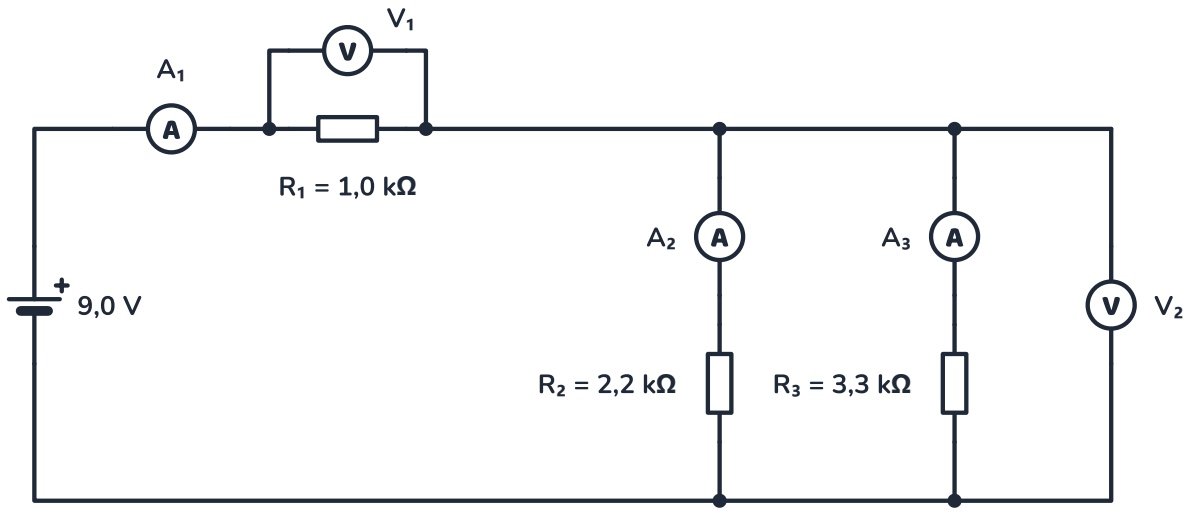
**d** Controleer je antwoorden met de knooppuntwet en met de maaswet.

✓ Knooppunt: $26{,}7 + 13{,}3 = 40\,\text{mA}$. Maas: $10 - 4{,}0 - 4{,}0 - 2{,}0 = 0$.

## 21.7 Foutenjacht: welke meting klopt niet?

Toepassen · 5 · Analyseren · 15 min

Een leerling bouwt de proef van het handboek (9,0 V; $R_1$ = 1,0 kΩ; $R_2$ = 2,2 kΩ; $R_3$ = 3,3 kΩ) en noteert: bron 9,00 V; $V_1$ 3,85 V; $V_2$ 5,17 V; $A_1$ 3,89 mA; $A_2$ 2,34 mA; $A_3$ 1,05 mA.




De meetopstelling van het handboek.

a Controleer de maaswet en de knooppuntwet met deze metingen.

✓ Maas: $3{,}85 + 5{,}17 = 9{,}02 \approx 9{,}00\,\text{V}$: klopt binnen de meetfout. Knooppunt: $2{,}34 + 1{,}05 = 3{,}39 \neq 3{,}89\,\text{mA}$: klopt niet.

b Welke meting is fout? Gebruik de wet van Ohm om het te bewijzen.

✓ Met de wet van Ohm: $I_2 = 5{,}17/2{,}2 = 2{,}35\,\text{mA}$ (klopt met $A_2$), $I_3 = 5{,}17/3{,}3 = 1{,}57\,\text{mA}$ (niet 1,05) en $I_1 = 3{,}85/1{,}0 = 3{,}85\,\text{mA}$ (klopt met $A_1$). $A_3$ is fout; met 1,57 mA klopt ook de knooppuntwet.

c Geef twee mogelijke oorzaken van die foute meting.

✓ Een slecht contact of een losse krokodillenklem in de tak van $R_3$ (extra weerstand), een verkeerd bereik of een verkeerd afgelezen cijfer (1,05 in plaats van 1,57), of een weerstand van een andere waarde in die tak (dan zou $V_2$ wel moeten veranderen: controleer met de kleurcode).

## 21.8 Labo: Kirchhoff in een schakeling met twee bronnen

●●○ Toepassen | 5 | Labo | 50 min

Bouw het netwerk van het voorbeeld 'twee batterijen voeden samen de lampen', maar veilig op kleine schaal: bron A is een voeding op 9,0 V, bron B een 9 V-batterij, met in elke tak een weerstand van 100 Ω (die speelt de inwendige weerstand) en als last een weerstand van 220 Ω.

a Teken het schema met de stroompijlen en de twee mazen.

✓ Zoals de figuur van het voorbeeld, met 9,0 V en 100 Ω links, de batterij met 100 Ω rechts, en 220 Ω in het midden.

b Meet de bronspanning van de batterij zonder last. Stel het stelsel op en voorspel de drie stromen.

✓ Met bv. $U_B = 9{,}40\,\text{V}$: knooppunt $I_A + I_B = I_L$; maas 1: $9{,}0 = 100\,I_A + 220\,I_L$; maas 2: $9{,}40 = 100\,I_B + 220\,I_L$. Oplossing: $I_L = 34{,}1\,\text{mA}$, $I_A = 15{,}0\,\text{mA}$, $I_B = 19{,}0\,\text{mA}$ ($U_L = 7{,}50\,\text{V}$).

**c** Meet de drie stromen en de spanning over de last.

> Metingen binnen enkele procent van de voorspelling; de knooppuntwet klopt voor de metingen op het laatste cijfer.

**d** Verklaar de verschillen. Welke bron levert het meest, en waarom?

> De bron met de hoogste bronspanning levert het meest (hier de batterij). Verschillen: de batterij heeft zelf ook een inwendige weerstand (enkele ohm) die bij de 100 Ω komt, de weerstanden hebben een tolerantie, en de batterijspanning zakt tijdens de meting.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Schema | Correcte symbolen, pijlen in elke tak, twee mazen met omloopzin. |
| Voorspelling | Knooppunt- en maasvergelijkingen correct; stelsel opgelost; eenheden. |
| Meting | Ampèremeter telkens in serie in de juiste tak; drie stromen en een spanning genoteerd. |
| Besluit | Knooppuntwet gecontroleerd met de metingen; verschillen verklaard (echte bronspanning, tolerantie, inwendige weerstand van de batterij). |

## 21.9 De inwendige weerstand van een 9 V-batterij

Toepassen · 5 · Analyseren · 20 min

Een leerling belast een 9 V-batterij met verschillende weerstanden en meet telkens de stroom en de klemspanning: 0 mA: 9,41 V; 50 mA: 9,31 V; 100 mA: 9,23 V; 150 mA: 9,15 V; 200 mA: 9,04 V; 250 mA: 8,96 V.

**a** Zet de klemspanning uit tegen de stroom en teken de best passende rechte.

> De punten liggen op een dalende rechte.

**b** Bepaal de bronspanning $U_0$ en de inwendige weerstand $R_\mathrm{i}$ uit je rechte.

> Snijpunt met de verticale as $U_0 \approx 9{,}41\ \mathrm{V}$; helling $\approx (8{,}96 - 9{,}41)/0{,}250 = -1{,}8\ \mathrm{V/A}$, dus $R_\mathrm{i} \approx 1{,}8\ \Omega$ (kleinste kwadraten: 1,79 Ω en 9,41 V).

**c** Hoeveel vermogen gaat er in de batterij zelf verloren bij 200 mA? Hoeveel procent van wat ze levert?

> $P = R_\mathrm{i} I^2 = 1{,}8 \cdot 0{,}2^2 = 0{,}072\ \mathrm{W}$. De batterij levert $9{,}41 \cdot 0{,}2 = 1{,}88\ \mathrm{W}$ in totaal, waarvan 3,8 % in haarzelf verloren gaat.

**d** Welke kortsluitstroom voorspelt het model? Waarom is dat getal in werkelijkheid kleiner?

> $I = U_0/R_\mathrm{i} = 9{,}41/1{,}8 \approx 5{,}2\ \mathrm{A}$. In werkelijkheid is het minder: bij grote stroom verlopen de reacties in de batterij te traag en stijgt haar weerstand; het model is alleen getest tot 250 mA (extrapoleren is gevaarlijk, hoofdstuk 3).

## 21.10 Twee AA-cellen parallel: schema en stelsel

Toepassen · 5 · Tekenen · 20 min

Een zaklamp heeft twee AA-cellen parallel. De ene is nieuw (bronspanning 1,55 V), de andere half leeg (1,45 V). Elke cel heeft een inwendige weerstand van 0,20 Ω. Het lampje stel je voor als 5,0 Ω.

**a** Teken het schema met de inwendige weerstanden, de stroompijlen en de mazen.

Twee cellen verticaal, + boven, elk met 0,20 Ω in de bovenste draad; het lampje (5,0 Ω) in het midden tussen de bovenste en de onderste draad; pijlen van beide cellen naar het knooppunt, en door het lampje naar onder.

**b** Stel de drie vergelijkingen op en bereken de stroom door elke cel en door het lampje.

$I_1 + I_2 = I_L$; $1{,}55 = 0{,}20\,I_1 + 5{,}0\,I_L$; $1{,}45 = 0{,}20\,I_2 + 5{,}0\,I_L$. Oplossing: $I_1 = 0{,}397$ A, $I_2 = -0{,}103$ A, $I_L = 0{,}294$ A (lampje op 1,47 V).

**c** Wat betekent het teken van de stroom van de lege cel? Waarom is dat voor een alkalinecel een probleem?

Het minteken: de lege cel levert niets, ze wordt door de nieuwe cel geladen met 0,10 A. Alkalinecellen zijn niet oplaadbaar: ze kunnen gas vormen en gaan lekken. Zet dus nooit een volle en een lege cel parallel (F20).

## 21.11 Python: de voeding van de meetkas als stelsel

Toepassen · 6 · Programmeren · 30 min

In de winter hangt de meetkas aan de 230 V-adapter én aan haar batterij (HABITAT). Model: adapter 13,6 V met 0,30 Ω; batterij 12,6 V met 0,08 Ω; ledstrip 30 Ω; pompje (als weerstand) 18,5 Ω. Alles parallel op één rail.

**a** Kies de onbekenden [I_adapter, I_batterij, I_led, I_pomp] en schrijf vier vergelijkingen (één knooppunt, drie mazen).

Knooppunt: $I_a + I_b - I_{\text{led}} - I_p = 0$. Maas 1: $0{,}30\,I_a + 30\,I_{\text{led}} = 13{,}6$. Maas 2: $0{,}30\,I_a + 18{,}5\,I_p = 13{,}6$. Maas 3: $0{,}08\,I_b + 30\,I_{\text{led}} = 12{,}6$.

**b** Schrijf een Python-programma dat het stelsel oplost met numpy en de railspanning afdrukt.

```
import numpy as np
A = np.array([[1, 1, -1, -1],
              [0.30, 0, 30, 0],
              [0.30, 0, 0, 18.5],
              [0, 0.08, 30, 0]])
b = np.array([0, 13.6, 13.6, 12.6])
Ia, Ib, Iled, Ip = np.linalg.solve(A, b)
print(Ia, Ib, Iled, Ip, 'rail:', 30 * Iled)
```

Uitvoer: $I_a = 2{,}87$, $I_b = -1{,}75$, $I_{\text{led}} = 0{,}425$, $I_p = 0{,}689$ A; rail 12,74 V.

**c** Laadt of ontlaadt de batterij? Laat het programma de adapterspanning van 12,6 tot 13,6 V variëren: vanaf welke spanning laadt de batterij?

$I_b$ is negatief: de batterij **laadt** (1,75 A) terwijl de adapter alles voedt. Met de lus: 12,6 V: I_b = 0,86 A; 12,8 V: I_b = 0,34 A; 13,0 V: I_b = −0,18 A; 13,2 V: I_b = −0,71 A; 13,6 V: I_b = −1,75 A. De batterij laadt vanaf ongeveer 12,93 V: dan is de rail net 12,6 V en loopt er geen stroom meer uit de batterij. Onder die spanning zou het model de adapter stroom laten opnemen; een echte adapter kan dat niet (vaak zit er een diode in, hoofdstuk 23).

### 21.12 De kabel naar de meetkas

Toepassen · 5 · Rekenen · 20 min

De 12 V-voeding van de meetkas staat buiten de kas, droog (HABITAT). De kabel naar de verdeling in de kas is 5,0 m lang en heeft twee aders van 0,75 mm² koper. Als alles tegelijk aanstaat, loopt er 1,20 A.

**a** Bereken de weerstand van de kabel (heen en terug).

✓ $R = 0{,}0172 \cdot 10 / 0{,}75 = 0{,}229\,\Omega$ (10 m draad: heen en terug).

**b** Welke spanning blijft er over op de verdeling in de kas? Hoeveel vermogen gaat er in de kabel verloren?

✓ Spanningsval $0{,}229 \cdot 1{,}20 = 0{,}28\,\text{V}$: op de verdeling $11{,}72\,\text{V}$. Verlies $0{,}229 \cdot 1{,}20^2 = 0{,}33\,\text{W}$.

**c** Hoeveel vermogen neemt de ledstrip (30 Ω) dan nog op, tegenover 4,8 W op 12 V?

✓ $P = 11{,}72^2 / 30 = 4{,}58\,\text{W}$: 5 % minder licht dan op 12 V.

**d** Is een kabel van 1,5 mm² de moeite? Reken en besluit.

✓ Met 1,5 mm²: $0{,}115\,\Omega$, val 0,14 V, verlies 0,17 W. De winst is klein zolang alles maar kort tegelijk aanstaat (de pomp 225 s per dag); het meeste van de tijd loopt er maar 0,15 A. Voor 1,20 A volstaat 0,75 mm²; 1,5 mm² is vooral zinvol als de kabel langer wordt of er meer verbruikers komen.

## Uitdagen — Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

### 21.13 Habitat: een display en een wifi-module op de 5 V-rail

Uitdagen · 6 · Habitat · 40 min

De 5 V-rail van de klimaatmodule (handboek: gemiddeld 158,9 mA, piek 361,6 mA) krijgt er twee verbruikers bij: een display van 2 × 16 tekens met achtergrondverlichting (±25 mA) en een wifi-module die de data van de datalogger doorstuurt (gemiddeld ±80 mA, pieken tot ±200 mA bij het zenden, orde van grootte). De omvormer heeft een rendement van 83 % en de rail hangt aan 12,8 V.

**a** Bereken de nieuwe gemiddelde stroom en de piekstroom op de 5 V-rail.

✓ Gemiddeld $158{,}9 + 25 + 80 = 263{,}9\,\text{mA}$; piek $361{,}6 + 25 + 200 = 586{,}6\,\text{mA}$.

**b** Bereken het gemiddelde vermogen en de stroom aan de 12 V-kant. Past het nog in het budget van 3,0 W uit hoofdstuk 20?

✓ $P_5 = 5 \cdot 0{,}264 = 1{,}32\,\text{W}$; $P_{12} = 1{,}32 / 0{,}83 = 1{,}59\,\text{W}$; $I_{12} = 1{,}59 / 12{,}8 = 0{,}124\,\text{A}$. Ja: 1,59 W is ruim onder 3,0 W (bij de pieken 3,5 W, maar maar heel kort).

**c** Is een omvormer van 1 A nog voldoende? Welke reserve houd je over bij de piek?

✓ Ja: 0,59 A piek tegenover 1 A, dus 41 % reserve. Een omvormer vol laten draaien geeft warmte en spanningsdips; 1 A is een goede keuze, 2 A zou nog rustiger zijn.

**d** Hoeveel energie per dag kost de 5 V-rail nu? Vergelijk met de 72 Wh van het budget.

✓ $1{,}59\,\mathrm{W} \cdot 24\,\mathrm{h} = 38\,\mathrm{Wh}$ per dag, ruim onder de 72 Wh van het budget.

**e** De wifi-module komt in de sensorkast op 3,0 m (aders van 0,14 mm²). Welke spanning krijgen de sensoren daar bij de piek? Wat stel je voor?

✓ Piek van het kastje: $150 + 1{,}5 + 4{,}5 + 200 = 356\,\mathrm{mA}$. Per ader $0{,}369 \cdot 0{,}356 = 0{,}131\,\mathrm{V}$; aan de sensoren $5{,}00 - 0{,}26 = 4{,}74\,\mathrm{V}$: nog binnen 4,5-5,5 V, maar krap. Voorstel: dikkere aders (0,5 mm²) of twee aders parallel voor plus en massa, of de wifi-module bij de microcontroller laten.

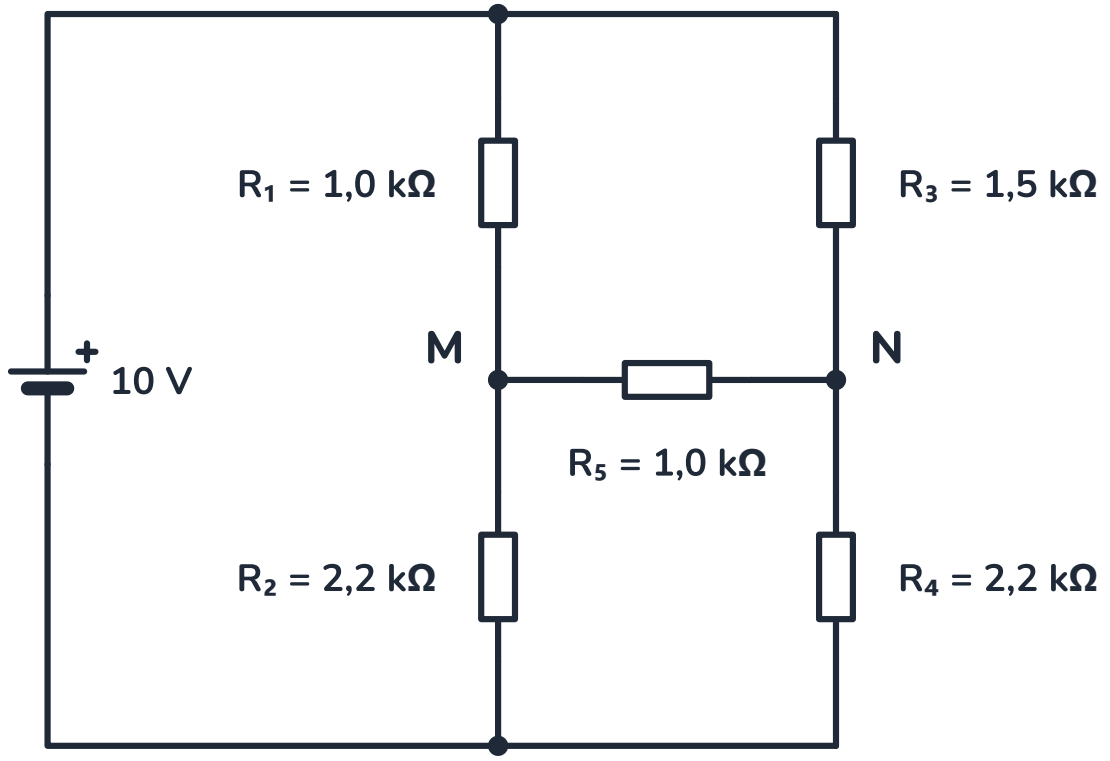
**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Knooppuntwet | Stromen correct opgeteld, gemiddelde en piek apart. |
| Vermogen | Rendement correct gebruikt (P_in = P_uit / η); eenheden; vergelijking met het budget. |
| Keuze | Omvormer en reserve beoordeeld met de piekstroom. |
| Kabel | Spanningsval met R = ρL/A en de maaswet; een haalbare oplossing voorgesteld. |

## 21.14 Een brugschakeling

●●● Uitdagen · 7 · Rekenen · 35 min

In deze schakeling zit $R_5$ als een brug tussen twee takken.




Vijf weerstanden: geen enkel paar staat zuiver in serie of parallel.

**a** Waarom kan je deze schakeling niet met serie en parallel vereenvoudigen?

✓ $R_5$ verbindt de middens van twee takken: $R_1$ en $R_2$ staan niet meer in serie (in M vertakt de stroom naar $R_5$), en geen twee weerstanden staan tussen dezelfde twee knooppunten.

**b** Neem de onderste draad als massa en noem de potentialen van M en N $V_M$ en $V_N$. Schrijf de knooppuntwet in M en in N, met de stromen uitgedrukt met de wet van Ohm.

✓ M: $\frac{10 - V_M}{1000} = \frac{V_M}{2200} + \frac{V_M - V_N}{1000}$. N: $\frac{10 - V_N}{1500} + \frac{V_M - V_N}{1000} = \frac{V_N}{2200}$.

**c** Los het stelsel op (met de hand of met numpy). Hoe groot is de stroom door $R_5$, en in welke richting?

✓ $V_M = 6{,}627\,\text{V}$, $V_N = 6{,}267\,\text{V}$; $I_5 = (V_M - V_N)/1000 = 0{,}360\,\text{mA}$ van M naar N. De bron levert $5{,}86\,\text{mA}$ ($R_\text{v} = 1706\,\Omega$).

**d** Welke waarde moet $R_4$ hebben opdat er geen stroom door $R_5$ loopt? Leid de voorwaarde af.

✓ Geen stroom door $R_5$ als $V_M = V_N$. Dan loopt door $R_1$ en $R_2$ dezelfde stroom (spanningsdeler, hoofdstuk 22): $V_M = 10 \cdot \frac{R_2}{R_1+R_2}$, en net zo $V_N = 10 \cdot \frac{R_4}{R_3+R_4}$. Gelijk als $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$, dus $R_4 = R_3 \cdot \frac{R_2}{R_1} = 1500 \cdot 2{,}2 = 3{,}3\,\text{k}\Omega$. Dat is de brug van Wheatstone (hoofdstuk E22).

## 21.15 Bewijs: parallel is kleiner dan de kleinste

●●● Uitdagen · 6 · Analyseren · 20 min

Neem $n$ weerstanden $R_1, R_2, \ldots, R_n$ (allemaal positief) parallel, en noem $R_\text{min}$ de kleinste.

**a** Toon aan dat $R_\text{v} < R_\text{min}$.

✓ $\frac{1}{R_\text{v}} = \frac{1}{R_1} + \cdots + \frac{1}{R_n} > \frac{1}{R_\text{min}}$, want de term $1/R_\text{min}$ zit in de som en alle andere termen zijn positief. Omgekeerd (beide kanten positief): $R_\text{v} < R_\text{min}$.

**b** Toon aan dat $R_\text{v}$ altijd kleiner wordt als je er een weerstand bij zet, hoe groot ook.

✓ Een extra weerstand voegt een positieve term $1/R_{n+1}$ toe aan $1/R_\text{v}$: die som wordt groter, dus $R_\text{v}$ kleiner. Is $R_{n+1}$ heel groot, dan is het verschil heel klein, maar nooit nul.

**c** Wat gebeurt er met $R_\text{v}$ als één tak kortgesloten wordt ($R_k \to 0$)? Wat betekent dat voor de andere takken?

✓ $1/R_k \to \infty$, dus $R_\text{v} \to 0$: de hele groep is kortgesloten. De spanning over de groep wordt nul ($U = R_\text{v} I$), dus door de andere takken loopt geen stroom meer; alle stroom gaat door de kortsluiting.

## 21.16 Ontwerp: de massabedrading van de klimaatmodule

●●● Uitdagen · 7 · Ontwerpen · 45 min

In de klimaatmodule lopen grote stromen (lampen 14,8 A, pomp 1,0 A, ventilatoren 0,4 A) en hangen gevoelige analoge sensoren: de pH-module (−0,18 V per pH), de druksensor (0,45 V per kPa, hoofdstuk 11) en de NTC (±55 mV per °C bij 25 °C, hoofdstuk 22). Alles zit binnen 3 m van de microcontroller.

**a** Teken een bedradingsschema met een sterpunt: welke draden gaan waarheen?

Sterpunt aan de minpool van de batterij (achter de shunt of stroomsensor). Van daar: dikke retourdraad lampen, aparte draad pomp, aparte draad ventilatoren, en één draad naar de GND van de microcontroller. De sensoren krijgen hun massa van de microcontroller (bij de sensorkast via een eigen ader).

**b** Stel dat iemand de lampen toch via de massadraad van de druksensor laat terugkeren (2,0 m, 1,5 mm²). Welke fout in het waterniveau geeft dat? (1 kPa is 10,2 cm water.)

$R = 0{,}0172 \cdot 2{,}0/1{,}5 = 0{,}0229\,\Omega$; spanning $0{,}0229 \cdot 14{,}8 = 0{,}34\,\text{V}$. De druksensor geeft 0,45 V per kPa: $0{,}34/0{,}45 = 0{,}75\,\text{kPa}$, dus $7{,}7\,\text{cm}$ water fout: het niveau lijkt 7,7 cm hoger zodra de lampen branden. Onaanvaardbaar voor een alarm bij 10 cm.

**c** Hoe dik kies je de retourdraad van de lampen als hij 2,0 m lang is en je hoogstens 0,2 V spanningsval toelaat? Kies uit 1,5, 2,5, 4 en 6 mm².

Nodig: $R \le 0{,}2/14{,}8 = 0{,}0135\,\Omega$, dus $A \ge 0{,}0172 \cdot 2{,}0/0{,}0135 = 2{,}55\,\text{mm}^2$. 2,5 mm² is net te dun (0,204 V); kies 4 mm² (0,13 V).

**d** Formuleer drie regels voor de bedrading die je op de deur van de kast zou hangen.

Bijvoorbeeld: (1) Elke verbruiker boven 0,5 A heeft een eigen retourdraad naar het sterpunt. (2) Geen verbruikersstroom door de massadraad van een sensor. (3) De GND van de microcontroller hangt op één plaats aan het sterpunt, nergens anders.

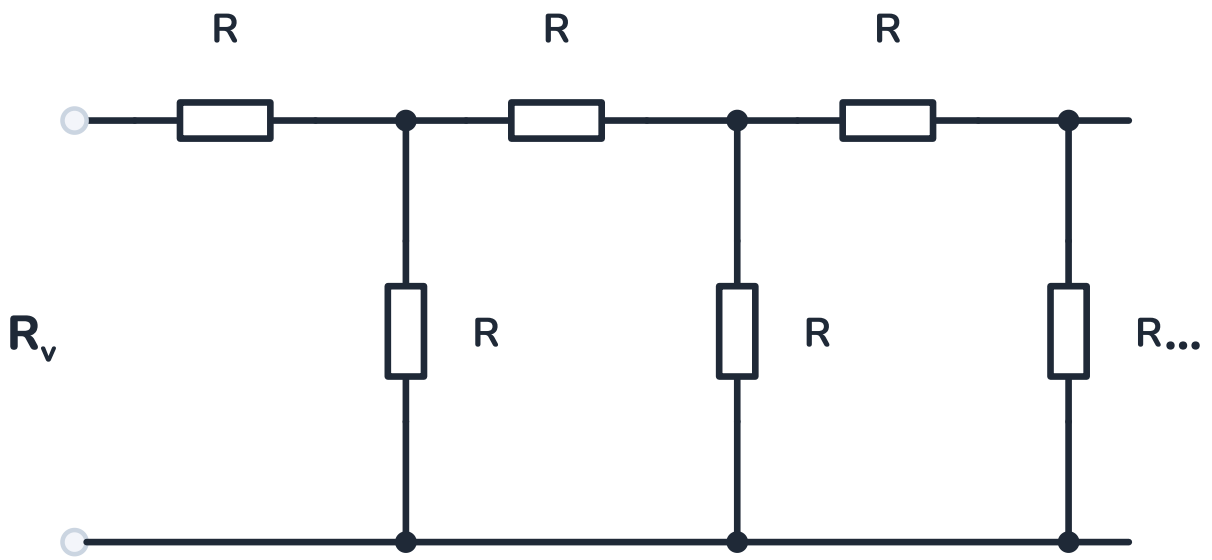
**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Schema | Eén sterpunt aan de minpool; aparte retourdraden voor lampen, pomp en ventilatoren; sensormassa's apart naar de GND van de microcontroller, die op één plaats aan het sterpunt hangt. |
| Berekening | R = ρL/A, spanningsval met de maaswet, omgezet naar een fout in de gemeten grootheid. |
| Keuze | Draaddikte uit de toegelaten spanningsval, met eenheden. |
| Regels | Concreet en toetsbaar (bv. 'geen verbruikersstroom door een sensormassa'). |

## 21.17 Een ladder van gelijke weerstanden

Uitdagen · 7 · Rekenen · 30 min

Een ladder bestaat uit trappen van telkens een weerstand $R$ in de lengte en een weerstand $R$ dwars.
Neem $R = 1{,}0\,\text{k}\Omega$.




Een ladder van drie trappen; de puntjes: je kan er zoveel bijzetten als je wil.

**a** Bereken de vervangingsweerstand van een ladder met één, twee en drie trappen (begin achteraan).

Eén trap: $R + R = 2{,}0\,\text{k}\Omega$. Twee: $R + (R \parallel 2R) = R + \frac{2}{3}R = 1{,}667\,\text{k}\Omega$. Drie: $R + (R \parallel \frac{5}{3}R) = R + \frac{5}{8}R = 1{,}625\,\text{k}\Omega$.

**b** Schrijf de verhoudingen $R_\text{v}/R$ als breuk. Herken je de getallen?

$\frac{2}{1}, \frac{5}{3}, \frac{13}{8}$, en verder $\frac{34}{21}, \frac{89}{55}$: verhoudingen van getallen uit de rij van Fibonacci (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89).

**c** Voor een oneindig lange ladder verandert $R_\text{v}$ niet als je er vooraan een trap bijzet. Stel daarmee een vergelijking op en los ze op.

$R_\text{v} = R + \dfrac{R \cdot R_\text{v}}{R + R_\text{v}}$. Vermenigvuldig met $R + R_\text{v}$: $R_\text{v}^2 - R\,R_\text{v} - R^2 = 0$. De positieve oplossing: $R_\text{v} = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\,R = 1{,}618\,R = 1{,}618\,\text{k}\Omega$: de gulden snede (hoofdstuk 4, kwadratische vergelijking).

I INTERMEDIATE · DEEL I6 · ELEKTRONICA

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 22

# De spanningsdeler en sensoren

**Hoe een microcontroller licht en temperatuur 'ziet': van weerstand naar spanning naar getal**

Uitgewerkte oplossingen bij de 17 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

5× oefenen · 7× toepassen · 5× uitdagen · ± 401 min

L Elektriciteit en elektronica · O Onderzoeken en meten · P Programmeren en computationeel denken



Een lichtsensor onder een melkwit kapje beslist of de groeilampen aan moeten.

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

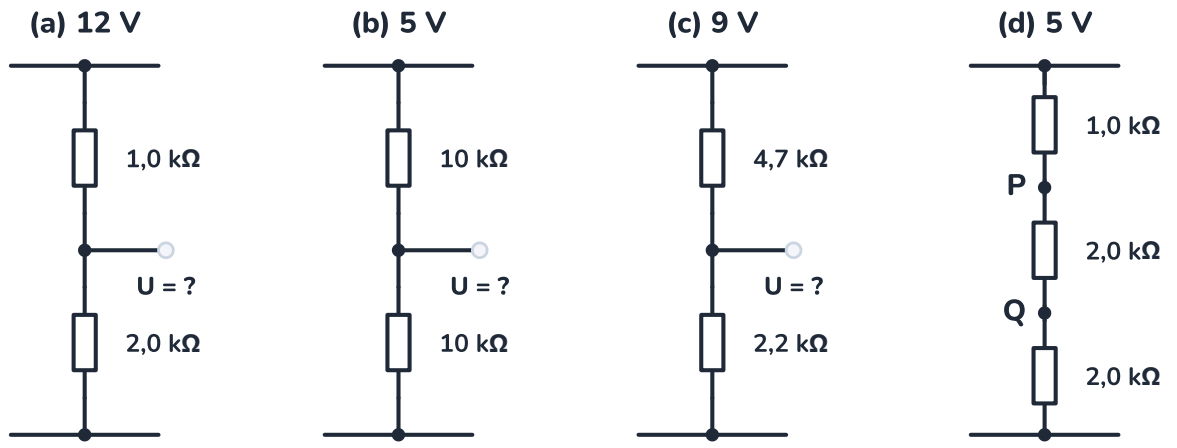
## Oefenen

één stap, direct toepassen

### 22.1 Spanningsdelers rekenen

Oefenen · 3 · Rekenen · 12 min

Bereken telkens de gevraagde spanning ten opzichte van de onderste lijn (0 V). Er hangt niets aan de uitgangen.




Bij (d) staan drie weerstanden in serie met twee aftakkingen P en Q.

**a** Bereken de uitgangsspanning bij (a), (b) en (c).

(a) $12 \cdot \frac{2{,}0}{3{,}0} = 8{,}0\,\text{V}$. (b) $5 \cdot \frac{10}{20} = 2{,}5\,\text{V}$. (c) $9 \cdot \frac{2{,}2}{6{,}9} = 2{,}87\,\text{V}$.

**b** Bereken bij (d) de spanning in P en in Q, en de stroom door de weerstanden.

$I = 5/5000 = 1{,}0\,\text{mA}$. Q: $2{,}0\,\text{k}\Omega \cdot 1{,}0\,\text{mA} = 2{,}0\,\text{V}$. P: $4{,}0\,\text{k}\Omega \cdot 1{,}0\,\text{mA} = 4{,}0\,\text{V}$.

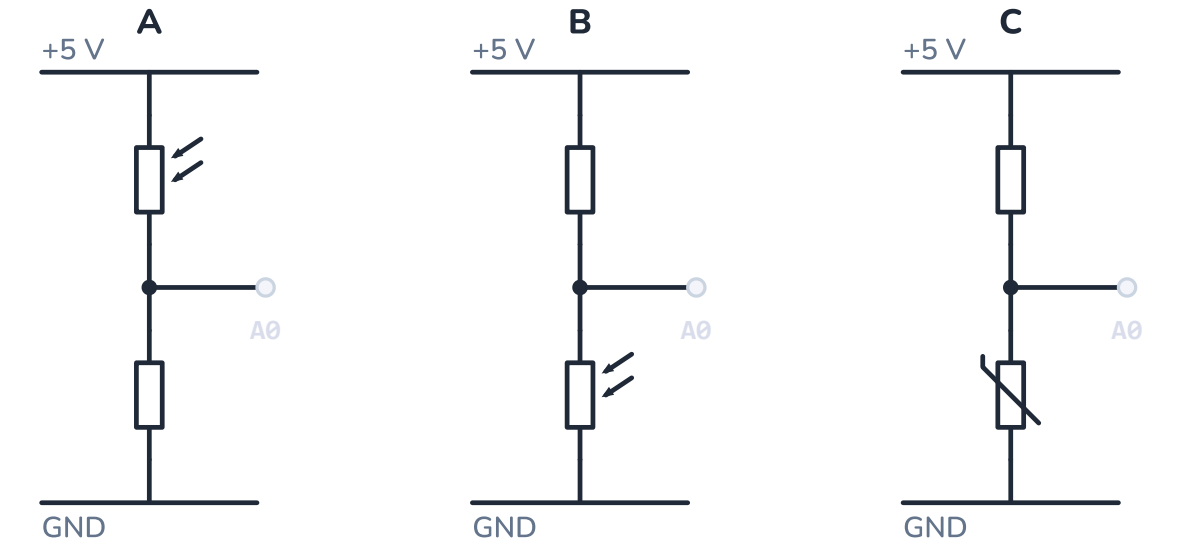
**c** Bij (b) vervang je beide weerstanden door 1,0 MΩ. Wat verandert er aan de uitgang? Wat verandert er wel?

De uitgang blijft 2,5 V: alleen de verhouding telt. De stroom wordt honderd keer kleiner (5 µA in plaats van 0,25 mA), en de deler wordt veel gevoeliger voor belasting (uitgangsweerstand 500 kΩ in plaats van 5 kΩ).

## 22.2 Stijgt of daalt de spanning?

Oefenen · 3 · Begrijpen · 10 min

Drie schakelingen met een LDR of een NTC en een vaste weerstand.




Schakelingen A, B en C.

**a** Het wordt lichter. Stijgt of daalt de spanning op A0 bij A? En bij B?

- (A) A stijgt, B stijgt
- (B) A stijgt, B daalt
- (C) A daalt, B stijgt
- (D) A daalt, B daalt

A stijgt, B daalt. Meer licht maakt de LDR kleiner. Bij A staat de LDR boven: de vaste weerstand onderaan krijgt een groter deel, de spanning stijgt. Bij B staat de LDR onder en krijgt hij zelf een kleiner deel: de spanning daalt.

**b** Het wordt warmer. Stijgt of daalt de spanning bij C? Leg uit.

Ze daalt: warmer maakt de NTC kleiner, en de NTC staat onderaan, dus krijgt hij een kleiner deel van de 5 V.

**c** Je wil een programma dat een groter getal geeft als het warmer wordt. Hoe pas je C aan?

Wissel de NTC en de vaste weerstand van plaats (NTC boven), of reken in het programma met 1023 – N.

## 22.3 ADC-waarden omrekenen

Oefenen · 4 · Rekenen · 12 min

Een Arduino Uno meet met een ADC van 10 bit en een referentie van 5,00 V.

**a** Welke spanning hoort bij $N = 1$, $N = 512$ en $N = 1023$?

$N = 1$: 4,88 mV; $N = 512$: 2,500 V; $N = 1023$: 4,995 V (de bovenste stap loopt tot 5 V).

**b** Welke ADC-waarde geeft een spanning van 1,20 V? En van 3,30 V?

$\lfloor 1024 \cdot 1{,}20/5 \rfloor = \lfloor 245{,}8 \rfloor = 245$; $\lfloor 1024 \cdot 3{,}30/5 \rfloor = \lfloor 675{,}8 \rfloor = 675$.

**c** Een ander bord heeft een ADC van 12 bit met een referentie van 3,3 V. Hoe groot is één stap? Is dat bord altijd beter?

$3{,}3\,\text{V}/4096 = 0{,}81\,\text{mV}$, zes keer fijner. Niet altijd beter: het bereik is maar 3,3 V (een 5 V-sensor past er niet op zonder deler), en een fijnere stap helpt niet als de ruis of de sensor zelf groter is dan één stap.

## 22.4 Rekenen met het B-model

Oefenen · 4 · Rekenen · 15 min

Een NTC heeft $R_{25} = 10{,}0\,\text{k}\Omega$ en $B = 3950\,\text{K}$.

**a** Bereken de weerstand bij 10 °C en bij 40 °C.

$R(10) = 10 \cdot \text{e}^{3950(1/283{,}15 - 1/298{,}15)} = 10 \cdot \text{e}^{0{,}7019} = 20{,}17\,\text{k}\Omega$; $R(40) = 5{,}30\,\text{k}\Omega$.

**b** Bij welke temperatuur is de weerstand 15,0 kΩ? En 5,0 kΩ?

$1/T = 1/298{,}15 + \ln(1{,}5)/3950$, dus $T = 16{,}1\,^\circ\text{C}$; bij 5,0 kΩ: $T = 41{,}5\,^\circ\text{C}$.

**c** Hoeveel procent verandert de weerstand tussen 20 en 21 °C?

✓ $R(21)/R(20) = e^{3950(1/294{,}15 - 1/293{,}15)} = 0{,}9552$: 4,5 % kleiner per graad.

## 22.5 De potentiometer

Oefenen · 4 · Rekenen · 12 min

Een lineaire potentiometer van 10 kΩ hangt met zijn uiteinden aan 5,0 V en GND; de loper gaat naar A2.

**a** Welke spanning en welke ADC-waarde geeft de loper op 20 %, 50 % en 90 % van onderen?

✓ 20 %: 1,0 V, N = 204; 50 %: 2,5 V, N = 512; 90 %: 4,5 V, N = 921.

**b** Hoeveel stroom loopt er door de potentiometer? Hangt die af van de stand?

✓ $5{,}0/10\,000 = 0{,}50\,\text{mA}$, in elke stand: de loper trekt (onbelast) geen stroom, dus de hele 10 kΩ blijft in serie.

**c** Het programma zet N om naar een lichtdrempel tussen 1000 en 20 000 lux, lineair. Geef de formule en de drempel bij N = 512.

✓ $E = 1000 + N \cdot \frac{19\,000}{1023}$; bij $N = 512$: $1000 + 512 \cdot 18{,}57 = 10\,509\,\text{lx}$.

# Toepassen

Toepassen — meerdere stappen, in een context

## 22.6 Van ADC-waarde naar temperatuur

Toepassen · 5 · Rekenen · 15 min

De NTC van het reservoir (10 kΩ, B = 3950 K) staat boven een vaste weerstand van 10 kΩ; de microcontroller leest N = 612.

**a** Bereken de spanning, de weerstand van de NTC en de temperatuur.

✓ $U = 612 \cdot 5/1024 = 2{,}99\,\text{V}$. $R = 10\,000 \cdot (1024 - 612)/612 = 6732\,\Omega$. $1/T = 1/298{,}15 + \ln(0{,}6732)/3950$, dus $T = 34{,}2\,^\circ\text{C}$.

**b** Hoeveel verandert de temperatuur als N één stap hoger is?

✓ Bij $N = 613$: $T = 34{,}28\,^\circ\text{C}$, dus $0{,}097\,^\circ\text{C}$ per stap.

**c** Op een dag leest de microcontroller N = 0. Wat is er waarschijnlijk aan de hand? En bij N = 1023?

✓ N = 0: A0 ligt op GND; de NTC is los (draad gebroken), de vaste weerstand trekt de ingang naar 0. N = 1023: kortsluiting over de NTC, of de vaste weerstand is los. Beide zijn onmogelijke temperaturen: het programma moet ze als sensorfout melden, niet als −273 °C of 1000 °C.

## 22.7 Ontwerp: een schemersensor voor de meetkas

Toepassen · 5 · Ontwerpen · 25 min

De ledstrip van de meetkas (F21) moet aangaan als het schemert. In de kas valt dan tussen 50 en 1000 lux op de sensor (zonder kapje). Je gebruikt een GL5528 ($R_{10} = 15\,\text{k}\Omega$, $\gamma = 0{,}7$) boven en een vaste weerstand onder, op 5 V.

**a** Bereken de weerstand van de LDR bij 50 lux en bij 1000 lux.

✓ $R(50) = 15\,000 \cdot 5^{-0{,}7} = 4862\,\Omega$; $R(1000) = 597\,\Omega$.

**b** Kies de vaste weerstand met de regel van de wortel en rond af naar de E12-reeks (1,0; 1,2; 1,5; 1,8; 2,2; 2,7; 3,3 …).

✓ $\sqrt{4862 \cdot 597} = 1704\,\Omega$: kies 1,8 kΩ (of 1,5 kΩ).

**c** Bereken de spanning en de ADC-waarde bij 50, 200 en 1000 lux.

✓ 50 lx: 4862 Ω, 1,35 V, N = 276; 200 lx: 1842 Ω, 2,47 V, N = 506; 1000 lx: 597 Ω, 3,75 V, N = 768.

**d** De ledstrip moet aan onder 200 lux. Welke ADC-waarde wordt de drempel? Aan welke kant van de drempel is het donker?

✓ N = 506. Donker is een kleinere N (grotere LDR boven, minder spanning op de ingang): ledstrip aan als N < 506.

## 22.8 Labo: een LDR ijken met een luxmeter

Toepassen · 5 · Labo · 50 min

Bepaal de constanten $R_{10}$ en $\gamma$ van jouw LDR. Leg de LDR en de luxmeter naast elkaar onder een lamp waarvan je de afstand kan veranderen (of dim het licht), en meet de weerstand met een ohmmeter. Een voorbeeldmeting: 5 lx: 20,3 kΩ; 20 lx: 7,61 kΩ; 50 lx: 4,21 kΩ; 150 lx: 1,95 kΩ; 400 lx: 1,02 kΩ; 1000 lx: 0,532 kΩ.

**a** Meet bij minstens zes verlichtingssterkten tussen 5 en 1000 lux. Wacht telkens tot de weerstand stabiel is.

✓ Eigen metingen; de weerstand daalt telkens als het licht toeneemt.

**b** Zet log R uit tegen log E en teken de best passende rechte.

✓ De punten liggen op een dalende rechte.

**c** Bepaal γ uit de helling en $R_{10}$ uit de rechte bij log E = 1. Doe het ook voor de voorbeeldmeting.

✓ Voorbeeldmeting (kleinste kwadraten op $\log R$ tegen $\log E$): helling $-0{,}68$, dus $\gamma = 0{,}68$; bij $\log E = 1$: $R_{10} = 12{,}5\,\text{k}\Omega$. Binnen de datasheet (8-20 kΩ, γ ≈ 0,7).

**d** Waarom moet je wachten tot de weerstand stabiel is, vooral als je van licht naar donker gaat?

✓ Een LDR reageert traag, en van licht naar donker het traagst: de vrijgemaakte ladingen verdwijnen maar langzaam. Wie te snel afleest, meet een te kleine weerstand in het donker.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Meting** | Minstens zes punten verspreid over twee decaden; LDR en luxmeter op dezelfde plaats en in dezelfde richting. |
| **Grafiek** | log-log correct berekend of op logaritmisch papier; rechte door de punten. |
| **Constanten** | γ en $R_{10}$ met eenheid; vergelijking met de datasheet (8-20 kΩ, 0,7). |
| **Kritisch** | Traagheid, spectrum van de lamp, nauwkeurigheid van de luxmeter besproken. |

## 22.9 Een voltmeter op een deler

Toepassen · 5 · Rekenen · 15 min

Een deler van twee keer 1,0 MΩ staat op 10,0 V. Je meet de uitgang.

**a** Welke spanning verwacht je zonder meter? Wat is de uitgangsweerstand van de deler?

5,00 V; $R_{\text{uit}} = 1{,}0 \parallel 1{,}0 = 0{,}50\,\text{M}\Omega$.

**b** Wat wijst een multimeter van 10 MΩ aan? En een meter van 1,0 MΩ?

10 MΩ: $1{,}0 \parallel 10 = 0{,}909\,\text{M}\Omega$; $U = 10 \cdot 0{,}909/1{,}909 = 4{,}76\,\text{V}$. 1,0 MΩ: $0{,}50\,\text{M}\Omega$; $U = 10 \cdot 0{,}5/1{,}5 = 3{,}33\,\text{V}$.

**c** Wat zou een ingang van 100 MΩ aanwijzen? Welke les trek je voor het kiezen van een deler?

$4{,}975\,\text{V}$: nog altijd 0,5 % te laag. Hoe groter de weerstanden van een deler, hoe zuiniger, maar hoe gevoeliger voor belasting. Kies ze zo dat de belasting minstens honderd keer groter is dan $R_1 \parallel R_2$.

## 22.10 C++: een lichtsensor met twee drempels

Toepassen · 6 · Programmeren · 30 min

De lichtsensor van het handboek zit op A1 (1,0 kΩ onder, kapje 10 %). Met één drempel zouden de lampen bij elke wolk aan en uit gaan. Daarom: lampen aan als de ADC-waarde onder 479 zakt (4000 lx), uit als ze boven 552 komt (6000 lx). Daartussen verandert er niets. De lampen hangen via een MOSFET aan pin 9 (hoofdstuk 23).

**a** Waarom verandert er tussen de twee drempels niets? Wat onthoudt het programma daarvoor?

Tussen 4000 en 6000 lux blijft de vorige toestand gelden: het programma onthoudt of de lampen aan of uit staan (een variabele). Zo schakelt een kleine schommeling rond één waarde niet telkens.

**b** Schrijf `setup()` en `loop()`: elke seconde meten (gemiddelde van 16), beslissen, pin 9 zetten en de toestand afdrukken.

```
const int AAN = 479, UIT = 552;
bool lampenAan = false;

int gemiddeld(int pin) {
  long som = 0;
  for (int i = 0; i < 16; i++) som += analogRead(pin);
  return som / 16;
}

void setup() {
  pinMode(9, OUTPUT);
  Serial.begin(9600);
}

void loop() {
  int n = gemiddeld(A1);
  if (!lampenAan && n < AAN) lampenAan = true;
  if (lampenAan && n > UIT) lampenAan = false;
  digitalWrite(9, lampenAan ? HIGH : LOW);
  Serial.print(n);
  Serial.println(lampenAan ? " aan" : " uit");
  delay(1000);
}
```

**c** Controleer de drempels: bereken zelf de ADC-waarde bij 4000 en 6000 lux daglicht.

4000 lx: 400 lx op de LDR, $R = 1134\,\Omega$, $U = 2{,}343\,\mathrm{V}$, $N = 479$. 6000 lx: $R = 854\,\Omega$, $U = 2{,}697\,\mathrm{V}$, $N = 552$.

## 22.11 Het kapje ijken

Toepassen · 5 · Analyseren · 15 min

De lichtsensor rekent met een kapje dat 10 % doorlaat. Een luxmeter naast de sensor toont 5000 lux daglicht, maar de microcontroller berekent 4200 lux. Aan de LDR en de vaste weerstand ligt het niet: die zijn apart gecontroleerd.

**a** Hoeveel lux valt er volgens de microcontroller op de LDR? Hoeveel laat het kapje dus echt door?

Op de LDR: $4200 \cdot 0{,}10 = 420\,\mathrm{lx}$. Echte doorlaat: $420/5000 = 0{,}084 = 8{,}4\,\%$.

**b** Welke constante pas je aan in de code, en naar welke waarde?

KAPJE = 0.084.

**c** Dit is een eenpuntsijking. Waarom is dat hier genoeg? Wanneer niet meer?

Het kapje vermenigvuldigt het licht met een vaste factor: één punt legt die factor vast. Dat werkt zolang de LDR zelf juist gemodelleerd is. Kloppen ook γ of $R_{10}$ niet, dan is de fout niet overal even groot, en heb je meer punten nodig (een fit, zoals bij de NTC).

## 22.12 Hoe goed meet de batterijdeler?

Toepassen · 6 · Rekenen · 20 min

De batterijdeler van het handboek (100 kΩ en 33 kΩ) gebruikt weerstanden met een tolerantie van 1 %. De LiFePO4-batterij (hoofdstuk 16) heeft een erg vlakke spanning: tussen 20 % en 90 % laadtoestand verandert ze maar enkele tienden van een volt.

**a** Bereken de uitgang bij 14,6 V in het slechtste geval: 101 kΩ met 32,67 kΩ, en 99 kΩ met 33,33 kΩ.

$14{,}6 \cdot 32{,}67/133{,}67 = 3{,}568\ \text{V}$; $14{,}6 \cdot 33{,}33/132{,}33 = 3{,}677\ \text{V}$ (nominaal 3,623 V).

**b** Welke batterijspanning berekent het programma (dat met 100 en 33 rekent) in die gevallen?

$3{,}568 \cdot 133/33 = 14{,}38\ \text{V}$ en $3{,}677 \cdot 133/33 = 14{,}82\ \text{V}$: tot ±0,22 V naast de echte 14,6 V.

**c** Kan je met deze deler de laadtoestand van de LiFePO4-batterij bepalen? Hoe doet de klimaatmodule het wel?

Nee: een fout van 0,2 V is even groot als het hele verschil tussen bijna leeg en bijna vol. Je kan de deler wel ijken (één punt met een goede multimeter), maar ook dan blijft de spanning een slechte maat. De klimaatmodule telt daarom lading met een stroomsensor (coulombteller, hoofdstuk 16) en gebruikt de spanning alleen om 'vol' en 'leeg' te herkennen.

# Uitdagen

Uitdagen — transfer, open problemen, leerlijnen combineren

## 22.13 Habitat: de lichtsensor van de klimaatmodule afwerken

Uitdagen · 6 · Habitat · 60 min

Werk de lichtsensor van het handboek af tot hij in de klimaatmodule kan: LDR onder een kapje, vaste weerstand op A1, drempels voor de lampen. Denk aan de plaats, het ijken, fouten en de energie die hij bespaart.

**a** Waar hang je de sensor, zodat hij het daglicht meet en niet het licht van de groeilampen? Schets.

Bovenop de module of boven de lampen, onder een eigen kapje naar de hemel gericht, met een scherm tussen de lampen en de sensor. Niet in de schaduw van de zonnepanelen. Een tweede mogelijkheid: alleen meten als de lampen even uit zijn.

**b** Stel een ijkplan op: welke referentie, welke punten, wat pas je aan in de code?

Luxmeter naast het kapje (dezelfde richting); meten bij bewolkt en zonnig weer, minstens vijf punten tussen 1000 en 20 000 lux; KAPJE (of $R_{10}$ en γ met een fit) aanpassen; opnieuw ijken na het poetsen of vervangen van het kapje.

**c** Welke fouten kan de sensor maken (draad los, kortsluiting, vuil kapje, sneeuw), wat ziet het programma dan, en wat moet het doen?

LDR los: N = 0 (donker, lampen zouden altijd aan gaan) → sensorfout, terug naar het tijdschema. Kortsluiting: N = 1023 → sensorfout. Vuil kapje of sneeuw: te lage waarden overdag → vergelijk met de verwachting uit de klok en de zonnepanelen (die leveren wel stroom). Losse vaste weerstand: N = 1023.

**d** Schat: als de sensor de lampen op een lentedag 3 uur korter laat branden, hoeveel energie spaart dat (2 × 95 W)? Hoeveel procent van het budget van 3,27 kWh per dag?

✓ $190\,\mathrm{W} \cdot 3\,\mathrm{h} = 570\,\mathrm{Wh} = 0{,}57\,\mathrm{kWh}$, of 17 % van 3,27 kWh per dag. Meer dan alle andere verbruikers samen gebruiken (0,23 kWh).

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Plaats** | Boven de lampen of afgeschermd, kijkt naar de hemel, niet in de schaduw van het dak of de panelen. |
| **IJken** | Luxmeter als referentie, meerdere punten rond 5000 lx, KAPJE (of R10, γ) aangepast, datum genoteerd. |
| **Fouten** | Onmogelijke waarden herkend (N = 0, N = 1023, plots verschil met de klok); veilige reactie: terug naar het tijdschema van hoofdstuk 20. |
| **Energie** | Correct: 190 W × 3 h = 0,57 kWh; 17 % van 3,27 kWh. |

## 22.14 Zelfverwarming van de NTC

●●● Uitdagen · 7 · Rekenen · 25 min

Door de NTC loopt stroom, en die maakt hem een beetje warmer dan zijn omgeving. Hoeveel, zegt de dissipatieconstante: het vermogen dat nodig is om de NTC 1 °C op te warmen. Voor een klein NTC-bolletje is dat in stilstaande lucht ongeveer 2 mW/K, in water ongeveer 10 mW/K (orde van grootte).

**a** Bereken de stroom en het vermogen in de NTC bij 22 °C (NTC boven 10 kΩ, op 5 V).

✓ $R(22) = 11\,441\,\Omega$; $I = 5/(10\,000 + 11\,441) = 0{,}233\,\mathrm{mA}$; $P = RI^2 = 0{,}62\,\mathrm{mW}$.

**b** Hoeveel te warm meet de NTC daardoor in lucht en in water? Is dat belangrijk tegenover de ADC-stap?

✓ Lucht: $0{,}62/2 = 0{,}31\,^\circ\mathrm{C}$; water: $0{,}062\,^\circ\mathrm{C}$. In lucht is dat drie ADC-stappen (0,09 °C per stap): wel belangrijk als je nauwkeurig wil meten; in water verwaarloosbaar.

**c** Bedenk twee oplossingen en reken er één door.

✓ (1) Een NTC van 100 kΩ met 100 kΩ: dezelfde spanningen, tien keer minder stroom en vermogen (0,062 mW, 0,03 °C in lucht), maar de uitgangsweerstand wordt 50 kΩ: zet er 100 nF op. (2) De deler voeden uit een digitale pin die alleen tijdens de meting (enkele ms per seconde) hoog is: gemiddeld vermogen bijna nul. (3) Een kleinere spanning over de deler.

## 22.15 Bewijs: de beste vaste weerstand

●●● Uitdagen · 7 · Analyseren · 30 min

Een sensor boven een vaste weerstand $R_\mathrm{v}$ op spanning $U$: $U_\mathrm{uit} = U\dfrac{R_\mathrm{v}}{R_\mathrm{v} + R}$. De sensor varieert van $R_\mathrm{min}$ tot $R_\mathrm{max}$.

**a** Schrijf het verschil $\Delta U = U_\mathrm{uit}(R_\mathrm{min}) - U_\mathrm{uit}(R_\mathrm{max})$ als één breuk.

✓ $\Delta U = UR_\mathrm{v}\left(\dfrac{1}{R_\mathrm{v} + R_\mathrm{min}} - \dfrac{1}{R_\mathrm{v} + R_\mathrm{max}}\right) = \dfrac{UR_\mathrm{v}(R_\mathrm{max} - R_\mathrm{min})}{(R_\mathrm{v} + R_\mathrm{min})(R_\mathrm{v} + R_\mathrm{max})}$.

**b** Toon aan dat $\Delta U$ het grootst is als $R_v = \sqrt{R_{min} R_{max}}$. (Tip: deel teller en noemer door $R_v$.)

Deel teller en noemer door $R_v$: $\Delta U = \dfrac{U(R_{max} - R_{min})}{R_v + R_{min} + R_{max} + R_{min}R_{max}/R_v}$. De teller hangt niet van $R_v$ af; de noemer is het kleinst als $f(R_v) = R_v + R_{min}R_{max}/R_v$ het kleinst is. Voor $x + a/x$ met $x, a > 0$ geldt $x + a/x \geq 2\sqrt{a}$ (want $(\sqrt{x} - \sqrt{a/x})^2 \geq 0$), met gelijkheid als $x = \sqrt{a}$. Dus $R_v = \sqrt{R_{min}R_{max}}$.

**c** Wil je rond één waarde $R_0$ zo gevoelig mogelijk zijn, dan zoek je de grootste helling $|dU_{uit}/dR|$ in $R_0$. Toon aan dat dat bij $R_v = R_0$ gebeurt (of redeneer met de eerste vraag voor $R_{min}$ en $R_{max}$ heel dicht bij $R_0$).

$\dfrac{dU_{uit}}{dR} = -\dfrac{U R_v}{(R_v + R)^2}$. In $R_0$: $|\cdot| = U\dfrac{R_v}{(R_v + R_0)^2}$, en met dezelfde truc ($R_v/(R_v + R_0)^2 = 1/(R_v + 2R_0 + R_0^2/R_v)$) is dat het grootst voor $R_v = R_0$. Dan staat er precies $U/2$ op de uitgang. (Of: laat $R_{min}$ en $R_{max}$ naar $R_0$ gaan; $\sqrt{R_{min}R_{max}} \to R_0$.)

## 22.16 Python: B en R25 uit twee ijkpunten

Uitdagen · 7 · Programmeren · 30 min

Met twee ijkpunten $(T_1, R_1)$ en $(T_2, R_2)$ liggen de twee constanten van het B-model vast. Neem de punten bij 0,1 °C (34 329 Ω) en bij 50,1 °C (3745 Ω) uit de proef van het handboek.

**a** Leid af: $B = \dfrac{\ln(R_1/R_2)}{1/T_1 - 1/T_2}$ en $R_{25} = R_1\, e^{-B(1/T_1 - 1/T_{25})}$.

Schrijf het model voor beide punten en deel: $R_1/R_2 = e^{B(1/T_1 - 1/T_2)}$, neem ln en deel door $(1/T_1 - 1/T_2)$. Daarna uit $R_1 = R_{25} e^{B(1/T_1 - 1/T_{25})}$ de $R_{25}$ halen.

**b** Schrijf een Python-functie `ijk(t1, r1, t2, r2)` die B en R25 teruggeeft, en druk ze af.

```python
import math

def ijk(t1, r1, t2, r2):
    T1, T2 = t1 + 273.15, t2 + 273.15
    B = math.log(r1 / r2) / (1 / T1 - 1 / T2)
    R25 = r1 * math.exp(-B * (1 / T1 - 1 / 298.15))
    return B, R25

print(ijk(0.1, 34329, 50.1, 3745))
```

Uitvoer: B ≈ 3914 K, R25 ≈ 10 379 Ω.

**c** Bereken met die constanten de temperatuur bij 12 857 Ω (de meting bij 20,2 °C). Vergelijk met de fit door zes punten. Wanneer kies je voor twee punten, wanneer voor meer?

Bij 12 857 Ω geven de twee punten 20,21 °C (referentie 20,2 °C); de fit door zes punten gaf 20,21 °C. Twee punten volstaan als het model goed is en de metingen weinig ruis hebben; met meer punten middel je de ruis uit en zie je of het model ergens afwijkt (dan heb je bv. Steinhart-Hart nodig).

## 22.17 Debat: LDR en NTC, of digitale sensoren?

Uitdagen · 6 · Argumenteren · 25 min

Een collega stelt voor de LDR te vervangen door een digitale lichtsensor (BH1750: geeft lux via I²C, ongeveer 1 tot 65 000 lux) en de NTC door een digitale temperatuursensor (DS18B20: ±0,5 °C volgens de datasheet, één datadraad). Een ander vindt dat onzin: 'Een LDR en een NTC kosten niets en ik begrijp ze.'

**a** Geef twee argumenten voor elke kant, telkens concreet (een getal, een eigenschap uit dit hoofdstuk).

Voor digitaal: lux of °C zonder model en zonder vaste weerstand; fabrieksijking (DS18B20 ±0,5 °C zonder ijking, een NTC zonder ijking ±1 °C); geen last van spanningsval en ruis op lange kabels (het getal wordt digitaal verstuurd); geen cadmium; veel sensoren op één draad of bus (spaart analoge ingangen). Voor analoog: goedkoop en robuust; snel te lezen; je begrijpt elke stap en kan hem zelf ijken tot 0,02 °C (proef); geen bibliotheek of protocol dat kan vastlopen; werkt ook met een eenvoudige comparator zonder microcontroller.

**b** Wat zou jij kiezen voor de lichtsensor van de klimaatmodule, en wat voor de temperatuur van het reservoir? Motiveer.

Bijvoorbeeld: licht met een BH1750 (de lichtsensor moet het hele jaar werken, RoHS, een groot bereik tot volle zon zonder kapje), en de temperatuur van het reservoir met een geijkte NTC of een DS18B20 in een waterdicht buisje: allebei goed genoeg voor een reservoir dat tussen 15 en 30 °C blijft. Elke goed gemotiveerde keuze is juist.

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 23

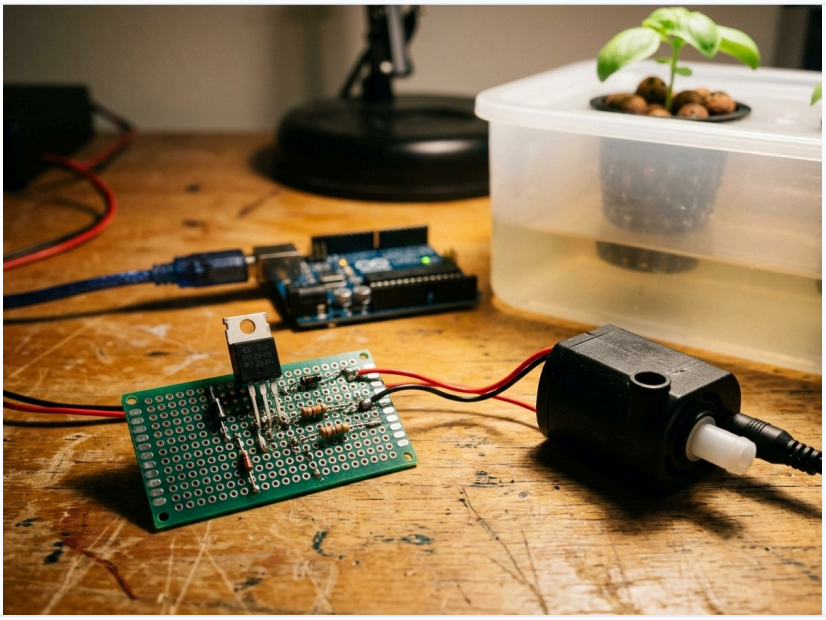
# Halfgeleiders: diode, led en transistor

**Van een laagje silicium naar een lampje, een gelijkrichter en een schakelaar die een pomp aanstuurt**

Uitgewerkte oplossingen bij de 17 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

5× oefenen · 7× toepassen · 5× uitdagen · ± 395 min

Elektriciteit en elektronica · Materie en chemie



Drie onderdelen tussen de microcontroller en de pomp: een MOSFET, een diode en twee weerstanden.

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

## Oefenen

●○○ Oefenen — één stap, direct toepassen

### 23.1 n-type of p-type?

●○○ Oefenen · 3 · Begrijpen · 10 min

Silicium wordt gedoteerd met verschillende elementen. Gebruik het periodiek systeem (hoofdstuk 12).

a Geeft het element n-type of p-type silicium? Fosfor (P), arseen (As), boor (B), gallium (Ga), antimoon (Sb), aluminium (Al).

P, As, Sb: groep 15, vijf valentie-elektronen: n-type. B, Ga, Al: groep 13, drie valentie-elektronen: p-type.

**b** Waarom is n-type silicium niet negatief geladen?

Elk vrij elektron komt van een fosforatoom dat daardoor een positief ion wordt: in totaal blijft het materiaal neutraal.

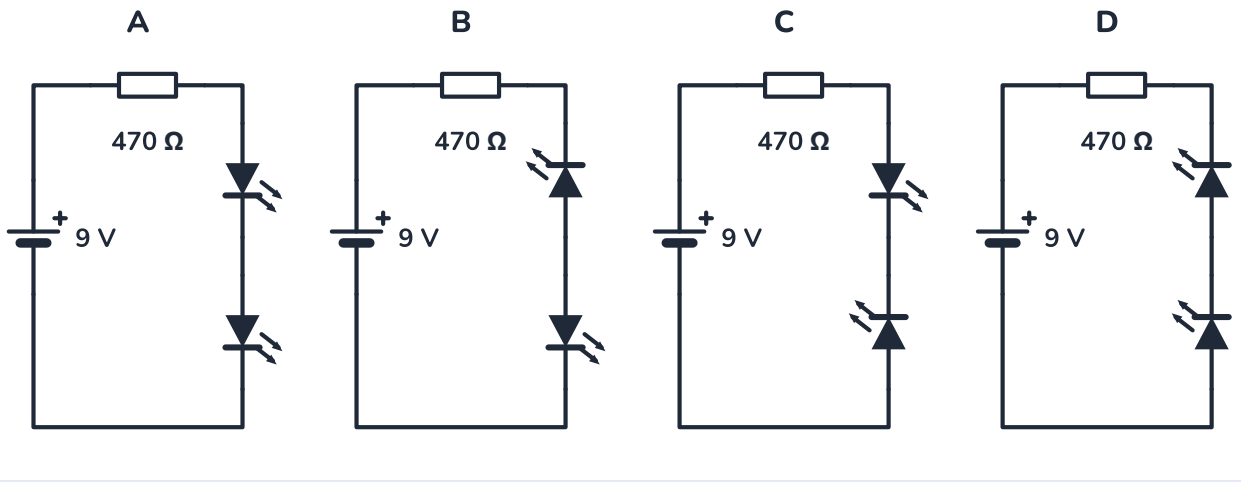
**c** Waarom geleidt zuiver silicium beter als het warm wordt, en koper niet?

In silicium maakt warmte extra ladingen vrij (meer elektronen en gaten): de weerstand daalt. In koper zijn alle vrije elektronen er al; warmte laat de atomen harder trillen, zodat de elektronen meer botsen: de weerstand stijgt (F19).

## 23.2 Welke leds branden?

Oefenen · 3 · Begrijpen · 10 min

Vier kringen met een batterij van 9 V, een weerstand van 470 Ω en twee leds in serie. De leds staan telkens anders.




Kringen A tot D; de pluspool van de batterij zit bovenaan.

**a** In welke kring branden beide leds? In welke geen enkele?

A: beide branden (beide in doorlaat, stroom van + naar – door de pijlen mee). B, C en D: geen enkele, want in serie blokkeert één omgekeerde led de hele kring.

**b** In kring A: hoe groot is de stroom als elke led 2,0 V nodig heeft?

$I = \dfrac{9{,}0 - 2 \cdot 2{,}0}{470} = 10{,}6\,\text{mA}.$

**c** In kring B brandt er niets. Hoeveel spanning staat er over de omgekeerde led? Is dat gevaarlijk voor een led?

Er loopt geen stroom, dus over de weerstand valt niets. De leds staan samen op 9 V; de goed geplaatste neemt bijna niets, dus staat er bijna 9 V in sperrichting over de omgekeerde. Veel leds verdragen maar ±5 V in sper: die led kan stukgaan.

## 23.3 Kleur en spanning

Oefenen · 4 · Rekenen · 15 min

Gebruik $E\ (\text{eV}) \approx 1240/\lambda\ (\text{nm})$.

**a** Bereken de fotonenergie van een infrarode led (940 nm), een oranje (605 nm) en een ultraviolette (395 nm).

✓ IR: $1240/940 = 1{,}32\,\text{eV}$; oranje: $2{,}05\,\text{eV}$; UV: $3{,}14\,\text{eV}$.

**b** Schat telkens de drempelspanning. Welke van de drie kan je laten branden met één verse AA-cel (1,55 V)?

✓ Ongeveer 1,3 V, 2,0 V en 3,3 V. Alleen de infrarode led, en je ziet haar licht niet (wel met een smartphonecamera).

**c** Waarom krijg je een witte led nooit aan de praat met twee AA-cellen in serie (3,1 V) en een weerstand van 100 Ω?

✓ Een witte led heeft ongeveer 3,0 V nodig bij 20 mA. Met 3,1 V blijft er 0,1 V over de weerstand: 1 mA, en naarmate de cellen zakken nog minder. De led gloeit hoogstens zwak. Zaklampen met twee cellen gebruiken daarom een kleine schakeling die de spanning opdrijft (een boost-omzetter, hoofdstuk E24).

## 23.4 Voorschakelweerstanden

Oefenen · 4 · Rekenen · 15 min

Kies telkens de E12-waarde die de stroom net niet overschrijdt (... 100, 120, 150, 180, 220, 270, 330, 390, 470, 560, 680, 820, 1000 ...).

**a** Vul de tabel in.

✓ (a) $3{,}0/0{,}015 = 200\,\Omega \rightarrow 220\ \Omega$, 13,6 mA, 41 mW. (b) $1{,}9/0{,}010 = 190\,\Omega \rightarrow 220\ \Omega$, 8,6 mA, 16 mW. (c) $5{,}0/0{,}020 = 250\,\Omega \rightarrow 270\ \Omega$, 18,5 mA, 93 mW. (d) $9{,}0/0{,}020 = 450\,\Omega \rightarrow 470\ \Omega$, 19,1 mA, 172 mW (een weerstand van 0,25 W volstaat, maar wordt warm).

**b** Bij (d) zie je veel verlies. Hoe kan je hetzelfde licht maken met minder verlies op 12 V?

✓ Meer leds in serie, zodat er minder spanning voor de weerstand overblijft: drie groene leds (9,0 V) met 150 Ω, zoals in een ledstrip. Dan geeft dezelfde 20 mA drie keer zoveel licht en gaat maar 25 % naar de weerstand.

## 23.5 Aan of uit?

Oefenen · 4 · Begrijpen · 10 min

Een npn-transistor en een n-MOSFET schakelen elk een lampje van 12 V; de emitter en de source hangen aan de massa.

**a** De basis van de npn ligt via 1 kΩ aan 0 V. En aan 5 V. Staat de transistor telkens aan of uit? Waarom?

✓ 0 V: geen basisstroom, uit. 5 V: er loopt basisstroom (±4 mA), de transistor verzadigt: aan.

**b** De gate van de MOSFET krijgt 5 V, daarna 0 V. Wat doet het lampje?

✓ 5 V: er vormt zich een kanaal, het lampje brandt. 0 V: geen kanaal, uit. (Na het uitschakelen blijft er geen stroom lopen: de gate ontlaadt via de pin.)

c Iemand vergeet de pull-down en laat de gate los ('zwevend'). Waarom kan het lampje dan toch branden, of half?

De gate is een kleine condensator die niet vanzelf ontlaadt. Een aangeraakte draad, lading van een vorige keer of storing kan haar op een spanning rond de drempel brengen: de MOSFET staat half aan, heeft een grote weerstand en wordt heet. De pull-down trekt de gate naar 0 V.

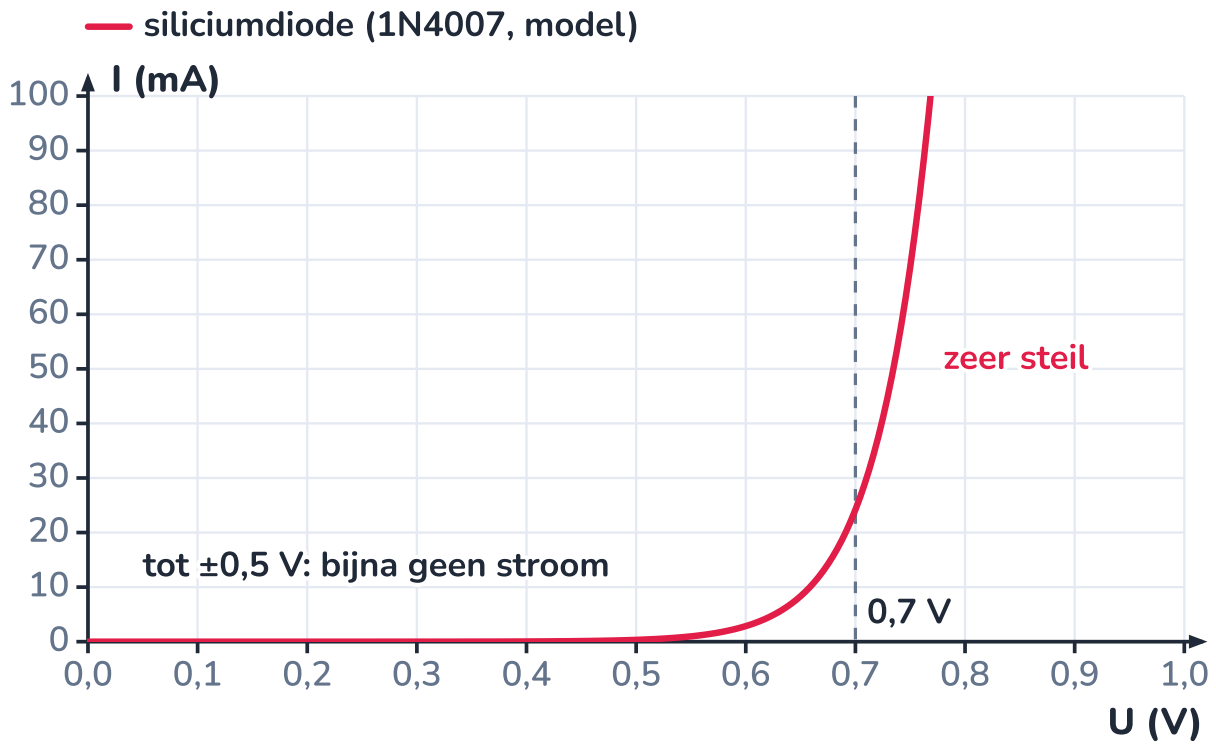
## Toepassen

Toepassen — meerdere stappen, in een context

### 23.6 Een karakteristiek aflezen

Toepassen · 5 · Analyseren · 15 min

Gebruik de karakteristiek van de siliciumdiode uit het handboek (lineaire schaal, 0 tot 100 mA).




Karakteristiek van de siliciumdiode.

a Lees de spanning af bij 10 mA en bij 60 mA.

Ongeveer 0,66 V bij 10 mA en 0,74 V bij 60 mA (model: 0,658 en 0,743 V).

b Bereken telkens $U/I$. Is een diode een ohmse weerstand?

$0{,}66/0{,}010 = 66\,\Omega$; $0{,}74/0{,}060 = 12\,\Omega$. De verhouding verandert sterk: geen ohmse weerstand.

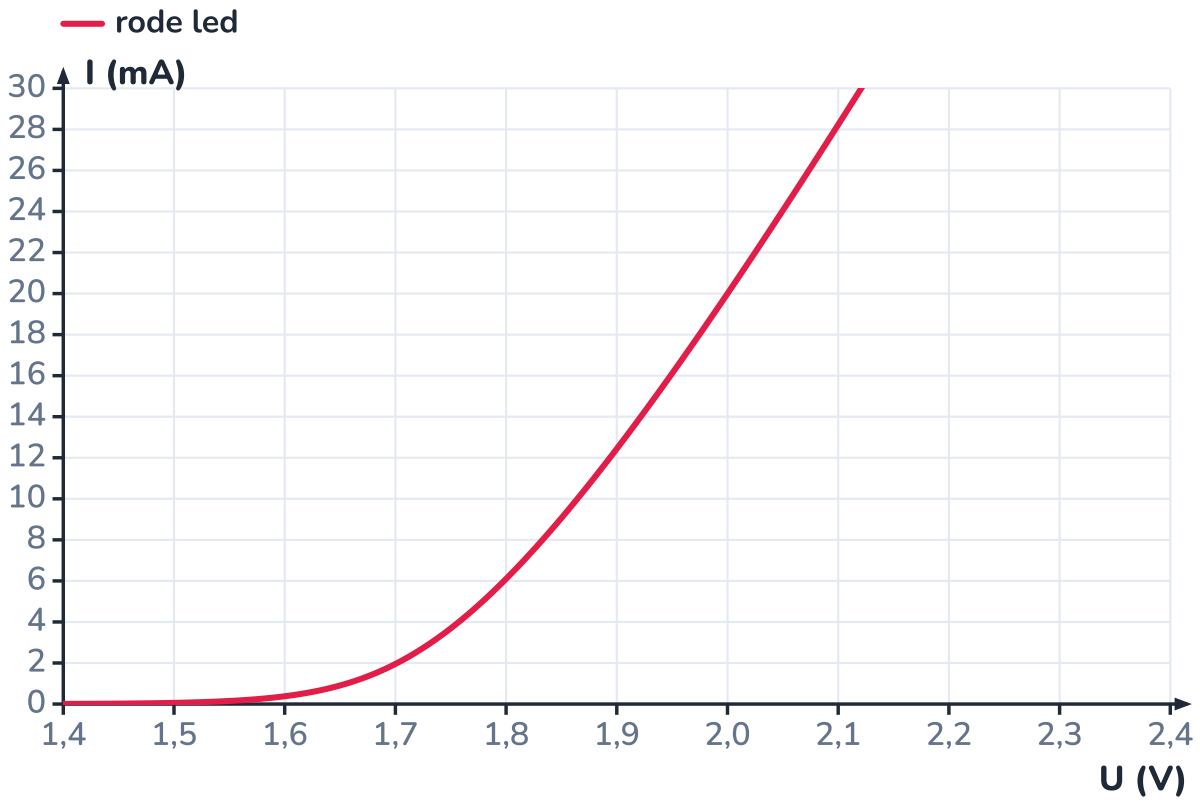
c Hoeveel verandert de stroom als de spanning van 0,70 naar 0,75 V gaat? Wat zegt dat over een diode (of led) rechtstreeks op een spanningsbron?

Van 24 mA naar 69 mA: bijna drie keer zoveel voor 0,05 V. Op een vaste spanning bepaalt het toeval (temperatuur, exemplaar) de stroom: altijd een weerstand in serie.

## 23.7 Het werkpunt van een led tekenen

Toepassen · 5 · Tekenen · 20 min

Een rode led staat in serie met een weerstand van 150 Ω op 5,0 V.




Karakteristiek van een rode led; teken hier de werklijn in.

**a** Schrijf de maaswet en herschrijf ze als werklijn $I(U)$. Bereken twee punten ervan binnen het getekende gebied.

✓ $5{,}0 = U + 150\,I$, dus $I = (5{,}0 - U)/150$. Bij $U = 1{,}6\ \text{V}$: $22{,}7\ \text{mA}$; bij $U = 2{,}2\ \text{V}$: $18{,}7\ \text{mA}$.

**b** Teken de werklijn in de grafiek en lees het werkpunt af.

✓ Snijpunt ongeveer bij 2,00 V en 20,0 mA.

**c** Vergelijk met de berekening met $U_F = 2{,}0\ \text{V}$. Wat gebeurt er met het werkpunt als je 220 Ω neemt?

✓ Met 2,0 V: $3{,}0/150 = 20{,}0\ \text{mA}$, bijna hetzelfde. Met 220 Ω wordt de werklijn vlakker en lager: werkpunt bij ongeveer 1,92 V en 14,0 mA.

## 23.8 Een gelijkrichter doorrekenen

Toepassen · 5 · Rekenen · 20 min

Een transformator van 9 V~ (effectieve waarde) voedt via een siliciumdiode een weerstand van 220 Ω.

**a** Bereken de topwaarde van de ingang. Welke topwaarde krijgt de weerstand (reken met 0,7 V)?

✓ $9 \cdot \sqrt{2} = 12{,}7\ \text{V}$; uitgang $12{,}7 - 0{,}7 = 12{,}0\ \text{V}$ (model met 55 mA: 11,99 V).

**b** Welke spanning staat er in sperrichting over de diode? Welke diode kies je?

✓ 12,7 V (de topwaarde van de negatieve helft). Een 1N4007 (1000 V, 1 A) is ruim voldoende; de stroom is maar 55 mA.

**c** In een bruggelijkrichter staan vier diodes, en de stroom gaat telkens door twee ervan. Teken de brug en bereken de topwaarde van de uitgang.

✓ Vier diodes in een ruit: de wisselspanning op twee tegenoverliggende hoeken, de last op de andere twee. In elke halve golf geleiden twee diodes in serie: $12{,}7 - 2 \cdot 0{,}7 = 11{,}3\ \text{V}$, maar nu bij beide halve golven.

## 23.9 Een ventilator schakelen met een PN2222A

●●○ Toepassen · 5 · Rekenen · 20 min

Een kleine ventilator van 12 V trekt 0,15 A. Je schakelt hem low-side met een PN2222A vanuit een pin van 5 V. Datasheet: $\beta \geq 100$ bij 150 mA; $U_{CE(sat)} \leq 0{,}3\ \text{V}$ en $U_{BE(sat)} \leq 1{,}2\ \text{V}$ bij 150 mA en 15 mA basisstroom.

**a** Bereken de minimale basisstroom en kies een basisstroom met een overstuurfactor van ongeveer 5.

✓ Minimaal $0{,}15/100 = 1{,}5\ \text{mA}$; met factor 5: $7{,}5\ \text{mA}$.

**b** Bereken de basisweerstand (reken met $U_{BE} = 0{,}9\ \text{V}$) en kies een E12-waarde.

✓ $R_B = (5{,}0 - 0{,}9)/0{,}0075 = 547\ \Omega$: kies 560 Ω ($I_B = 7{,}3\ \text{mA}$, ruim onder 20 mA).

**c** Hoeveel vermogen verliest de transistor hoogstens? Wat ontbreekt er nog in de schakeling?

✓ Hoogstens $0{,}3 \cdot 0{,}15 = 45\ \text{mW}$ (plus ±7 mW in de basis): de PN2222A verdraagt 625 mW. Een ventilator is een motor, dus een spoel: er moet een vrijloopdiode over (kathode aan +12 V). En de massa van de 12 V-voeding moet aan de GND van de microcontroller.

## 23.10 De juiste MOSFET kiezen

●●○ Toepassen · 6 · Analyseren · 20 min

Voor de pomp (12 V, 1,0 A, aan een pin van 5 V) liggen drie MOSFETs in de schuif.

| type | $U_{DS}$ max | $I_D$ max | $U_{GS(th)}$ | $R_{DS(on)}$ volgens de datasheet |
|---|---|---|---|---|
| IRLZ44N | 55 V | 47 A | 1,0-2,0 V | ≤ 0,025 Ω bij 5 V; ≤ 0,035 Ω bij 4 V |
| IRF540N | 100 V | 33 A | 2,0-4,0 V | ≤ 0,044 Ω bij 10 V (bij 5 V niet gegeven) |
| 2N7000 | 60 V | 0,2 A | 0,8-3,0 V | ≤ 5,3 Ω bij 4,5 V |

**a** Welke twee vallen af? Geef voor elk de reden met een getal uit de tabel.

✓ De 2N7000 verdraagt maar 0,2 A (en zou met 5,3 Ω bij 1 A 5 W moeten verstoken). De IRF540N is niet gegarandeerd bij 5 V: zijn drempel kan tot 4 V liggen en zijn R_DS(on) staat alleen bij 10 V; hij zou half aan kunnen staan en heet worden.

**b** Bereken het verlies en de opwarming van de gekozen MOSFET, bij 5 V en (als de pin zakt) bij 4 V. $R_{\theta JA} = 62\,°\mathrm{C/W}$.

IRLZ44N: bij 5 V $0{,}025 \cdot 1^2 = 25\,\mathrm{mW}$ (1,6 °C warmer); bij 4 V $0{,}035\,\mathrm{W}$, 2,2 °C. Geen koelplaat.

**c** Waarom is een MOSFET met een veel te grote $I_D$ (47 A voor 1 A) geen verspilling?

Een grote MOSFET heeft een kleine R_DS(on): minder verlies en meer reserve voor de aanloopstroom. Hij kost ongeveer evenveel, en bij 1 A zijn nadelen (grotere gatecapaciteit) zijn onbelangrijk.

## 23.11 Labo: leds en de constante van Planck

Toepassen · 6 · Labo · 50 min

Bepaal voor leds van verschillende kleuren de spanning waarbij ze net beginnen te branden (in een verduisterd lokaal, met een weerstand van 1 kΩ en een regelbare voeding). Omdat $eU \approx hf$, geeft de helling van $U$ tegen de frequentie $f = c/\lambda$ een schatting van $h/e$. Een voorbeeldmeting: 630 nm: 1,76 V; 605 nm: 1,85 V; 590 nm: 1,88 V; 525 nm: 2,15 V; 470 nm: 2,40 V; 395 nm: 2,95 V.

**a** Meet de drempelspanning van minstens vijf kleuren. Zoek de golflengte op (verpakking of datasheet).

Eigen metingen: hoe kleiner de golflengte (blauwer), hoe hoger de drempel.

**b** Zet $U$ uit tegen $f$ en teken de best passende rechte.

De punten liggen ongeveer op een stijgende rechte.

**c** Bepaal $h$ uit de helling ($h = e\cdot$ helling). Doe het ook met de voorbeeldmeting en vergelijk met $6{,}626 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}$.

Voorbeeldmeting: helling $4{,}17 \cdot 10^{-15}\,\mathrm{V \cdot s}$, dus $h = 1{,}602 \cdot 10^{-19} \cdot 4{,}17 \cdot 10^{-15} = 6{,}68 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}$: 1 % naast de echte waarde.

**d** Noem twee redenen waarom deze methode maar een schatting geeft.

'Net zichtbaar' is een oordeel van het oog, dat voor rood en blauw minder gevoelig is dan voor groen. Een led geeft geen enkele golflengte maar een band van ±20 nm. En de spanning over de led is niet alleen de fotonenergie: er valt ook spanning over het materiaal en de contacten, zeker bij InGaN-leds.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Meting | Minstens vijf kleuren, telkens op dezelfde manier 'net zichtbaar' bepaald, verduisterd lokaal. |
| Verwerking | f correct berekend (c / λ), grafiek met de rechte, helling met eenheid V·s. |
| Resultaat | h berekend en vergeleken met de echte waarde, afwijking in procent. |
| Kritisch | Oordeel 'net zichtbaar' is subjectief; leds geven een band van golflengten; InGaN-leds hebben een extra spanningsval. |

### 23.12 C++: een drukknop om de pomp met de hand te laten draaien

Toepassen · 6 · Programmeren · 30 min

Breid het programma `pomp.ino` uit het handboek uit. Een drukknop tussen pin 4 en de massa (met `INPUT_PULLUP`) moet de pomp 30 seconden laten draaien, los van het uurschema, maar nooit zonder water.

**a** Welke nieuwe variabele heb je nodig om de 30 seconden bij te houden? Waarom geen `delay(30000)`?

Een tijdstip: `unsigned long startHand`, gezet op `millis()` als de knop ingedrukt wordt. Met `delay()` zou het programma 30 s lang de vlotter niet lezen: de pomp zou droog kunnen draaien.

**b** Schrijf de aanpassingen aan `setup()` en `loop()`.

```
const int KNOP = 4;
const unsigned long HAND_MS = 30000;
unsigned long startHand = 0;
bool handAan = false;

// in setup():
pinMode(KNOP, INPUT_PULLUP);

// in loop(), voor de beslissing:
if (digitalRead(KNOP) == LOW) {
  startHand = nu;
  handAan = true;
}
if (handAan && nu - startHand >= HAND_MS) handAan = false;
bool pompAan = (tijdOmTePompen || handAan) && genoegWater;
```

**c** Wat gebeurt er als iemand de knop ingedrukt houdt? Is dat een probleem?

Zolang de knop ingedrukt is, wordt startHand telkens vernieuwd: de pomp draait door tot 30 s na het loslaten. Geen probleem, want de vlotter blijft de pomp beschermen.

## Uitdagen — Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

### 23.13 Habitat: drie 12 V-verbruikers aansturen

Uitdagen · 7 · Habitat · 60 min

De microcontroller van de klimaatmodule stuurt drie 12 V-verbruikers aan: de pomp (1,0 A), de $CO_2$-klep (magneetventiel, 6 W) en de ventilatoren (5 W samen). Pinnen 9, 10 en 11 zijn vrij (alle drie geschikt voor PWM, hoofdstuk 25). De rail staat op 12,8 V.

**a** Teken het volledige schema: rail, zekeringen, verbruikers, diodes, MOSFETs, weerstanden, pinnen, massa en sterpunt.

Voor elk van de drie: +12,8 V → zekering → verbruiker (met diode erover, kathode aan de plus) → drain; source → massa; gate ← 220 Ω ← pin (9, 10 of 11), en 10 kΩ van gate naar massa. De massa's van de drie takken en van de microcontroller komen samen in het sterpunt aan de minpool (hoofdstuk 21).

**b** Bereken de stroom van elke verbruiker, het verlies in elke MOSFET (IRLZ44N) en kies de zekeringen.

✓ Pomp 1,0 A: 25 mW, zekering 2 A (aanloop). $CO_2$-klep $6/12{,}8 = 0{,}47\,\text{A}$: $0{,}025 \cdot 0{,}47^2 = 5{,}5\,\text{mW}$, zekering 1 A. Ventilatoren $5/12{,}8 = 0{,}39\,\text{A}$: 3,8 mW, zekering 1 A. Alle drie zijn spoelen (motor, magneet, motor): alle drie een vrijloopdiode.

**c** Hoeveel stroom leveren de drie pinnen samen als alles aanstaat? En de 5 V-rail extra voor de pull-downs?

✓ In rust nul: de gates trekken geen stroom (< 100 nA). Alleen bij het schakelen even een laadstroom. De pull-downs: $3 \cdot 5\,\text{V}/10\,\text{k}\Omega = 1{,}5\,\text{mA}$ als alles aanstaat.

**d** Beschrijf een testplan in vier stappen, zodat een fout (verkeerde diode, losse massa) niets kapotmaakt.

✓ (1) Zonder 12 V: programma testen met leds op de pinnen. (2) Met een lampje van 12 V als last: drain-source meten (aan: enkele tientallen mV; uit: 12,8 V). (3) Diodes controleren op richting (multimeter op de diodestand) voor de verbruikers aangaan. (4) Eén verbruiker per keer aansluiten, met de zekering erin, en de temperatuur van de MOSFET voelen.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Schema** | Drie keer: zekering, verbruiker met vrijloopdiode (kathode aan de plus), low-side IRLZ44N, 220 Ω naar de pin, 10 kΩ pull-down; gemeenschappelijke massa via het sterpunt. |
| **Berekeningen** | Stromen met I = P/U, verliezen R·I², zekeringen net boven de stroom (met aanloop). |
| **Stuurstroom** | Inzicht dat een MOSFET in rust geen gatestroom trekt; alleen de pull-downs kosten 0,5 mA per stuk. |
| **Testplan** | Eerst zonder last of met een lampje; spanning drain-source meten; diode controleren; massa controleren; pas dan de echte verbruikers. |

## 23.14 De piek van een relaisspoel

●●● Uitdagen · 7 · Rekenen · 25 min

Het relais van het handboek (spoel 70 Ω op 5 V, stroom 69 mA) heeft een zelfinductie van ongeveer 0,1 H (orde van grootte). De PN2222A verdraagt tussen collector en emitter hoogstens 40 V.

**a** Hoeveel energie zit er in de spoel als het relais aan staat?

✓ $E = \frac{1}{2}LI^2 = 0{,}5 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}069^2 = 0{,}24\,\text{mJ}$.

**b** De transistor schakelt uit in ongeveer 1 µs. Welke spanning zou de spoel dan maken zonder diode? Wat gebeurt er met de transistor?

✓ $U = L\dfrac{\Delta I}{\Delta t} = 0{,}1 \cdot \dfrac{0{,}069}{10^{-6}} \approx 6900\,\text{V}$. Lang voor dat bereikt wordt, slaat de transistor door (boven 40 V); een gewone kleine transistor is niet gemaakt om die energie te verwerken en kan stukgaan.

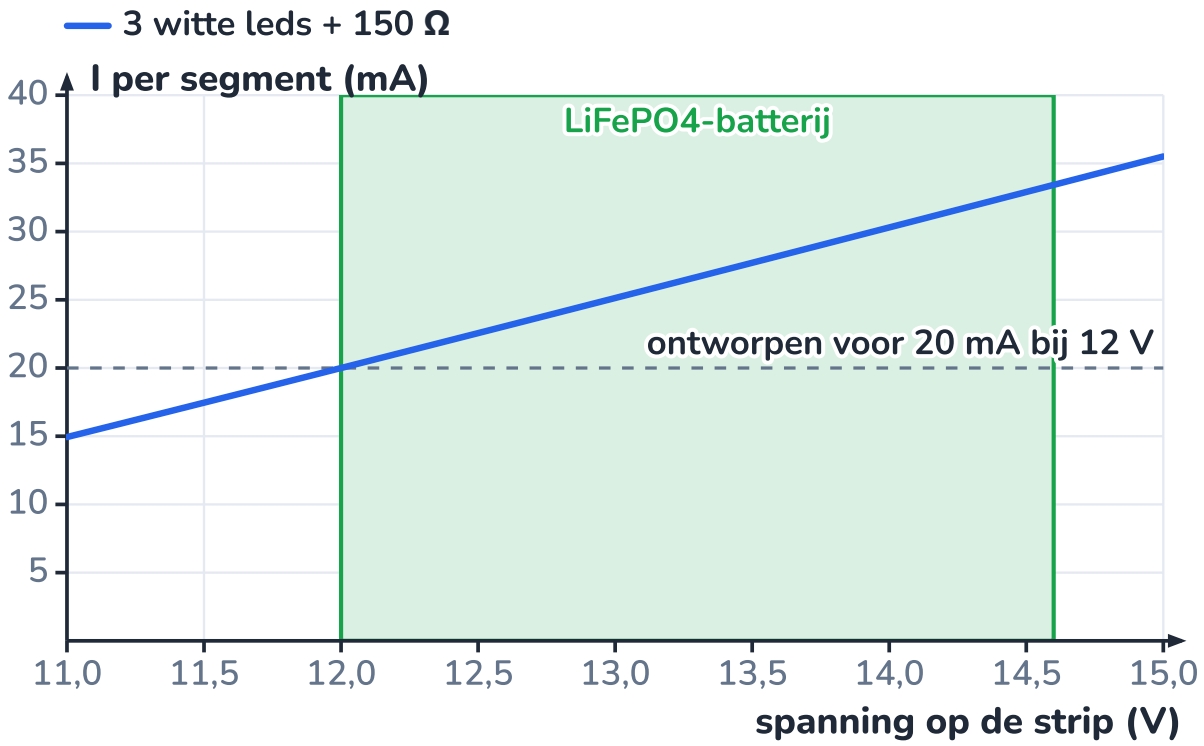
**c** Met de diode dooft de stroom uit met een tijdconstante $\tau = L/R$. Bereken $\tau$. Waarom valt het relais daardoor iets later af?

✓ $\tau = 0{,}1/70 = 1{,}4\,\text{ms}$. De stroom houdt het relais nog even vast tot hij onder de afvalstroom zakt: enkele milliseconden later. Moet het sneller, dan zet men een zenerdiode in serie met de vrijloopdiode (een hogere klemspanning, dus sneller uitdoven).

## 23.15 Een ledstrip op een LiFePO4-batterij

Uitdagen · 6 · Analyseren · 20 min

Gebruik de grafiek van het handboek: stroom per segment (3 witte leds + 150 Ω) in functie van de spanning. De strip van de meetkas heeft 20 segmenten.




Stroom per segment volgens het model.

**a** Lees de stroom per segment af bij 12,0 V, 13,2 V en 14,4 V. Hoeveel stroom trekt de hele strip bij 14,4 V?

Ongeveer 20, 26 en 32 mA per segment; de strip: $20 \cdot 32 = 0{,}65\ \text{A}$.

**b** Bereken het vermogen van de hele strip bij 12,0 V en bij 14,4 V. Wat betekent dat voor de levensduur van de leds?

12,0 V: $12{,}0 \cdot 0{,}40 = 4{,}8\ \text{W}$. 14,4 V: $14{,}4 \cdot 0{,}648 = 9{,}3\ \text{W}$. Bijna 1,9 keer zoveel vermogen: de leds worden warmer en verouderen sneller (hun licht neemt sneller af).

**c** Bedenk twee oplossingen, en zeg wat elk kost (in geld, rendement of eenvoud).

(1) Een omzetter die er vaste 12,0 V van maakt (een buck-omzetter, E24): kost een onderdeel, rendement ±90 %. (2) Een led-driver met constante stroom: de beste oplossing, iets duurder. (3) Grotere weerstanden per segment: goedkoop, maar minder licht bij lage spanning en meer verlies. (4) PWM die de gemiddelde stroom bijstuurt op basis van de gemeten spanning (hoofdstuk 25).

## 23.16 Ontwerp: bescherming tegen ompolen

Uitdagen · 7 · Ontwerpen · 30 min

Wie de 12,8 V-rail van de klimaatmodule per ongeluk omgekeerd aansluit, maakt de elektronica stuk: MOSFETs hebben een ingebouwde diode van source naar drain, en de omvormer verdraagt geen negatieve spanning.

**a** Een 1N5819 in serie met de voeding van de 5 V-omvormer (piek 0,17 A): hoeveel spanning en vermogen kost dat? Aanvaardbaar?

> Een Schottky neemt bij 0,17 A ongeveer 0,3 V: $0{,}3 \cdot 0{,}17 = 0{,}05\,\mathrm{W}$. De omvormer krijgt 12,5 V in plaats van 12,8 V: geen probleem. Aanvaardbaar.

**b** Waarom is dezelfde oplossing onbruikbaar voor de hele rail (16,5 A met de lampen)? Reken.

> Bij 16,5 A zou zelfs een Schottky (±0,5 V) $0{,}5 \cdot 16{,}5 \approx 8\,\mathrm{W}$ verstoken, en een diode die zoveel stroom verdraagt, is groot en heet. Voor grote stromen gebruikt men een MOSFET als 'ideale diode' (enkele mΩ) of alleen een goede stekker die niet verkeerd kan.

**c** Een tweede methode: een diode in sperrichting over de ingang, achter de zekering. Leg uit hoe die beschermt. Wat moet er dan zeker in de kring?

> Bij juiste polariteit spert de diode: ze doet niets. Bij ompolen staat ze in doorlaat: ze maakt een kortsluiting, begrenst de omgekeerde spanning tot ±1 V, en de zekering brandt door. Er moet dus een zekering vóór de diode zitten, en de diode moet de kortsluitstroom verdragen tot de zekering smelt.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Berekening | Spanningsval en vermogen P = U_F · I correct, met realistische U_F. |
| Afweging | Verlies tegenover eenvoud; ziet dat een seriediode bij grote stromen niet kan. |
| Werking | Shuntdiode + zekering: bij ompolen kortsluiting via de diode, de zekering brandt door. |

## 23.17 Debat: de groeilampen schakelen met een relais of met een MOSFET?

●●● Uitdagen · 6 · Argumenteren · 25 min

De groeilampen van de klimaatmodule trekken samen 14,8 A op 12,8 V (190 W). Een groepje stelt een relais van 30 A voor, een ander een IRLZ44N. De IRLZ44N heeft bij 5 V hoogstens 0,025 Ω, zonder koelplaat 62 °C/W en mag hoogstens 175 °C warm worden; met een koelplaat wordt dat samen ongeveer 7 °C/W.

**a** Bereken het verlies in de MOSFET en de opwarming zonder en met koelplaat. Wat besluit je?

> $P = 0{,}025 \cdot 14{,}8^2 = 5{,}5\,\mathrm{W}$. Zonder koelplaat: $5{,}48 \cdot 62 \approx 340\,^\circ\mathrm{C}$ boven de omgeving: ver boven 175 °C, hij brandt door. Met koelplaat: $5{,}48 \cdot 7 \approx 38\,^\circ\mathrm{C}$: goed. Dus: MOSFET alleen met koelplaat (of twee parallel, of een type met nog kleinere $R_{DS(on)}$).

**b** Geef twee argumenten voor het relais en twee voor de MOSFET.

> Relais: bijna geen verlies in het contact, volledige scheiding tussen stuur- en lastkring, eenvoudig. MOSFET: geen mechanische slijtage en geen klikken, stil, snel, kan PWM, geen vonken aan de contacten.

**c** Wat kies je, als je ook weet dat de lampen in hoofdstuk 25 gedimd moeten worden met PWM (honderden keren per seconde aan en uit)?

> Een relais kan niet honderden keren per seconde schakelen (het slijt in dagen en is te traag). Voor dimmen is een MOSFET met koelplaat de enige goede keuze; een relais kan hoogstens als extra veiligheidsschakelaar in serie (alles uit bij een alarm).

I INTERMEDIATE · DEEL I6 · ELEKTRONICA

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 24

# Condensatoren en de RC-tijd

## Lading opslaan, tijd maken en een drukknop die maar één keer drukt

Uitgewerkte oplossingen bij de 18 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

6× oefenen · 6× toepassen · 6× uitdagen · ± 434 min

L Elektriciteit en elektronica · W Wiskundig modelleren




Achter de knop 'kasdak' zitten twee weerstanden, een condensator en een chipje: samen maken ze van één druk één signaal.

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

## ●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

### 24.1 Eenheden en opdrukcodes

●○○ Oefenen · 3 · Rekenen · 10 min

Condensatoren dragen hun waarde in verschillende vormen. Zet om of lees af.

a $0{,}47\,\mu\text{F} =$ _____ nF

✓ $0{,}47 \times 1000 = 470\,\text{nF}$.

**b** $2200\,\text{pF} =$ _____ nF

✓ $2200/1000 = 2{,}2\,\text{nF}$.

**c** $0{,}1\,\mu\text{F} =$ _____ nF $=$ _____ pF

✓ $100\,\text{nF} = 100\,000\,\text{pF}$.

**d** Opdruk **473**: _____

✓ $47 \cdot 10^3\,\text{pF} = 47\,000\,\text{pF} = 47\,\text{nF}$.

**e** Opdruk **222J**: _____ (met tolerantie)

✓ $22 \cdot 10^2\,\text{pF} = 2200\,\text{pF} = 2{,}2\,\text{nF}$, ±5 %.

**f** $1\,\text{F} =$ _____ µF

✓ $1\,000\,000\,\mu\text{F}$.

## 24.2 Lading en elektronen

●○○ Oefenen · 3 · Rekenen · 12 min

Op de print van de pompsturing staat een elco van 470 µF, 16 V, over de 12 V-aansluiting.

**a** Hoeveel lading zit er op de elco bij 12,0 V?

✓ $Q = CU = 470 \cdot 10^{-6} \cdot 12{,}0 = 5{,}64 \cdot 10^{-3}\,\text{C} = 5{,}64\,\text{mC}$.

**b** Hoeveel elektronen zijn er van de ene plaat naar de andere verschoven?

✓ $5{,}64 \cdot 10^{-3} / 1{,}602 \cdot 10^{-19} = 3{,}52 \cdot 10^{16}$ elektronen.

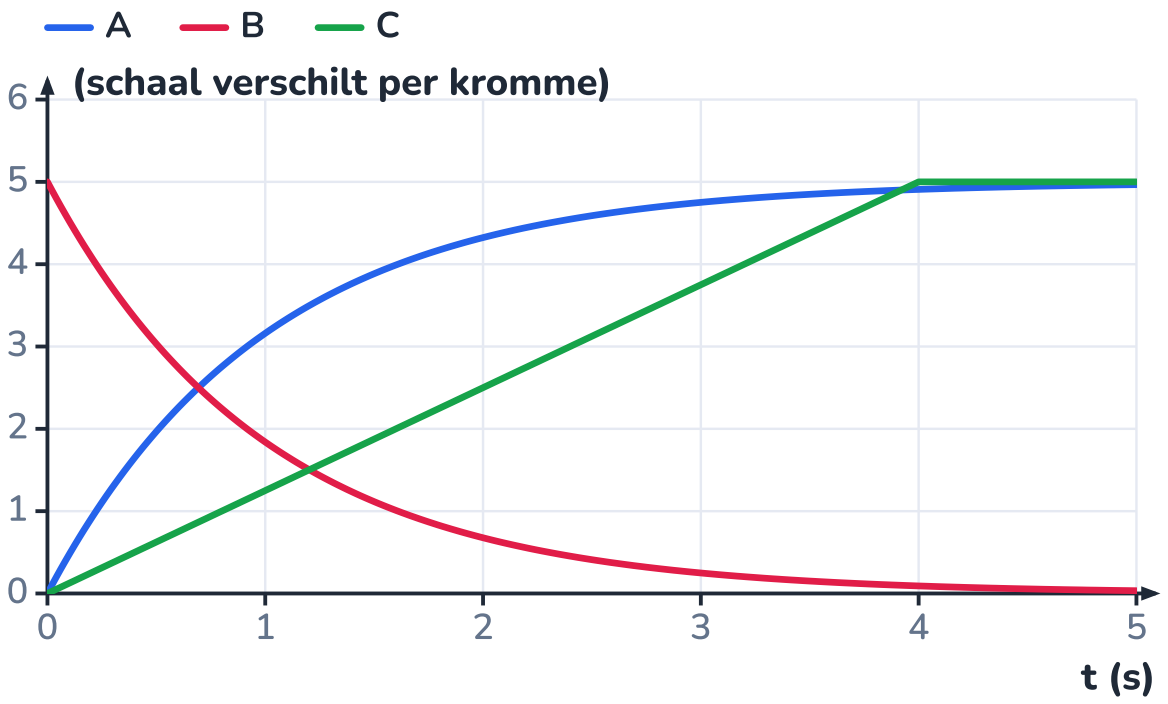
**c** Een klasgenoot wil dezelfde elco op 24 V gebruiken 'voor dubbel zoveel lading'. Wat zeg je?

✓ De lading zou verdubbelen, maar 24 V is ver boven de werkspanning van 16 V: het oxidehuidje slaat door, de elco lekt, wordt heet en kan openbarsten. Kies een elco van minstens 35 V (liefst 50 V).

## 24.3 Welke kromme is wat?

●○○ Oefenen · 3 · Begrijpen · 10 min

Een leerling meet in de RC-kring van het handboek (τ = 1,0 s) en tekent drie krommen, zonder erbij te zetten wat ze zijn.




Drie krommen; de verticale schaal verschilt per kromme.

**a** Welke kromme is de spanning over de condensator tijdens het laden?

- A A
- B B
- C C

✓ A.

**b** Kromme B kan in de laadkring twee verschillende grootheden voorstellen. Welke?

✓ De laadstroom (hij daalt van $U_0/R$ naar nul) en de spanning over de weerstand ($U_0 - U_C$). Bij het ontladen is B ook de spanning over de condensator.

**c** Waarom kan kromme C niet de spanning zijn bij het laden via een weerstand?

✓ Een rechte betekent een constante laadsnelheid, dus een constante stroom. Via een weerstand daalt de stroom naarmate de condensator voller is: de kromme moet steeds vlakker worden. (Een rechte krijg je alleen met een stroombron.)

## 24.4 Tijdconstanten

Oefenen · 4 · Rekenen · 15 min

Bereken τ en de tijd tot de condensator praktisch vol is (5τ). Let op de voorvoegsels.

**a** Vul de tabel in.

(a) $10^{4} \cdot 10^{-4} = 1{,}0\,\text{s}$; 5,0 s. (b) $4700 \cdot 220 \cdot 10^{-9} = 1{,}034\,\text{ms}$; 5,17 ms. (c) $10^{6} \cdot 10^{-5} = 10\,\text{s}$; 50 s. (d) $220 \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-9} = 0{,}374\,\mu\text{s}$; 1,87 µs.

**b** Welke condensator geeft met 10 kΩ een τ van 20 ms? Kies uit 1,0; 2,2; 4,7 en 10 µF, en geef de τ die je dan echt krijgt.

$C = \tau / R = 0{,}020 / 10\,000 = 2{,}0\,\mu\text{F}$: kies 2,2 µF, dan is $\tau = 22\,\text{ms}$.

## 24.5 Een elco juist aansluiten

Oefenen · 4 · Begrijpen · 12 min

Je wil een elco van 1000 µF over de 12,8 V-rail van de klimaatmodule zetten, vlak bij de H-brug van de dakmotor. Bij het laden van de batterij kan de rail tot 14,6 V stijgen.

**a** In de schuif liggen elco's van 1000 µF voor 10 V, 16 V, 25 V en 35 V. Welke kies je, en waarom niet de goedkoopste die 'past'?

25 V (of 35 V). 16 V ligt maar 1,4 V boven de 14,6 V van het laden; met spanningspieken van de motor is dat te krap. Een ruime marge (vuistregel: 1,5 à 2 keer de hoogste spanning) maakt hem ook duurzamer.

**b** Hoe herken je de minkant? Waar komt die aan?

Aan de streep met mintekens en de kortere poot. De minkant komt aan de massa (GND), de pluskant aan de +12,8 V-rail.

**c** Wat gebeurt er als je hem omgekeerd aansluit?

Het oxidehuidje dat de isolator vormt, wordt afgebroken: de elco lekt stroom, wordt heet, zwelt op en kan openbarsten langs de breukgroef.

**d** Waarom staat er ook een temperatuur op, en waarom zet je hem liever niet vlak naast de koelplaat van de lamp-MOSFET?

Een elco droogt uit, sneller naarmate hij warmer is: de levensduur geldt bij de opgegeven temperatuur en wordt ruwweg dubbel zo lang per 10 °C koeler. Naast een warme koelplaat veroudert hij veel sneller.

## 24.6 Elco tegenover supercondensator

Oefenen · 4 · Rekenen · 15 min

Vergelijk een grote elco van 4700 µF / 25 V (geladen tot 24 V) met een supercondensator van 10 F / 2,7 V (geladen tot 2,7 V).

**a** Bereken de energie in elk van beide.

Elco: $\frac{1}{2} \cdot 4{,}7 \cdot 10^{-3} \cdot 24^{2} = 1{,}35\,\text{J}$. Supercondensator: $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2{,}7^{2} = 36{,}5\,\text{J}$, 27 keer meer.

**b** Hoeveel supercondensatoren van 10 F heb je nodig voor 1 Wh (3600 J)?

✓ $3600 / 36{,}45 = 98{,}8$: je hebt er 99 nodig.

**c** Waarom zet je niet gewoon honderd supercondensatoren in serie om 270 V te halen, 'want E groeit met U²'?

✓ In serie deelt de spanning, maar de capaciteit ook: honderd van 10 F in serie geven maar 0,1 F. De energie is dan ½ · 0,1 · 270² = 3645 J: precies honderd keer die van één, niet meer. Je wint niets per condensator; je krijgt alleen een hogere spanning (en je moet de spanning per cel bewaken).

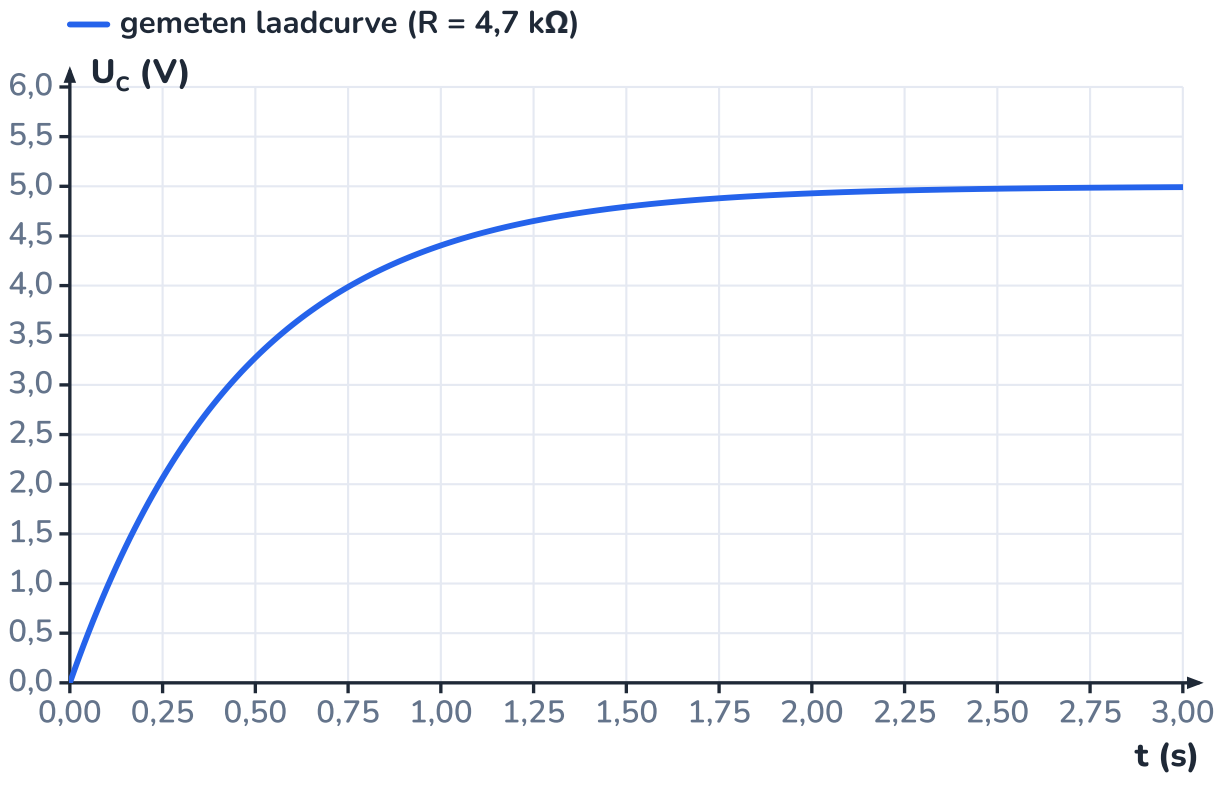
## ●●○ Toepassen Toepassen

meerdere stappen, in een context

### 24.7 Een laadcurve aflezen

●●○ Toepassen · 5 · Analyseren · 20 min

Een condensator laadt via een weerstand van 4,7 kΩ op 5,0 V. Een datalogger tekende de curve.




Gemeten spanning over de condensator.

**a** Bepaal τ met de 63 %-regel. Toon in de grafiek wat je afleest.

✓ 63 % van 5,0 V is 3,16 V; die spanning wordt gehaald bij ongeveer 0,47 s. Dus $\tau \approx 0{,}47\,\text{s}$.

**b** Controleer met de raaklijn in de oorsprong.

✓ De raaklijn in de oorsprong (helling 5,0 V / τ) snijdt de lijn van 5,0 V bij ongeveer 0,47 s.

**c** Bereken de capaciteit. Welke nominale waarde zou erop staan?

✓ $C = \tau / R = 0{,}47 / 4700 = 1{,}0 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{F} = 100\,\mu\mathrm{F}$.

**d** Na hoeveel tijd is de spanning 4,5 V? Reken en controleer in de grafiek.

✓ $t = \tau \ln \dfrac{5{,}0}{0{,}5} = 0{,}47 \cdot \ln 10 = 1{,}08\,\mathrm{s}$; in de grafiek: 4,5 V ligt net voorbij 1,0 s.

## 24.8 Een vertraging met een MOSFET

Toepassen · 5 · Rekenen · 20 min

Iemand wil dat de ventilatoren nog even nadraaien als het programma ze uitzet, zonder software: een elco van 47 µF tussen gate en source van de MOSFET, en een weerstand van 100 kΩ erover. De pin laadt de gate op 5,0 V (via 220 Ω) en wordt dan een ingang: de elco ontlaadt via 100 kΩ. De IRLZ44N begint te geleiden boven een drempelspanning die volgens de datasheet ergens tussen 1,0 en 2,0 V ligt.

**a** Bereken τ voor het ontladen.

✓ $\tau = 100 \cdot 10^{3} \cdot 47 \cdot 10^{-6} = 4{,}7\,\mathrm{s}$.

**b** Hoe lang na het loslaten gaat de MOSFET uit, in het beste en in het slechtste geval?

✓ Drempel 2,0 V: $t = 4{,}7 \ln(5/2) = 4{,}3\,\mathrm{s}$. Drempel 1,0 V: $t = 4{,}7 \ln 5 = 7{,}6\,\mathrm{s}$.

**c** De elco heeft een tolerantie van ±20 %. Hoe groot wordt de spreiding dan?

✓ Met ±20 % op τ: van $0{,}8 \cdot 4{,}3 = 3{,}4\,\mathrm{s}$ tot $1{,}2 \cdot 7{,}6 = 9{,}1\,\mathrm{s}$: meer dan een factor twee.

**d** Waarom is dit, naast de onnauwkeurigheid, een slecht idee voor een MOSFET die 0,4 A schakelt?

✓ Tijdens het uitdoven zakt de gatespanning langzaam door het gebied waar de MOSFET half geleidt: dan heeft hij een grote weerstand, wordt warm en laat de ventilator traag draaien. Een schakelaar moet snel door dat gebied. In software (millis) is de tijd exact en schakelt de MOSFET in een microseconde.

## 24.9 Labo: een RC-curve meten

Toepassen · 5 · Labo · 50 min

Bouw de meetopstelling van het handboek (D8, 10 kΩ, elco, A0) met een elco naar keuze tussen 47 en 470 µF. Pas `STAP_MS` en `AANTAL` in rc_meting.ino aan, zodat je ongeveer 5τ meet in minstens 40 punten.

**a** Bereken vooraf τ met de nominale waarde, en kies STAP_MS en AANTAL.

✓ Bv. 220 µF: τ = 2,2 s, meet 11 s: STAP_MS = 250, AANTAL = 45.

**b** Voer de meting uit en noteer een deel van de waarden.

✓ De waarden stijgen eerst snel, dan steeds trager, tot net onder 1024.

**c** Bepaal τ met de 63 %-regel en door te linearisereren (rekenblad of tau.py). Bereken telkens C.

✓ Beide methoden geven een τ die meestal binnen enkele procenten overeenkomt; C = τ / 10 kΩ.

**d** Vergelijk met de nominale waarde en de tolerantie. Welke methode vertrouw je meer, en waarom?

✓ Een afwijking tot 20 % is normaal voor een elco. Linearisereren gebruikt alle punten en middelt ruis uit; het 63 %-punt hangt af van twee metingen en is gevoeliger voor één uitschieter.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Voorbereiding** | τ vooraf berekend; meettijd ongeveer 5τ, genoeg punten. |
| **Meting** | Elco juist gepoold; volledige meetreeks; eenheden in de kop. |
| **Verwerking** | τ met twee methoden; punten bij N > 1000 weggelaten bij het linearisereren; C = τ/R. |
| **Besluit** | Afwijking in procent vergeleken met de tolerantie (±20 %); kritisch over de methoden. |

## 24.10 Rimpel na een bruggelijkrichter

Toepassen · 5 · Rekenen · 20 min

Een transformator van 9 V~ voedt via een bruggelijkrichter (twee diodes van 0,7 V in de stroomweg) een schakeling die 0,20 A trekt.

**a** Bereken de topwaarde van de uitgang.

✓ $9 \cdot \sqrt{2} - 1{,}4 = 11{,}3\ \mathrm{V}$.

**b** Schat de rimpel met een elco van 1000 µF.

✓ $\Delta U \approx 0{,}20 / (100 \cdot 0{,}001) = 2{,}0\ \mathrm{V}$.

**c** Welke capaciteit heb je minstens nodig voor een rimpel van hoogstens 0,5 V? Kies uit 2200, 3300, 4700 µF.

✓ $C \geq 0{,}20 / (100 \cdot 0{,}5) = 4{,}0 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{F} = 4000\ \mu\mathrm{F}$: kies 4700 µF.

**d** Welke werkspanning kies je? (Netspanning tot 10 % hoger.)

✓ $1{,}1 \cdot 9\sqrt{2} - 1{,}4 = 12{,}6\ \mathrm{V}$: een elco van 16 V volstaat; 25 V geeft meer marge.

## 24.11 C++: waarom telt de knop duizend keer?

Toepassen · 6 · Programmeren · 25 min

Een leerling wil tellen hoe vaak de knop 'kasdak' ingedrukt wordt, en schrijft:

```
const int KNOP = 22;
int teller = 0;

void setup() {
  pinMode(KNOP, INPUT_PULLUP);
  Serial.begin(9600);
}
```

```
void loop() {
  if (digitalRead(KNOP) == LOW) {
    teller++;
    Serial.println(teller);
  }
}
```

**a** Na één korte druk van 0,3 s staat de teller op een paar duizend. Leg uit waarom (twee redenen).

(1) Het programma telt niet de druk, maar elke doorgang door loop() waarin de knop ingedrukt is: duizenden per seconde. Er ontbreekt flankdetectie (alleen de overgang los → ingedrukt telt). (2) Ook met flankdetectie zou de dender enkele extra flanken geven.

**b** Een klasgenoot 'lost het op' door na `teller++` een `delay(300)` te zetten. Wat is daar mis mee in de klimaatmodule?

Tijdens de delay() doet het programma niets anders: de vlotter wordt niet gelezen (de pomp kan droog draaien), de dakmotor stopt niet aan zijn eindeloopschakelaar. En wie twee keer snel drukt, wordt maar één keer geteld.

**c** Herschrijf `loop()` zodat elke druk precies één keer telt, zonder `delay()`.

```
int vorigeLezing = HIGH, stabiel = HIGH;
unsigned long laatsteWissel = 0;

void loop() {
  unsigned long nu = millis();
  int lezing = digitalRead(KNOP);
  if (lezing != vorigeLezing) {
    laatsteWissel = nu;
    vorigeLezing = lezing;
  }
  if (nu - laatsteWissel >= 20 && lezing != stabiel) {
    stabiel = lezing;
    if (stabiel == LOW) {        // flank: net ingedrukt
      teller++;
      Serial.println(teller);
    }
  }
}
```

## 24.12 De condensator op de batterijdeler

Toepassen · 6 · Analyseren · 25 min

De batterijspanning komt via 100 kΩ en 33 kΩ op A3 (hoofdstuk 22), met 100 nF tussen A3 en GND. De deler gedraagt zich als een bron met inwendige weerstand $R_1 \parallel R_2$. De ADC laadt bij elke meting een condensatortje van ongeveer 14 pF.

**a** Bereken de inwendige weerstand van de deler en τ met de 100 nF.

$R = \dfrac{100 \cdot 33}{100 + 33} = 24{,}8\,\text{k}\Omega;\ \tau = 24{,}8 \cdot 10^{3} \cdot 100 \cdot 10^{-9} = 2{,}48\,\text{ms}.$

**b** De pomp slaat aan en de batterijspanning zakt in één keer 0,20 V. Hoeveel verandert de spanning op A3? Hoe lang duurt het tot A3 minder dan één ADC-stap (4,88 mV) van de nieuwe waarde af zit?

Op A3: $0{,}20 \cdot 33/133 = 49{,}6\,\text{mV}$. Het verschil met de eindwaarde daalt als $e^{-t/\tau}$: $t = \tau \ln(49{,}6/4{,}88) = 5{,}8\,\text{ms}$.

**c** Hoeveel zakt de spanning op A3 als de ADC zijn 14 pF uit de 100 nF laadt? Vergelijk met één stap.

De lading verdeelt zich: de spanning zakt ongeveer met een factor $14\,\text{pF}/100\,\text{nF} = 1{,}4 \cdot 10^{-4}$: bij 3,2 V is dat $0{,}45\,\text{mV}$, minder dan een tiende van een stap.

**d** Waarom zet je er geen 100 µF op, 'voor nog minder ruis'?

Met 100 µF wordt τ = 2,5 s: de meting loopt seconden achter op de echte batterijspanning. Voor de laadtoestand is dat geen ramp, maar een snelle daling (kortsluiting, een zware last) zie je te laat. En een elco lekt zelf een beetje stroom, wat de deler verstoort.

## ●●● Uitdagen Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

### 24.13 Habitat: de ingangen van het bedieningspaneel

●●● Uitdagen · 7 · Habitat · 50 min

Het bedieningspaneel naast de deur krijgt vier knoppen: S1 'kasdak' (D22, handboek), S2 'lampen', S3 'pomp met de hand' en S4 'alarm stil'. De dakmotor krijgt twee eindeloopschakelaars. Alles moet over ongeveer 3 m kabel naar de Mega. Datasheetgegevens 74HC14 bij 5 V (afgeleid uit de tabel bij 4,5 en 6 V): $V_{T+}$ 1,8 tot 3,5 V, $V_{T-}$ 1,0 tot 2,2 V.

**a** Teken het schema van één ingang (knop, kabel, R1, R2, C, 74HC14, pin) en geef aan hoeveel 74HC14's je nodig hebt voor alle zes de contacten.

Zoals op het habitatblad: +5 V → R1 → A; A → knop → GND (via de kabel); A → R2 → B; B → C → GND; B → ingang 74HC14; uitgang → pin. Zes contacten: precies één 74HC14 (zes poorten).

**b** Een fabrikant raadt R1 = R2 = 4,7 kΩ en C = 1 µF aan. Bereken de kortste en langste reactietijd bij indrukken en loslaten. Is dat nog goed tegen 6,2 ms dender?

Indrukken: $\tau = 4{,}7\,\text{ms}$: van $4{,}7\ln(5/2{,}2) = 3{,}9$ tot $4{,}7\ln 5 = 7{,}6\,\text{ms}$. Loslaten: $\tau = 9{,}4\,\text{ms}$: van $9{,}4\ln(5/3{,}2) = 4{,}2$ tot $9{,}4\ln(5/1{,}5) = 11{,}3\,\text{ms}$. Het kortste geval (3,9 ms) ligt onder de 6,2 ms van de slechtste knoppen van Ganssle: te krap. Met 10 kΩ (of met 2,2 µF) is er marge.

**c** Kies drie vrije pinnen voor S2 tot S4 (de eindeloopschakelaars van het dak komen op D23 en D24, hoofdstuk 26). Hoe stel je ze in met pinMode?

Bv. S2 op D25, S3 op D26, S4 op D27 (D23/D24 eindeloop). Achter de 74HC14 staat de pin op INPUT: de chip levert zelf een harde 0 of 5 V; een pull-up heeft geen zin.

**d** S4 'alarm stil' mag nooit per ongeluk werken. Stel een extra regel voor in software.

Bv.: 'alarm stil' pas na 2 s onafgebroken indrukken (millis() bijhouden vanaf de flank), en na 30 min vanzelf terug actief. Of twee knoppen tegelijk.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Schema** | Pull-up, knop naar GND, R2 en C juist geplaatst, Schmitt-trigger die omkeert, pin; massa gedeeld. |
| **Berekening** | τ voor indrukken (R2 C) en loslaten ((R1 + R2) C), met de uiterste drempels; vergelijking met de dender. |
| **Pinnen** | Vrije pinnen gekozen, niet A0-A6, D2, D5-D11, 20/21; pinMode INPUT (geen pull-up achter de 74HC14). |
| **Veiligheid** | Voorstel dat een onbedoelde druk op S4 onschadelijk maakt, bv. twee seconden vasthouden. |

## 24.14 De helft van de energie gaat verloren

●●● Uitdagen · 6 · Rekenen · 25 min

Een condensator van 1000 µF wordt via een weerstand R vanaf 0 V geladen op een bron van 12 V.

**a** Hoeveel lading levert de bron in totaal, en hoeveel energie levert ze daarmee? (Een bron met vaste spanning levert per coulomb $U$ joule.)

✓ $Q = CU = 10^{-3} \cdot 12 = 0{,}012\,\text{C}$; de bron levert $Q \cdot U = 0{,}012 \cdot 12 = 0{,}144\,\text{J}$.

**b** Hoeveel energie zit er op het einde in de condensator? Waar is de rest gebleven?

✓ In de condensator: $\frac{1}{2}CU^2 = 0{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 144 = 0{,}072\,\text{J}$: de helft. De andere 0,072 J is warmte in de weerstand geworden.

**c** Controleer voor $R = 10\,\Omega$: het vermogen in de weerstand is $P = RI^2$ met $I = (U/R)\,\text{e}^{-t/\tau}$. Tel $P \cdot \Delta t$ op (rekenblad of Python, stappen van 0,1 ms tot 5τ).

✓ $\tau = 10\,\text{ms}$. De som van $10 \cdot (1{,}2\,\text{e}^{-t/0{,}01})^2 \cdot 10^{-4}$ tot 50 ms geeft ongeveer $0{,}0727\,\text{J}$ (tot 5τ; oneindig lang: 0,0720 J).

**d** Een klasgenoot zegt: 'Met een kleinere weerstand gaat er minder verloren.' Klopt dat?

✓ Nee. Met een kleinere R is de stroom groter maar duurt het laden korter; het verlies $\frac{1}{2}CU^2$ hangt niet van R af. Alleen door langzaam te laden met een stijgende spanning (zoals een lader die de spanning mee laat stijgen) verlies je minder.

## 24.15 Ontwerp: een supercondensatorbuffer voor de datalogger

●●● Uitdagen · 7 · Ontwerpen · 45 min

Werk de buffer van het habitatvoorbeeld uit. De 5 V-rail levert gemiddeld 0,16 A; de Mega moet boven 4,5 V blijven tot het logbestand dicht is (2,0 s is genoeg). De supercondensator is 1,0 F, 5,5 V. De omvormer van 12,8 naar 5 V mag hoogstens 0,5 A extra leveren om hem te laden.

**a** Hoe lang houdt 1,0 F het vol? Is 0,47 F ook goed?

✓ 1,0 F: $1{,}0 \cdot 0{,}5/0{,}16 = 3{,}1\,\text{s}$. 0,47 F: $1{,}47\,\text{s}$: ook boven 2,0 s, maar met weinig marge (en supercondensatoren verliezen met de jaren capaciteit).

**b** Kies een laadweerstand zodat de omvormer nooit meer dan 0,5 A extra levert. Hoe lang duurt het tot de buffer na het inschakelen vol is (5τ)?

> ✓ Leeg is de buffer een kortsluiting: $I = 5{,}0/R \leq 0{,}5\,\text{A}$ geeft $R \geq 10\,\Omega$. Met 10 Ω is $\tau = 10\,\text{s}$, vol na ongeveer 50 s. (Vermogen in R bij de start: $5^2/10 = 2{,}5\,\text{W}$: een weerstand van 3 à 5 W.)

**c** Met die weerstand kan de buffer bij een onderbreking maar traag stroom leveren. Hoe los je dat op met één Schottkydiode? Teken het schema.

> ✓ Een Schottkydiode parallel aan de laadweerstand, anode aan de supercondensator, kathode aan de 5 V-rail. Zolang de rail er is, spert ze. Valt de rail weg, dan geleidt ze en levert de buffer rechtstreeks (min ±0,3 V: reken dan met 5,0 → 4,8 V als start, of kies een iets hogere buffer).

**d** Hoe weet het programma dat de voeding wegviel, zodat het meteen het bestand sluit? Gebruik een ingang die al bestaat.

> ✓ De Mega meet de batterij- of railspanning al op A3. Het programma controleert A3 in elke lus (niet met delay) en sluit het bestand zodra de 12,8 V-rail wegvalt of onder een drempel zakt. Sneller nog: een aparte deler van de 12 V-ingang naar een digitale pin.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Rekenwerk** | Δt = CΔU/I correct voor beide waarden; R uit de laadstroom; 5τ. |
| **Schema** | Supercondensator via R geladen, diode (anode aan de buffer, kathode aan de rail) voor het terugleveren. |
| **Detectie** | Wegvallen gezien via de rail- of batterijspanning (A3) of een eigen ingang, met snelle reactie. |
| **Kritisch** | Spanningsval over de diode meegenomen; lekstroom en veroudering van de supercondensator genoemd. |

## 24.16 Python: laden in stappen

●●● Uitdagen · 6 · </> Programmeren · 30 min

Het handboek toont dat een condensator per tijdstapje een vaste fractie $\Delta t/\tau$ bijkrijgt van wat nog ontbreekt. Een computer kan de laadcurve zo berekenen, zonder de formule met e (in hoofdstuk E4 heet dat de methode van Euler).

**a** Schrijf een programma dat vanaf $U = 0$ in stappen $\Delta t$ de regel `U = U + (U0 - U) * dt / tau` toepast tot $t = \tau$, en de spanning afdrukt. Neem $U_0 = 5$ V, $\tau = 1$ s.

> ✓

```
U0, tau = 5.0, 1.0
for dt in (0.5, 0.1, 0.01):
    U, t = 0.0, 0.0
    while t < tau - 1e-9:
        U = U + (U0 - U) * dt / tau
        t = t + dt
    print(dt, round(U, 3))
```

**b** Vul de tabel in voor de stappen 0,5; 0,1 en 0,01 s, en vergelijk met de exacte waarde.

> ✓ 0,5 s: 3,750 V; 0,1 s: 3,257 V; 0,01 s: 3,170 V; exact $5(1 - \text{e}^{-1}) = 3{,}161\,\text{V}$. Fouten: 18,6 %, 3,0 % en 0,29 %.

**c** Wat gebeurt er als je Δt = 2 s kiest? Waarom?

> Na één stap is U = 0 + 5 · 2 = 10 V: dubbel de bronspanning, daarna schiet het heen en weer steeds verder door. De regel gaat ervan uit dat de stroom tijdens de stap constant blijft; dat klopt alleen als Δt veel kleiner is dan τ.

## 24.17 De resetpuls van de Uno

Uitdagen · 7 · Analyseren · 25 min

Op een Uno is de lijn DTR van de USB-chip via 100 nF met de RESET-pin verbonden; RESET heeft een pull-up van 10 kΩ naar 5 V. In rust zijn DTR en RESET allebei 5 V. Opent de computer de seriële poort, dan springt DTR naar 0 V. Stel dat de chip herstart zolang RESET onder 1,0 V blijft.

**a** Welke spanning staat er over de condensator vlak voor de sprong? En vlak erna? Welke spanning heeft RESET dus vlak na de sprong?

> Voor de sprong: 5 V aan beide kanten, dus 0 V over de condensator. De spanning over een condensator kan niet springen: erna ook 0 V. RESET = DTR − 0 V = 0 V.

**b** Hoe verloopt RESET daarna? Hoe lang blijft RESET onder 1,0 V?

> RESET laadt via 10 kΩ naar 5 V: $U = 5(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau})$ met $\tau = 10^{4} \cdot 10^{-7} = 1{,}0\,\mathrm{ms}$. Onder 1,0 V tot $t = 1{,}0 \cdot \ln(5/4) = 0{,}22\,\mathrm{ms}$: lang genoeg voor een reset.

**c** Na enkele seconden springt DTR terug naar 5 V. Welke spanning krijgt RESET dan even, en waarom staat er op de Uno een diode van RESET naar 5 V?

> Na enkele ms is RESET weer 5 V en DTR 0 V: nu staat er 5 V over de condensator (DTR-kant negatief). Springt DTR naar 5 V, dan springt RESET mee met 5 V: naar 10 V, dubbel de voeding. De diode van RESET naar 5 V geleidt dan en houdt RESET op ongeveer 5,7 V, zodat de chip niet beschadigd raakt.

## 24.18 Debat: ontdenderen in hardware of in software?

Uitdagen · 6 · Argumenteren · 25 min

In de meetkas (Uno) hangt de drukknop op D2 met een kort draadje en INPUT_PULLUP, zonder extra onderdelen. In de klimaatmodule krijgt de knop 'kasdak' een RC-filter en een 74HC14. Een klasgenoot vindt dat overdreven: 'software is gratis'.

**a** Geef twee argumenten voor ontdenderen in software en twee voor hardware.

> Software: geen onderdelen, gemakkelijk aan te passen (wachttijd), geen soldeerwerk. Hardware: filtert ook storingspieken op lange kabels, werkt ook als het programma even bezig is, geeft één nette flank (goed voor interrupts en tellers), ontlast de software.

**b** Bij welke van deze situaties is hardware bijna onmisbaar: (a) een knop die een interrupt geeft (de chip reageert binnen microseconden, hoofdstuk E37); (b) een knop op 20 cm draad; (c) een knop op 3 m kabel naast een motor?

> (a) en (c). Een interrupt reageert op elke flank, ook op dender en storingen: zonder filter krijg je tientallen interrupts. Een lange kabel naast een motor vangt storingspieken op die software als drukken kan zien. (b) is met software prima.

c Wat kies jij voor het bedieningspaneel, en waarom?

Bv.: RC + 74HC14 én de softwarecontrole: de hardware haalt storingen en dender weg, de software is een tweede vangnet en kost niets. Een paneel dat het dak laat bewegen, moet betrouwbaar zijn.

I INTERMEDIATE · DEEL I6 · ELEKTRONICA

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 25

# Van analoog naar digitaal

## Van een spanning naar een getal, en van een getal terug naar licht

Uitgewerkte oplossingen bij de 16 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

6× oefenen · 6× toepassen · 4× uitdagen · ± 382 min

L Elektriciteit en elektronica · P Programmeren en computationeel denken · W Wiskundig modelleren



Als de zon zakt, gaan de lampen niet plots aan, maar geleidelijk: zoveel als er aan daglicht ontbreekt.

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

## Oefenen

●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

### 25.1 Analoog of digitaal?

●○○ Oefenen · 3 · Begrijpen · 10 min

Een lijst met signalen en toestellen.

**a** Zeg telkens of het signaal analoog of digitaal is: (a) de spanning van de TMP36; (b) wat `digitalRead` teruggeeft; (c) de druk onderaan het reservoir; (d) het getal van `analogRead`; (e) een PWM-signaal op pin 9.

(a) analoog; (b) digitaal (0 of 1); (c) analoog; (d) digitaal (een getal van 10 bits); (e) digitaal: het is altijd 0 of 5 V, al stelt het gemiddelde een analoge waarde voor.

**b** Op welke twee manieren verliest een digitaal signaal informatie?

✓ In de tijd (je meet alleen op bepaalde ogenblikken) en in de waarde (je rondt af op een eindig aantal niveaus).

**c** Geef één reden waarom je toch digitaal wil werken.

✓ Een digitaal signaal kan je zonder verlies kopiëren, versturen en opslaan; ruis op een draad verandert een 1 niet in iets anders. Je kan er ook mee rekenen.

## 25.2 Binair en decimaal

Oefenen · 3 · Rekenen · 15 min

Reken om. Toon je werkwijze (gewichten of delen door 2).

**a** $0000\,1101_2 =$ _____

✓ 8 + 4 + 1 = 13

**b** $1111\,1111_2 =$ _____

✓ 128 + 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 255

**c** $1000\,0000\,00_2 =$ _____ (tien bits)

✓ 512

**d** 57 = _____ (binair, 8 bits)

✓ 57 : 2 = 28 r 1; 28 : 2 = 14 r 0; 14 : 2 = 7 r 0; 7 : 2 = 3 r 1; 3 : 2 = 1 r 1; 1 : 2 = 0 r 1: 0011 1001.

**e** 130 = _____ (binair, 8 bits)

✓ 130 = 128 + 2: 1000 0010.

**f** Welk getal volgt binair op 0111 1111? Wat valt je op?

✓ 1000 0000 (127 + 1 = 128): alle enen worden nullen en er komt een 1 vooraan, zoals 999 + 1 = 1000 in het decimale stelsel.

## 25.3 Hexadecimaal

Oefenen · 3 · Rekenen · 12 min

In code en datasheets staan getallen vaak hexadecimaal, met 0x ervoor.

**a** 0x0F = _____ (decimaal) = _____ (binair)

✓ 15 = 0000 1111

**b** 0xA0 = _____ (decimaal) = _____ (binair)

✓ 160 = 1010 0000

**c** 200 = 0x _____

✓ 200 = 12 · 16 + 8: 0xC8

**d** Een kleur op een webpagina is #00FF7F. Hoeveel rood, groen en blauw (elk 0-255)?

✓ Rood 0x00 = 0, groen 0xFF = 255, blauw 0x7F = 127 (een fel lentegroen).

## 25.4 Hoeveel bits heb je nodig?

Oefenen · 4 · Rekenen · 15 min

Een ontwerper wil telkens een aantal verschillende waarden kunnen opslaan.

**a** Hoeveel bits heb je minstens nodig voor: (a) de 24 uren van een dag; (b) een temperatuur van −20,0 tot +60,0 °C in stappen van 0,1 °C; (c) de 1440 minuten van een dag?

✓ (a) 24 waarden: $2^4 = 16$ is te weinig, $2^5 = 32$: 5 bits. (b) $80{,}0/0{,}1 + 1 = 801$ waarden: $2^{10} = 1024$: 10 bits. (c) 1440: $2^{11} = 2048$: 11 bits.

**b** Een ADC van 12 bit heeft hoeveel niveaus? Hoe groot is de stap bij 3,3 V?

✓ $2^{12} = 4096$ niveaus; stap $3{,}3/4096 = 0{,}81\,\text{mV}$.

**c** Waarom gebruikt analogWrite 8 bits en analogRead 10?

✓ Het zijn twee verschillende onderdelen van de chip: de ADC is gebouwd voor 10 bits, de timers die PWM maken tellen tot 255 (8 bits). Daarom deel je een ADC-waarde door 4 als je ze met analogWrite wil gebruiken.

## 25.5 Van spanning naar ADC-waarde

Oefenen · 4 · Rekenen · 15 min

Een ADC van 10 bit met een referentie van 5,00 V.

**a** Welke ADC-waarde geeft: (a) 1,00 V; (b) 2,50 V; (c) 4,998 V; (d) 5,5 V?

✓ (a) $\lfloor 1024 \cdot 0{,}200 \rfloor = 204$ (want $1024 \cdot 0{,}2 = 204{,}8$); (b) 512; (c) $\lfloor 1023{,}6 \rfloor = 1023$; (d) 1023 (boven het bereik), en 5,5 V is meer dan de voeding: gevaarlijk voor de pin.

**b** Een meting geeft N = 614. Tussen welke twee spanningen ligt de echte spanning?

✓ Tussen $614 \cdot 4{,}883 = 2998{,}0\,\text{mV}$ en $615 \cdot 4{,}883 = 3002{,}9\,\text{mV}$.

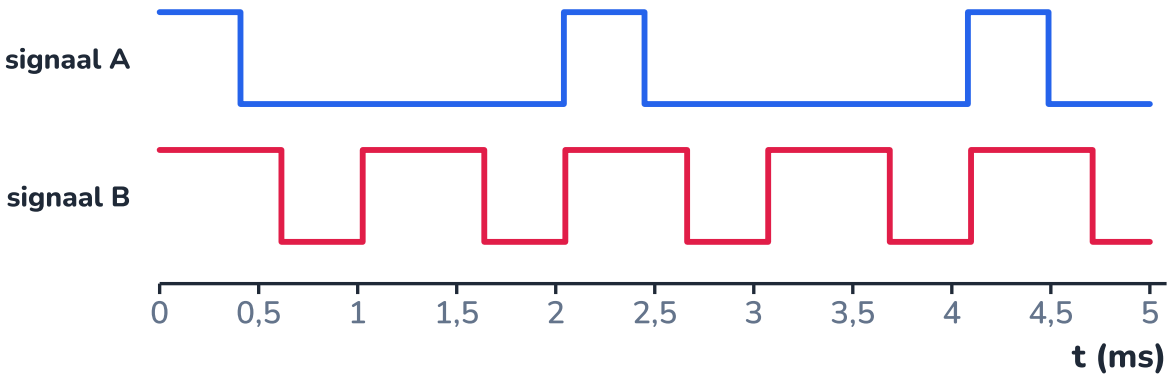
**c** Een klasgenoot zegt: 'Mijn meter geeft 614, dus de spanning is 2,998 V, tot op de millivolt.' Wat is er mis?

✓ De ADC zegt alleen 'ergens in deze stap van 4,9 mV', en of de referentie echt 5,00 V is, weet hij niet: resolutie is geen nauwkeurigheid. Drie cijfers na de komma suggereren een zekerheid die er niet is.

## 25.6 PWM-signalen aflezen

●○○ Oefenen · 4 · Analyseren · 15 min

Een logische analysator toont twee PWM-signalen van 5 V.




Signaal A en B, elk 0 of 5 V.

**a** Lees voor A en B de periode af, en bereken de frequentie.

✓ A: $T \approx 2{,}04\,\text{ms}$, $f \approx 490\,\text{Hz}$. B: $T \approx 1{,}02\,\text{ms}$, $f \approx 980\,\text{Hz}$.

**b** Bepaal de duty cycle van A en B en de gemiddelde spanning.

✓ A: hoog ongeveer 0,41 ms van 2,04: $D = 20\,\%$, gemiddeld 1,0 V. B: 0,61 van 1,02 ms: $D = 60\,\%$, gemiddeld 3,0 V.

**c** Op welke pinnen van een Uno kunnen A en B gemaakt zijn? Welke analogWrite-waarde hoort er ongeveer bij?

✓ A: 490 Hz, dus pin 3, 9, 10 of 11; $0{,}20 \cdot 255 = 51$. B: 980 Hz, dus pin 5 of 6; ongeveer 153.

## ●●○ Toepassen — Toepassen

meerdere stappen, in een context

## 25.7 Twee referentiespanningen

●●○ Toepassen · 5 · Rekenen · 20 min

De pH-module op A2 van de Mega geeft 2,50 V bij pH 7,00 en daalt 0,18 V per pH-eenheid (hoofdstuk 15). De voedingsoplossing moet tussen pH 5,5 en 6,5 blijven.

**a** Welke spanningen horen bij pH 5,5, 5,8 en 6,5?

✓ $U = 2{,}50 + 0{,}18 \cdot (7{,}00 - \text{pH})$: pH 5,5: 2,77 V; pH 5,8: 2,716 V; pH 6,5: 2,59 V.

**b** Hoeveel pH is één ADC-stap met de referentie van 5 V?

✓ $4{,}88\,\text{mV} / 0{,}18\,\text{V} = 0{,}027$ pH per stap.

**c** Kan je de referentie van 2,56 V (`INTERNAL2V56`) gebruiken? Hoeveel pH per stap wordt het dan?

> Nee: alle spanningen liggen boven 2,56 V, dus de ADC zou op 1023 blijven staan. Met 2,56 V als referentie is de stap wel $2{,}5\,\mathrm{mV}$ (0,014 pH), maar het bereik is te klein. (Met een spanningsdeler ervoor zou het kunnen, maar dan verlies je de winst weer.)

**d** De pH-module is maar tot ongeveer 0,1 pH nauwkeurig. Is de fijnere stap dan zinvol?

> Nauwelijks: 0,027 pH per stap is al vier keer fijner dan de nauwkeurigheid van de sensor. Een fijnere stap maakt de grafiek vloeiender, niet juister.

## 25.8 Hoe vaak meten?

Toepassen · 5 · Analyseren · 20 min

Kies voor elk signaal van de klimaatmodule een zinvolle bemonsteringsfrequentie, en verantwoord.

**a** Vul de tabel in.

> Reservoir: verandert in uren; 1 keer per minuut is ruim. $CO_2$: verandert in minuten (ventilatie, planten); 1 keer per 10 s. Waterniveau: het gemiddelde verandert in minuten, maar het klotsen gaat met ±1 Hz; zonder filter heb je meer dan 2 metingen per seconde nodig, liefst 10. Batterijstroom: het signaal springt met 490 Hz; ofwel duizenden keren per seconde meten en middelen, ofwel elektronisch filteren (RC) en dan traag meten.

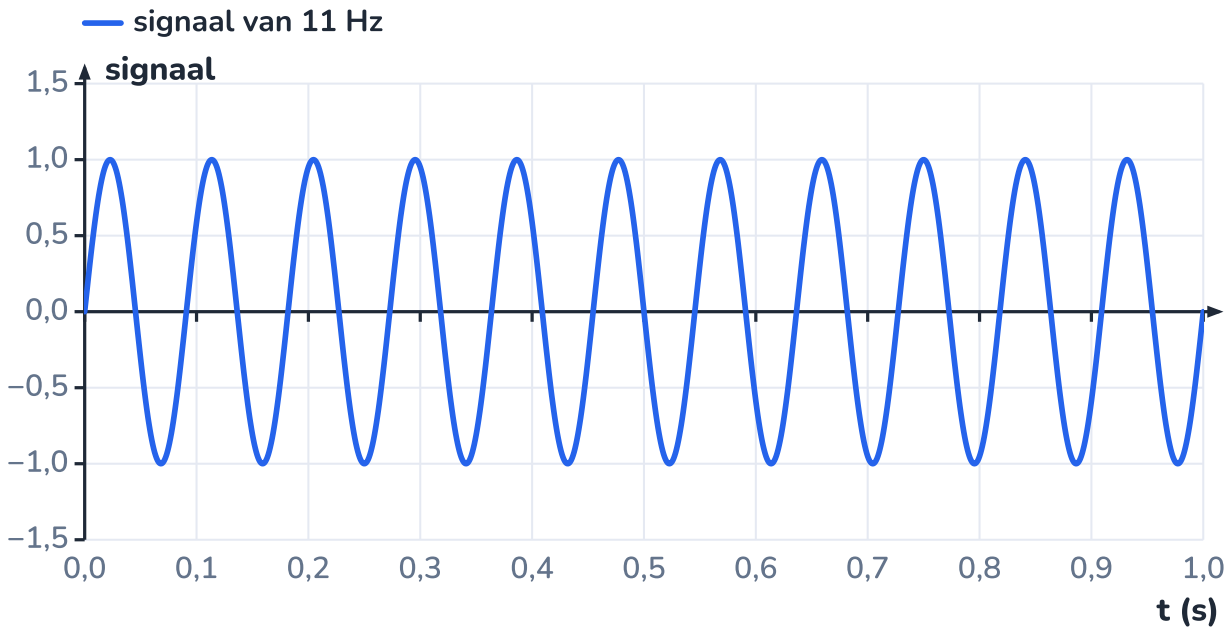
**b** Voor het waterniveau wil je alleen het gemiddelde niveau, niet het klotsen. Wat doe je, met de regel van Nyquist in gedachten?

> Ofwel eerst filteren: een RC-filter met $\tau$ van enkele seconden haalt het klotsen weg, daarna volstaat 1 meting per 10 s. Ofwel snel meten (10 per seconde) en in software middelen over bv. 10 s. Nooit gewoon eens per seconde meten: dan geeft het klotsen van ±1 Hz aliasing, een schijnbare trage golf.

## 25.9 Aliasing tekenen

Toepassen · 5 · Tekenen · 20 min

Een signaal van 11 Hz wordt 10 keer per seconde gemeten, te beginnen bij t = 0.




Een signaal van 11 Hz; teken de metingen erop.

**a** Duid de metingen aan op t = 0; 0,1; 0,2 … 1,0 s.

✓ Bij elke meting is het signaal 1,1 perioden verder: het meetpunt schuift telkens 0,1 periode op.

**b** Verbind de metingen met een vloeiende kromme. Welke frequentie lijkt het signaal te hebben?

✓ De metingen liggen op een sinus van 1 Hz (11 − 10 = 1).

**c** Vergelijk met het signaal van 9 Hz uit het handboek. Wat is hetzelfde, wat is anders?

✓ Beide lijken 1 Hz. Bij 9 Hz loopt de schijnbare golf 'achterstevoren' (ze begint dalend), bij 11 Hz stijgend: de metingen van 11 Hz zijn die van 1 Hz, die van 9 Hz die van −1 Hz.

**d** Hoe vaak had je minstens moeten meten?

✓ Meer dan 22 keer per seconde (Nyquist); in de praktijk 50 à 100 keer.

## 25.10 Labo: PWM gladstrijken

●●○ Toepassen · 6 · Labo · 50 min

Voer de proef van het handboek uit: pin 9 → 10 kΩ → 10 µF → GND, meet op A0 en met een voltmeter.

**a** Schrijf het programma: een waarde uit de seriële monitor naar analogWrite, dan 200 metingen van A0 met hun laagste, hoogste en gemiddelde waarde.

```
void setup() { Serial.begin(9600); }
void loop() {
  if (Serial.available()) {
    int v = Serial.parseInt();
    analogWrite(9, constrain(v, 0, 255));
    delay(1000);            // 10 tau wachten
    int lo = 1023, hi = 0; long som = 0;
    for (int k = 0; k < 200; k++) {
      int n = analogRead(A0);
      lo = min(lo, n); hi = max(hi, n); som += n;
    }
    Serial.print(lo); Serial.print(" "); Serial.print(hi);
    Serial.print(" "); Serial.println(som / 200.0);
  }
}
```

**b** Meet voor minstens vijf waarden.

Zoals de tabel in het handboek: de voltmeter geeft D · 5 V tot op enkele hondersten van een volt.

**c** Zet de voltmeterwaarde uit tegen D. Wat verwacht je, en klopt het?

Een rechte door de oorsprong: U = D · 5 V (helling 5 V per 100 %).

**d** Vervang 10 µF door 1 µF. Wat verandert er aan de rimpel en aan de insteltijd? Verklaar met τ.

Met 1 µF is τ = 10 ms: de spanning volgt een nieuwe waarde tien keer sneller (0,05 s), maar de rimpel wordt tien keer groter (±0,2 V bij 50 %).

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Programma** | analogWrite met de ingelezen waarde; 200 metingen met min, max en gemiddelde; geen delay die het meten verstoort. |
| **Meting** | Minstens vijf waarden, met eenheden; elco juist gepoold. |
| **Verwerking** | Grafiek U tegen D: een rechte door de oorsprong met helling ±5 V. |
| **Verklaring** | Rimpel en insteltijd verklaard met τ = RC: kleinere τ, snellere reactie, meer rimpel. |

## 25.11 C++: een dimmer met een potentiometer

Toepassen · 5 · Programmeren · 25 min

Een potentiometer van 10 kΩ tussen 5 V en GND, met de loper op A0. Een led met 220 Ω hangt aan pin 9.

**a** Schrijf een programma dat de led dimt met de potentiometer.

```
void setup() { pinMode(9, OUTPUT); }
void loop() {
  int n = analogRead(A0);      // 0..1023
  analogWrite(9, n / 4);       // 0..255
}
```

**b** Een klasgenoot schrijft `analogWrite(9, analogRead(A0));`. Wat ziet hij als hij aan de knop draait, en waarom?

De waarde gaat tot 1023, maar analogWrite gebruikt alleen de laagste 8 bits: 256 wordt 0, 511 wordt 255, 512 weer 0. De led wordt vier keer na elkaar feller en valt dan terug: een zaagtand.

**c** Waarom is `analogRead(A0) / 4` hetzelfde als de twee laagste bits weglaten (`>> 2`)?

Delen door 2 schuift een binair getal één plaats naar rechts (zoals delen door 10 decimaal); door 4 twee plaatsen. Van 10 bits blijven er zo 8 over.

## 25.12 Hoeveel data?

Toepassen · 5 · Rekenen · 15 min

De datalogger van de klimaatmodule bewaart elke 10 s de zeven analoge waarden (A0-A6), elk in 2 bytes, plus een tijdstempel van 4 bytes.

**a** Hoeveel bytes per meting, per dag en per jaar?

$7 \cdot 2 + 4 = 18$ bytes per meting; $8640$ metingen per dag: $155\,520$ bytes per dag; per jaar $155\,520 \cdot 365 = 56\,764\,800$ bytes (ongeveer 57 MB).

**b** Als tekst (CSV) is een regel ongeveer 60 tekens (1 byte per teken). Hoeveel per jaar?

$60 \cdot 8640 \cdot 365 = 189\,216\,000$ bytes, ongeveer 189 MB per jaar.

**c** Hoe lang past dat op een SD-kaart van 8 GB?

$8 \cdot 10^9 / 189\,216\,000 \approx 42$ jaar als tekst: geheugen is hier geen probleem.

# Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

## 25.13 Habitat: de lampsturing van de klimaatmodule

Uitdagen · 7 · Habitat · 60 min

Werk de lampsturing uit het handboek verder uit. Het energiebeheer van hoofdstuk 20 zegt: laadtoestand boven 40 %: lampen volgens schema; tussen 20 en 40 %: alleen als de zonnepanelen leveren; onder 20 %: lampen uit. Met PWM kan dat zachter. De laadtoestand is in het programma beschikbaar als `float soc` (0-100).

**a** Stel een regel voor die de lampen niet in één klap uitschakelt, maar hun maximum geleidelijk verlaagt tussen 40 en 20 %. Schrijf ze als formule en als een stukje C++.

Bv. een maximum dat lineair daalt: max = 1 boven 40 %, 0 onder 20 %, daartussen (soc – 20) / 20.

```
float maxF = constrain((soc - 20.0) / 20.0, 0.0, 1.0);
float f = constrain((DOEL - dag) / LAMPEN_VOL, 0.0, 1.0);
f = min(f, maxF);
doelStand = (int)(f * 255 + 0.5);
```

**b** Bereken de PWM-waarde bij 3000 lux daglicht en een laadtoestand van 30 %, met jouw regel.

Daglicht vraagt $f = 0{,}722$; bij 30 % is het maximum $(30 - 20)/20 = 0{,}5$. De kleinste: 0,5, dus waarde 128 ($D = 0{,}502$).

**c** Bereken het verlies in de MOSFET bij die waarde (geleiding en schakelen) en de opwarming op de koelplaat.

Geleiding $0{,}502 \cdot 5{,}48 = 2{,}77\ \mathrm{W}$; schakelen $0{,}28\ \mathrm{W}$; samen $3{,}0\ \mathrm{W}$, dus $21\ ^\circ\mathrm{C}$ boven de omgeving.

**d** Wat gebeurt er met de stroommeting op A4, en hoe pas je die aan?

Eén meting per seconde valt willekeurig op 'aan' (14,8 A) of 'uit' (0 A): aliasing. Meet 100 keer in 20,4 ms (tien PWM-perioden) en neem het gemiddelde, of zet een RC-filter (bv. τ = 20 ms) tussen de ACS712 en A4.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Regel | Continu tussen 20 en 40 %, geen sprong; ondergrens en bovengrens juist; in code met constrain of map. |
| Berekening | Tekort aan daglicht en de begrenzing correct gecombineerd (de kleinste van beide). |
| Verliezen | Geleiding D · R · I² en schakelen 2 · ½ U I t · f; opwarming met 7 °C/W. |
| Meten | Aliasing herkend; middelen over een geheel aantal PWM-perioden of filteren. |

## 25.14 Schakelverliezen en de PWM-frequentie

Uitdagen · 7 · Rekenen · 25 min

Elke keer dat de MOSFET van de groeilampen schakelt, staan er even tegelijk spanning en stroom over. Met de gateweerstand van 220 Ω duurt een flank ongeveer 3 µs; reken met $E = \frac{1}{2} \cdot U \cdot I \cdot t$ per flank ($U = 12{,}8\ \mathrm{V}$, $I = 14{,}8\ \mathrm{A}$).

**a** Bereken de energie per flank en het schakelverlies bij 490 Hz en bij 20 kHz.

$E = 0{,}5 \cdot 12{,}8 \cdot 14{,}8 \cdot 3 \cdot 10^{-6} = 0{,}285\ \mathrm{mJ}$. Bij 490 Hz: $2 \cdot 0{,}285 \cdot 490 = 0{,}28\ \mathrm{W}$. Bij 20 kHz: $2 \cdot 0{,}285 \cdot 20\,000 = 11{,}4\ \mathrm{W}$.

**b** Vergelijk met het geleidingsverlies bij D = 50 %. Wat besluit je?

Geleiding bij 50 %: $0{,}5 \cdot 5{,}48 = 2{,}7\ \mathrm{W}$. Bij 490 Hz is schakelen bijkomstig, bij 20 kHz is het 4 keer groter dan de geleiding: de MOSFET zou oververhitten. Blijf op 490 Hz: voor planten maakt het flikkeren niets uit.

**c** De gate is een condensator die per flank ongeveer 50 nC lading nodig heeft. Welke gemiddelde stroom levert de pin bij 20 kHz? En welke piekstroom als de flank 3 µs duurt?

✓ Gemiddeld: $2 \cdot 50 \cdot 10^{-9} \cdot 20\,000 = 2{,}0\,\text{mA}$. Piek: $50 \cdot 10^{-9} / 3 \cdot 10^{-6} \approx 17\,\text{mA}$: dicht bij de grens van een pin.

**d** Waarom gebruikt men voor hoge PWM-frequenties een aparte gatedriver?

✓ Een gatedriver levert piekstromen van één tot enkele ampère: de gate laadt in tientallen nanoseconden, de flanken worden honderd keer korter en de schakelverliezen honderd keer kleiner (hoofdstuk E24).

## 25.15 Onderzoek: ziet het oog lineair?

Uitdagen · 6 · Onderzoeken · 40 min

Een led aan pin 9 wordt gedimd met analogWrite. Het licht is evenredig met de duty cycle, maar ons oog lijkt daar anders over te denken.

**a** Ontwerp een proef: laat proefpersonen kiezen welke waarde 'half zo fel' lijkt als 255. Wat verander je, wat meet je, wat hou je gelijk?

✓ Veranderen: de waarde; meten: welke waarde als 'half zo fel' ervaren wordt; gelijk houden: afstand, omgevingslicht (verduisterd), dezelfde led, geen hint over de waarde, willekeurige volgorde.

**b** Voer de proef uit met minstens vijf personen. Noteer hun keuzes.

✓ Typisch kiezen mensen een waarde ver onder 128, vaak rond 40 à 70 (15 tot 25 %).

**c** Wat besluit je? Waarom maakt dat voor een lamp voor planten niet uit, en voor een lamp voor mensen wel?

✓ Het oog ziet verhoudingen: van 10 naar 20 % lijkt een grote stap, van 80 naar 90 % een kleine. Een lamp voor mensen krijgt daarom een tabel die onderaan fijner dimt (gammacorrectie). Planten 'tellen' lichtdeeltjes: voor hen is 50 % duty cycle echt de helft van de fotosynthese-energie (bij weinig licht ongeveer evenredig).

## 25.16 Debat: een ADC van 16 bit kopen?

Uitdagen · 6 · Argumenteren · 25 min

Een groepje wil voor de klimaatmodule een externe ADC van 16 bit kopen (via I²C, hoofdstuk 30), 'want dan meten we alles 64 keer nauwkeuriger'. De sensoren: NTC (±0,5 °C na ijking), pH-module (±0,1 pH), druksensor MPX5010 (±5 % van het bereik), LDR (±30 % tussen exemplaren).

**a** Klopt 'nauwkeuriger'? Gebruik de begrippen resolutie en nauwkeurigheid.

✓ Niet vanzelf. 16 bit geeft een 64 keer fijnere resolutie (76 µV bij 5 V), maar de nauwkeurigheid wordt begrensd door de sensor, de referentie en de ruis. Een fijnere trap onder een onnauwkeurige sensor meet de fout gewoon fijner.

**b** Voor welke sensor zou 16 bit echt iets opleveren, en voor welke zeker niet?

✓ Zinvol waar de sensor zelf fijner is dan de ADC-stap en het signaal klein is: een rekstrookje of een thermokoppel (microvolts). Bij de LDR (±30 %) en de druksensor (±5 %) levert het niets op; bij de NTC en de pH-module weinig (10 bit is al fijner dan hun nauwkeurigheid).

c Wat raad je het groepje aan?

Eerst ijken en de referentie verbeteren, ruis filteren (middelen); een betere ADC alleen voor de sensoren die het nodig hebben. Geld naar betere sensoren gaat meestal verder dan geld naar meer bits.

I INTERMEDIATE · DEEL I6 · ELEKTRONICA

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 26

# Motoren en actuatoren

## Van een kompasnaald die uitwijkt naar een dak dat zacht dichtschuift

Uitgewerkte oplossingen bij de 17 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

6× oefenen · 7× toepassen · 4× uitdagen · ± 416 min

L Elektriciteit en elektronica · K Krachten, beweging en constructies · R Regelen en robotica



Een wormwielmotor, een tandriem en twee eindeloopschakelaars: zo schuift het kasdak open en dicht.

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

## ●○○ Oefenen Oefenen

één stap, direct toepassen

### 26.1 Richtingen bepalen

●○○ Oefenen · 3 · Begrijpen · 15 min

Gebruik de rechterhandregels van het handboek. Beschrijf richtingen als: naar rechts, links, boven, onder, het blad in (⊗) of uit (⊙).

**a** Een verticale draad voert stroom naar boven. Kijk je van bovenaf: draait het veld met of tegen de klok in?

Duim naar boven (naar jou toe als je van bovenaf kijkt): tegen de klok in.

**b** Een spoel ligt horizontaal; aan de voorkant (naar jou) loopt de stroom in de windingen naar beneden. Waar is de noordpool: links of rechts?

Voorkant naar beneden betekent achterkant naar boven: vanaf rechts bekeken draait de stroom tegen de klok in. Vingers mee met de stroom: de duim wijst naar rechts. De noordpool is rechts.

**c** Een draad voert stroom naar rechts in een veld dat het blad in wijst. Welke kant op is de kracht?

Duim naar rechts, vingers het blad in: de handpalm duwt naar boven. De kracht wijst naar boven.

**d** Wat gebeurt er met die kracht als je zowel de stroom als het veld omkeert?

Twee keer omkeren: de kracht blijft dezelfde kant op wijzen.

## 26.2 Velden rekenen

Oefenen · 4 · Rekenen · 15 min

Gebruik $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{T \cdot m/A}$.

**a** De voedingskabel van de groeilampen voert 14,8 A. Hoe groot is het veld op 2,0 cm van de kabel (één ader)? Vergelijk met het aardveld (50 µT).

$B = 2 \cdot 10^{-7} \cdot 14{,}8/0{,}020 = 1{,}5 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{T} = 0{,}15\ \mathrm{mT}$: drie keer het aardveld. Een kompas vlak bij de kabel wijst dus verkeerd.

**b** Waarom heeft een kabel met een heen- en een terugader (naast elkaar) veel minder veld rond zich?

De stromen zijn tegengesteld: hun velden heffen elkaar op enige afstand bijna op. Daarom leg je heen- en terugleiding altijd samen.

**c** Een spoel zonder kern: 800 windingen op 10 cm, 0,25 A. Bereken B binnenin.

$B = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 800 \cdot 0{,}25/0{,}10 = 2{,}5 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{T} = 2{,}5\ \mathrm{mT}$.

## 26.3 De kracht op een draad

Oefenen · 3 · Rekenen · 12 min

Een draad van 5,0 cm ligt loodrecht op een veld van 0,20 T.

**a** Bereken de kracht bij 1,5 A.

$F = 0{,}20 \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}050 = 0{,}015\ \mathrm{N} = 15\ \mathrm{mN}$.

**b** Hoeveel stroom is nodig voor een kracht van 0,10 N?

$I = F/(Bl) = 0{,}10/(0{,}20 \cdot 0{,}050) = 10\ \mathrm{A}$.

**c** Hoe groot is de kracht als de draad evenwijdig met het veld ligt?

Nul: alleen het deel van het veld loodrecht op de draad geeft een kracht.

## 26.4 NO of NC?

Oefenen · 3 · Begrijpen · 12 min

Een relais met een wisselcontact (COM, NO, NC) schakelt telkens een 12 V-verbruiker. Het relais is bekrachtigd als de microcontroller 'aan' zegt.

**a** De pomp moet uit zijn als de microcontroller uitvalt of herstart. Aan NO of NC?

> NO: zonder bekrachtiging open, dus uit.

**b** Een ventilator moet juist blijven draaien als de sturing uitvalt (liever te veel verluchten dan te weinig). NO of NC?

> NC: zonder bekrachtiging dicht, dus aan. Om hem uit te zetten, bekrachtig je het relais.

**c** Waarom is een relais geschikt om een verbruiker op 230 V te schakelen vanuit een microcontroller, en een MOSFET (zoals in hoofdstuk 23) niet?

> Het relais scheidt de twee kringen volledig: de 230 V komt nergens in de buurt van de microcontroller. Een low-side MOSFET deelt zijn source met de massa van de microcontroller: die zou dan aan netspanning hangen.

## 26.5 Stappen tellen

Oefenen · 4 · Rekenen · 15 min

Een stappenmotor van 1,8° per stap hangt aan een driver met STEP en DIR.

**a** Hoeveel stappen per omwenteling? En in halve stappen, en in 1/16 microstappen?

> 360 / 1,8 = 200; halve stappen 400; 1/16: 3200.

**b** Hoeveel pulsen per seconde op STEP voor 30 tpm in volle stappen?

> 30 tpm = 0,5 omwenteling per seconde = 100 stappen per seconde.

**c** Na 1234 stappen vooruit en 434 achteruit: hoeveel graden staat de as verder dan bij het begin?

> 1234 – 434 = 800 stappen = 4 volle omwentelingen: 0° verder (precies terug in dezelfde stand, vier toeren verder).

**d** Waarom weet het programma dat niet zeker als de motor tegen een te grote last draaide?

> Een stappenmotor die te zwaar belast wordt, slaat stappen over zonder dat iemand het merkt: er is geen sensor. Het programma telt dan stappen die niet gebeurd zijn.

## 26.6 Servopulsen

Oefenen · 4 · Rekenen · 12 min

De Arduino-bibliotheek Servo zet een hoek van 0 tot 180° lineair om in een puls van 544 tot 2400 µs, elke 20 ms.

**a** Welke puls hoort bij 45° en bij 135°?

✓ $45°: 544 + 45/180 \cdot 1856 = 1008\,\mu s$; $135°: 544 + 1392 = 1936\,\mu s$.

**b** Welke hoek zet write() als je 1500 µs wil? Waarom is dat niet precies 90°?

✓ $(1500 - 544)/1856 \cdot 180 = 92{,}7°$: write(93) geeft 1501 µs. De bibliotheek rekent met 544-2400 µs, niet met 1000-2000 µs; het midden ligt daardoor bij 1472 µs. Voor een exacte puls gebruik je writeMicroseconds(1500).

**c** Wat is de duty cycle van een servosignaal van 1,5 ms?

✓ $1{,}5/20 = 7{,}5\,\%$.

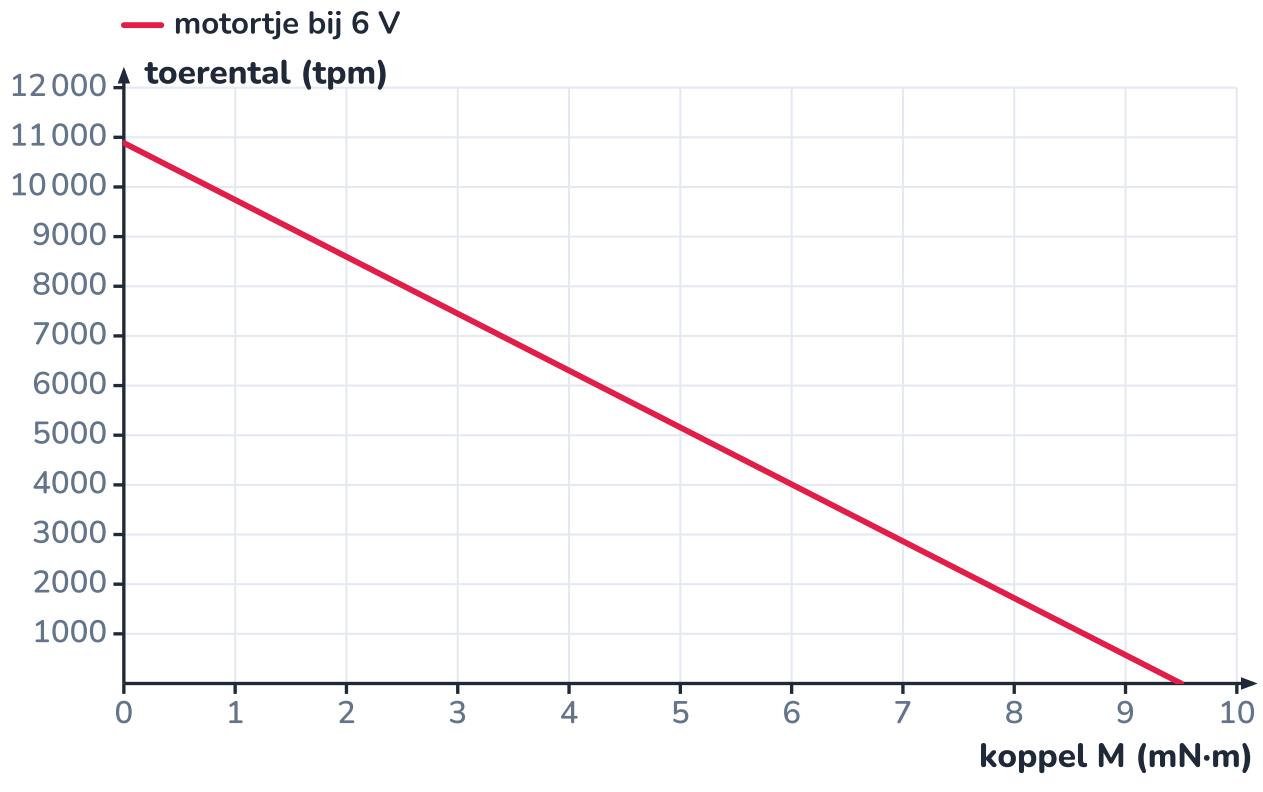
## Toepassen Toepassen

meerdere stappen, in een context

### 26.7 Een motorkarakteristiek lezen

Toepassen · 5 · Analyseren · 20 min

Een klein motortje van 6 V heeft de karakteristiek hieronder. Het trekt onbelast 0,10 A en geblokkeerd 2,0 A.




Toerental tegen koppel bij 6 V.

**a** Lees het onbelaste toerental en het blokkeerkoppel af.

✓ Ongeveer 10 900 tpm onbelast; ongeveer 9,5 mN·m geblokkeerd.

**b** Bij welk koppel levert het motortje het grootste mechanische vermogen? Hoeveel is dat?

Bij het halve blokkeerkoppel, $M = 4{,}75\,\text{mN}\cdot\text{m}$, en het halve toerental, 5443 tpm: $\omega = 570\,\text{rad/s}$, $P = M\cdot\omega = 4{,}75\cdot10^{-3}\cdot570 = 2{,}7\,\text{W}$.

**c** Bereken de weerstand van de wikkeling. Hoe groot is k ongeveer?

$R = 6{,}0/2{,}0 = 3{,}0\,\Omega$. Onbelast: $k = (U - RI_0)/\omega_0 = (6{,}0 - 0{,}30)/1140 = 0{,}0050\,\text{V}\cdot\text{s/rad}$. Controle met het blokkeren: $k = M_{\text{blok}}/(I_{\text{blok}} - I_0) = 0{,}0095/1{,}9 = 0{,}0050\,\text{N}\cdot\text{m/A}$: hetzelfde getal.

**d** Teken de karakteristiek bij 3 V erbij.

Een rechte evenwijdig met die van 6 V: onbelast 5157 tpm, geblokkeerd 4,5 mN·m (de blokkeerstroom halveert tot 1,0 A).

## 26.8 Overbrenging en toerental

Toepassen · 5 · Rekenen · 20 min

Een doseerpomp heeft een motortje van 3000 tpm met een tandwielkast 1:100 (rendement 60 %). Het motortje levert bij dat toerental 0,012 N·m.

**a** Bereken het toerental en het koppel aan de uitgaande as.

$n = 3000/100 = 30\,\text{tpm}$; $M = 0{,}60\cdot100\cdot0{,}012 = 0{,}72\,\text{N}\cdot\text{m}$.

**b** Bereken het mechanisch vermogen vóór en na de tandwielkast. Waar is het verschil gebleven?

Vóór: $0{,}012\cdot3000\cdot2\pi/60 = 3{,}77\,\text{W}$. Na: $0{,}72\cdot30\cdot2\pi/60 = 2{,}26\,\text{W}$. Het verschil is warmte door wrijving in de tandwielen.

**c** Een klasgenoot zegt: 'Een tandwielkast van 1:100 geeft honderd keer meer vermogen.' Wat antwoord je?

Een overbrenging ruilt toerental voor koppel; het vermogen blijft hoogstens gelijk (hier 60 %). Honderd keer meer koppel, honderd keer minder toerental.

## 26.9 De H-brug invullen

Toepassen · 5 · Analyseren · 20 min

Een H-brug met vier schakelaars S1 (links boven), S2 (links onder), S3 (rechts boven) en S4 (rechts onder), zoals in het handboek.

**a** Vul in: wat doet de motor?

Vooruit; verboden (S3 + S4: kortsluiting rechts); remmen via de bovenkant (beide aansluitingen aan +); achteruit; niets (vrijlopen: er is geen gesloten kring).

**b** De module van de dakmotor heeft per kant één ingang (RPWM, LPWM) die zelf de bovenste of onderste schakelaar kiest. Welke combinatie van ingangen geeft remmen? Kan je met die module de verboden stand maken?

> Beide ingangen laag (0): beide onderste schakelaars aan: remmen. Beide hoog: beide bovenste aan: ook remmen. De verboden stand kan niet: per kant beslist één ingang tussen boven en onder, en de chip wacht een dode tijd.

**c** Bij het omschakelen van vooruit naar achteruit zet een programma meteen de andere richting aan. Wat kan er in de halfbrug gebeuren, en wat voorkomt dat?

> Even geleiden de boven- en onderschakelaar van dezelfde kant samen (shoot-through): een kortsluitpiek. De dode tijd in de driver voorkomt dat; in software laat je de motor eerst uitbollen of remmen (een fractie van een seconde) voor je omkeert.

## 26.10 Labo: een motortje meten

Toepassen · 6 · Labo · 50 min

Meet aan een klein motortje (3-6 V) met een voeding, een ampèremeter en een toerenteller (of een smartphone-app die het toerental uit het geluid haalt, of een lichtsluis met een vlagje op de as).

**a** Meet onbelast het toerental en de stroom bij vijf spanningen.

> Het toerental stijgt ongeveer evenredig met de spanning; de stroom blijft onbelast klein en ongeveer gelijk.

**b** Meet de weerstand van de wikkeling met de ohmmeter (draai de as een paar keer en neem de kleinste waarde).

> Typisch enkele ohm; de kleinste waarde, omdat de borstels niet in elke stand even goed contact maken.

**c** Zet n uit tegen U. Wat verwacht je volgens $U = R\,I + k\,\omega$, en klopt het?

> Een rechte: onbelast is $U - R\,I_0 = k\,\omega$, dus $\omega$ stijgt lineair met U (de rechte snijdt de U-as bij $R \cdot I_0$, bijna nul).

**d** Bepaal k uit de helling. Rem de as licht met je vingers: wat doet de stroom, wat het toerental?

> $k = \Delta U / \Delta\omega$. Afremmen: meer koppel vraagt meer stroom; het toerental zakt omdat R I groter wordt.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Meting | Vijf spanningen, stroom en toerental met eenheden; weerstand gemeten. |
| Grafiek | n tegen U: een rechte, bijna door de oorsprong (kleine offset door $R\,I_0$). |
| Model | k uit de helling (let op tpm → rad/s); vergelijking met R en $I_0$. |
| Belasting | Afremmen: stroom stijgt, toerental zakt; verklaard met het model. |

## 26.11 C++: een servo voor de luchtklep

Toepassen · 5 · Programmeren · 25 min

Stel dat de ventilatie van de klimaatmodule een klep krijgt die een SG90 opent: 0° dicht, 90° helemaal open. De klep moet evenredig openen tussen 25 °C (dicht) en 30 °C (open). De temperatuur is beschikbaar als `float temp`. De servo hangt aan een vrije digitale pin, bijvoorbeeld D12.

**a** Schrijf setup() en loop() met de bibliotheek Servo.

```ino
#include <Servo.h>
Servo klep;
int vorigeHoek = -10;
float temp = 25.0;   // komt van de sensor

void setup() {
  klep.attach(12);
}

void loop() {
  float f = constrain((temp - 25.0) / 5.0, 0.0, 1.0);
  int hoek = (int)(f * 90 + 0.5);
  if (abs(hoek - vorigeHoek) >= 2) {
    klep.write(hoek);
    vorigeHoek = hoek;
  }
}
```

**b** Waarom schrijf je de hoek niet bij elke doorgang van loop(), maar alleen als hij minstens 2° verandert?

Elke nieuwe hoek laat de servo even bijregelen (stroom, gezoem); kleine schommelingen van de meting zouden hem voortdurend laten trillen. Een drempel van 2° is een vorm van hysterese.

**c** Welke PWM-pinnen van de Mega verliezen hun PWM als je de bibliotheek gebruikt? Heeft dat gevolgen voor Habitat?

Op de Mega gebruikt Servo eerst timer 5: pin 44, 45 en 46 verliezen PWM. Habitat gebruikt ze niet: de lampen zitten op D5 (timer 3), de dakmotor op D6/D7 (timer 4).

## 26.12 Twee wisselrelais tekenen

Toepassen · 5 · Tekenen · 20 min

Een ventilator met een gelijkstroommotor moet kunnen blazen én zuigen. Je hebt twee relais met elk een wisselcontact, een voeding van 12 V en een zekering.

**a** Teken het schema zodat de ventilator in twee richtingen kan draaien en er nooit kortsluiting kan ontstaan.

Zoals de duwstang in het handboek: de motor tussen de twee COM-contacten, beide NC aan 0 V, beide NO via de zekering aan +12 V.

**b** Maak een tabel van de vier combinaties van de twee relais.

uit/uit: stil (geremd); aan/uit: blazen; uit/aan: zuigen; aan/aan: stil.

**c** Waar komt de vrijloopbeveiliging? (Denk aan de richting die wisselt.)

Een gewone diode over de motor kan niet: bij de andere richting zou ze in doorlaat staan en kortsluiten. Oplossingen: een bidirectionele TVS-diode of een RC-snubber over de motor, of vier diodes (zoals in een H-brug met transistors). De spoelen van de relais krijgen elk hun eigen vrijloopdiode.

## 26.13 Aanloopstroom en zacht aanlopen

Toepassen · 6 · Rekenen · 20 min

Gebruik het model van de dakmotor: R = 1,2 Ω, k = 0,030 N·m/A, $I_0$ = 0,25 A, worm 1:50 met 40 %, schijf r = 15,9 mm.

**a** Hoeveel stroom trekt de motor op het eerste moment als je hem rechtstreeks op 12,8 V zet? Hoeveel vermogen gaat er dan in de wikkeling?

✓ $I = 12{,}8/1{,}2 = 10{,}7\,\text{A}$; $P = RI^2 = 1{,}2 \cdot 10{,}7^2 = 137\,\text{W}$, zolang hij stilstaat.

**b** Hoeveel spanning is nodig om het paneel (60 N) net in beweging te houden, bij bijna 0 m/s?

✓ $U = R \cdot I = 1{,}2 \cdot 1{,}84 = 2{,}21\,\text{V}$ (bij $\omega = 0$ geen tegen-emk).

**c** Met welke PWM-waarde begint het profiel dus bij 12,8 V? Waarom heeft het geen zin om lager te beginnen?

✓ $2{,}21/12{,}8 \cdot 255 = 44$. Lager beweegt het paneel niet (de worm houdt het vast): alleen warmte in de wikkeling.

**d** Welke stroom trekt de motor tijdens het aanlopen met het profiel (verwaarloos de massa)?

✓ Ongeveer de stroom die de last vraagt: 1,84 A, van het begin tot het einde. Geen piek van 10,7 A.

# Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

## 26.14 Habitat: de dakmotor kiezen en aansturen

Uitdagen · 7 · Habitat · 60 min

In de winter kan er ijs op de rails liggen (hoofdstuk 8: 79 N bij µk = 0,40 en 0,20 m/s² aanlopen). Het dak moet bij regen ook sneller dicht kunnen: 0,15 m/s. Gebruik het model en de tabellen van het handboek.

**a** Bereken koppel, stroom en toerental van motor B bij 79 N op 12,0 V (de batterij bijna leeg). Haalt het dak 0,15 m/s?

✓ $M = 79 \cdot 0{,}0159 = 1{,}26\,\text{N}\cdot\text{m}$, $I = 0{,}25 + 1{,}26/0{,}60 = 2{,}35\,\text{A}$; $\omega = (12 - 1{,}2 \cdot 2{,}35)/0{,}030 = 306\,\text{rad/s}$: 58,5 tpm aan de schijf, 0,097 m/s. Voor 0,15 m/s niet genoeg.

**b** Welke gemiddelde spanning is nodig voor 0,15 m/s bij 60 N? Kan dat met de 12,8 V-rail?

✓ $\omega = 50 \cdot 0{,}15/0{,}0159 = 471\,\text{rad/s}$; $U = 1{,}2 \cdot 1{,}84 + 0{,}030 \cdot 471 = 16{,}3\,\text{V}$: meer dan de rail (12,0 à 14,6 V). Kan niet: 0,15 m/s vraagt een snellere motor of een grotere schijf (30 tanden: 0,156 m/s bij hetzelfde toerental, maar 1,5 keer zoveel koppel).

**c** Teken het volledige schema van de dakaansturing: rail, zekering, bufferelco, H-brugmodule, motor, pinnen D6/D7/D8, eindeloopschakelaars D23/D24, knop D22 en de massa.

✓ Zoals het blokschema en het schema van de module in het handboek: +12,8 V → zekering 5 A → module (en 470 µF over de voeding van de module) → motor tussen de twee uitgangen; D6 → RPWM, D7 → LPWM, D8 → R_EN en L_EN; eindeloopschakelaars van D23 en D24 naar GND (verbreekcontact, INPUT_PULLUP); knop via RC en 74HC14 naar D22; massa van module en Mega samen in het sterpunt.

**d** Beschrijf een testplan in vier stappen, van zonder motor tot een echte sluiting.

> (1) Programma testen met leds op D6/D7 in plaats van de module. (2) Module met een lampje als last: PWM en richting meten. (3) Motor zonder riem: richting en profiel controleren, eindeloopschakelaars met de hand bedienen. (4) Met riem en paneel: één sluiting met de hand op de noodstop; dan de time-out testen door een eindeloopschakelaar los te maken.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Rekenwerk** | M = F · r; stroom en toerental uit het model; snelheid v = ω r na de worm. |
| **Grenzen** | Ziet dat 0,15 m/s meer spanning vraagt dan de rail kan geven, of een andere overbrenging. |
| **Schema** | Zekering en elco bij de rail; H-brug met twee PWM-ingangen en enable; eindeloop als verbreekcontact met pull-up; gedeelde massa. |
| **Testplan** | Eerst zonder motor (leds of multimeter op de uitgangen), dan motor zonder riem, dan met riem en eindeloop, dan de time-out testen. |

## 26.15 Ontwerp: een doseerpomp met een stappenmotor

Uitdagen · 7 · Ontwerpen · 45 min

Het bijsturen van de pH kost nu een proeftitratie en handwerk (hoofdstuk 15): bijvoorbeeld 90 mL pH-min voor 56 L, in twee helften met 15 minuten rondpompen ertussen. Een peristaltische pomp met een stappenmotor (200 stappen per omwenteling) kan dat automatisch; de pomp verplaatst ongeveer 0,25 mL per omwenteling (te ijken).

**a** Hoeveel omwentelingen en volle stappen zijn nodig voor één helft (45 mL)? Hoe lang duurt dat bij 60 tpm?

> $45 / 0{,}25 = 180$ omwentelingen; $180 \cdot 200 = 36\,000$ stappen; bij 60 tpm (200 stappen per seconde): $180\,\text{s}$ = 3 minuten.

**b** Waarom is een stappenmotor hier een goede keuze, en een gelijkstroommotor met een timer minder?

> De dosis volgt rechtstreeks uit het aantal stappen, onafhankelijk van de batterijspanning of de temperatuur. Een gelijkstroommotor met een timer draait sneller of trager naargelang de spanning en de last: de dosis zou verlopen.

**c** Beschrijf hoe je de pomp ijkt (hoeveel mL per omwenteling echt).

> Laat de pomp bv. 40 omwentelingen water in een maatcilinder (of op een weegschaal: 1 g ≈ 1 mL) pompen, drie keer; deel het volume door 40. Herhaal na enkele maanden: de slang slijt.

**d** Welke veiligheidsregels bouw je in de software in? Denk aan wat er mis kan gaan met een zuur.

> Bv.: hoogstens 45 mL per keer en 90 mL per dag; na elke helft 15 min rondpompen en opnieuw meten voor de volgende; stoppen en alarm als de pH buiten 4,5-7,5 valt of niet reageert; de pomp standaard uit (enable-pin) bij opstarten.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Rekenwerk | Omwentelingen, stappen en tijd correct. |
| Keuze | Positie door te tellen, precieze dosis, geen sensor nodig; last voorspelbaar. |
| IJking | Meten met een maatcilinder of weegschaal over veel omwentelingen, herhalen. |
| Veiligheid | Maximale dosis per keer en per dag, wachten en opnieuw meten, alarm bij een onverwachte pH. |

## 26.16 Een geblokkeerde motor herkennen

Uitdagen · 7 · Analyseren · 30 min

De module van de dakmotor heeft uitgangen die een spanning geven evenredig met de motorstroom. Stel: de spanning is 0,50 V per ampère, en ze komt op A7. Normaal trekt de motor tot 1,9 A (60 N), met ijs tot 2,5 A.

**a** Welke ADC-waarden horen bij 1,9 A, 2,5 A en de blokkeerstroom (10 A: let op het bereik)?

1,9 A: 0,95 V → $N = 194$; 2,5 A: 1,25 V → 256; 10 A: 5,0 V → 1023, de grens van het bereik (vanaf 10 A meet je niets meer bij).

**b** Kies een drempel voor 'geblokkeerd'. Waarom mag je bij het aanlopen niet meteen reageren op één meting?

Bv. 4,0 A (N ≈ 409), ruim boven 2,5 A en ver onder 10 A. Bij het aanlopen en bij een windstoot kan de stroom kort pieken: reageer pas als de stroom 200 ms boven de drempel blijft.

**c** De stroom is door de PWM een blokgolf van 490 Hz. Hoe meet je ze betrouwbaar (hoofdstuk 25)?

De stroomsensor ziet pulsen; ofwel een RC-filter (τ van enkele ms) voor A7, ofwel veel metingen over een geheel aantal PWM-perioden middelen (bv. 100 in 20,4 ms).

**d** Waarom is de time-out van 12 s alleen niet genoeg?

In 12 s trekt een geblokkeerde motor tot 368 N aan de riem en wordt de wikkeling heet ($RI^2 = 120\,\mathrm{W}$): de rail of de riem kan beschadigen voor de time-out ingrijpt. Stroombewaking stopt binnen een fractie van een seconde.

## 26.17 Debat: stappenmotor of gelijkstroommotor voor het kasdak?

Uitdagen · 6 · Argumenteren · 25 min

Een groepje stelt voor het kasdak een NEMA 23-stappenmotor voor (houdkoppel ±1,2 N·m) op dezelfde tandriemschijf, zonder eindeloopschakelaars: 'we tellen de stappen, dan weten we altijd waar het paneel is'.

**a** Geef twee argumenten voor en twee tegen, met getallen waar het kan (koppel, zelfremming, stroom in stilstand).

Voor: exacte positie en snelheid zonder sensor; geen aanloopstroom; geen borstels. Tegen: 1,2 N·m houdkoppel is 1,2 / 0,0159 = 75 N aan de riem, minder dan de 120 N met reserve (en het koppel zakt bij toerental); zonder stroom niet zelfremmend; trekt ook in stilstand stroom om het paneel te houden (uren per dag); stappen verloren door ijs = positie fout zonder dat iemand het merkt.

**b** Wat gebeurt er met het paneel als de stroom uitvalt, bij elk van beide ontwerpen?

Wormwielmotor: het paneel blijft staan (zelfremmend). Stappenmotor zonder stroom: het paneel glijdt naar beneden en het dak gaat open (tan 25° > μs, hoofdstuk 8), ook bij regen.

**c** Welk ontwerp kies jij? Kan een combinatie de beste eigenschappen samenbrengen?

De wormwielmotor met eindeloopschakelaars. Een combinatie: een stappenmotor met een worm of een rem, plus minstens één referentieschakelaar om na het opstarten de nulstand te zoeken; duurder en ingewikkelder voor een dak dat een halve minuut per dag beweegt.

I INTERMEDIATE · DEEL I7 · PROGRAMMEREN

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 27

# Python: de basis

**Van blokken naar tekst: variabelen, rekenen, keuzes, lussen en foutmeldingen die je leert lezen**

Uitgewerkte oplossingen bij de 17 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

6× oefenen · 7× toepassen · 4× uitdagen · ± 333 min

P Programmeren en computationeel denken



Dezelfde simulatie twee keer: links in blokken, rechts in Python.

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

## ●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

### 27.1 Van blokken naar Python

●○○ Oefenen · 3 · Programmeren · 15 min

Dit aftelscript komt uit F23. De sprite zegt 10, 9, ..., 1 en daarna 'Start!'.




Een teller die aftelt tot 0.

**a** Schrijf het script in Python. Gebruik `print()` voor 'zeg' en laat de wachttijd weg.

```
tijd = 10
while tijd != 0:        # herhaal tot tijd = 0
    print(tijd)
    tijd = tijd - 1
print("Start!")
```

Uitvoer: 10, 9, ..., 1 elk op een eigen regel, dan Start!

**b** Het Scratch-blok zegt 'herhaal **tot** tijd = 0'. Welke voorwaarde schrijf je achter `while`? Leg uit waarom ze omgedraaid is.

`while tijd != 0:` (of `tijd > 0`). Scratch zegt wanneer de lus *stopt*, Python wanneer ze *doorgaat*: de voorwaarde wordt de ontkenning.

**c** Schrijf dezelfde aftelling met `for` en `range()`.

```
for tijd in range(10, 0, -1):
    print(tijd)
print("Start!")
```

range(10, 0, -1) geeft 10 tot en met 1; de stopwaarde 0 doet niet mee.

**d** Wat verander je aan je while-versie zodat ook 0 getoond wordt?

`while tijd >= 0:`. Met `!= -1` kan het ook, maar >= is veiliger: als de stap ooit groter wordt, schiet != voorbij.

## 27.2 Welk type, welke waarde?

Oefenen · 3 · Begrijpen · 12 min

Schrijf voor elke uitdrukking op wat Python als uitkomst geeft en van welk type ze is. Controleer daarna in de shell.

**a** Vul de tabel in.

| UITDRUKKING | TYPE | WAARDE |
|---|---|---|
| `7 / 2` | float | `3.5` |
| `7 // 2` | int | `3` |
| `7 % 2` | int | `1` |
| `2 ** 3` | int | `8` |
| `3.0 * 2` | float | `6.0` |
| `"7" + "2"` | str | `'72'` |
| `"7" * 3` | str | `'777'` |
| `7 > 2` | bool | `True` |
| `int("7") + 2` | int | `9` |
| `float(7)` | float | `7.0` |
| `round(2.567, 1)` | float | `2.6` |
| `10 / 5` | float | `2.0` |

**b** Bij welke twee uitdrukkingen is het type anders dan je op het eerste gezicht zou denken? Leg uit.

`10 / 5` geeft 2.0, een float: gewoon delen geeft altijd een float, ook als de deling opgaat. En `"7" + "2"` geeft de tekst '72', geen 9: tussen aanhalingstekens is 7 tekst. (Ook `float(7)` is een float, 7.0, maar daar vraag je er zelf om.)

## 27.3 Rekenen met // en %

Oefenen · 3 · Rekenen · 12 min

Schrijf telkens de Python-uitdrukking(en) en de uitkomst.

**a** De groeilampen branden 1000 minuten. Hoeveel uur en minuten is dat?

`1000 // 60` = 16 uur en `1000 % 60` = 40 minuten: 16 h 40 min.

**b** De pomp van de meetkas draait 225 s per dag. Hoeveel minuten en seconden?

`225 // 60` = 3 min en `225 % 60` = 45 s.

**c** 48 plantplaatsen gaan in goten van 7 plaatsen. Hoeveel goten zijn helemaal vol, en hoeveel plaatsen blijven over?

`48 // 7` = 6 volle goten, `48 % 7` = 6 plaatsen over (in een zevende goot).

**d** De logger bewaart om de 5 minuten een meting, genummerd vanaf 0 om middernacht. Om hoe laat valt meting 170?

170 × 5 = 850 minuten; `850 // 60` = 14 en `850 % 60` = 10: om 14:10.

**e** Schrijf een voorwaarde die True is als het getal n even is.

`n % 2 == 0`: de rest bij delen door 2 is nul.

## 27.4 Voorspel de uitvoer

Oefenen · 4 · Analyseren · 12 min

Voorspel wat dit programma toont, zonder het te draaien. Houd de waarde van elke variabele bij in de kantlijn.

```
a = 5
b = a * 2
a = a + 1
c = b / 4
b = b // 3
print(a, b, c)
print(a + b * 2)
print(f"{c:.1f}")
tekst = "3" * a
print(tekst)
```

**a** Schrijf de vier regels uitvoer op.

Uitvoer:

```
6 3 2.5
12
2.5
333333
```

a wordt 6; b is eerst 10 (5 * 2, met de oude a), c = 10 / 4 = 2.5, en daarna b = 10 // 3 = 3. a + b * 2 = 6 + 6 = 12. `"3" * 6` herhaalt de tekst zes keer.

**b** Welke waarde heeft b op het einde, en waarom is dat geen 3.33?

b = 3: `//` is de gehele deling, die de decimalen weglaat. Met `/` was het 3.3333333333333335 geweest.

## 27.5 Netjes tonen met f-strings

Oefenen · 4 · Programmeren · 15 min

Gegeven: `verbruik = 3269.5` (Wh per dag) en `zon = 1750.0` (Wh per dag in december).

**a** Schrijf twee print()-regels die precies dit tonen:

```
verbruik: 3,27 kWh per dag
zonnestroom: 1750 Wh (54 % van het verbruik)
```

```
verbruik = 3269.5
zon = 1750.0
tekst = f"{verbruik / 1000:.2f}".replace(".", ",")
print(f"verbruik: {tekst} kWh per dag")
print(f"zonnestroom: {zon:.0f} Wh ({100 * zon / verbruik:.0f} % van het verbruik)")
```

Let op de spatie vóór het procentteken: daarom `{100 * zon / verbruik:.0f} %` en niet `{zon / verbruik:.0%}` (dat geeft 54% zonder spatie).

**b** Waarom mag je met de variabele die '3,27' bevat niet meer verder rekenen?

> Het is tekst (str) geworden, met een komma die Python niet als getal herkent: `tekst * 2` geeft '3,273,27', en float() geeft een ValueError. Omzetten naar een komma doe je dus pas bij het tonen.

## 27.6 Lees de foutmelding

Oefenen · 4 · Begrijpen · 15 min

Vier leerlingen krijgen een foutmelding (Python 3.13). Zeg telkens welk soort fout het is, op welke regel, wat er fout is, en hoe je het verbetert.

**a** A

```
print("verbruik per dag)
```

```
  File "budget.py", line 1
    print("verbruik per dag)
          ^
SyntaxError: unterminated string literal (detected at line 1)
```

> SyntaxError op regel 1: de tekst begint met een aanhalingsteken maar sluit niet. Verbeterd: `print("verbruik per dag")`. Er draait niets, er staat geen Traceback boven.

**b** B

```
zon = 1400 * 1.25
print("zon:", round(zon, 1)
```

```
  File "budget.py", line 2
    print("zon:", round(zon, 1)
          ^
SyntaxError: '(' was never closed
```

> SyntaxError op regel 2: het haakje van print( wordt nooit gesloten (dat van round wel). Verbeterd: `print("zon:", round(zon, 1))`.

**c** C

```
maand = int("maart")
```

```
Traceback (most recent call last):
  File "budget.py", line 1, in <module>
    maand = int("maart")
ValueError: invalid literal for int() with base 10: 'maart'
```

> ValueError op regel 1: int() kan alleen tekst met cijfers omzetten, 'maart' is geen getal. Gebruik `maand = 3`, of vraag een getal van 1 tot 12.

**d** D

```
antwoord = "25"
if antwoord > 20:
    print("warm")
```

```
Traceback (most recent call last):
  File "budget.py", line 2, in <module>
    if antwoord > 20:
       ^^^^^^^^^^^^
TypeError: '>' not supported between instances of 'str' and 'int'
```

✓ TypeError op regel 2: '25' is tekst (zoals alles uit input()) en tekst kan je niet met een getal vergelijken. Verbeterd: `if int(antwoord) > 20:`, of meteen `antwoord = int(...)`.

## ●●○ Toepassen — Toepassen

meerdere stappen, in een context

### 27.7 Trace-tabel: algen in het reservoir

●●○ Toepassen · 4 · Rekenen · 15 min

In een doorzichtig reservoir verdubbelen de algen elke dag (hoofdstuk 5). Het alarm gaat af boven 500 000 cellen per mL. Het programma zoekt na hoeveel dagen dat gebeurt.

```
algen = 2000            # cellen per mL
dagen = 0
while algen <= 500000:
    algen = algen * 2
    dagen = dagen + 1
print(dagen, algen)
```

**a** Speel het programma na. Vul een rij in voor elke test van de voorwaarde.

✓

| DAGEN | ALGEN | ALGEN <= 500000? |
|---|---|---|
| 0 | 2000 | True |
| 1 | 4000 | True |
| 2 | 8000 | True |
| 3 | 16000 | True |
| 4 | 32000 | True |
| 5 | 64000 | True |
| 6 | 128000 | True |
| 7 | 256000 | True |
| 8 | 512000 | **False**: stop |

**b** Wat toont het programma? Hoeveel keer wordt de voorwaarde getest, en hoeveel keer draait het blok?

✓ Uitvoer: `8 512000`. De voorwaarde wordt 9 keer getest, het blok draait 8 keer: de laatste test is False en stopt de lus.

**c** Hoofdstuk 5 rekende met logaritmen 7,97 dagen uit. Waarom geeft de lus 8?

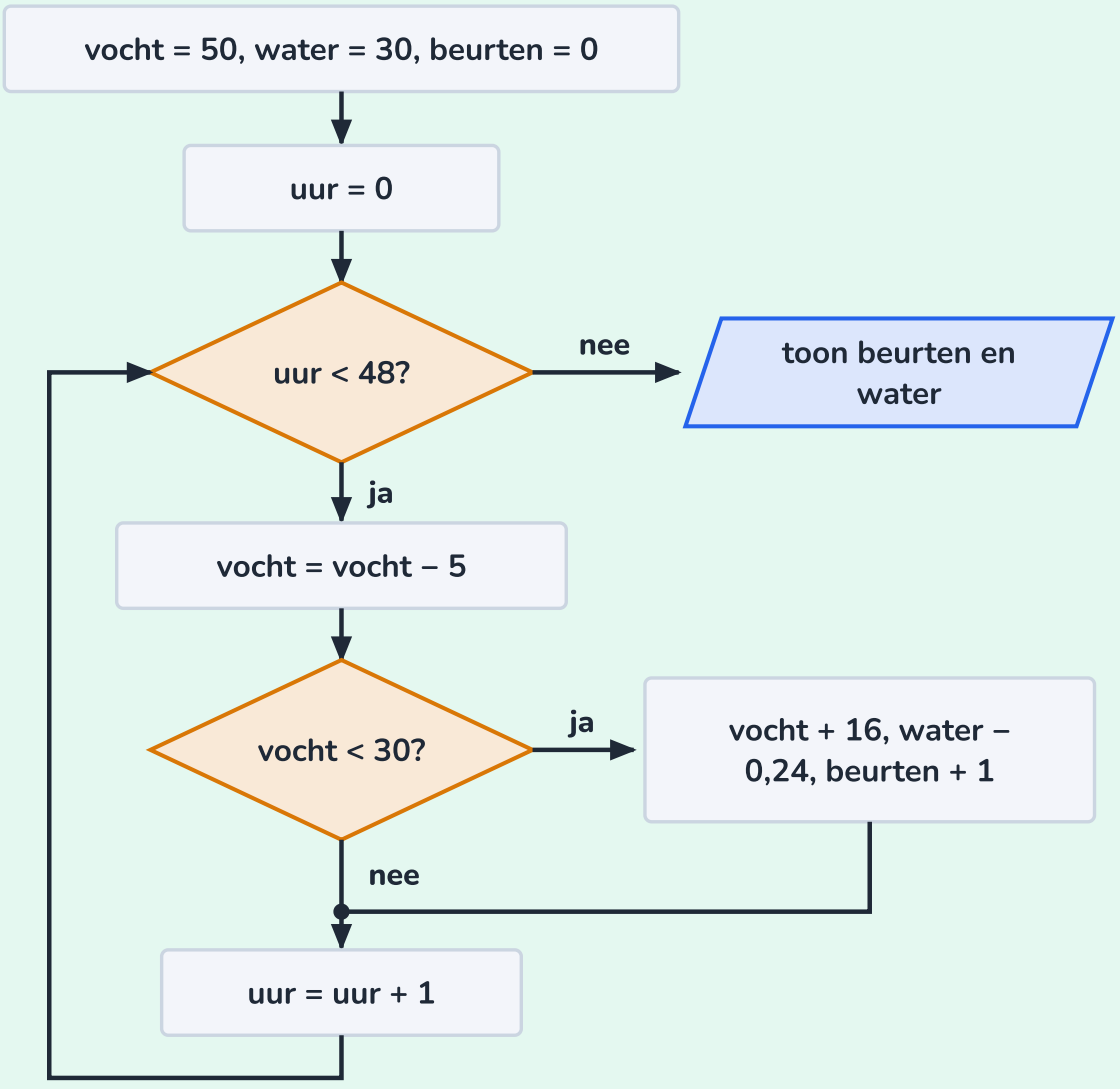
De lus telt alleen hele dagen: na 7 dagen zijn het er 256 000, na 8 dagen 512 000. Het alarm gaat dus af in de loop van de achtste dag (na 7,97 dagen).

## 27.8 Van code naar stroomdiagram

Toepassen · 4 · Tekenen · 20 min

Neem het programma kas_simulatie.py uit het handboek (de simulatie van de meetkas).

**a** Teken het stroomdiagram met de symbolen uit F22. Een stroomdiagram kent geen for: gebruik een teller `uur` en een ruit.




De for-lus wordt: uur = 0 vóór de lus, de ruit 'uur < 48?' bovenaan, en uur = uur + 1 onderaan, met de pijl terug naar de ruit.

**b** Waar in je stroomdiagram zit het inspringen van de code?

Het inspringen is de lus van pijlen: wat binnen de pijl terug ligt, hoort bij de for; wat tussen de ja-uitgang van 'vocht < 30?' en het samenkomen ligt, hoort bij de if.

## 27.9 De volgorde van elif

Toepassen · 5 · Analyseren · 15 min

Een leerling schrijft een klimaatwaarschuwing voor de klimaatmodule.

```
temp = 31
if temp > 18:
    print("goed")
elif temp > 26:
    print("warm: ventileren")
elif temp > 30:
    print("te heet: dak open en lampen dimmen")
else:
    print("te koud")
```

**a** Wat toont het programma voor temp = 31, 22, 27 en 15?

31: `goed`; 22: `goed`; 27: `goed`; 15: `te koud`.

**b** Waarom verschijnt 'warm' of 'te heet' nooit?

Elke temperatuur boven 26 is ook boven 18. De eerste voorwaarde is dan al waar, dus de elif-takken worden nooit meer getest.

**c** Herschrijf de keuze zodat elke tak werkt.

```
temp = 31
if temp > 30:
    print("te heet: dak open en lampen dimmen")
elif temp > 26:
    print("warm: ventileren")
elif temp > 18:
    print("goed")
else:
    print("te koud")
```

Nu: 31: `te heet: dak open en lampen dimmen`; 22: `goed`; 27: `warm: ventileren`; 15: `te koud`. De strengste voorwaarde staat bovenaan.

## 27.10 Een EC-meter met advies

Toepassen · 5 · Programmeren · 20 min

De EC van de voedingsoplossing moet tussen 1,2 en 1,8 mS/cm liggen; de streefwaarde is 1,4 (hoofdstuk 13). Een gebruiker typt de gemeten EC, soms met een komma.

**a** Schrijf een programma dat de invoer omzet (ook met een komma), advies geeft (te laag, te hoog of in orde) en de afwijking van 1,4 in procent toont, met een teken. Zet de invoer voorlopig in een variabele.

```
tekst = "1,15"          # in het echt: tekst = input("EC (mS/cm)? ")
ec = float(tekst.replace(",", "."))
afwijking = (ec - 1.4) / 1.4 * 100
if ec < 1.2:
    print("te laag: stamoplossing A en B bijdoseren")
elif ec > 1.8:
    print("te hoog: aanlengen met regenwater")
else:
    print("in orde")
print(f"afwijking van 1,4 mS/cm: {afwijking:+.0f} %")
```

**b** Test met 1,15; 1,2; 1,4 en 1,9. Welke test is een grensgeval, en wat moet daar uitkomen?

| INVOER | UITVOER |
|---|---|
| 1,15 | `te laag: stamoplossing A en B bijdoseren`<br>`afwijking van 1,4 mS/cm: -18 %` |
| 1,2 | `in orde`<br>`afwijking van 1,4 mS/cm: -14 %` |
| 1,4 | `in orde`<br>`afwijking van 1,4 mS/cm: +0 %` |
| 1,9 | `te hoog: aanlengen met regenwater`<br>`afwijking van 1,4 mS/cm: +36 %` |

1,2 is het grensgeval: 'onder 1,2' is niet waar voor 1,2 zelf, dus 'in orde'.

## 27.11 Waar of niet waar?

Toepassen · 5 · Begrijpen · 12 min

In de klimaatmodule gelden op dit moment deze waarden:

```
temp = 27.5
vocht = 82
deur_open = False
nacht = True
```

**a** Geef de uitkomst (True of False) van elke uitdrukking.

| UITDRUKKING | UITKOMST |
|---|---|
| `temp > 26 and vocht > 80` | True |
| `temp > 30 or vocht > 80` | True |
| `not deur_open and temp > 26` | True |
| `nacht and not vocht < 85` | False |
| `20 <= temp <= 26` | False |
| `temp > 30 or nacht and vocht > 90` | False |

De laatste: and gaat voor or, dus `temp > 30 or (nacht and vocht > 90)` = False or False.

**b** Schrijf één voorwaarde voor: de ventilator gaat aan als het warmer is dan 26 °C of vochtiger dan 85 %, maar nooit als de deur openstaat.

✓ `(temp > 26 or vocht > 85) and not deur_open`. Zonder de haakjes zou `vocht > 85 and not deur_open` samen genomen worden, en ging de ventilator bij warmte ook aan met de deur open.

## 27.12 Het dakraam met hysterese

Toepassen · 6 · Programmeren · 25 min

Het dakraam van de meetkas gaat open boven 28 °C en pas weer dicht onder 25 °C (F25). Die twee drempels (hysterese) voorkomen dat het raam bij elke kleine schommeling op en neer gaat. De sensor meet achtereenvolgens: 27; 28,5; 27,9; 28,2; 26; 24,5; 25,5 en 24 °C.

**a** Schrijf een programma met een variabele `raam_open` (True of False) dat de metingen overloopt, het raam opent of sluit, elke schakeling toont en ze telt. Een for-lus kan over een reeks waarden tussen haakjes lopen.

✓

```
raam_open = False
schakelingen = 0
for temp in (27, 28.5, 27.9, 28.2, 26, 24.5, 25.5, 24):
    if temp > 28 and not raam_open:
        raam_open = True
        schakelingen = schakelingen + 1
        print(temp, "graden: raam open")
    elif temp < 25 and raam_open:
        raam_open = False
        schakelingen = schakelingen + 1
        print(temp, "graden: raam dicht")
print("schakelingen:", schakelingen)
```

Uitvoer:

```
28.5 graden: raam open
24.5 graden: raam dicht
schakelingen: 2
```

**b** Hoeveel keer schakelt het raam? Hoeveel keer zou het schakelen met één drempel van 28 °C (open erboven, dicht eronder)?

✓ Met hysterese 2 keer. Met één drempel: schakelingen: 4 (open bij 28,5, dicht bij 27,9, open bij 28,2, dicht bij 26).

**c** Waarom staat er `and not raam_open` in de voorwaarde om te openen?

✓ Zonder die test telt het programma bij 28,2 een tweede 'open' terwijl het raam al open is. De toestand onthouden en alleen bij een verandering schakelen, is de kern van een regeling met hysterese (hoofdstuk 31).

## 27.13 Foutenjacht: vier fouten in één programma

Toepassen · 6 · Analyseren · 20 min

Dit programma moet het verbruik van de pomp van de klimaatmodule tonen (12 W, 10 minuten per uur). Er zitten vier fouten in.

```python
# pomp.py - energie van de pomp van de klimaatmodule
vermogen = 12          # W
minuten = 10           # per uur
energie = vermogen * minuten / 60
if energie > 1
print("de pomp verbruikt meer dan 1 Wh per uur")
print("energie per uur: " + energie + " Wh")
per_dag = energie * 24
print(f"per dag: {per_dg:.0f} Wh")
```

**a** Python toont je de fouten niet alle vier tegelijk. Geef ze in de volgorde waarin je ze krijgt, met het soort fout en de regel.

1. SyntaxError op regel 5 (dubbelepunt vergeten). 2. Na verbeteren: IndentationError op regel 6 (print niet ingesprongen). 3. Daarna: TypeError op regel 7 (tekst + float). 4. Daarna: NameError op regel 9 (`per_dg` in plaats van `per_dag`). De echte meldingen, na elke verbetering opnieuw gedraaid:

```
  File "pomp.py", line 5
    if energie > 1
                  ^
SyntaxError: expected ':'

  File "pomp.py", line 6
    print("de pomp verbruikt meer dan 1 Wh per uur")
    ^^^^^
IndentationError: expected an indented block after 'if' statement on line 5

de pomp verbruikt meer dan 1 Wh per uur
Traceback (most recent call last):
  File "pomp.py", line 7, in <module>
    print("energie per uur: " + energie + " Wh")
          ~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~^~~~~~~~~
TypeError: can only concatenate str (not "float") to str

de pomp verbruikt meer dan 1 Wh per uur
energie per uur: 2.0 Wh
Traceback (most recent call last):
  File "pomp.py", line 9, in <module>
    print(f"per dag: {per_dg:.0f} Wh")
                     ^^^^^^
NameError: name 'per_dg' is not defined. Did you mean: 'per_dag'?
```

**b** Waarom verschijnt de eerste regel uitvoer al bij de derde fout, maar niet bij de eerste twee?

Syntaxfouten en inspringfouten ziet Python bij het lezen, vóór er iets draait. De TypeError gebeurt pas tijdens het uitvoeren van regel 7: regel 6 is dan al uitgevoerd.

c Schrijf het verbeterde programma. Wat toont het?

```
# pomp.py - energie van de pomp van de klimaatmodule
vermogen = 12          # W
minuten = 10           # per uur
energie = vermogen * minuten / 60
if energie > 1:
    print("de pomp verbruikt meer dan 1 Wh per uur")
print(f"energie per uur: {energie} Wh")
per_dag = energie * 24
print(f"per dag: {per_dag:.0f} Wh")
```

```
de pomp verbruikt meer dan 1 Wh per uur
energie per uur: 2.0 Wh
per dag: 48 Wh
```

48 Wh per dag: hetzelfde als in het budget van hoofdstuk 20.

## Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

### 27.14 Habitat: de rekenhulp uitbreiden

Uitdagen · 6 · Habitat · 45 min

Vertrek van energiebudget.py uit het handboek. De klimaatmodule wil weten wat er in de wintermaanden nodig is om toch 16 lichturen op zonnestroom te halen. PVGIS (Wh per Wp per dag): januari 1,41; februari 2,11; november 1,66; december 1,25. Een paneel van 350 Wp meet 1,65 × 1,00 m.

a Schrijf de twee regels die de maand en de PVGIS-waarde echt met input() vragen, zodat een gebruiker ook '1,25' met een komma kan typen.

```
maand = input("Maand? ")
wh_per_wp = float(input("PVGIS (Wh per Wp per dag)? ").replace(",", "."))
```

b Voeg een while-lus toe die zoekt hoeveel panelen van 350 Wp nodig zijn om het volledige verbruik (3269,5 Wh per dag) op zonnestroom te halen.

```
verbruik = 3269.5            # Wh per dag, met 16 lichturen
wh_per_wp = 1.25             # december
panelen = 4
while panelen * 350 * wh_per_wp < verbruik:
    panelen = panelen + 1
print("december:", panelen, "panelen,", round(panelen * 1.65, 1), "m2")
```

Uitvoer voor december:

```
december: 8 panelen, 13.2 m2
```

**c** Vul de tabel in met je programma.

| MAAND | PANELEN | OPPERVLAKTE |
|---|---|---|
| januari | 7 | 11,5 m² |
| februari | 5 | 8,2 m² |
| november | 6 | 9,9 m² |
| december | 8 | 13,2 m² |

Controle december: 3269,5 / (350 × 1,25) = 7,5 → 8.

**d** Is dat een goed idee? Vergelijk met de vier panelen die er liggen (hoofdstuk 20) en noem een alternatief.

Dubbel zoveel panelen voor twee à drie donkere maanden: in de zomer lever je dan een groot overschot dat niemand gebruikt, en op het platte dak is er plaats voor twee rijen (hoofdstuk 20). Betere alternatieven: minder lichturen in de winter (de lampen zijn de afschakelbare last), stroom van het station, of lampen die dimmen als er daglicht is (hoofdstuk 25).

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Invoer** | input() met omzetting en vervangen van de komma; de maand als tekst of als getal. |
| **Lus** | Juiste voorwaarde (stopt bij het eerste aantal dat volstaat), beginwaarde vóór de lus, geen oneindige lus. |
| **Resultaten** | Tabel volledig en getest tegen een schatting (verbruik / (350 × PVGIS), naar boven afgerond). |
| **Besluit** | Afweging met ruimte op het dak, kosten en de zomer (dan grote overschotten); een alternatief benoemd. |

## 27.15 Het vermoeden van Collatz

●●● Uitdagen · 7 · </> Programmeren · 30 min

Neem een positief geheel getal n. Is het even, deel het door 2; is het oneven, neem 3n + 1. Herhaal. Het vermoeden van Collatz (1937) zegt dat je altijd bij 1 uitkomt. Niemand heeft het ooit bewezen, en niemand heeft een tegenvoorbeeld gevonden. Voorbeeld: 6, 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1 (8 stappen).

**a** Schrijf een programma dat voor een startwaarde het aantal stappen tot 1 telt en de grootste waarde onderweg bijhoudt. Test het met 6.

```
n = 27
stappen = 0
grootste = n
while n != 1:
    if n % 2 == 0:
        n = n // 2
    else:
        n = 3 * n + 1
    stappen = stappen + 1
    if n > grootste:
        grootste = n
print("stappen:", stappen, "grootste waarde:", grootste)
```

Met n = 6: `stappen: 8 grootste waarde: 16`

**b** Hoeveel stappen zijn er voor 27, en hoe hoog klimt de reeks?

`stappen: 111 grootste waarde: 9232`: een klein getal dat eerst ver omhoog klimt.

**c** Welke startwaarde onder 100 heeft de meeste stappen? Gebruik een lus rond je lus.

```
beste = 1
meeste = 0
for start in range(1, 100):
    n = start
    stappen = 0
    while n != 1:
        if n % 2 == 0:
            n = n // 2
        else:
            n = 3 * n + 1
        stappen = stappen + 1
    if stappen > meeste:
        meeste = stappen
        beste = start
print("start", beste, "met", meeste, "stappen")
```

Uitvoer: `start 97 met 118 stappen`

**d** Waarom gebruik je hier while en niet for?

Het aantal stappen is vooraf niet bekend: de lus moet doorgaan zolang n niet 1 is. Dat is precies waar while voor dient.

## 27.16 Onderzoek: kan Python tot 1 tellen?

●●● Uitdagen · 7 · Onderzoeken · 30 min

Tien keer 0,1 optellen is 1. Of niet? Onderzoek hoe Python met kommagetallen omgaat en wat dat betekent voor programma's die metingen vergelijken.

**a** Voorspel en controleer: wat toont het programma?

```
som = 0
for i in range(10):
    som = som + 0.1
print(som, som == 1)
print(round(som, 9) == 1, abs(som - 1) < 1e-9)
print(0.1 + 0.2 == 0.3, 0.5 + 0.25 == 0.75)
water = 30
for beurt in range(14):
    water = water - 0.24
print(water, round(water, 2))
```

Uitvoer:

```
0.9999999999999999 False
True True
False True
26.640000000000022 26.64
```

De som is 0.9999999999999999, dus `som == 1` is False; na afronden of met een kleine marge klopt het wel.

**b** Zoek twee sommen met kommagetallen die wél exact kloppen en twee die niet kloppen. Welk patroon zie je? (Denk aan het tweetallig stelsel, hoofdstuk 25.)

0,5 + 0,25 = 0,75 klopt exact, net als 0,125 + 0,375: dat zijn breuken met 2, 4, 8, … in de noemer, die in het tweetallig stelsel eindig zijn. 0,1 + 0,2 en 0,1 × 3 kloppen niet: 1/10 is in het tweetallig stelsel een oneindig repeterende breuk, zoals 1/3 in het tientallig.

**c** Een programma test `if ph == 5.8:` om te weten of de pH precies op de streefwaarde zit. Waarom is dat een slecht idee, en hoe doe je het beter?

Een gemeten pH is bijna nooit precies 5.8, en een berekende al helemaal niet. Test met een marge: `if abs(ph - 5.8) < 0.05:`, of test een bereik: `5.5 <= ph <= 6.5`. De marge kies je uit de meetonzekerheid (hoofdstuk 1).

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Voorspelling | Eerst voorspeld, dan gecontroleerd; afwijkingen benoemd. |
| Patroon | Breuken met een macht van 2 in de noemer (0,5; 0,25; 0,75) zijn exact, andere niet. |
| Toepassing | Vergelijken met een marge of afronden, gemotiveerd. |

## 27.17 Debat: blokken of tekst?

Uitdagen · 5 · Argumenteren · 20 min

Een leraar stelt voor om de klimaatmodule in blokken te blijven programmeren (mBlock voor de Arduino), 'want dan maakt niemand typfouten'. Een leerling vindt dat Python en C++ beter zijn.

**a** Geef twee sterke argumenten voor blokken en twee voor tekst, telkens met een concreet voorbeeld uit dit hoofdstuk.

Blokken: geen syntaxfouten mogelijk (een blok dat niet past, klikt niet vast), en de structuur is meteen zichtbaar (de mond van een C-blok). Tekst: een lang programma blijft overzichtelijk en je kan het kopiëren, zoeken en vergelijken (de rekenhulp van 40 regels zou een enorme blokkentoren zijn), en je hebt bibliotheken (math, later csv en matplotlib) die in blokken ontbreken.

**b** Voor welk soort programma of welke gebruiker zou jij blokken kiezen, en voor welk tekst? Motiveer.

Blokken voor een eerste kennismaking, een korte demonstratie of een bezoeker die iets wil aanpassen; tekst voor alles wat groeit, hergebruikt of door meerdere mensen onderhouden wordt, zoals de sturing en de data-analyse van de klimaatmodule. Een goed antwoord weegt ook de gebruiker af, niet alleen de taal.

I INTERMEDIATE · DEEL I7 · PROGRAMMEREN

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 28

# Functies, lijsten en data in Python

**Eigen functies, lijsten en woordenboeken, en een week meetdata van de klimaatmodule tot een besluit**

Uitgewerkte oplossingen bij de 16 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

5× oefenen · 6× toepassen · 5× uitdagen · ± 346 min

P Programmeren en computationeel denken · A Data en AI · O Onderzoeken en meten



Een week meten levert honderden getallen op; een programma maakt er een besluit van.

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

## ●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

### 28.1 Twee functies schrijven

●○○ Oefenen · 3 · </> Programmeren · 15 min

Voor het energiebudget reken je met € 0,30 per kWh (hoofdstuk 4).

a Schrijf een functie `kosten(wh, prijs=0.30)` met docstring die de kosten in euro geeft van een energie in Wh.

```
def kosten(wh, prijs=0.30):
    """Kosten in euro van een energie in Wh, bij een prijs in euro per kWh."""
    return wh / 1000 * prijs
```

**b** Wat kost het verbruik van de klimaatmodule (3269,5 Wh per dag) per dag en per jaar, als alles van het net zou komen? Wat per dag bij € 0,25 per kWh?

Met het programma:

```
0.98
358.01
0.82
```

Per dag € 0,98, per jaar € 358,01; bij € 0,25 per kWh € 0,82 per dag. Let op het argument met zijn naam: `kosten(3269.5, prijs=0.25)`.

**c** Schrijf een functie `kelvin(celsius)` en test ze met 28,6 °C en met het absolute nulpunt.

```python
def kelvin(celsius):
    """Temperatuur in kelvin."""
    return celsius + 273.15
```

Uitvoer van `print(round(kelvin(28.6), 2), kelvin(-273.15))`: `301.75 0.0`. Het absolute nulpunt geeft 0.0 K.

## 28.2 print of return?

Oefenen · 4 · Analyseren · 12 min

Een leerling schrijft een functie voor het gemiddelde en gebruikt ze.

```python
def gemiddelde(lijst):
    print(sum(lijst) / len(lijst))


g = gemiddelde([20, 22, 24])
print(round(g, 1))
```

**a** Voorspel wat er op het scherm komt. Waarom loopt het programma vast?

Eerst toont de functie 22.0; daarna loopt het vast, want g is None (de functie heeft geen return):

```
22.0
Traceback (most recent call last):
  File "gemiddelde.py", line 6, in <module>
    print(round(g, 1))
          ~~~~~^^^^^^
TypeError: type NoneType doesn't define __round__ method
```

round() kan niets afronden dat None is.

**b** Verbeter de functie met één woord.

```python
def gemiddelde(lijst):
    return sum(lijst) / len(lijst)
```

Nu is g = 22.0 en toont het programma 22.0 één keer (door de print in het hoofdprogramma).

## 28.3 Indexeren en snijden

Oefenen · 3 · Rekenen · 15 min

De rekenhulp gaf per maand de lichturen die de zonnestroom kan betalen:

```
lichturen = [9, 14, 16, 16, 16, 16, 16, 16, 16, 16, 11, 8]
```

**a** Wat geeft Python voor elke uitdrukking?

| UITDRUKKING | UITKOMST |
|---|---|
| `lichturen[0]` | `9` |
| `lichturen[11]` | `8` |
| `lichturen[-2]` | `11` |
| `lichturen[10:]` | `[11, 8]` |
| `lichturen[:3]` | `[9, 14, 16]` |
| `len(lichturen)` | `12` |
| `sum(lichturen)` | `170` |
| `lichturen.index(8)` | `11` |
| `lichturen.count(16)` | `8` |
| `sorted(lichturen)[:4]` | `[8, 9, 11, 14]` |
| `lichturen[::3]` | `[9, 16, 16, 16]` |
| `min(lichturen[3:9])` | `16` |

**b** Met welke slice krijg je de lichturen van de drie zomermaanden juni, juli en augustus?

`lichturen[5:8]`: juni is de zesde maand en heeft dus index 5; de stop 8 (september) doet niet mee.

## 28.4 Voorspel: lijsten die veranderen

Oefenen · 4 · Analyseren · 12 min

Voorspel wat dit programma toont. Teken eerst de naamkaartjes en de lijsten.

```
a = [1, 2, 3]
b = a
c = a.copy()
b.append(4)
c[0] = 99
a[1] = a[1] * 10
print(a)
print(b)
print(c)
print(len(a) + len(c))
```

**a** Schrijf de vier regels uitvoer op.

Uitvoer:

```
[1, 20, 3, 4]
[1, 20, 3, 4]
[99, 2, 3]
7
```

**b** Waarom verandert c niet mee met a, en b wel?

b = a hangt een tweede naam aan dezelfde lijst: append via b en a[1] = … veranderen allebei die ene lijst. c is een kopie van de lijst zoals ze toen was ([1, 2, 3]); daarna veranderde alleen c[0].

## 28.5 Een woordenboek: de pintabel

Oefenen · 4 · Programmeren · 15 min

De Arduino Mega van de klimaatmodule heeft een vaste pintabel: A0 NTC reservoir, A1 LDR, A2 pH-module, A3 batterijdeler; D2 vlotterschakelaar, D9 pomp (MOSFET).

**a** Maak een woordenboek `pinnen` met de vier analoge pinnen en toon welk onderdeel op A2 zit.

```
pinnen = {"A0": "NTC reservoir", "A1": "LDR", "A2": "pH-module", "A3": "batterijdeler"}
print(pinnen["A2"])
```

**b** Voeg D9 en D2 toe en toon alle pinnen gesorteerd op hun naam.

```
pinnen["D9"] = "pomp (MOSFET)"
pinnen["D2"] = "vlotterschakelaar"
for pin in sorted(pinnen):
    print(pin, pinnen[pin])
```

Het volledige programma toont:

```
pH-module
A0 NTC reservoir
A1 LDR
A2 pH-module
A3 batterijdeler
D2 vlotterschakelaar
D9 pomp (MOSFET)
False vrij
```

sorted() op een woordenboek sorteert de sleutels, als tekst: daarom komt A0 vóór D2.

**c** Wat gebeurt er bij `pinnen["A7"]`? Hoe vraag je A7 op zonder foutmelding, met 'vrij' als antwoord?

Een KeyError: 'A7'. Met `pinnen.get("A7", "vrij")`, of eerst testen met `"A7" in pinnen`.

## 28.6 Trace: het maximum zoeken

●●○ Toepassen · 4 · Rekenen · 12 min

Speel de functie `grootste()` uit het handboek na voor de zonnestroom per dag: `[7465, 5105, 1547, 3077, 6949, 7717, 4676]`.

**a** Vul de trace-tabel in.

✓ Beste begint op 7465.

| W | W > BESTE? | BESTE DAARNA |
|---|---|---|
| 5105 | nee | 7465 |
| 1547 | nee | 7465 |
| 3077 | nee | 7465 |
| 6949 | nee | 7465 |
| 7717 | ja | 7717 |
| 4676 | nee | 7717 |

**b** Hoeveel vergelijkingen doet de functie voor een lijst met n waarden? En hoeveel keer verandert beste hier?

✓ n − 1 vergelijkingen (elke waarde behalve de eerste). Hier verandert beste 1 keer.

**c** Een leerling begint met `beste = 0` in plaats van de eerste waarde. Voor welke lijsten gaat dat mis?

✓ Voor lijsten met alleen negatieve getallen, zoals nachttemperaturen in de winter: het resultaat wordt 0, een waarde die niet in de lijst staat.

## 28.7 Een CSV-bestand lezen zoals Python het doet

●●○ Toepassen · 4 · Analyseren · 15 min

Een stuk uit klimaatmodule_week.csv:

```
tijdstip,temperatuur_C,vocht_pct,verbruik_Wh,zon_Wh
2026-04-22 06:00,19.2,83,595,25
2026-04-22 09:00,19.7,78,525,314
2026-04-22 12:00,,78,454,611
2026-04-22 15:00,21.1,76,483,484
```

**a** Hoeveel kolommen en hoeveel gegevensrijen staan hier? Welke meting ontbreekt?

✓ Vijf kolommen, vier gegevensrijen (onder de kop). De temperatuur van woensdag 22 april om 12 uur ontbreekt.

**b** Schrijf het woordenboek dat `csv.DictReader` geeft voor de rij van 12 uur.

✓ `{'tijdstip': '2026-04-22 12:00', 'temperatuur_C': '', 'vocht_pct': '78', 'verbruik_Wh': '454', 'zon_Wh': '611'}`. Alle waarden zijn tekst; de lege cel wordt de lege tekst ''.

**c** Welk type heeft `rij["zon_Wh"]`? Wat is `rij["zon_Wh"] + rij["zon_Wh"]` voor die rij?

str (tekst). `'611' + '611'` plakt de teksten aan elkaar: `'611611'`, niet 1222. Eerst int() gebruiken.

**d** Een Belgisch rekenblad bewaart CSV vaak met een puntkomma als scheidingsteken en een decimale komma. Hoe zien de kop en de eerste gegevensregel er dan uit? Wat verander je aan je programma?

```
tijdstip;temperatuur_C;vocht_pct;verbruik_Wh;zon_Wh
2026-04-22 06:00;19,2;83;595;25
```

Lezen met `csv.DictReader(bestand, delimiter=";")`, en getallen omzetten met `float(w.replace(",", "."))`; eventueel openen met `encoding="utf-8-sig"`. Een rekenblad kan ook de datum anders schrijven (`22/04/2026 6:00`): kijk het bestand na in een teksteditor voor je de slicing `[:10]` gebruikt.

## 28.8 Foutenjacht in een CSV-programma

Toepassen · 5 · Analyseren · 20 min

Dit programma moet het totale verbruik en de gemiddelde temperatuur van de meetweek tonen. Er zitten vier fouten in; drie geven een foutmelding.

```
# weektotaal.py - totaal verbruik en gemiddelde temperatuur van de week
import csv

verbruik = []
temperaturen = []
with open("klimaatmodule_week.csv", newline="", encoding="utf-8") as bestand:
    for rij in csv.DictReader(bestand):
        verbruik.append(rij["verbruik_Wh"])
        temperaturen.append(float(rij["temperatuur"]))

print("totaal verbruik:", sum(verbruik), "Wh")
print("gemiddelde temperatuur:", sum(temperaturen) / len(verbruik))
```

**a** Python toont de drie meldingen na elkaar: telkens als je er één verbetert, verschijnt de volgende. Welke fouten zijn het, in volgorde, en hoe verbeter je ze?

De echte meldingen, telkens na de vorige verbetering:

```
Traceback (most recent call last):
  File "weektotaal.py", line 9, in <module>
    temperaturen.append(float(rij["temperatuur"]))
                              ~~~^^^^^^^^^^^^^^^
KeyError: 'temperatuur'

Traceback (most recent call last):
  File "weektotaal.py", line 9, in <module>
    temperaturen.append(float(rij["temperatuur_C"]))
                        ~~~~~^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^
ValueError: could not convert string to float: ''

Traceback (most recent call last):
  File "weektotaal.py", line 12, in <module>
    print("totaal verbruik:", sum(verbruik), "Wh")
                              ~~~^^^^^^^^^^
TypeError: unsupported operand type(s) for +: 'int' and 'str'
```

1. KeyError: de kolom heet `temperatuur_C`. 2. ValueError: de lege cel van woensdag; test eerst `if rij["temperatuur_C"] != "":`. 3. TypeError: sum() kan geen teksten optellen; `verbruik.append(int(rij["verbruik_Wh"]))`.

**b** Na die drie verbeteringen toont het programma een gemiddelde van 21,07 °C. Waarom is dat fout, en wat is het juiste gemiddelde?

Er wordt gedeeld door `len(verbruik)` (56 rijen), maar er zijn maar 55 temperaturen: een logische fout zonder melding. Met `len(temperaturen)`:

```
totaal verbruik: 14552 Wh
gemiddelde temperatuur: 21.45
```

## 28.9 Gemiddelde temperatuur per dagdeel

Toepassen · 5 · Programmeren · 20 min

De beheerder wil weten hoe warm het gemiddeld is in de nacht (0-6 uur), de ochtend (6-12), de middag (12-18) en de avond (18-24), over de hele week.

**a** Schrijf een programma met een woordenboek dat voor elk dagdeel een lijst temperaturen verzamelt uit klimaatmodule_week.csv, en daarna per dagdeel het gemiddelde en het aantal metingen toont.

```python
import csv

dagdelen = {"nacht": [], "ochtend": [], "middag": [], "avond": []}
with open("klimaatmodule_week.csv", newline="", encoding="utf-8") as bestand:
    for rij in csv.DictReader(bestand):
        if rij["temperatuur_C"] == "":
            continue
        uur = int(rij["tijdstip"][11:13])
        if uur < 6:
            deel = "nacht"
        elif uur < 12:
            deel = "ochtend"
        elif uur < 18:
            deel = "middag"
        else:
            deel = "avond"
        dagdelen[deel].append(float(rij["temperatuur_C"]))

for deel, waarden in dagdelen.items():
    print(f"{deel:8} {sum(waarden) / len(waarden):5.1f} graden ({len(waarden)} metingen)")
```

Uitvoer:

```
nacht     18.4 graden (14 metingen)
ochtend   21.0 graden (14 metingen)
middag    25.7 graden (13 metingen)
avond     21.0 graden (14 metingen)
```

**b** Waarom heeft de middag één meting minder dan de andere dagdelen?

De ontbrekende meting van woensdag om 12 uur valt in de middag: die wordt met continue overgeslagen.

## 28.10 Van blokken naar dagen

Toepassen · 5 · Programmeren · 20 min

Het verbruik staat per blok van drie uur in een lijst van 56 waarden, acht per dag. (De lijst kopieer je uit het bestand, of je leest ze in zoals in inlezen.py.)

**a** Schrijf een functie `dagtotalen(waarden, per_dag=8)` die telkens acht opeenvolgende waarden optelt en een lijst met zeven dagtotalen teruggeeft. Gebruik slicing.

```python
def dagtotalen(waarden, per_dag=8):
    """Tel telkens 'per_dag' opeenvolgende waarden op: van blokken van 3 uur naar dagen."""
    totalen = []
    for start in range(0, len(waarden), per_dag):
        totalen.append(sum(waarden[start:start + per_dag]))
    return totalen
```

**b** Schrijf een functie `naar_kwh(lijst_wh)` die een nieuwe lijst in kWh geeft (2 decimalen), met een lijstomschrijving.

```python
def naar_kwh(lijst_wh):
    """Nieuwe lijst met de waarden in kWh, op 2 decimalen."""
    return [round(w / 1000, 2) for w in lijst_wh]
```

Met de 56 waarden uit het bestand toont het programma:

```
[1663, 2021, 2891, 2517, 1710, 1623, 2127]
[1.66, 2.02, 2.89, 2.52, 1.71, 1.62, 2.13]
56 blokken, 7 dagen
```

**c** Controleer je dagtotalen met de tabel van per_dag.py in het handboek.

Dezelfde getallen als de kolom verbruik van per_dag.py: 1663, 2021, 2891, 2517, 1710, 1623, 2127 Wh.

## 28.11 De vochtigheid in een grafiek

Toepassen · 4 · Tekenen · 25 min

De kolom vocht_pct bevat de relatieve luchtvochtigheid. Op woensdag 22 april (de regendag) meet de module: 00 uur: 83 %, 03 uur: 82 %, 06 uur: 83 %, 09 uur: 78 %, 12 uur: 78 %, 15 uur: 76 %, 18 uur: 80 %, 21 uur: 83 %.

**a** Teken de vochtigheid van woensdag op millimeterpapier, met de tijd (uur) horizontaal. Kies een schaal die het papier goed vult.

Horizontaal 0 tot 24 uur (bv. 1 cm per 2 uur), verticaal 75 tot 85 % (1 cm per %): de waarden schommelen maar tussen 76 en 83 %. Een as die bij 0 begint, zou alles plat maken; zet dan wel duidelijk de getallen bij de as.

**b** Welke regels van grafiek_week.py verander je om de vochtigheid van de hele week te tekenen? Schrijf ze.

```
if rij["vocht_pct"] != "":
    dagen.append(i * 3 / 24)
    vocht.append(int(rij["vocht_pct"]))
...
plt.plot(dagen, vocht, marker="o", label="relatieve vochtigheid")
plt.ylabel("luchtvochtigheid (%)")
```

Plus: een lege lijst `vocht = []` bovenaan, de hulplijn op 26 weglaten en de titel aanpassen. Zo ziet de week eruit:




**c** Vergelijk met de temperatuurgrafiek: wat doet de vochtigheid als het warm wordt? Verklaar met wat je weet over waterdamp in lucht (F6).

Als het warm wordt, daalt de relatieve vochtigheid: warme lucht kan meer waterdamp bevatten, dus dezelfde hoeveelheid damp is een kleiner deel van het maximum. Op de zonnige middagen zakt ze tot rond 60 %; 's nachts stijgt ze tot 85 %. Op de regendag blijft ze hoog, omdat het koeler blijft.

## Uitdagen — Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

### 28.12 Habitat: een week in de klimaatmodule

Uitdagen · 6 · Habitat · 50 min

Je analyseert de meetweek als beheerder van de klimaatmodule. Gebruik je eigen programma's (of die van het handboek) op klimaatmodule_week.csv. De module heeft twee LiFePO4-batterijen met samen 2457,6 Wh bruikbare energie (hoofdstuk 20).

**a** Maak de tabel per dag: gemiddelde en hoogste temperatuur, verbruik, zonnestroom en saldo.

| DAG | T GEM (°C) | T MAX (°C) | VERBRUIK (WH) | ZON (WH) | SALDO (WH) |
|---|---|---|---|---|---|
| ma 20/4 | 22,6 | 28,1 | 1663 | 7465 | +5802 |
| di 21/4 | 21,2 | 25,1 | 2021 | 5105 | +3084 |
| wo 22/4 | 19,3 | 21,1 | 2891 | 1547 | -1344 |
| do 23/4 | 20,3 | 22,8 | 2517 | 3077 | +560 |
| vr 24/4 | 22,2 | 27,4 | 1710 | 6949 | +5239 |
| za 25/4 | 22,9 | 28,6 | 1623 | 7717 | +6094 |
| zo 26/4 | 21,3 | 25,1 | 2127 | 4676 | +2549 |

**b** Op welke dag moet de batterij bijspringen? Welk deel van de bruikbare batterij-energie kost die dag? Wordt het de dag erna weer goedgemaakt?

Alleen woensdag: 1344 Wh tekort, dat is 55 % van de 2457,6 Wh. Donderdag levert de zon 560 Wh meer dan de module verbruikt (met het laadrendement van 95 % uit hoofdstuk 16 en 20 ongeveer 532 Wh in de batterij): niet genoeg om alles goed te maken, vrijdag wel ruim.

**c** Hoeveel uur was het warmer dan 26 °C, en wanneer? Stel twee maatregelen voor, telkens met hun gevolg voor het energiebudget.

18 uur (6 blokken van 3 uur): maandag, vrijdag en zaterdag, telkens tussen 12 en 18 uur. Maatregelen: het kasdak eerder openen of de ventilatoren vroeger laten draaien (enkele wattuur extra, weinig tegenover het overschot op die zonnige dagen); een schaduwdoek (minder warmte, maar ook minder daglicht, dus moeten de lampen minder dimmen en stijgt het verbruik).

**d** Schrijf voor je portfolio een besluit van vijf zinnen: werkt het energiebeheer in deze week, en wat zou je volgende week meten?

Bijvoorbeeld: in deze aprilweek werkte het energiebeheer: de zonnestroom (36,5 kWh) was ruim het dubbele van het verbruik (14,6 kWh), en de lampen dimden op zonnige dagen, waardoor het dagverbruik daalde tot 1,6 kWh. Alleen de regendag vroeg 1,3 kWh uit de batterij, minder dan een kwart. Op drie middagen werd het warmer dan 26 °C: daar is ventilatie nodig. Volgende week meet ik om de 5 minuten, zodat korte pieken zichtbaar worden, en log ik ook de laadtoestand van de batterij.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Tabel** | Alle zeven dagen, met eenheden; de ontbrekende meting correct behandeld (niet als 0). |
| **Batterij** | Tekort berekend en als deel van 2457,6 Wh uitgedrukt; herstel de dag erna nagegaan. |
| **Warmte** | Warme blokken correct geteld (per 3 uur); maatregelen concreet, met gevolg voor verbruik. |
| **Besluit** | Onderbouwd met getallen uit de analyse; een zinvolle volgende meting (bv. per 5 minuten, of de temperatuur van het reservoir). |

## 28.13 Een voortschrijdend gemiddelde

Uitdagen · 6 · Programmeren · 25 min

Metingen schommelen. Een **voortschrijdend gemiddelde** vervangt elke waarde door het gemiddelde van haar en de volgende n – 1 waarden, zodat de lijn gladder wordt. In E21 wordt dat een digitaal filter.

**a** Schrijf een functie `voortschrijdend(waarden, n=3)` die een nieuwe lijst met de gemiddelden van telkens n opeenvolgende waarden teruggeeft. Gebruik slicing.

```python
def voortschrijdend(waarden, n=3):
    """Gemiddelde van telkens n opeenvolgende waarden; de nieuwe lijst is n - 1 korter."""
    uit = []
    for i in range(len(waarden) - n + 1):
        stuk = waarden[i:i + n]
        uit.append(sum(stuk) / n)
    return uit
```

**b** Pas ze toe op de acht temperaturen van maandag. Hoeveel waarden heeft de nieuwe lijst, en waarom?

```python
temp = [18.6, 18.5, 19.9, 23.6, 28.0, 28.1, 23.7, 20.1]      # maandag
glad = voortschrijdend(temp)
print(len(temp), len(glad))
print([round(t, 1) for t in glad])
print(max(temp), round(max(glad), 1))
```

```
8 6
[19.0, 20.7, 23.8, 26.6, 26.6, 24.0]
28.1 26.6
```

Zes waarden: met n = 3 kan het venster maar op 8 – 3 + 1 = 6 plaatsen beginnen.

**c** Wat gebeurt er met de hoogste waarde? Is dat erg voor de vraag 'hoe lang was het warmer dan 26 °C'?

Het maximum zakt (van 28,1 naar 26,6 °C): pieken worden afgevlakt. Voor 'hoe lang boven 26 °C' is dat wel erg: je telt dan te weinig warme uren. Een filter kies je dus naar de vraag.

## 28.14 Onderzoek: hangt het verbruik af van de zon?

Uitdagen · 7 · Onderzoeken · 40 min

De **correlatiecoëfficiënt** $r$ van Pearson meet hoe goed twee reeksen samen op en neer gaan: $r = 1$ is een perfect stijgend verband, $r = -1$ een perfect dalend, $r = 0$ geen lineair verband. Met de gemiddelden $\bar{x}$ en $\bar{y}$: $r = \dfrac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2 \cdot \sum (y - \bar{y})^2}}$.

**a** Schrijf een functie `correlatie(x, y)` volgens de formule, met zip en lijstomschrijvingen.

```
def gemiddelde(w):
    return sum(w) / len(w)


def correlatie(x, y):
    """Correlatiecoëfficiënt van Pearson van twee even lange lijsten (tussen -1 en 1)."""
    gx, gy = gemiddelde(x), gemiddelde(y)
    teller = sum([(a - gx) * (b - gy) for a, b in zip(x, y)])
    noemer = math.sqrt(sum([(a - gx) ** 2 for a in x]) * sum([(b - gy) ** 2 for b in y]))
    return teller / noemer
```

**b** Bereken r tussen zonnestroom en verbruik (a) over alle 56 blokken en (b) alleen over de 35 blokken van 6 tot en met 18 uur.

```
import csv
import math


def gemiddelde(w):
    return sum(w) / len(w)


def correlatie(x, y):
    """Correlatiecoëfficiënt van Pearson van twee even lange lijsten (tussen -1 en 1)."""
    gx, gy = gemiddelde(x), gemiddelde(y)
    teller = sum([(a - gx) * (b - gy) for a, b in zip(x, y)])
    noemer = math.sqrt(sum([(a - gx) ** 2 for a in x]) * sum([(b - gy) ** 2 for b in y]))
    return teller / noemer


alle_zon, alle_verbruik = [], []
licht_zon, licht_verbruik = [], []
with open("klimaatmodule_week.csv", newline="", encoding="utf-8") as bestand:
    for rij in csv.DictReader(bestand):
        z, v = int(rij["zon_Wh"]), int(rij["verbruik_Wh"])
        alle_zon.append(z)
        alle_verbruik.append(v)
        if 6 <= int(rij["tijdstip"][11:13]) <= 18:
            licht_zon.append(z)
            licht_verbruik.append(v)

print("alle 56 blokken:", round(correlatie(alle_zon, alle_verbruik), 2))
print("35 blokken met lampen aan:", round(correlatie(licht_zon, licht_verbruik), 2))
```

Uitvoer:

```
alle 56 blokken: -0.19
35 blokken met lampen aan: -0.98
```

**c** Verklaar het verschil tussen (a) en (b). Wat leert dit over het vergelijken van groepen die op een andere manier verschillen?

> Over de 35 blokken met lampen is r = −0,98: een sterk dalend verband, want de lampen dimmen bij daglicht. Over alle 56 blokken is r = −0,19, veel zwakker: 's nachts is de zonnestroom 0 én het verbruik laag (lampen uit), wat in de puntenwolk een groep linksonder geeft die tegen het dalende verband in werkt. Dag en nacht is een derde factor die beide reeksen beïnvloedt. Vergelijk dus alleen blokken die verder gelijk zijn (zoals in een eerlijke proef, hoofdstuk 2), en bewijs een oorzaak met kennis van het systeem, niet met r alleen (hoofdstuk 39).

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Functie** | Formule correct, met docstring; getest op een eenvoudig geval (bv. x = y geeft 1). |
| **Berekening** | Beide r-waarden correct, de selectie van de blokken gemotiveerd. |
| **Interpretatie** | Het verschil verklaard met een derde factor (dag en nacht); correlatie niet als bewijs gebracht. |

## 28.15 Ontwerp: het logbestand van de klimaatmodule

●●● Uitdagen · 6 · Ontwerpen · 30 min

In hoofdstuk 30 bouw je een datalogger die de metingen van de klimaatmodule op een SD-kaart schrijft. Ontwerp nu al het CSV-formaat, zodat je analyseprogramma's er meteen mee werken.

**a** Welke kolommen neem je op (minstens zes), met welke naam en eenheid? Welke kolom is de sleutel om te groeperen?

> Bijvoorbeeld: tijdstip, temperatuur_lucht_C, temperatuur_reservoir_C, vocht_pct, licht_lux, pH, EC_mS_cm, CO2_ppm, verbruik_Wh, zon_Wh, laadtoestand_pct. Groeperen doe je op het tijdstip (datum en uur uit de tekst).

**b** Kies het tijdformaat, het decimaalteken, het scheidingsteken en wat er in een cel staat als een sensor faalt. Motiveer.

> Tijd als '2026-04-20 06:00' (jaar eerst: sorteert vanzelf juist) en liefst in UTC of met de tijdzone erbij, want bij de overgang naar zomertijd komt een uur twee keer voor. Decimale punt en komma als scheiding: zo leest Python het zonder omzetten. Een lege cel bij een sensorfout, nooit 0 of −127: een lege cel valt op, een verzonnen getal niet.

**c** De logger schrijft elke minuut een regel van ongeveer 60 tekens. Hoe groot wordt het bestand na een jaar? Kies: één bestand per dag, per week of per jaar?

> Een jaar heeft 525 600 minuten; 525 600 × 60 tekens ≈ 31,5 miljoen bytes, ongeveer 32 MB. Dat past makkelijk op een SD-kaart, maar één groot bestand is lastig om te openen en gaat helemaal verloren als het beschadigd raakt. Eén bestand per dag (±86 kB, zoals 2026-04-20.csv) is een goede keuze.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Kolommen** | Relevante grootheden (temperatuur lucht en reservoir, vocht, licht, pH, EC, $CO_2$, verbruik, zon, laadtoestand), eenheid in de naam, zonder spaties. |
| **Formaat** | ISO-tijd (jjjj-mm-dd uu:mm, met tijdzone of UTC), decimale punt en komma als scheiding, lege cel bij een fout; gemotiveerd. |
| **Omvang** | Juiste orde van grootte en een onderbouwde keuze van de bestandsgrootte. |

## 28.16 Debat: rekenblad of Python?

Uitdagen · 5 · Argumenteren · 20 min

Een klasgenoot vindt Python overdreven voor de meetweek: 'In een rekenblad heb ik dat gemiddelde in tien seconden, en ik zie meteen alle getallen.' Denk aan het verhaal van de vijf ontbrekende landen.

**a** Geef twee sterke argumenten voor een rekenblad en twee voor Python, elk met een voorbeeld uit dit hoofdstuk.

Rekenblad: je ziet alle data meteen, en een grafiek of een som is snel gemaakt, zonder iets te installeren. Python: elke stap staat zichtbaar in de code en is voor een nieuwe week opnieuw te draaien (per_dag.py werkt voor elk bestand in hetzelfde formaat), en ontbrekende waarden en honderdduizenden rijen gaan even vlot als 56.

**b** Voor welke taak kies jij wat? Welke controle doe je in beide gevallen om een fout als die van de vijf landen te vermijden?

Rekenblad voor een snelle blik op een klein bestand; Python voor een analyse die je herhaalt, deelt of in een verslag verantwoordt. Controle in beide: tel hoeveel waarden er echt meetellen (len(), of de functie AANTAL), vergelijk met wat je verwacht (8 per dag, 56 per week), en laat iemand anders de berekening overdoen.

I INTERMEDIATE · DEEL I7 · PROGRAMMEREN

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 29

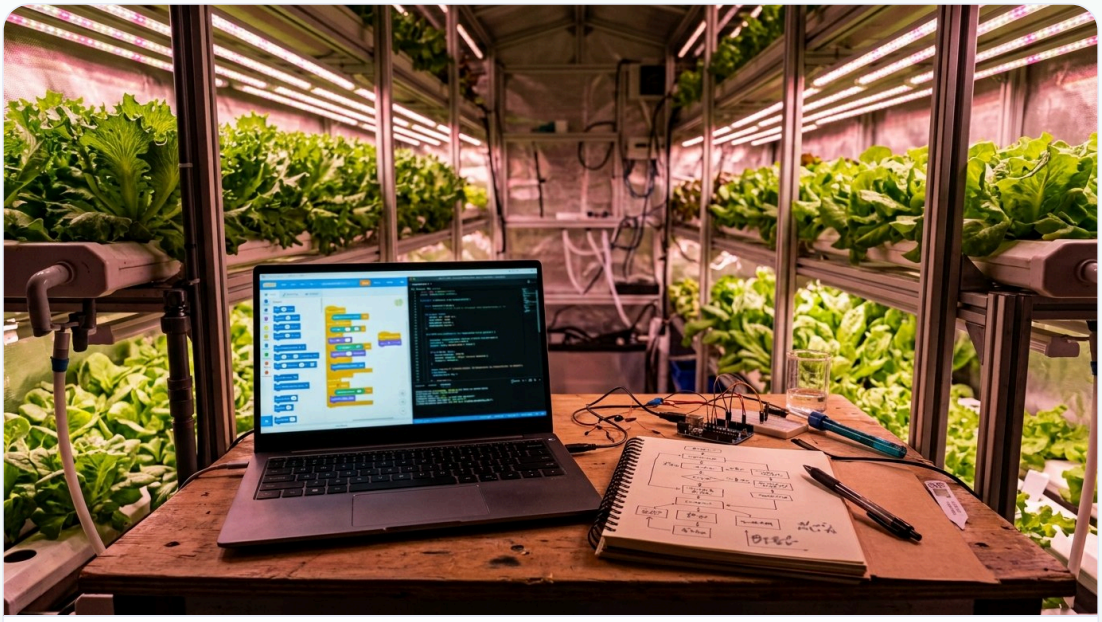
# Microcontrollers programmeren in C++

## Van losse schetsen naar één programma dat nooit stilstaat: de sturing van de klimaatmodule

Uitgewerkte oplossingen bij de 16 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

5× oefenen · 7× toepassen · 4× uitdagen · ± 419 min

P Programmeren en computationeel denken · L Elektriciteit en elektronica · R Regelen en robotica



De Mega in de kast van de klimaatmodule: één programma voor sensoren, pomp, lampen en dak.

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

## ●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

### 29.1 Welk type past?

●○○ Oefenen · 3 · Begrijpen · 12 min

Kies voor elke variabele van de klimaatmodule het kleinste type dat altijd volstaat, en zeg waarom. Gebruik de tabel met types uit het handboek (Mega: int = 16 bit).

a Vul de tabel in.

(a) `int`

: 0 tot 1023 past niet in een byte (hoogstens 255).

(b) `unsigned long`

: millis() is een unsigned long; in een int loopt het na 32,8 s over.

(c) `byte`

(0-255 past precies) of int: een int kost één byte meer maar rekent makkelijker.

(d) `bool`

: alleen waar of onwaar.

(e) `float`: een kommagetal.
(f) 5 `unsigned int` jaar is ongeveer 43 830 uur: te veel voor een int (32 767), wel voor een (65 535, genoeg voor 7,5 jaar). Wie verder wil tellen, neemt unsigned long.
(g) `long`: tot 100 × 1023 = 102 300, meer dan een int of unsigned int kan bevatten.

(h) `byte`

:
een
I²C-
adres
heeft
7
bits.

**b** Een klasgenoot stelt voor om gewoon alles `float` te maken, 'dan past alles'. Geef twee redenen waarom dat geen goed idee is.

(1) Een float onthoudt maar ongeveer 7 cijfers: een teller of een tijd in ms is na 16 777 216 (4,7 uur in ms) niet meer exact, want +1 verandert dan niets meer. (2) Vergelijken met == werkt niet betrouwbaar door afrondingen. (3) De ATmega2560 heeft geen rekeneenheid voor kommagetallen: float-rekenen gebeurt in software en is tientallen keren trager dan rekenen met gehele getallen. En een float kost 4 bytes, waar een bool of byte er 1 kost.

## 29.2 Voorspel de uitvoer

Oefenen · 3 · Programmeren · 12 min

Wat toont de seriële monitor als dit programma op een Arduino Mega draait? Schrijf per `println` één regel, zonder het programma uit te voeren.

```
void setup() {
  Serial.begin(115200);
  int a = 10;
  int b = 4;
  Serial.println(a / b);
  Serial.println(a / (float)b);
  Serial.println(a % b);
  byte x = 200;
  x = x * 2;
  Serial.println(x);
  int t = 30000;
  t = t + t;
  Serial.println(t);
  float c = (5 / 9) * (77 - 32);
  Serial.println(c);
  float d = (5.0 / 9) * (77 - 32);
  Serial.println(d, 1);
}

void loop() {
}
```

**a** Schrijf de zeven regels die op de monitor verschijnen.

Uitvoer in de simulatie van de Mega:

```
2
2.50
2
144
-5536
0.00
25.0
```

10 / 4 is een gehele deling (2); met `(float)b` rekent C++ in float (2.50). 10 % 4 is de rest (2). Een byte gaat van 400 naar 400 − 256 = 144. 30 000 + 30 000 = 60 000 past niet in een int: 60 000 − 65 536 = −5536. (5 / 9) is een gehele deling en dus 0, en 0 maal 45 blijft 0.00. Met 5.0 wordt het 25,0 (de omrekening van 77 °F naar °C).

**b** Welke twee regels zouden op je computer (int = 32 bit) anders zijn? Waarom?

Alleen de regel met t: op een computer is een int 32 bit en past 60 000 gewoon. De byte blijft 144 (een byte is overal 8 bit), en de gehele delingen blijven gehele delingen.

## 29.3 Welke functie, welke pin?

●○○ Oefenen · 3 · Begrijpen · 10 min

Vul voor elk onderdeel van de klimaatmodule in hoe je de pin instelt en leest of stuurt. Gebruik de pintabel.

a Vul de tabel in.

vlotter:
D2,
INPUT_PULLUP,
digitalRead,
HIGH
= te
weinig
water
(LOW
=
genoeg)
knop
S1:
D22,
INPUT,
digitalRead,
HIGH
=
ingedrukt
eindeloop
dicht:
D24,
INPUT_PULLUP,
digitalRead,
HIGH
=
dak
dicht
(of
draad
los)
lichtsensor:
A1,
geen
pinMode
nodig,
analogRead,
0
tot
1023
groeilampen:
D5,
OUTPUT,
analogWrite,
0
tot
255
(PWM)

pomp:
D9,
OUTPUT,
digitalWrite,
HIGH
=
aan
statusled:
D13,
OUTPUT,
digitalWrite,
HIGH
=
aan

b Waarom staat de vlotter op INPUT_PULLUP en de knop S1 op INPUT?

De vlotter is een gewone schakelaar naar GND: zonder pull-up zweeft de pin als de schakelaar open is. De knop gaat eerst door het RC-filter en de 74HC14, en die chip zet zelf een harde 0 of 5 V op de pin; een pull-up is daar overbodig.

## 29.4 Vind de vijf fouten

Oefenen · 4 · Programmeren · 20 min

Een leerling test de pomp met dit programma: om de 5 s aan of uit, en uit als de vlotter te weinig water meldt. Er zitten vijf fouten in. Drie hoort de compiler, twee niet.

```
// pomp_test.ino - de pomp om de 5 s aan of uit, en de vlotter bewaken (met vijf fouten)
const int POMP = 9;
const int VLOTTER = 2;
bool aan = false;
unsigned long vorige = 0;

void setup() {
  pinMode(VLOTTER, INPUT_PULLUP);
  Serial.begin(9600);
}

void loop() {
  unsigned long nu = millis()
  if (nu - vorige >= 5000) {
    vorige += 5000;
    aan = !aan;
  }
  if (digitalRead(VLOTTER) = HIGH) {
    aan = false;
  }
  digitalwrite(POMP, aan ? HIGH : LOW);
  Serial.println(aan);
}
```

**a** Zoek de vijf fouten. Welke drie meldt de compiler? Op welke regel verwacht je elke melding?

De compiler (g++, zelfde kern als in de Arduino-IDE):

```
wb_fouten: In function 'void loop()':
wb_fouten:14:3: error: expected ',' or ';' before 'if'
wb_fouten:18:18: error: lvalue required as left operand of assignment
wb_fouten:21:3: error: 'digitalwrite' was not declared in this scope; did you mean
'digitalWrite'?
wb_fouten:13:17: warning: unused variable 'nu' [-Wunused-variable]
```

(1) regel 13: puntkomma na `millis()` vergeten; de melding staat op regel 14, want pas bij `if` merkt de compiler dat de opdracht niet af is. (2) regel 18: `=` in plaats van `==`; hier weigert de compiler, omdat je aan een functieresultaat niets kan toekennen. (3) regel 21: `digitalwrite` met kleine w.

**b** Welke twee fouten merk je pas als het programma draait, en wat zie je dan?

(4) `pinMode(POMP, OUTPUT)` ontbreekt: de pin blijft een ingang, digitalWrite zet dan alleen de interne pull-up aan en uit. De MOSFET krijgt nauwelijks stroom op de gate en de pomp slaat niet of maar half aan. (5) `Serial.begin(9600)` terwijl de monitor op 115200 staat: rare tekens. (En `Serial.println(aan)` in elke ronde overspoelt de monitor met duizenden regels per seconde.)

**c** Schrijf de verbeterde versie. Zorg er ook voor dat de monitor niet overspoeld wordt.

Verbeterd en getest:

```
// pomp_test.ino - verbeterd
const int POMP = 9;
const int VLOTTER = 2;
bool aan = false;
unsigned long vorige = 0;

void setup() {
  pinMode(POMP, OUTPUT);                    // fout 4: zonder pinMode geen stevige uitgang
  pinMode(VLOTTER, INPUT_PULLUP);
  Serial.begin(115200);                     // fout 5: dezelfde snelheid als de seriële monitor
}

void loop() {
  unsigned long nu = millis();              // fout 1: puntkomma
  if (nu - vorige >= 5000) {
    vorige += 5000;
    aan = !aan;
    Serial.println(aan ? "pomp aan" : "pomp uit");   // alleen bij een wissel iets sturen
  }
  if (digitalRead(VLOTTER) == HIGH) {       // fout 2: == vergelijkt, = kent toe
    aan = false;
  }
  digitalWrite(POMP, aan ? HIGH : LOW);     // fout 3: hoofdletter W
}
```

In de simulatie (20 s, vlotter open van 12 tot 13 s):

```
pomp aan
pomp uit
pomp aan
pomp uit
```

Er is geen melding 'pomp uit' door de vlotter, omdat de melding alleen bij de wissel om de 5 s komt: een uitbreiding voor wie wil.

## 29.5 Rekenen met tijd en geheugen

Oefenen · 4 · Rekenen · 15 min

Gebruik: int 16 bit met teken, unsigned int 16 bit, unsigned long 32 bit; het EEPROM verslijt na ongeveer 100 000 schrijfbeurten per byte.

**a** Hoeveel ms zijn 10 minuten, 1 uur en 1 dag? Past elk getal in een int? In een unsigned long?

$10 \cdot 60 \cdot 1000 = 600\,000$ ms, $3\,600\,000$ ms, $86\,400\,000$ ms. Geen enkele past in een int (hoogstens 32 767); alle drie passen in een unsigned long (tot 4 294 967 295).

**b** Na hoeveel tijd loopt millis() over? En na hoeveel tijd wordt een int waarin je millis() bewaart negatief? Een unsigned int weer 0?

millis(): $2^{32}$ ms $= 4\,294\,967\,296$ ms $= 49{,}7$ dagen. Een int is na 32 767 ms (32,8 s) vol en springt dan naar −32 768; een unsigned int is na 65 536 ms (65,5 s) weer 0.

c Hoeveel uurcycli van de pomp passen in één periode van millis()?

✓ $4\,294\,967\,296 / 3\,600\,000 \approx 1193$ cycli.

d klimaat.ino bewaart de laadtoestand elk uur in het EEPROM. Hoe lang houdt het EEPROM dat vol? En als je het om de 2 s zou doen?

✓ Elk uur: $100\,000\,\text{h} = 100\,000/(24 \cdot 365{,}25) \approx 11{,}4$ jaar. Om de 2 s: $200\,000\,\text{s} \approx 2{,}3$ dagen. EEPROM.put schrijft wel alleen bytes die veranderen, maar een laadtoestand verandert bijna altijd.

## ●●○ Toepassen Toepassen

meerdere stappen, in een context

### 29.6 De seriële plotter: temperatuur en vocht

●●○ Toepassen · 4 · </> Programmeren · 20 min

De SHT31 op I²C-adres 0x44 meet de temperatuur en de relatieve vochtigheid van de kaslucht. Je wil ze in de seriële plotter zien, samen met een vaste lijn op 26 °C (boven 26 °C wordt het te warm voor sla, hoofdstuk 28).

a Schrijf een programma dat elke seconde, zonder delay(), de drie waarden in het formaat van de plotter stuurt.

✓ Getest met een gesimuleerde SHT31 die opwarmt:

```
// plotter_sht.ino - temperatuur en vocht van de kaslucht in de seriële plotter
#include <Wire.h>
#include <Adafruit_SHT31.h>

Adafruit_SHT31 sht = Adafruit_SHT31();
unsigned long vorige = 0;

void setup() {
  Serial.begin(115200);
  sht.begin(0x44);
}

void loop() {
  unsigned long nu = millis();
  if (nu - vorige >= 1000) {
    vorige += 1000;
    float t, rv;
    sht.readBoth(&t, &rv);
    Serial.print("temperatuur:");
    Serial.print(t, 1);
    Serial.print(",vocht:");
    Serial.print(rv, 1);
    Serial.println(",grens_26C:26");
  }
}
```

```
temperatuur:24.9,vocht:70.2,grens_26C:26
temperatuur:25.2,vocht:69.4,grens_26C:26
temperatuur:25.5,vocht:68.6,grens_26C:26
temperatuur:25.8,vocht:67.8,grens_26C:26
temperatuur:26.1,vocht:67.0,grens_26C:26
```

**b** De vochtigheid schommelt tussen 60 en 85 %, de temperatuur tussen 18 en 28 °C. Waarom is het lastig om beide in één plotter te bekijken, en hoe los je dat op?

De plotter gebruikt één verticale as: het verschil van 3 °C valt weg naast een vochtigheid rond 70. Oplossingen: twee keer meten met telkens één grootheid, de vochtigheid delen door 3 (en dat in de naam zetten: `vocht/3:`), of de temperatuur tonen als afwijking van 26 °C.

## 29.7 Trace-tabel: wanneer meet het programma?

Toepassen · 5 · Analyseren · 20 min

Twee versies van een meettaak met `INTERVAL = 2000`. Beide beginnen met vorige = 0. Versie A doet na een meting `vorige += INTERVAL;`, versie B `vorige = nu;`. De lus komt langs op deze momenten (ms): 1500, 2150, 3900, 4020, 5990, 6300, 8100.

**a** Vul de trace-tabel in.

| NU | A: NU – VORIGE | A | A: VORIGE | B: NU – VORIGE | B | B: VORIGE |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1500 | 1500 | nee | 0 | 1500 | nee | 0 |
| 2150 | 2150 | ja | 2000 | 2150 | ja | 2150 |
| 3900 | 1900 | nee | 2000 | 1750 | nee | 2150 |
| 4020 | 2020 | ja | 4000 | 1870 | nee | 2150 |
| 5990 | 1990 | nee | 4000 | 3840 | ja | 5990 |
| 6300 | 2300 | ja | 6000 | 310 | nee | 5990 |
| 8100 | 2100 | ja | 8000 | 2110 | ja | 8100 |

**b** Hoeveel metingen doet elke versie? Wat gebeurt er met versie B op lange termijn?

A meet 4 keer (bij 2150, 4020, 6300 en 8100), B maar 3 keer. A blijft op het ritme 2000, 4000, 6000 …: komt een meting te laat, dan komt de volgende sneller. B schuift elke vertraging door: gemiddeld ligt er meer dan 2 s tussen twee metingen, en de achterstand groeit.

**c** Na 8100 blijft de lus hangen tot 15 000 ms, daarna komt ze weer vlot langs (15 000, 15 001, 15 002 …). Wat doen A en B? Welke is beter voor de coulombteller, die bij elke meting 2 s stroom optelt?

A: bij 15 000 is nu – vorige = 7000, dus meten (vorige 10 000); bij 15 001 nog 5001 (vorige 12 000), bij 15 002 nog 3002 (vorige 14 000), bij 15 003 1003: stop. A meet drie keer kort na elkaar om de gemiste beurten in te halen. B meet één keer (vorige 15 000). Voor de coulombteller is A beter: die telt per meting 2 s stroom op. A heeft na 15 003 ms 7 metingen gedaan, 14 s geteld: klopt. B heeft er 4, dus 8 s geteld terwijl er 15 s voorbij zijn. Voor een taak die iets aanzet (een pompbeurt), wil je dat inhalen juist niet.

## 29.8 Water geven zonder delay()

Toepassen · 5 · Programmeren · 35 min

In F25 gaf de meetkas water met dit programma (Uno; SENSOR A0, VLOTTER 3, POMP 6, rode led 10, groene led 11; water geven onder 30 %):

```ino
void loop() {
  int ruw = analogRead(SENSOR);
  int vocht = map(ruw, DROOG, NAT, 0, 100);
  bool water = (digitalRead(VLOTTER) == LOW);
  if (vocht < DREMPEL && water) {
    digitalWrite(ROOD, HIGH);
    digitalWrite(GROEN, LOW);
    digitalWrite(POMP, HIGH);
    delay(30000);                          // 30 s = 240 mL
    digitalWrite(POMP, LOW);
  } else if (vocht < DREMPEL) {
    digitalWrite(ROOD, HIGH);
    digitalWrite(GROEN, LOW);
  } else {
    digitalWrite(ROOD, LOW);
    digitalWrite(GROEN, HIGH);
  }
  delay(900000UL);                         // 15 min: het water moet eerst inzakken
}
```

a De grond wordt droog vlak nadat de lus aan `delay(900000UL)` begon. Hoe lang duurt het voor het lampje rood wordt? En wat als de vlotter opengaat terwijl de pomp 30 s draait?

> Tot 15 minuten: pas na de delay wordt de sensor opnieuw gelezen. Gaat de vlotter open tijdens de 30 s pompen, dan merkt het programma niets en de pomp draait droog.

b Herschrijf het programma zonder delay(). Gebruik een variabele `fase` (KLAAR, POMPEN, WACHTEN) en millis(). Het lampje moet meteen reageren en de pomp moet stoppen zodra de vlotter opengaat.

Getest: het bodemvocht begint op 33 % en daalt 5 procentpunt per uur (het model uit F23); een beurt geeft +16.

```
// water_geven_millis.ino - water geven in de meetkas zonder delay() (Arduino Uno, pinnen uit hoofdstuk 25)
const int SENSOR = A0;
const int VLOTTER = 3;
const int POMP = 6;
const int ROOD = 10;
const int GROEN = 11;
const int DROOG = 600;
const int NAT = 300;
const int DREMPEL = 30;
const unsigned long POMP_MS = 30000UL;       // 30 s pompen = 240 mL
const unsigned long WACHT_MS = 900000UL;     // daarna 15 min wachten tot het water ingezakt is

enum Fase { KLAAR, POMPEN, WACHTEN };
Fase fase = KLAAR;
unsigned long startFase = 0;

void setup() {
  pinMode(VLOTTER, INPUT_PULLUP);
  pinMode(POMP, OUTPUT);
  pinMode(ROOD, OUTPUT);
  pinMode(GROEN, OUTPUT);
  Serial.begin(115200);
}

void loop() {
  unsigned long nu = millis();
  int vocht = map(analogRead(SENSOR), DROOG, NAT, 0, 100);
  bool water = (digitalRead(VLOTTER) == LOW);

  if (fase == KLAAR && vocht < DREMPEL && water) {
    fase = POMPEN;                           // droog en er is water: een beurt begint
    startFase = nu;
    digitalWrite(POMP, HIGH);
    Serial.print(nu / 1000);
    Serial.println(" s: pomp aan");
  } else if (fase == POMPEN && (nu - startFase >= POMP_MS || !water)) {
    fase = WACHTEN;                          // 30 s voorbij, of het reservoir is leeg
    startFase = nu;
    digitalWrite(POMP, LOW);
    Serial.print(nu / 1000);
    Serial.println(" s: pomp uit, 15 min wachten");
  } else if (fase == WACHTEN && nu - startFase >= WACHT_MS) {
    fase = KLAAR;
  }

  digitalWrite(ROOD, vocht < DREMPEL ? HIGH : LOW);    // het lampje reageert nu meteen
  digitalWrite(GROEN, vocht < DREMPEL ? LOW : HIGH);
}
```

```
2537 s: pomp aan
2567 s: pomp uit, 15 min wachten
```

In deze drie uur valt het vocht één keer onder 30 %; na de beurt zit het op ruim 45 % en duurt het meer dan drie uur voor het weer zakt. Het lampje wordt in elke ronde bijgewerkt.

c Waarom is er nog altijd een wachttijd van 15 minuten na een beurt, ook zonder delay()?

De wachttijd is geen wachten van het programma, maar een regel van de teelt: het water moet in de potgrond zakken voor de sensor het ziet. Zonder die pauze zou de pomp blijven geven tot de sensor natte grond meldt, en is het bakje overvol. Het programma doet in die 15 minuten wel al het andere werk.

## 29.9 De $CO_2$-klep als taak

Toepassen · 5 · Programmeren · 30 min

De $CO_2$-klep op D10 (6 W, hoofdstuk 14 en 20) moet tijdens de lichtperiode (6 tot 22 uur) om het halfuur 30 s opengaan, maar niet als het dak openstaat. klimaat.ino heeft al `secondenVanDeDag(nu)`, `START_UUR` en de globale `dakOpen`.

**a** Schrijf de functie `void taakCo2(unsigned long nu)` met millis(), en een melding bij elke wissel.

Als losse test (in klimaat.ino laat je de declaraties weg die er al zijn):

```
// co2_taak.ino - de CO2-klep: overdag om het halfuur 30 s open, maar niet als het dak openstaat
#include "pinnen.h"

const int START_UUR = 6;
const unsigned long CO2_PERIODE_MS = 30UL * 60 * 1000;
const unsigned long CO2_OPEN_MS = 30000UL;
unsigned long startCo2 = 0;
bool klepOpen = false;
bool dakOpen = false;                       // in klimaat.ino houdt taakDak dit bij

unsigned long secondenVanDeDag(unsigned long nu) {
  return (START_UUR * 3600UL + nu / 1000) % 86400UL;
}

void taakCo2(unsigned long nu) {
  if (nu - startCo2 >= CO2_PERIODE_MS) startCo2 += CO2_PERIODE_MS;
  unsigned long uur = secondenVanDeDag(nu) / 3600;
  bool licht = uur >= 6 && uur < 22;                // CO2 helpt alleen als de planten licht krijge
n
  bool open = licht && !dakOpen && (nu - startCo2) < CO2_OPEN_MS;
  if (open != klepOpen) {
    klepOpen = open;
    Serial.print(nu / 1000);
    Serial.println(open ? " s: CO2-klep open" : " s: CO2-klep dicht");
  }
  digitalWrite(CO2_KLEP, open ? HIGH : LOW);
}

void setup() {
  pinMode(CO2_KLEP, OUTPUT);
  Serial.begin(115200);
}

void loop() {
  taakCo2(millis());
}
```

De eerste 95 minuten na 06:00 in de simulatie:

```
0 s: CO2-klep open
30 s: CO2-klep dicht
1800 s: CO2-klep open
1830 s: CO2-klep dicht
3600 s: CO2-klep open
3630 s: CO2-klep dicht
5400 s: CO2-klep open
5430 s: CO2-klep dicht
```

**b** Waarom mag de klep niet open als het dak openstaat?

$CO_2$ is zwaarder dan lucht maar mengt snel; door het open dak verdwijnt het meeste naar buiten voor de planten het kunnen opnemen. De klep zou energie en $CO_2$ verspillen.

c Hoeveel minuten per dag staat de klep open, en hoeveel energie kost dat? Vergelijk met het budget van hoofdstuk 20 (15 minuten, 1,5 Wh).

16 lichturen × 2 keer × 30 s = 32 × 0,5 min = 16 min; $6\,\mathrm{W} \cdot 16/60\,\mathrm{h} = 1{,}6\,\mathrm{Wh}$. Dat is net iets meer dan het budget van 15 minuten en 1,5 Wh.

## 29.10 Debuggen: altijd 25,00 °C

Toepassen · 5 · Programmeren · 25 min

Dit programma meet de temperatuur van het reservoir met de NTC op A0 (hoofdstuk 22). De monitor toont `25.00`, `25.00`, `25.00`, en als het water opwarmt ineens `-273.15`.

```
// ntc_fout.ino - de temperatuur van het reservoir: waarom altijd 25.00?
#include "pinnen.h"

float temperatuur() {
  int n = analogRead(NTC);
  long r = 10000L * (1024 - n) / n;              // weerstand van de NTC (ohm)
  float invT = 1.0 / 298.15 + log(r / 10000) / 3950;
  return 1.0 / invT - 273.15;
}

void setup() {
  Serial.begin(115200);
}

void loop() {
  Serial.println(temperatuur());
  delay(2000);
}
```

**a** Welke tussenresultaten laat je afdrukken om de fout te vinden? Schrijf de extra Serial-regels.

Druk n, r, r / 10000 en invT af:

```
float temperatuur() {
  int n = analogRead(NTC);
  Serial.print("n = ");
  Serial.print(n);
  long r = 10000L * (1024 - n) / n;
  Serial.print("   r = ");
  Serial.print(r);
  Serial.print("   r / 10000 = ");
  Serial.print(r / 10000);
  float invT = 1.0 / 298.15 + log(r / 10000) / 3950;
  Serial.print("   invT = ");
  Serial.println(invT, 6);
  return 1.0 / invT - 273.15;
}
```

Uitvoer bij 18, 20, 25 en 29 °C:

```
n = 431   r = 13758   r / 10000 = 1   invT = 0.003354
25.00
n = 454   r = 12555   r / 10000 = 1   invT = 0.003354
25.00
n = 512   r = 10000   r / 10000 = 1   invT = 0.003354
25.00
n = 560   r = 8285   r / 10000 = 0   invT = inf
-273.15
```

**b** Wat is de fout? Verklaar zowel de 25.00 als de −273.15.

`r / 10000` is een gehele deling (r is een long, 10000 een int). Tussen 10 000 en 19 999 Ω geeft ze 1, en ln 1 = 0: dan is invT = 1/298,15 en T precies 25,00 °C, wat de weerstand ook is. Boven 25 °C is r kleiner dan 10 000 en wordt het 0; ln 0 is min oneindig, invT ook, en 1 gedeeld door min oneindig is 0: T = 0 − 273,15. (De Arduino drukt min oneindig af als `inf`, zonder minteken.)

**c** Verbeter de functie.

Reken in float:

```
float temperatuur() {
  int n = analogRead(NTC);
  float r = 10000.0 * (1024 - n) / n;           // 10000.0: de hele berekening in float
  float invT = 1.0 / 298.15 + log(r / 10000.0) / 3950.0;
  return 1.0 / invT - 273.15;
}
```

Uitvoer:

```
17.99
19.97
25.00
29.29
```

## 29.11 Labo: hoe snel draait loop()?

Toepassen · 5 · Labo · 45 min

Met dit programma tel je hoeveel keer per seconde `loop()` rondgaat. Je zet telkens één van de regels in commentaar aan.

```
// lusteller.ino - hoeveel keer per seconde loopt loop()?
unsigned long vorige = 0;
unsigned long rondes = 0;

void setup() {
  Serial.begin(115200);         // proef (c): 9600
}

void loop() {
  rondes++;
  // hier komt wat je wil testen, bv.:
  // analogRead(A1);            // proef (b)
  // Serial.println(123);       // proef (c) en (d)
  // delay(1);                  // proef (e)
  unsigned long nu = millis();
  if (nu - vorige >= 1000) {
    vorige += 1000;
    Serial.print("rondes per seconde: ");
    Serial.println(rondes);
    rondes = 0;
  }
}
```

**a** Voorspel eerst het aantal rondes per seconde voor (b) met analogRead (±0,11 ms), (c) met Serial.println(123) op 9600 baud, (d) hetzelfde op 115200 baud, (e) met delay(1). Eén teken kost 10 bits.

(b) hoogstens $1/0{,}11\,\text{ms} \approx 9000$ per seconde. (c) 123 plus een nieuwe regel (\r\n) is 5 tekens of 50 bits: $50/9600 = 5{,}2\,\text{ms}$, dus ongeveer 190 rondes per seconde (de eerste 64 tekens gaan meteen in de buffer, daarna wacht print()). (d) $50/115\,200 = 0{,}43\,\text{ms}$: ongeveer 2300. (e) iets minder dan 1000.

**b** Meet (a) zonder extra regel en (b) tot en met (e).

Typisch: (a) in de orde van honderdduizend per seconde (de precieze waarde hangt af van het bord en de compiler), (b) net onder 9000, (c) rond 190, (d) rond 2300, (e) net onder 1000. De Mega en de Uno geven ongeveer hetzelfde: beide lopen op 16 MHz.

**c** Wat leer je hieruit voor klimaat.ino? Welke regel zou je nooit in elke ronde van loop() zetten?

Een lege taak kost bijna niets: zeven taken die meestal 'nog niet' zeggen, laten de lus nog tienduizenden keren per seconde lopen. Maar één Serial.println in elke ronde zet de hele module op 190 rondes per seconde (bij 9600 baud), en delay() legt alles stil. Daarom meldt klimaat.ino maar één keer per minuut en alleen bij veranderingen.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Voorspelling** | Berekend uit de tijd per bewerking, met eenheden; bij Serial het aantal tekens en 10 bits per teken. |
| **Metingen** | Vijf metingen, elk een paar seconden stabiel afgelezen; baudrate van de monitor aangepast bij (c). |
| **Vergelijking** | Verschil tussen voorspeld en gemeten verklaard (de lus zelf kost ook tijd, de buffer van Serial). |
| **Besluit** | Serial in elke ronde en delay() vertragen de hele lus; analogRead is snel genoeg voor tientallen metingen per taak. |

## 29.12 De overloop narekenen

Toepassen · 6 · Analyseren · 25 min

Een unsigned long rekent modulo $2^{32} = 4\,294\,967\,296$: een negatief resultaat krijgt er $2^{32}$ bij. Het interval is 2000 ms.

**a** Bereken `nu - vorige` zoals de Mega het doet, en zeg of de taak loopt.

(a) 2000: loopt. (b) $704 - 4\,294\,966\,000 + 4\,294\,967\,296 = 2000$: loopt, op het juiste moment. (c) $100 - 4\,294\,966\,000 + 4\,294\,967\,296 = 1396$: nog niet. (d) 1000: nog niet.

**b** Een leerling schrijft `unsigned long volgende = vorige + 2000;` en `if (millis() > volgende)`. Wat gebeurt er in geval (d)?

volgende = 4 294 968 000 loopt over en wordt 704. In geval (d) is millis() = 4 294 967 000 groter dan 704: de taak loopt 1 s te vroeg, en daarna bij elke ronde, tot millis() zelf overloopt.

**c** Je wil testen of je programma de overloop overleeft, zonder 49,7 dagen te wachten. Hoe pak je dat aan?

Laat het programma rekenen met een eigen klok die bijna vol is: bv. `unsigned long nu = millis() + 4294960000UL;`. Die klok loopt na 7,3 s over. Werkt alles dan nog (metingen om de 2 s, pompcyclus), dan werkt het ook na 49,7 dagen. Zo is overloop.ino in het handboek getest.

# Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

## 29.13 Debat: mag delay() nog?

Uitdagen · 5 · Argumenteren · 20 min

Een klasgenoot zegt: 'Na dit hoofdstuk mag je delay() nooit meer gebruiken.' Een ander antwoordt: 'Onzin, zelfs de bibliotheek van de SHT31 gebruikt delay(20), en klimaat.ino ook: in batterijstroom() wacht het programma 20,4 ms.'

**a** Geef twee situaties waarin delay() (of een korte wachtlus) geen probleem is, en twee waarin het wel een probleem is. Gebruik voorbeelden uit de klimaatmodule.

Geen probleem: in setup() (een sensor een halve seconde laten opwarmen), in een testschets die maar één ding doet (batterij_debug.ino), en voor korte wachttijden die kleiner zijn dan wat de andere taken kunnen missen (20 ms voor de SHT31, 20,4 ms voor de stroommeting: de knop wordt 20 ms ontdenderd en een druk duurt langer). Wel een probleem: water_geven.ino met delay(900000UL), de dakmotor die tijdens een delay zijn eindeloop mist, een knop die maar om de 2 s bekeken wordt (proef A).

**b** Formuleer een regel van één zin die beide klasgenoten aanvaarden.

Bijvoorbeeld: 'In loop() mag een taak nooit langer wachten dan de snelste andere taak kan verdragen; alles wat langer duurt, doe je met millis().'

## 29.14 Een eigen bibliotheek: sensoren.h en sensoren.cpp

Uitdagen · 6 · Programmeren · 40 min

klimaat.ino wordt lang. De sensorfuncties (gemiddeld, daglichtLux, batterijspanning, batterijstroom) horen in een eigen 'bibliotheek' in de schetsmap, samen met een nieuwe functie `reservoirTemperatuur()` voor de NTC op A0 (10 kΩ bij 25 °C, B = 3913 K na ijking, hoofdstuk 22).

**a** Schrijf `sensoren.h`: de declaraties van de vijf functies, met een include-bewaking.

```
// sensoren.h - wat de sensorfuncties van de klimaatmodule doen (de declaraties)
#ifndef SENSOREN_H
#define SENSOREN_H

int gemiddeld(int pin);          // 16 metingen van een analoge pin, gemiddeld
float daglichtLux();             // daglicht in lux (LDR op A1)
float batterijspanning();        // V (deler op A3)
float batterijstroom();          // A, positief = ontladen (ACS712 op A4)
float reservoirTemperatuur();    // graden C (NTC op A0)

#endif
```

b Schrijf `sensoren.cpp` met de definities. Welke twee bestanden moet het zelf met #include invoegen, en waarom?

Het moet `Arduino.h` invoegen (voor analogRead, micros, pow, log, NAN: in een .ino doet de IDE dat zelf, in een .cpp niet) en `pinnen.h` (voor LDR, BATTERIJ ...), en voor de zekerheid `sensoren.h`, zodat de compiler controleert of declaratie en definitie overeenkomen.

```cpp
// sensoren.cpp - hoe de sensorfuncties het doen (de definities)
#include <Arduino.h>
#include "pinnen.h"
#include "sensoren.h"

int gemiddeld(int pin) {
  long som = 0;
  for (int i = 0; i < 16; i++) som += analogRead(pin);
  return som / 16;
}

float daglichtLux() {
  int n = gemiddeld(LDR);
  if (n < 1) n = 1;
  float r = 1000.0 * (1024.0 - n) / n;
  return 10.0 * pow(r / 15000.0, -1.0 / 0.7) / 0.10;
}

float batterijspanning() {
  return gemiddeld(BATTERIJ) * 5.0 / 1024.0 * (133.0 / 33.0);
}

float batterijstroom() {
  long som = 0;
  unsigned long t0 = micros();
  for (int i = 0; i < 100; i++) {
    while (micros() - t0 < i * 204UL) {
    }
    som += analogRead(STROOM);
  }
  return (som / 100.0 * 5.0 / 1024.0 - 2.50) / 0.100;
}

float reservoirTemperatuur() {
  int n = gemiddeld(NTC);
  if (n < 5 || n > 1018) return NAN;                // draad los of kortsluiting
  float r = 10000.0 * (1024.0 - n) / n;
  return 1.0 / (1.0 / 298.15 + log(r / 10000.0) / 3913.0) - 273.15;   // B na ijking (hoofdstuk 22)
}
```

Een testschets:

```cpp
// sensoren_test.ino - de eigen bibliotheek gebruiken
#include "pinnen.h"
#include "sensoren.h"

void setup() {
  Serial.begin(115200);
  Serial.print("reservoir ");
  Serial.print(reservoirTemperatuur(), 1);
  Serial.print(" C, daglicht ");
  Serial.print(daglichtLux(), 0);
  Serial.print(" lx, batterij ");
  Serial.print(batterijspanning(), 2);
```

```
  Serial.print(" V, ");
  Serial.print(batterijstroom(), 1);
  Serial.println(" A");
}

void loop() {
}
```

```
reservoir 19.9 C, daglicht 4004 lx, batterij 13.19 V, 1.4 A
```

**c** In pinnen.h staat `const int LDR = A1;`. Wat zou er gebeuren als daar `int LDR = A1;` stond, nu pinnen.h in twee .cpp-bestanden terechtkomt?

Dan maakt elk .cpp-bestand zijn eigen variabele LDR, en de linker, die alle stukken samenvoegt, ziet twee keer dezelfde naam: fout *multiple definition of 'LDR'*. Een `const` op het hoogste niveau blijft in C++ binnen zijn eigen bestand, dus twee kopieën storen elkaar niet.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| sensoren.h | Alleen declaraties met de juiste types; include-bewaking met een unieke naam. |
| sensoren.cpp | Definities identiek aan klimaat.ino; Arduino.h, pinnen.h en sensoren.h ingevoegd; reservoirTemperatuur met foutcontrole. |
| Test | Een testschets die alle vijf functies aanroept en de waarden plausibel toont. |
| Uitleg | Verschil tussen declaratie en definitie; waarom const in een headerbestand mag. |

## 29.15 Habitat: een niveaualarm voor het reservoir

●●● Uitdagen · 6 · Habitat · 50 min

Het voedingsreservoir (60 × 40 cm, vol bij 25 cm) heeft onderaan een druksensor MPX5010 op A5 (hoofdstuk 11): $U = V_S \cdot (0{,}09 \cdot p + 0{,}04)$ met p in kPa en $V_S$ = 5,0 V. Onder 10 cm (24 L) moet de pomp geblokkeerd worden en moet de statusled snel knipperen, met één melding op de monitor. Het alarm gaat pas weg boven 12 cm.

**a** Bereken de ADC-waarde bij 10 cm en bij 12 cm water, en hoeveel millimeter één ADC-stap is (dichtheid 1000 kg/m³).

10 cm: $p = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}10 = 981\,\text{Pa} = 0{,}981\,\text{kPa}$, $U = 5{,}0 \cdot (0{,}09 \cdot 0{,}981 + 0{,}04) = 0{,}641\,\text{V}$, ADC $= 0{,}641/5 \cdot 1024 \approx 131$. 12 cm: $1{,}177\,\text{kPa}$, $0{,}730\,\text{V}$, ADC $\approx 149$. Eén stap is $4{,}88\,\text{mV}$, of $4{,}88/(5 \cdot 0{,}09) = 0{,}0108\,\text{kPa}$ = 10,8 Pa: $10{,}8/9810\,\text{m} \approx 1{,}1\,\text{mm}$.

**b** Schrijf `float niveauCm()` en `void taakNiveau(unsigned long nu)` (om de 2 s). Welke twee regels van klimaat.ino pas je aan?

De nieuwe functies:

```
float niveauCm() {                                  // MPX5010 onderaan het reservoir (hoofdstuk 1
1)
  float u = gemiddeld(DRUK) * 5.0 / 1024.0;
  float p = (u / 5.0 - 0.04) / 0.09 * 1000.0;       // overdruk in Pa
  return p / (1000.0 * 9.81) * 100.0;               // waterhoogte in cm
}
```

```
void taakNiveau(unsigned long nu) {                 // om de 2 s, met twee grenzen
  static unsigned long vorige = 0;
  if (nu - vorige < MEET_MS) return;
  vorige += MEET_MS;
  niveau = niveauCm();
  if (!niveauLaag && niveau < 10.0) {
    niveauLaag = true;
    printTijd(nu);
    Serial.print("ALARM niveau: ");
    Serial.print(niveau, 2);
    Serial.println(" cm, pomp geblokkeerd");
  } else if (niveauLaag && niveau > 12.0) {         // pas weer goed boven 12 cm
    niveauLaag = false;
    printTijd(nu);
    Serial.print("niveau weer goed: ");
    Serial.print(niveau, 2);
    Serial.println(" cm");
  }
}
```

Aanpassen: in taakPomp `bool aan = tijd && water && !niveauLaag;`, in taakStatusled `bool alarm = !genoegWater || niveauLaag || soc < 10.0;`, en `taakNiveau(nu);` in loop(). Getest met een reservoir dat (versneld) 1 cm per minuut zakt en om 06:05 wordt bijgevuld:

```
klimaatmodule v1 (hoofdstuk 29)
laadtoestand uit het EEPROM: 50.0 %
06:00:00  pomp aan
06:01:00  T 21.0 C  RV 55 %  licht 2537 lx  bat 13.05 V 0.0 A  SoC 50.0 %  lampen 195/255
06:02:00  T 21.0 C  RV 55 %  licht 2537 lx  bat 13.05 V 0.0 A  SoC 50.0 %  lampen 195/255
06:02:26  ALARM niveau: 9.96 cm, pomp geblokkeerd
06:02:26  pomp uit
06:03:00  T 21.0 C  RV 55 %  licht 2537 lx  bat 13.05 V 0.0 A  SoC 50.0 %  lampen 195/255
06:04:00  T 21.0 C  RV 55 %  licht 2537 lx  bat 13.05 V 0.0 A  SoC 50.0 %  lampen 195/255
06:05:00  niveau weer goed: 19.91 cm
06:05:00  pomp aan
06:05:00  T 21.0 C  RV 55 %  licht 2537 lx  bat 13.05 V 0.0 A  SoC 50.0 %  lampen 195/255
06:06:00  T 21.0 C  RV 55 %  licht 2537 lx  bat 13.05 V 0.0 A  SoC 50.0 %  lampen 195/255
06:07:00  T 21.0 C  RV 55 %  licht 2537 lx  bat 13.05 V 0.0 A  SoC 50.0 %  lampen 195/255
```

**c** Waarom twee grenzen (10 en 12 cm) en niet één?

> Het niveau schommelt: de pomp trekt water weg en het klotst, en de meting heeft ruis van een paar ADC-stappen (1 mm per stap). Met één grens van 10 cm zou het alarm rond die grens voortdurend aan- en uitgaan, en de pomp mee. Twee grenzen (hysterese) geven rust; in hoofdstuk 31 zie je dat principe bij elke aan/uit-regeling.

**d** Hoe test je het alarm zonder het reservoir leeg te laten lopen?

> Hef de druksensor niet uit het water, maar test op drie manieren: (1) tijdelijk de grenzen verhogen (bv. 20 en 22 cm), zodat het alarm bij het huidige niveau al afgaat; (2) de luchtbuis van de MPX5010 even uit het water trekken (druk 0: het niveau zakt naar 0 cm); (3) de formule eerst testen met vaste ADC-waarden (131, 149) in plaats van analogRead.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Berekening** | Druk, spanning en ADC-waarde juist bij 10 en 12 cm; resolutie in mm per stap. |
| **Code** | niveauCm met de formule van de datasheet; taakNiveau met millis(), twee grenzen, één melding per wissel; pomp en statusled aangepast. |
| **Test** | Een testplan zonder het reservoir te legen, en controle in de seriële monitor. |
| **Habitat** | In het portfolio: de alarmgrens, de nieuwe taak en het testresultaat. |

## 29.16 Het tijdbudget van loop()

●●● Uitdagen · 7 · Ontwerpen · 40 min

De meettaak van klimaat.ino doet elke 2 s: een SHT31-meting (`readBoth`: 20 ms wachten plus ±0,9 ms I²C-verkeer), 100 metingen van de stroom met 204 µs tussen twee metingen, en twee keer 16 gewone ADC-metingen van 0,112 ms. Eens per minuut stuurt taakMelden een regel van ongeveer 110 tekens op 115 200 baud; de zendbuffer van Serial is 64 tekens groot.

**a** Hoe lang houdt taakMeten de lus bezig? Vergelijk met de 44,8 ms uit de simulatie.

> SHT31: $20 + 0{,}9 = 20{,}9\,\text{ms}$. Stroom: de laatste meting begint na $99 \cdot 0{,}204 = 20{,}2\,\text{ms}$ en duurt 0,11 ms: $20{,}3\,\text{ms}$. ADC: $32 \cdot 0{,}112 = 3{,}6\,\text{ms}$. Samen ongeveer $44{,}8\,\text{ms}$, precies wat de simulatie gaf.

**b** Hoe lang duurt het versturen van de statusregel, en hoe lang blijft print() daarvan wachten?

> 110 tekens × 10 bits / 115 200 bit/s = 9,5 ms. De eerste 64 tekens gaan meteen in de buffer; voor de laatste 46 moet print() wachten tot er plaats vrijkomt: ongeveer 4,0 ms.

**c** Wat is in het slechtste geval de reactietijd op de knop (ontdenderen 20 ms)? Hoe ver schuift het dak bij 0,10 m/s voor een eindeloopschakelaar gezien wordt? En bij de kruipsnelheid van 30 %?

> Knop: in het slechtste geval begint taakMeten net als je drukt; de lus ziet de druk pas na 44,8 ms, en na 20 ms ontdenderen reageert het dak: ongeveer 65 ms, ruim onder wat je merkt. Dak: $0{,}10\,\text{m/s} \cdot 0{,}0448\,\text{s} = 4{,}5\,\text{mm}$; bij 30 % snelheid 1,3 mm. De eindeloopschakelaar heeft een paar millimeter veerweg, dus dat kan, maar het is geen ruime marge.

**d** Ontwerp een verbetering waardoor de langste ronde onder 25 ms zakt, zonder minder te meten. Beschrijf de nieuwe taakverdeling.

Bijvoorbeeld drie fasen: fase 1 stuurt het meetcommando naar de SHT31 (0,3 ms) en leest de gewone ADC-waarden; fase 2 (minstens 15 ms later, in een volgende ronde) leest de zes bytes van de SHT31; de stroommeting wordt 100 losse metingen die telkens één per ronde gebeuren, zodra er 204 µs voorbij zijn. De langste ronde wordt dan enkele ms. Nadeel: de code wordt ingewikkelder (hoe je de SHT31 zonder bibliotheek aanspreekt, zie je in hoofdstuk 30), en de waarden van één meting komen van iets verschillende momenten. Een tweede weg: een RC-filter voor A4 (hoofdstuk 25), zodat één ADC-meting volstaat.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Tijdbudget** | Elke bijdrage apart berekend en opgeteld; vergelijking met de simulatie. |
| **Gevolgen** | Reactietijd knop en overshoot van het dak juist berekend, met eenheden. |
| **Ontwerp** | Een concrete opsplitsing in fasen met millis(), die de werking niet verandert. |
| **Afweging** | Voor- en nadelen genoemd (complexere code, gegevens van verschillende momenten). |

I INTERMEDIATE · DEEL I7 · PROGRAMMEREN

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 30

# Datalogging en communicatie

**Een logboek dat zichzelf schrijft: van bits op een draad tot een grafiek in Python**

Uitgewerkte oplossingen bij de 16 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

5× oefenen · 7× toepassen · 4× uitdagen · ± 441 min

P Programmeren en computationeel denken · O Onderzoeken en meten · A Data en AI



Elke minuut een regel op de kaart: het logboek van de klimaatmodule.

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

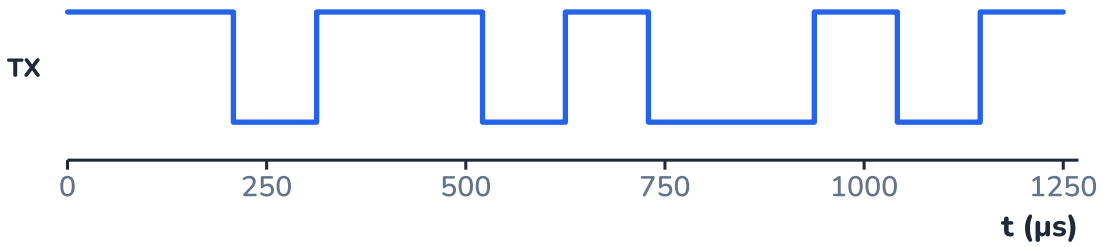
## ●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

### 30.1 Een teken van de draad lezen

●○○ Oefenen · 3 · Analyseren · 12 min

Een logicanalysator toont de TX-lijn van de Mega op 9600 baud (8N1). Elke bit duurt 104 µs.




Eén teken: vóór en na het teken is de lijn in rust.

**a** Waar begint het teken? Schrijf de acht databits in de volgorde waarin ze verstuurd worden.

Het teken begint waar de lijn voor het eerst laag wordt (startbit, bij 208 µs). Daarna: 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0 (b0 tot b7), en een hoge stopbit.

**b** Zet ze om naar een byte (b7 … b0), in hexadecimaal en decimaal. Welk teken is het (ASCII)?

Van b7 naar b0: 0100 1011 = 0x4B = 75: de letter 'K'.

**c** Teken hoe het teken 'A' (65) eruitziet, met startbit en stopbit.

65 = 0x41 = 0100 0001. Na de rust: startbit 0, dan b0 tot b7 = 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, en de stopbit 1.

## 30.2 Tekens per seconde

Oefenen · 3 · Rekenen · 12 min

Een seriële verbinding gebruikt 8N1: 10 bits per teken.

**a** Hoeveel tekens per seconde bij 9600, 19 200 en 115 200 baud?

960, 1920 en 11 520 tekens per seconde.

**b** Het programma serieel_csv.ino stuurt om de 2 s een regel van ongeveer 20 tekens. Welk deel van de tijd is de lijn bezig bij 9600 baud?

20 tekens duren $20/960 = 21\,\text{ms}$ per 2 s: ongeveer 1 %.

**c** Iemand wil om de 10 ms een regel van 50 tekens sturen. Welke baudrates kunnen dat?

100 regels per seconde × 50 tekens = 5000 tekens per seconde = 50 000 baud. 9600 en 19 200 zijn te traag; 57 600 en 115 200 volstaan.

## 30.3 De scanner lezen

Oefenen · 3 · Begrijpen · 12 min

Drie leerlingen draaien de I²C-scanner op hun opstelling. Ze hebben een SHT31, een DS3231-moduletje en een INA226 aangesloten.

**a** Leerling A ziet: 0x40, 0x44, 0x57, 0x68. Welke chip is welk adres? Waarom vier adressen voor drie moduletjes?

0x40 INA226 (A0 en A1 aan GND), 0x44 SHT31, 0x68 DS3231; 0x57 is het geheugenchipje dat op het klokmoduletje zit.

**b** Leerling B ziet: 0 apparaten gevonden. Noem drie mogelijke oorzaken.

SDA en SCL verwisseld; geen gemeenschappelijke GND; de moduletjes krijgen geen voeding; een losse draad; bij een Uno de verkeerde pinnen (A4/A5).

**c** Leerling C wil een tweede SHT31 toevoegen (in de meetkas). Kan dat op dezelfde bus? Hoe?

Ja: de SHT31 heeft twee adressen. Verbind de pin ADDR van de tweede met VDD, dan antwoordt hij op 0x45. Een derde zou niet gaan zonder een I²C-multiplexer.

## 30.4 BCD lezen

Oefenen · 4 · Rekenen · 15 min

De registers 0x00 tot 0x06 van een DS3231 geven, in hexadecimaal: `07 59 23 07 18 10 26`. Register 0x03 is de dag van de week (RTClib: maandag = 1).

**a** Welke datum en tijd staan er? Welke dag van de week?

Zondag 18 oktober 2026, 23:59:07.

**b** Schrijf 0x59 binair. Waarom is BCD handig voor een klok, en waarom wat verspillend?

0x59 = 0101 1001: het cijfer 5 en het cijfer 9 elk in 4 bits. Handig: je leest de cijfers zo af en toont ze op een display zonder te rekenen. Verspillend: met 8 bits kan je 256 waarden maken, BCD gebruikt er maar 100 (00 tot 99).

**c** Welke bytes schrijf je naar de registers 0x00 tot 0x02 voor 14:05:00?

0x00 (seconden), 0x05 (minuten), 0x14 (uren, 24-uursmodus).

## 30.5 Wat is er mis met deze regels?

Oefenen · 4 · Begrijpen · 15 min

De kop van een logbestand is `tijdstip,temperatuur_C,vocht_pct,verbruik_Wh,zon_Wh,licht_lx,batterij_V`. Beoordeel deze zes regels.

Welke regel is in orde, en wat is er mis met de andere? Hoe zou je ze voorkomen in de logger?

08:00: in orde.
08:01: decimale komma's: de regel heeft negen velden in plaats van zeven. Voorkomen: Serial.print zet altijd een punt; niet via een rekenblad met Belgische instellingen gaan.
08:02: datum in dd/mm/jjjj: sorteert verkeerd en is dubbelzinnig (12 oktober of 10 december?). Voorkomen: jjjj-mm-dd uu:mm.
08:03: 0 °C en 0 % in een kas zijn meetfouten die als echte waarden meetellen. Voorkomen: bij een mislukte meting een lege cel.
08:04: nan: de meting mislukte, maar Serial.print(NAN) schrijft 'nan'. Python leest dat met float() als een getal (NaN), wat berekeningen stilletjes bederft. Voorkomen: eerst testen met isnan() en dan leeg laten.
08:05: een halve regel (stroomonderbreking of volle kaart). Voorkomen kan niet altijd; het leesprogramma moet regels met te weinig velden overslaan.

## Toepassen

meerdere stappen, in een context

### 30.6 Een SHT31 narekenen

Toepassen · 4 · Rekenen · 20 min

De SHT31 stuurt zes bytes. Twee metingen: `64 29 59 9C ED F5` en `64 3C 2B 9C 6A 18`. Gebruik de formules en de CRC uit het handboek.

a. Reken beide metingen om naar °C en % (zonder de CRC te controleren).

0x6429 = 25 641: $-45 + 175 \cdot 25\,641/65\,535 = 23{,}47$ °C; 0x9CED = 40 173: $100 \cdot 40\,173/65\,535 = 61{,}3$ %. Tweede: 0x643C = 25 660 geeft 23,52 °C; 0x9C6A = 40 042 geeft 61,1 %.

**b** Schrijf in Python een functie crc8(data) en test ze met het voorbeeld uit de datasheet (0xBE 0xEF geeft 0x92). Welke meting is beschadigd?

Getest:

```python
# sht31_bytes.py - zes bytes van de SHT31 omrekenen en controleren
def crc8(data):
    """CRC-8 zoals in de datasheet: veelterm 0x31, beginwaarde 0xFF."""
    crc = 0xFF
    for b in data:
        crc ^= b
        for _ in range(8):
            if crc & 0x80:
                crc = ((crc << 1) ^ 0x31) & 0xFF
            else:
                crc = (crc << 1) & 0xFF
    return crc


print("test:", hex(crc8([0xBE, 0xEF])), "(datasheet: 0x92)")
for b in ([0x64, 0x29, 0x59, 0x9C, 0xED, 0xF5], [0x64, 0x3C, 0x2B, 0x9C, 0x6A, 0x18]):
    ruw_t = b[0] * 256 + b[1]
    ruw_rv = b[3] * 256 + b[4]
    goed = crc8(b[0:2]) == b[2] and crc8(b[3:5]) == b[5]
    print(f"T = {-45 + 175 * ruw_t / 65535:.2f} °C, RV = {100 * ruw_rv / 65535:.1f} %, CRC {'in orde'
if goed else 'FOUT'}"
          f" (berekend {crc8(b[0:2]):02X} en {crc8(b[3:5]):02X})")
```

```
test: 0x92 (datasheet: 0x92)
T = 23.47 °C, RV = 61.3 %, CRC in orde (berekend 59 en F5)
T = 23.52 °C, RV = 61.1 %, CRC FOUT (berekend EF en 18)
```

In de tweede meting klopt de CRC van de temperatuur niet: de sensor stuurde 0x2B, maar uit 0x64 0x3C volgt 0xEF. Er is onderweg een bit omgevallen (0x38 werd 0x3C).

**c** Waarom gooit de logger een beschadigde meting weg in plaats van ze te gebruiken? Het verschil met de eerste meting is maar 0,05 °C.

Je weet niet wélk bit omviel. Hier was het een klein bit en scheelde het 0,05 °C, maar het had evengoed het hoogste bit kunnen zijn (±85 °C verschil). Een meting die je niet kan vertrouwen, is erger dan geen meting: een lege cel is eerlijk.

## 30.7 Pull-ups voor een langere kabel

Toepassen · 5 · Rekenen · 20 min

De sensorkast moet 5 m van de Mega komen. De kabel heeft 100 pF per meter; de chips en de Mega samen 50 pF. Op de bus zitten de 10 kΩ van de Mega, en het SHT31-bordje heeft zelf ook 10 kΩ. Grenzen: stijgtijd 0,85 · R · C hoogstens 1 µs, R minstens 1,53 kΩ.

**a** Bereken C en de stijgtijd met de twee pull-ups die er al zijn.

$C = 5 \cdot 100 + 50 = 550\,\text{pF}$. 10 ∥ 10 kΩ = 5 kΩ: $t_r = 0{,}85 \cdot 5000 \cdot 550 \cdot 10^{-12} = 2{,}3\,\mu\text{s}$: te traag.

**b** Tussen welke grenzen moet de totale pull-up liggen? Kies een extra weerstand uit de E12-reeks (1,0 - 1,2 - 1,5 - 1,8 - 2,2 - 2,7 - 3,3 - 3,9 - 4,7 kΩ).

Hoogstens $1\,\mu s/(0{,}85 \cdot 550\,\mathrm{pF}) = 2{,}14\,\mathrm{k\Omega}$, minstens 1,53 kΩ. Met 3,3 kΩ extra: 5 ∥ 3,3 = 1,99 kΩ, $t_r = 0{,}93\,\mu s$: net goed. (2,7 kΩ geeft 1,75 kΩ en 0,82 µs: ook goed, met meer marge.)

**c** En bij 10 m kabel?

$C = 1050\,\mathrm{pF}$: meer dan de 400 pF die de norm toelaat, en R zou kleiner moeten zijn dan $1/(0{,}85 \cdot 1050\,\mathrm{pF}) = 1{,}12\,\mathrm{k\Omega}$, onder de grens van 1,53 kΩ. Het lukt niet meer met pull-ups: gebruik een I²C-busversterker, of zet de sensor dichter bij en breng de gegevens anders over (bv. seriëel, of een tweede microcontroller).

## 30.8 Seriële regels die niet kloppen

Toepassen · 5 · Programmeren · 25 min

Over de seriële poort komen soms rare regels binnen: een half bericht na het openen van de poort, een melding, 'nan', een regel met een decimale komma. lees_serieel.py mag daar niet van crashen.

**a** Schrijf een functie verwerk(regel, kop) die een woordenboek met getallen teruggeeft (None voor een lege cel of nan), of None als de regel onbruikbaar is.

```
# verwerk.py - een regel van de seriële poort omzetten, zonder dat een rare regel het programma laat crashen
KOP = ["tijd_s", "temperatuur_C", "vocht_pct", "licht_ruw"]


def verwerk(regel, kop=KOP):
    """Een woordenboek met getallen (None voor een lege cel), of None als de regel niet bruikbaar is."""
    regel = regel.strip()
    if regel == "" or regel.startswith("#"):
        return None
    velden = regel.split(",")
    if len(velden) != len(kop):
        return None
    uit = {}
    for naam, tekst in zip(kop, velden):
        if tekst == "" or tekst.lower() == "nan":
            uit[naam] = None
            continue
        try:
            uit[naam] = float(tekst)
        except ValueError:                      # bv. '482x' of '23 5'
            return None
    return uit


testregels = ["2,23.50,64.0,477", "4,23,61,63.8,478", "# SD-kaart klaar", "6,nan,63.6,479",
              "8,,,480", "10,23.9", "12,24.01,63.0,482x", ""]
for r in testregels:
    print(f"{r!r:24} -> {verwerk(r)}")
```

b Test ze met deze regels: `2,23.50,64.0,477` · `4,23,61,63.8,478` · `# SD-kaart klaar` · `6,nan,63.6,479` · `8,,,480` · `10,23.9` · `12,24.01,63.0,482x` · een lege regel.

Uitvoer:

```
'2,23.50,64.0,477'       -> {'tijd_s': 2.0, 'temperatuur_C': 23.5, 'vocht_pct': 64.0,
'licht_ruw': 477.0}
'4,23,61,63.8,478'       -> None
'# SD-kaart klaar'       -> None
'6,nan,63.6,479'         -> {'tijd_s': 6.0, 'temperatuur_C': None, 'vocht_pct': 63.6,
'licht_ruw': 479.0}
'8,,,480'                -> {'tijd_s': 8.0, 'temperatuur_C': None, 'vocht_pct': None,
'licht_ruw': 480.0}
'10,23.9'                -> None
'12,24.01,63.0,482x'     -> None
''                       -> None
```

try/except vangt de ValueError van float() op: een regel met rommel wordt overgeslagen in plaats van het programma te stoppen.

## 30.9 Vind de fouten in de eerste logger

Toepassen · 5 · Programmeren · 25 min

Een leerling schrijft een eerste logger. Hij compileert zonder klagen en de seriële monitor toont iets, maar na een dag staat er niets op de kaart.

```
// logger_fout.ino - een eerste poging tot datalogger (er zitten vier fouten in)
#include <Wire.h>
#include <SD.h>

File bestand;

void setup() {
  Serial.begin(115200);
  Wire.begin();
  SD.begin(53);
  bestand = SD.open("LOG/2026-10-12.CSV", FILE_WRITE);
  bestand.println("tijd_ms,temperatuur_C");
}

void loop() {
  Wire.beginTransmission(0x44);
  Wire.write(0x24);
  Wire.write(0x00);
  Wire.endTransmission();
  delay(20);
  Wire.requestFrom(0x44, 6);
  unsigned int ruw = (Wire.read() << 8) | Wire.read();
  float t = -45 + 175.0 * ruw / 65535;
  char regel[40];
  sprintf(regel, "%lu,%.1f", millis(), t);
  bestand.println(regel);
  Serial.println(regel);
```

```
  delay(60000);
}
```

**a** Waarom staat er niets op de kaart? Er zijn twee redenen in setup().

- (1) `2026-10-12.CSV` is geen 8.3-naam (tien tekens voor de punt), en (2) de map LOG bestaat niet: SD.open mislukt en `bestand` is ongeldig. Omdat niemand de terugkeerwaarde controleert, schrijft println in het niets. Zelfs als het bestand wel openging: zonder flush() of close() komt de nieuwe lengte nooit in de map, en na het uittrekken van de kaart is het bestand leeg. In de simulatie: 0 bestanden op de kaart.

**b** Wat is er mis met `(Wire.read() << 8) | Wire.read()`?

- C++ legt niet vast welke van de twee `Wire.read()`'s eerst uitgevoerd wordt: de compiler mag de lage byte eerst lezen, en dan zijn hoog en laag verwisseld. Lees ze in twee aparte regels (`byte hoog = Wire.read(); byte laag = Wire.read();`).

**c** De seriële monitor toont bij de temperatuur een vraagteken. Waarom?

- sprintf op de Arduino kan standaard geen kommagetallen (%f): het schrijft '?'. Schrijf het getal met `print(t, 1)` of zet het om met `dtostrf`.

**d** Noem nog twee zwakke punten van dit programma.

- Geen enkele controle: niet of de SHT31 antwoordde (Wire.read() geeft dan −1, de 'temperatuur' 130 °C), niet of de CRC klopt, niet of de kaart er is. `delay(60000)` legt alles een minuut stil, en millis() als tijdstip verliest alles bij een reset: gebruik de RTC.

## 30.10 Van minuten naar blokken van drie uur

Toepassen · 6 · Programmeren · 30 min

De programma's van hoofdstuk 28 werken met blokken van drie uur. Maak uit de testweek (logboek.py) een bestand in dat formaat: `tijdstip,temperatuur_C,vocht_pct,verbruik_Wh,zon_Wh`, het tijdstip het begin van het blok, temperatuur met één decimaal, vocht als geheel getal, energie in hele Wh. Een blok krijgt alleen een temperatuur als minstens de helft van de 180 minuten geldig is.

**a** Schrijf het programma.

```python
# per_blok.py - de minuten van de logger samenvatten in blokken van 3 uur (het formaat van hoofdstuk 28)
import csv

from logboek import lees_week, opschonen

rijen = lees_week()
opschonen(rijen)
blokken = {}                                    # begin van het blok -> de regels van dat blok
for r in rijen:
    t = r["tijd"]
    begin = t.replace(hour=t.hour - t.hour % 3, minute=0)
    if begin not in blokken:
        blokken[begin] = []
    blokken[begin].append(r)

with open("klimaatmodule_oktober.csv", "w", newline="", encoding="utf-8") as bestand:
    schrijver = csv.writer(bestand)
    schrijver.writerow(["tijdstip", "temperatuur_C", "vocht_pct", "verbruik_Wh", "zon_Wh"])
    for begin in sorted(blokken):
        rs = blokken[begin]
        t = [r["T"] for r in rs if r["T"] is not None]
        rv = [r["RV"] for r in rs if r["RV"] is not None]
        genoeg = len(t) >= 90                   # minstens de helft van de 180 minuten geldig
        rij = [begin.strftime("%Y-%m-%d %H:%M"),
               f"{sum(t) / len(t):.1f}" if genoeg else "",
               f"{sum(rv) / len(rv):.0f}" if genoeg else "",
               round(sum(r["verbruik"] for r in rs)),
               round(sum(r["zon"] for r in rs))]
        schrijver.writerow(rij)
        if begin.day == 14:                     # woensdag tonen
            print(rij, len(rs), "minuten")
print("blokken:", len(blokken))
```

Uitvoer:

```
['2026-10-14 00:00', '18.0', '84', 22, 0] 180 minuten
['2026-10-14 03:00', '18.0', '84', 22, 0] 180 minuten
['2026-10-14 06:00', '19.4', '82', 545, 78] 180 minuten
['2026-10-14 09:00', '19.4', '82', 272, 464] 180 minuten
['2026-10-14 12:00', '20.3', '80', 219, 547] 180 minuten
['2026-10-14 15:00', '20.3', '80', 475, 183] 180 minuten
['2026-10-14 18:00', '19.4', '82', 570, 0] 180 minuten
['2026-10-14 21:00', '18.0', '84', 22, 0] 180 minuten
blokken: 56
```

**b** Bekijk de blokken van woensdag. Waarom is het blok van 21 uur maar 22 Wh, terwijl het op heldere dagen rond de 200 Wh ligt?

Om 20:51 gingen de lampen uit door het energiebeheer (laadtoestand onder 40 %); van 21 tot 22 uur branden ze normaal nog. Het blok bevat dan alleen de basis: 3,5 W + 2 W ventilatie + 20 minuten pomp, ongeveer 22 Wh. Precies de 22 Wh die je 's nachts ook in hoofdstuk 28 zag.

c Waarom de regel 'minstens de helft geldig'? Wat had je gekregen zonder die regel als de sensor een heel blok los had gezeten?

> Zonder regel deelt Python door len(t) = 0 en stopt met een ZeroDivisionError; met een halve regel zou een gemiddelde van twee minuten er even betrouwbaar uitzien als een van 180. Met de regel blijft zo'n blok leeg, net als woensdagmiddag in de week van hoofdstuk 28.

## 30.11 Uurgemiddelden van één dag

Toepassen · 5 · Programmeren · 20 min

Gebruik logboek.py. Je wil voor woensdag 14 oktober de gemiddelde temperatuur per uur, met het aantal geldige minuten erbij.

a Schrijf het programma. Toon de uren 10 tot 14.

```
# per_uur.py - de temperatuur van woensdag 14 oktober per uur
from logboek import lees_week, opschonen

rijen = lees_week(14, 14)                       # alleen woensdag
opschonen(rijen)
uren = {}                                       # uur -> geldige temperaturen
for r in rijen:
    if r["T"] is not None:
        uur = r["tijd"].hour
        if uur not in uren:
            uren[uur] = []
        uren[uur].append(r["T"])
for uur in range(10, 15):
    t = uren[uur]
    print(f"{uur:02d}:00  {sum(t) / len(t):5.2f} °C  ({len(t)} minuten)")
```

Uitvoer:

```
10:00  19.41 °C  (60 minuten)
11:00  19.76 °C  (48 minuten)
12:00  20.07 °C  (60 minuten)
13:00  20.39 °C  (60 minuten)
14:00  20.57 °C  (60 minuten)
```

b Het uur van 11 heeft minder geldige minuten. Is het gemiddelde van dat uur daardoor fout?

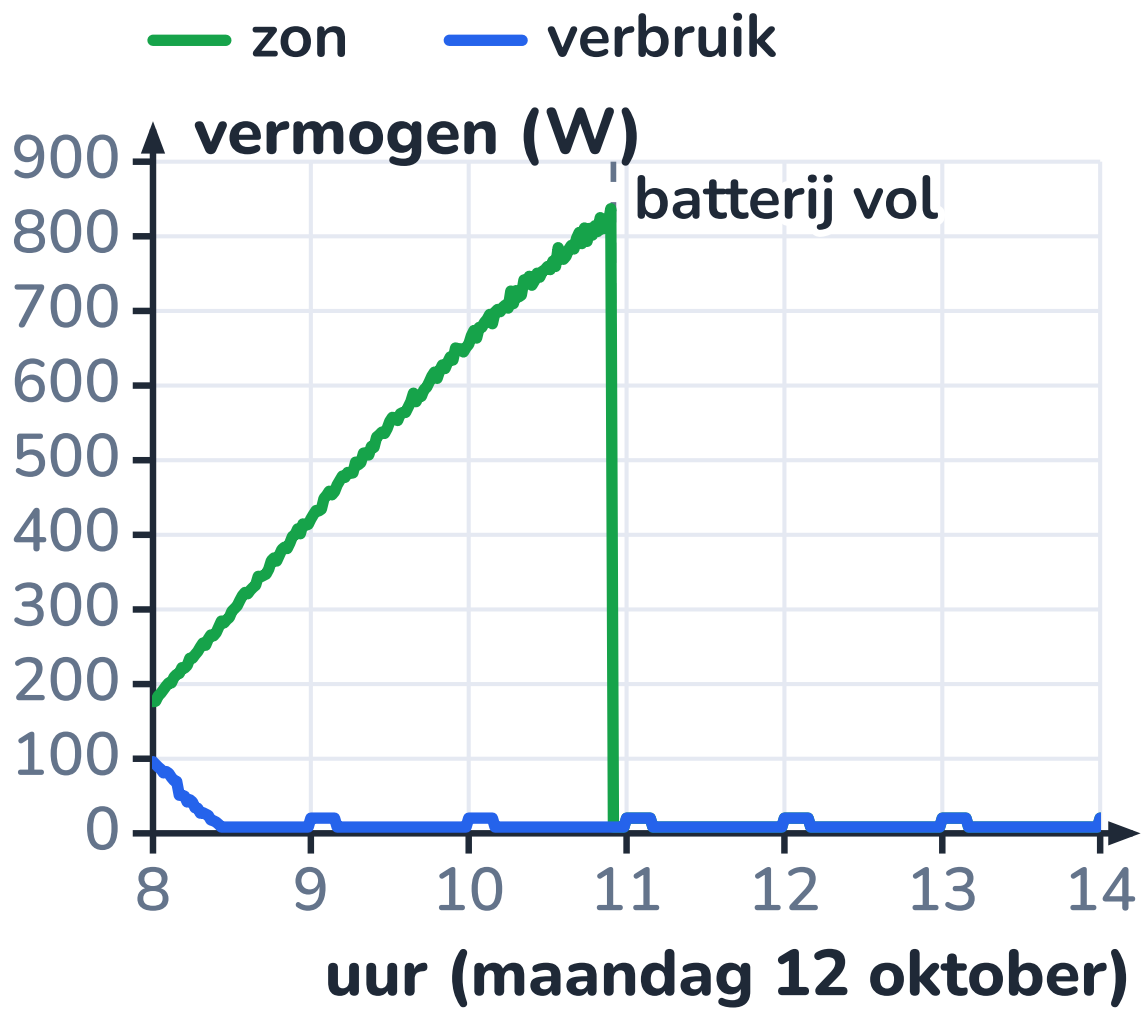
> Niet fout, wel iets minder zeker: het is het gemiddelde van 48 in plaats van 60 minuten, en de 12 ontbrekende minuten liggen allemaal aan het eind van het uur. Als de temperatuur in die minuten sterk veranderde, mis je dat. Vermeld het aantal minuten erbij, dan kan de lezer oordelen.

## 30.12 Wat zie je in de grafiek?

Toepassen · 5 · Analyseren · 20 min

Twee grafieken uit de testweek: het vermogen op woensdagavond en de zonnestroom met het verbruik op maandagvoormiddag (zie het handboek). En de dagtabel van per_dag.py:

| datum | T gem | T min | T max | geldig | verbruik | zon | saldo (kWh) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2026-10-12 | 20.0 | 17.7 | 24.7 | 1438 | 1.50 | 1.74 | +0.23 |
| 2026-10-13 | 19.4 | 17.6 | 22.4 | 1438 | 1.67 | 1.71 | +0.03 |
| 2026-10-14 | 19.1 | 17.6 | 21.0 | 1428 | 2.15 | 1.27 | -0.88 |
| 2026-10-15 | 19.2 | 17.7 | 21.4 | 1440 | 1.46 | 2.43 | +0.98 |
| 2026-10-16 | 19.7 | 17.7 | 23.7 | 1440 | 1.54 | 1.69 | +0.14 |
| 2026-10-17 | 19.6 | 17.8 | 22.9 | 1440 | 1.61 | 1.66 | +0.05 |
| 2026-10-18 | 19.2 | 17.7 | 21.2 | 1440 | 2.02 | 1.89 | -0.13 |




Maandag 12 oktober, van 8 tot 14 uur.

**a** Waarom daalt de zonnestroom op maandag om 10:55 plots tot het verbruik, terwijl het de helderste dag van de week is?

De batterij is vol. De laadregelaar knijpt de panelen af tot wat de module verbruikt; de INA226 meet alleen wat er echt stroomt.

**b** Op welke dag denk je dat de laadtoestand het laagst was? Onderbouw met de tabel.

Woensdagavond: de enige dag met een groot negatief saldo (−0,88 kWh), na een dag met weinig zon. Daardoor zakte de laadtoestand onder 40 % en gingen de lampen om 20:51 uit.

c Een klasgenoot besluit: 'Op maandag leverde de zon maar 1,74 kWh, dus de panelen zijn te klein.' Wat is er mis met die redenering?

> zon_Wh is wat er geleverd werd, niet wat de panelen konden leveren. Op maandag was de batterij vanaf de voormiddag vol: de rest van de zon ging verloren. Om de panelen te beoordelen, moet je de dagen bekijken waarop de batterij niet vol raakte (zoals woensdag), of het licht (licht_lx) gebruiken om te schatten wat er beschikbaar was.

## ●●● Uitdagen Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

### 30.13 Habitat: het logboek van de klimaatmodule

●●● Uitdagen · 6 · Habitat · 50 min

Je ontwerpt het logboek voor een teeltseizoen van maart tot oktober (245 dagen). De module heeft een Mega met klimaat.ino versie 2, een microSD-kaart van 8 GB, en een 5 V-omvormer met een rendement van 83 %. Gebruik de getallen uit het handboek.

a De beheerder wil elke 10 s een regel in plaats van elke minuut. Hoeveel ruimte kost een seizoen dan, en hoeveel bestanden? Is dat een probleem?

> Zes keer zoveel regels: $6 \cdot 68\,514\,\text{B} \approx 411\,\text{kB}$ per dag, over 245 dagen $\approx 101\,\text{MB}$. Op 8 GB is dat ongeveer 1,3 %. Nog altijd 245 bestanden in de map LOG (één per dag). Geen probleem voor de kaart; wel worden de bestanden groot om in te lezen (8640 regels per dag), en de SHT31 meet om de 2 s, dus een regel per 10 s is een gemiddelde van maar 5 metingen.

b Schat het eigen verbruik van de logger over een seizoen in Wh, en vergelijk met het basisverbruik van de module (230 Wh per dag).

> ±55 mW op 5 V, $55/0{,}83 = 66\,\text{mW}$ aan de 12 V-kant: $0{,}066 \cdot 24 \cdot 245 \approx 390\,\text{Wh}$ per seizoen, tegenover $230 \cdot 245 = 56\,350\,\text{Wh}$ basisverbruik: 0,7 %. (Met een schrijfinterval van 10 s schrijft de kaart vaker, maar de gemiddelde stroom blijft van dezelfde orde.)

c Welke drie extra kolommen zou jij toevoegen voor de teelt (hoofdstuk 13, 15, 16)? Waar komen ze in de regel, en waarom daar?

> Bijvoorbeeld pH (hoofdstuk 15), EC_mS_cm (hoofdstuk 13, gecorrigeerd naar 25 °C) en soc_pct (hoofdstuk 16). Achteraan, na batterij_V: dan blijven alle bestaande programma's werken, ook die met kolomnummers.

d Stel een plan op: hoe controleer je elke week of de logger nog werkt, en hoe bewaar je de gegevens veilig?

> Bijvoorbeeld: elke maandag de seriële monitor of het laatste bestand bekijken (loopt de tijd, zijn er lege cellen of gaten, is de spanning plausibel); elke maand de kaart uitlezen en de bestanden op twee plaatsen bewaren (computer en schijf of wolk); de klok controleren tegen de computer (±1 minuut per jaar is normaal); de knoopcel elk jaar nakijken. logboek.py geeft meteen het aantal regels, lege cellen en gaten.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Rekenwerk** | Regellengte, regels per dag, bytes per seizoen en aantal bestanden juist; eenheden. |
| **Energie** | Stroom per onderdeel, rendement van de omvormer, Wh per seizoen, vergelijking in procent. |
| **Kolommen** | Relevante grootheden met eenheid in de naam, achteraan toegevoegd, met motivatie. |
| **Plan** | Concreet en haalbaar: wat, wanneer, door wie; back-up en controle op gaten en lege cellen. |

## 30.14 Ontwerp: de klok zetten vanaf de computer

Uitdagen · 6 · Ontwerpen · 40 min

logger.ino aanvaardt de opdracht `T2026-10-11 20:00:00`. Je wil een Python-programma dat de klok zet op de tijd van de computer, in wintertijd, en controleert of het gelukt is.

**a** Waarom de tijd van de computer in wintertijd omzetten, en niet gewoon de tijd tonen die op je scherm staat?

In België geeft de computer in de zomer UTC+2. De logger loopt het hele jaar op UTC+1, zodat er nooit een uur dubbel voorkomt of ontbreekt; zet je hem op de zomertijd van je scherm, dan loopt hij een uur voor tot hij in de winter weer 'juist' lijkt.

**b** Schrijf klok_zetten.py met pyserial en datetime. Denk aan de herstart van de Mega bij het openen van de poort.

Getest tegen de simulatie van logger.ino met een stilgevallen klok:

```
# klok_zetten.py - de klok van de logger zetten op de tijd van de computer, in wintertijd (UTC+1)
import time
from datetime import datetime, timedelta, timezone

import serial

WINTERTIJD = timezone(timedelta(hours=1))        # het hele jaar: nooit een uur dubbel of kwijt
poort = serial.Serial("COM3", 115200, timeout=2)
time.sleep(2)                                    # het openen van de poort herstart de Mega: even wac
hten
nu = datetime.now(WINTERTIJD)
opdracht = nu.strftime("T%Y-%m-%d %H:%M:%S")
poort.write((opdracht + "\n").encode("ascii"))
print("verstuurd:", opdracht)
for _ in range(6):                               # de logger antwoordt met een regel die met # begint
    antwoord = poort.readline().decode("utf-8", errors="replace").strip()
    if antwoord.startswith("#"):
        print("logger:", antwoord)
poort.close()
```

```
verstuurd: T2026-10-11 20:00:00
logger: # de klok heeft stilgestaan: stuur T jjjj-mm-dd uu:mm:ss
logger: # SD-kaart klaar
logger: # klok gezet
```

De Mega herstart bij het openen van de poort en stuurt eerst zijn meldingen; daarna komt het antwoord op de opdracht.

**c** Wat gebeurt er in logger.ino met de minuut die bezig was toen de klok verzet werd? Waarom is dat een goede keuze?

> Die minuut wordt weggegooid (wisSommen en bezig = false): ze hoorde bij de oude tijd. Zou de logger ze bewaren, dan kwam er een regel met een verkeerd tijdstip in een verkeerd dagbestand (bv. 2000-01-01).

**d** Stel twee uitbreidingen van het protocol voor (bv. om de tijd op te vragen) en zeg hoe de Mega moet antwoorden.

> Bijvoorbeeld: '?' geeft de huidige tijd terug als '# 2026-10-11 20:00:05'; 'I' geeft de status ('# SD ok, SHT31 ok, 2 INA226'); een fout geeft '# onbekende opdracht'. Elk antwoord begint met #, zodat een programma dat de logregels leest, het niet verwart met metingen.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Tijd** | Tijdzone expliciet (UTC+1), onafhankelijk van zomertijd op de computer. |
| **Programma** | Poort openen, 2 s wachten, opdracht met regelovergang als bytes, antwoord lezen en tonen, poort sluiten. |
| **Robuustheid** | Het antwoord van de Mega wordt gecontroleerd; andere regels (logregels) storen niet. |
| **Protocol** | Uitbreidingen met een vaste vorm, een antwoord dat met # begint, en wat er bij een fout gebeurt. |

## 30.15 Labo: log het klaslokaal

Uitdagen · 6 · Labo · 90 min

Bouw de datalogger uit de proef van het handboek en laat hem een schooldag loggen. Analyseer daarna met Python.

**a** Teken het aansluitschema (I²C met pull-ups, SPI, voeding) en noteer de adressen die de scanner vond.

> Zoals in het handboek: SDA en SCL naar 20 en 21 (Uno A4 en A5), 5V en GND, eventueel extra pull-ups; SD op 50 tot 53 (Uno 10 tot 13). Adressen 0x44, 0x57, 0x68.

**b** Noteer tijdens de dag de gebeurtenissen (lesbegin, pauzes, ramen open en dicht).

> Bijvoorbeeld 8:25 lesbegin, 10:15 pauze (ramen open), 12:05 middag, 13:00 les, 15:55 einde.

**c** Maak een grafiek van temperatuur en vochtigheid en zet de gebeurtenissen erbij. Wat zie je?

> Typisch: temperatuur en vochtigheid stijgen tijdens de les, dalen snel bij open ramen, en vlakken af in de pauzes. Zonder mensen blijft het lokaal stil.

**d** Controleer je gegevens: hoeveel regels, lege cellen, gaten? Hoe groot is het bestand, en klopt dat met je verwachting?

> Voor een dag van 8 uur: 480 regels; met regels van ±45 bytes ongeveer 22 kB. Gaten door een reset of een losse draad zie je met logboek.gaten(); lege cellen als de SHT31 even wegviel.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Opstelling** | Correct schema; scanner vindt alle chips; klok gezet in wintertijd. |
| **Metingen** | Een volledige dag, een logboek van gebeurtenissen met tijden. |
| **Analyse** | Grafiek met assen en eenheden, gebeurtenissen aangeduid, verbanden beschreven. |
| **Kwaliteit** | Aantal regels, lege cellen en gaten gecontroleerd en verklaard; bestandsgrootte berekend. |

## 30.16 Het meetbereik van de stroommeting

Uitdagen · 7 · Analyseren · 35 min

In hoofdstuk 16 telt de Mega de laadtoestand met een ACS712-20A op A4: 2,50 V bij 0 A en 0,100 V per ampère; de uitgang kan niet boven ±5 V gaan. De logger gebruikt twee INA226 met een shunt van 100 A / 75 mV. Op een heldere middag leveren de panelen tot 1000 W; de rail staat dan op 13,3 V en de module verbruikt 20 W.

**a** Hoe groot is de laadstroom van de batterij dan? Wat geeft de ACS712 bij die stroom, en wat doet de ADC ermee?

✓ $(1000 - 20)/13{,}3 = 74\ \text{A}$. De ACS712-20A zou $2{,}50 - 7{,}4 = -4{,}9\ \text{V}$ moeten geven (laden is negatief): dat kan niet. Hij is maar gemaakt voor ±20 A (0,5 tot 4,5 V); daarbuiten blijft zijn uitgang tegen de ondergrens hangen, en de coulombteller ziet ongeveer −20 A.

**b** De coulombteller telt elke 2 s de gemeten stroom op. Een helder uur lang laadt de batterij met de stroom uit (a). Hoeveel procent laadtoestand mist de teller dan (240 Ah)?

✓ Reken dat de teller 20 A telt in plaats van 74 A: per uur 54 Ah te weinig, of $54/240 = 22{,}5$ % laadtoestand. Na een paar heldere uren denkt de Mega dat de batterij bijna leeg is, terwijl ze vol zit (tot de herijking bij 14,2 V ze weer op 100 % zet).

**c** Hoeveel stappen van de INA226 is die stroom, en hoeveel warmte ontwikkelt de shunt?

✓ $74\ \text{A} \cdot 0{,}75\ \text{m}\Omega = 55{,}5\ \text{mV}$, of $55{,}5\ \text{mV}/2{,}5\ \mu\text{V} = 22\,200$ stappen (van de 32 767). Warmte: $I^2R = 74^2 \cdot 0{,}00075 = 4{,}1\ \text{W}$: een shunt van 100 A is daarvoor gemaakt.

**d** Stel een verbetering voor de laadtoestand voor, met de chips die de module nu heeft.

✓ Bereken de batterijstroom als I zon − I verbruik uit de twee INA226's (knooppuntwet) en tel die op in de coulombteller, in plaats van de ACS712. Of zet een derde INA226 met een eigen shunt in de batterijleiding (adres 0x42). De ACS712 kan dan weg, of blijven als controle voor kleine stromen.

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 31

# Regelsystemen

## Meten, vergelijken, bijsturen: de verwarming en de ventilatie van de klimaatmodule met hysterese

Uitgewerkte oplossingen bij de 16 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

5× oefenen · 7× toepassen · 4× uitdagen · ± 406 min

R Regelen en robotica · B Leven en systemen



Buiten vriest het, binnen houdt een regeling de sla tussen 16 en 17 °C.

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

## Oefenen

één stap, direct toepassen

### 31.1 Open of gesloten?

Oefenen · 3 · Begrijpen · 12 min

Duid aan of het systeem een open of een gesloten lus is, en schrijf erbij wat er gemeten wordt (of 'niets').

**a** Een koelkast met thermostaat.

- A open lus
- B gesloten lus

✓ Gesloten: de thermostaat meet de temperatuur die de compressor verandert.

**b** Een broodrooster met een draaiknop voor de bruining.

- A open lus
- B gesloten lus

✓ Open: de tijd beslist; niemand meet hoe bruin het brood is.

**c** Een tuinsproeier die elke ochtend om 7 uur 10 minuten sproeit.

- A open lus
- B gesloten lus

✓ Open: de klok beslist, ook als het de hele nacht geregend heeft.

**d** Een buitenlamp met een bewegingsmelder.

- A open lus
- B gesloten lus

✓ Open: de sensor meet beweging, niet het licht dat de lamp maakt. Een sensor maakt een lus nog niet gesloten.

**e** De servomotor van hoofdstuk 26.

- A open lus
- B gesloten lus

✓ Gesloten: een potmeter in de servo meet de hoek, de elektronica stuurt de motor tot de hoek klopt.

**f** Een fietser die op een rechte lijn probeert te blijven.

- A open lus
- B gesloten lus

✓ Gesloten: de fietser ziet (en voelt) waar hij rijdt en stuurt bij. Ogen en evenwichtsorgaan zijn de sensoren.

## 31.2 Het blokschema van een toiletreservoir

Oefenen · 3 · Tekenen · 12 min

In een toiletreservoir drijft een vlotter op een arm. Zakt het water na het doorspoelen, dan zakt de vlotter en opent de arm een klep: er stroomt water in. Stijgt het water, dan duwt de vlotter de klep weer dicht. Met een schroefje stel je de hoogte

van de vlotter op de arm in.

**a** Teken het blokschema. Zet bij elk blok wat het in het reservoir is, en bij elke pijl welk signaal het is.

- Gewenst niveau → Σ → vlotterarm (regelaar) → klep (actuator) → reservoir (proces) → waterniveau; terug via de vlotter (sensor) naar Σ. Signalen: niveau, stand van de arm, waterstroom.

**b** Wat is hier de gewenste waarde, en hoe stel je ze in?

- Het gewenste waterniveau; je stelt het in met het schroefje dat de hoogte van de vlotter op de arm bepaalt.

**c** Wat is de storing?

- Het doorspoelen (water dat plots wegloopt); ook een lekkende klep in de pot.

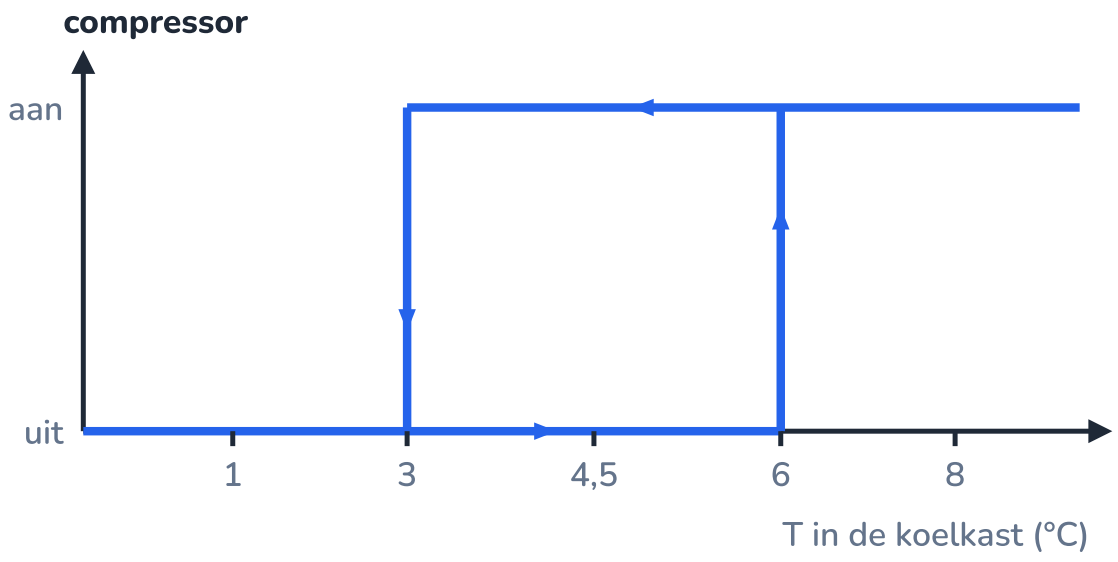
**d** Is dit een aan/uit-regelaar of een evenredige regelaar? Leg uit.

- Evenredig: hoe lager de vlotter, hoe verder de klep open. Dicht bij het gewenste niveau loopt er maar een dun straaltje: de klep doseert, ze springt niet van dicht naar open.

## 31.3 De thermostaat van een koelkast

Oefenen · 4 · Begrijpen · 12 min

De figuur toont de regelaar van een koelkast. Volg de pijlen.




Wanneer de compressor van een koelkast aan staat, in functie van de temperatuur binnen.

**a** Bij welke temperatuur gaat de compressor aan, en bij welke weer uit?

- Aan boven 6 °C, uit onder 3 °C.

**b** Het is 4,5 °C in de koelkast. Staat de compressor aan of uit? Kan je dat zeker zeggen?

Dat hangt af van waar de temperatuur vandaan komt. Komt ze van boven 6 °C (de compressor koelt), dan staat hij aan. Is ze van onder 3 °C gestegen, dan staat hij uit. Tussen de grenzen onthoudt de regelaar zijn toestand.

**c** Bij de verwarming van de module loopt de lus in de andere richting. Waarom?

Een koelkast koelt: hij moet aan als het te warm is. Een verwarming moet aan als het te koud is. De grenzen wisselen van rol.

**d** Een koelkast heeft een band van 3 K, de module maar 1 K. Geef een reden.

Een compressor mag niet vaak starten (grote aanloopstroom, slijtage, de koelvloeistof moet tot rust komen), en 3 à 6 °C is goed voor voedsel. Sla in de module verdraagt minder schommeling, en een klep schakelt makkelijker dan een compressor.

## 31.4 Aan- en uittijd met een nachtscherm

Oefenen · 4 · Rekenen · 15 min

's Nachts schuift er een nachtscherm onder het kasdak: de module verliest dan 16,3 W/K in plaats van 20,2 (hoofdstuk 19). Het is −5 °C buiten, de band is 16,0 tot 17,0 °C, $C_L = 80\,\mathrm{kJ/K}$, de verwarming geeft 800 W. Neem aan dat de sensor zonder vertraging meet en dat de buffer niets uitwisselt.

**a** Bereken het verlies bij 16,5 °C.

$V = 16{,}3 \cdot (16{,}5 - (-5)) = 16{,}3 \cdot 21{,}5 = 350\,\mathrm{W}$.

**b** Bereken de aantijd, de uittijd en hoe vaak de verwarming per uur aangaat.

$t_{\text{aan}} = 80\,000/(800 - 350) = 178\,\mathrm{s}$; $t_{\text{uit}} = 80\,000/350 = 228\,\mathrm{s}$; periode 406 s: $3600/406 = 8{,}9$ keer per uur.

**c** Hoeveel warmte kost een nacht van 8 uur, met en zonder scherm? Hoeveel spaart het scherm?

Met scherm: $350\,\mathrm{W} \cdot 8\,\mathrm{h} = 2{,}80\,\mathrm{kWh}$. Zonder: $20{,}2 \cdot 21{,}5 = 434\,\mathrm{W}$, dus $3{,}47\,\mathrm{kWh}$. Het scherm spaart $0{,}67\,\mathrm{kWh}$ per nacht (19 %).

## 31.5 Voorspel het effect

Oefenen · 4 · Begrijpen · 15 min

De verwarming van de module schakelt met een band van 1,0 K. Voorspel voor elke verandering of het aantal keer aan per uur, de schommeling van de lucht en de energie per nacht groter, kleiner of ongeveer gelijk worden. Verander telkens maar één ding.

**a** De band wordt 2,0 K.

Kleiner (ongeveer de helft), groter, gelijk.

**b** De sensor komt in een dichte doos (tijdconstante 180 s in plaats van 60 s).

Kleiner, groter (meer doorschot), ongeveer gelijk.

c Het is −8 °C in plaats van 0 °C buiten.

Ongeveer gelijk (de formule geeft 8,5 in plaats van 8,7: het aantal keer per uur hangt af van $V \cdot (P - V)$, en dat is $495 \cdot 305$ tegenover $333 \cdot 467$, bijna hetzelfde), schommeling ongeveer gelijk, energie groter (495 in plaats van 333 W).

d Een convector van 1600 W in plaats van 800 W. Leg bij deze ook uit waarom.

Meer keer aan per uur (formule: 11,9 in plaats van 8,7): de aantijd wordt veel korter, $80\,000/(1600 - 333) = 63\,\text{s}$. De energie blijft gelijk (het verlies bepaalt ze). De doorschot boven wordt groter, want de lucht warmt twee keer zo snel op terwijl de sensor achterloopt.

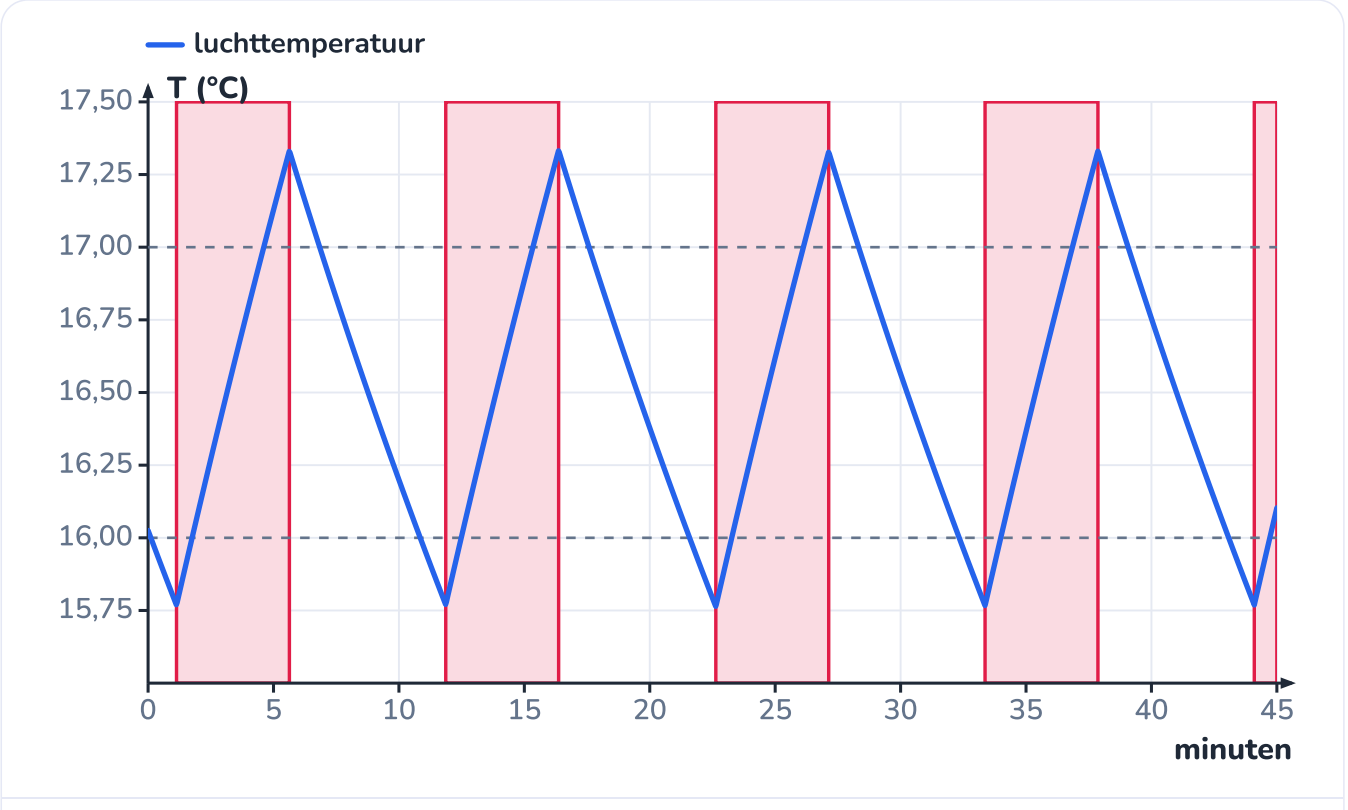
## Toepassen

meerdere stappen, in een context

### 31.6 Een zaagtand aflezen

Toepassen · 5 · Analyseren · 20 min

Lees de grafiek zo nauwkeurig mogelijk af. De rode stroken tonen wanneer de verwarming (800 W) aan staat.




Gemeten luchttemperatuur in de module, buiten 0 °C, band 16,0 tot 17,0 °C.

a Hoe lang staat de verwarming telkens aan, en hoe lang uit? Hoe vaak gaat ze per uur aan?

Aan ongeveer 4,5 min, uit ongeveer 6,2 min (aflezen: ±0,5 min is goed); een periode van 10,7 min, dus 5,6 keer aan per uur.

**b** Bereken de inschakelduur en de warmte die de verwarming per uur geeft.

✓ Inschakelduur 4,5 / 10,7 = 42 %; warmte per uur: 0,42 · 800 W · 1 h ≈ 335 Wh.

**c** Tussen welke temperaturen schommelt de lucht? Vergelijk met de band.

✓ Van ongeveer 15,8 tot 17,3 °C: een schommeling van 1,6 K, meer dan de band van 1,0 K.

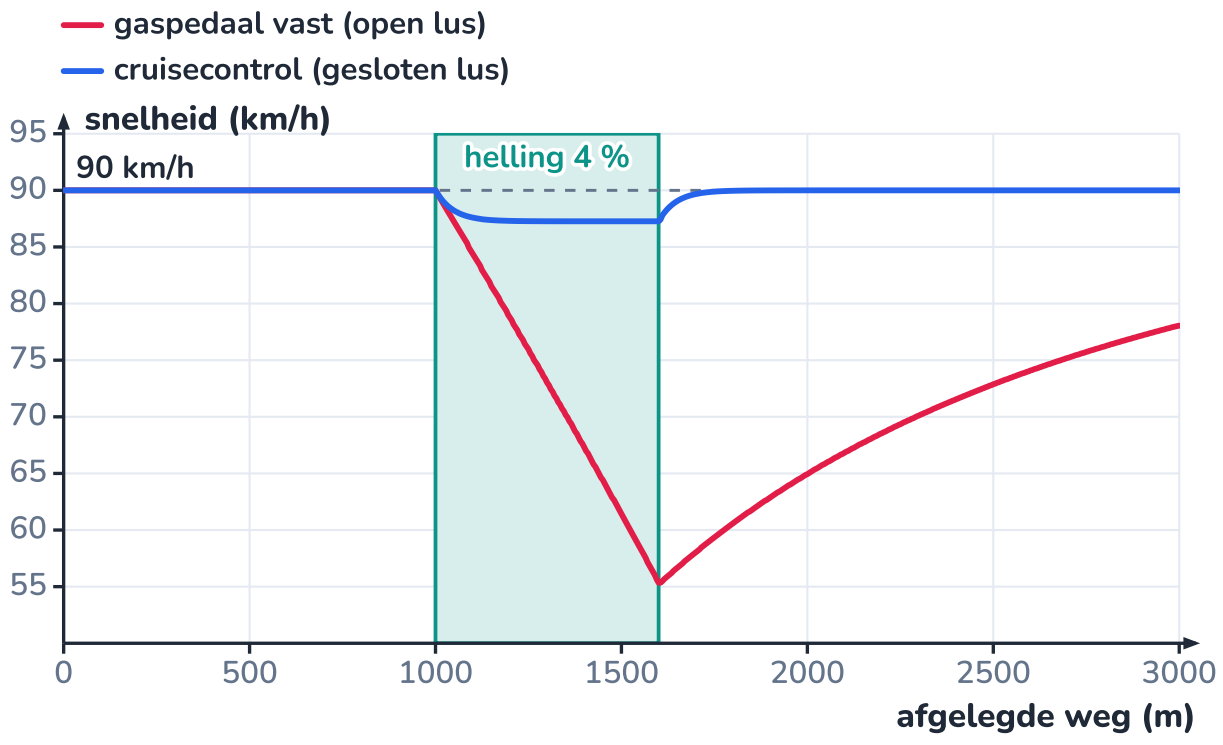
**d** Het rekenvoorbeeld van het handboek voorspelde 171 s aan en 240 s uit. Waarom zijn de tijden hier langer?

✓ De sensor loopt ongeveer een minuut achter. De verwarming gaat pas uit als de *meting* 17,0 °C haalt; de lucht is dan al warmer, en de band werkt alsof hij breder is (ongeveer 1,6 K). Daardoor duurt elke fase langer. De inschakelduur (42 %) blijft wel gelijk aan V/P.

## 31.7 Cruisecontrol op de helling

Toepassen · 5 · Tekenen · 20 min

Een auto rijdt met cruisecontrol op 90 km/h. De grafiek toont de simulatie uit het handboek.




Simulatie van een auto van 1200 kg op een helling van 4 %.

**a** Teken het blokschema van de cruisecontrol. Benoem alle blokken, de signalen en twee storingen.

✓ Gewenste snelheid (knop) → Σ → motorsturing (regelaar) → inspuiting/gasklep (actuator) → auto (proces) → snelheid; terug via het wieltoerental (sensor). Storingen: helling, wind, lading, rolweerstand op een ander wegdek.

**b** Lees af: de laagste snelheid met en zonder cruisecontrol. Hoeveel km/h scheelt het?

✓ Zonder: ongeveer 55 km/h; met: ongeveer 87 km/h. Verschil ongeveer 32 km/h.

**c** Waarom daalt de snelheid met cruisecontrol toch een beetje, en waarom blijft ze lager tot het einde van de helling?

De regelaar geeft alleen extra kracht als er een fout is (evenredig): er moet dus een kleine fout blijven om de 471 N van de helling te dekken. Pas na de helling verdwijnt die fout.

**d** Een leerling stelt een aan/uit-cruisecontrol voor: vol gas onder 89 km/h, gas los boven 91 km/h. Geef twee bezwaren.

Schokken: van vol gas naar geen gas is oncomfortabel en slecht voor de motor. De snelheid schommelt voortdurend tussen de grenzen; bij een grote band voel je dat, bij een kleine schakelt het nog heftiger. Een evenredige regelaar doseert.

## 31.8 Vind de fouten in de regeling

Toepassen · 5 · Programmeren · 20 min

Een leerling schreef deze regeling voor de verwarming (band 16,5 tot 17,5 °C). Ze compileert, maar werkt niet goed.

```
const int LAAG = 16.5, HOOG = 17.5;
bool verwarmen;

void regelen(float t) {
  if (t < LAAG) verwarmen = true;
  if (t > LAAG) verwarmen = false;
  digitalWrite(VERWARMING, verwarmen);
}
```

**a** Welke waarde krijgen LAAG en HOOG echt? Wat is het gevolg?

Een int kan geen 16,5 bevatten: LAAG en HOOG worden 16 en 17. De band schuift een halve graad op.

**b** Beschrijf wat de verwarming doet rond 16 °C. Welke fout zit in de vergelijkingen?

Er is maar één echte drempel: onder LAAG aan, boven LAAG uit. HOOG wordt nooit gebruikt: de verwarming flikkert rond 16 °C (één drempel), met om de paar seconden een schakeling.

**c** De SHT31 geeft nan als hij niet antwoordt. Wat doet deze code dan?

Elke vergelijking met nan is onwaar: niets verandert, de verwarming blijft in haar laatste stand. Stond ze aan, dan blijft ze aan tot iemand het merkt.

**d** Schrijf de verbeterde functie.

```
const float LAAG = 16.5, HOOG = 17.5;     // fout 1: float, geen int
bool verwarmen = false;

void regelen(float t) {
  if (isnan(t)) {                          // fout 3: geen meting = een beslissing nemen
    verwarmen = false;                     // (of een noodprogramma, zie het handboek)
  } else if (!verwarmen && t < LAAG) {
    verwarmen = true;
  } else if (verwarmen && t > HOOG) {      // fout 2: HOOG, niet LAAG
    verwarmen = false;
  }
  digitalWrite(VERWARMING, verwarmen ? HIGH : LOW);
}
```

## 31.9 Kengetallen uit een logboek

●●○ Toepassen · 5 · Rekenen · 20 min

Twintig minuten uit het logboek van een januarinacht, één regel per minuut (T = gemeten temperatuur, verwarming 1 = aan). Band: 16,0 tot 17,0 °C.

| tijd | T (°C) | verwarming | tijd | T (°C) | verwarming |
|---|---|---|---|---|---|
| 00:00 | 16,0 | 0 | 00:10 | 16,4 | 0 |
| 00:01 | 16,0 | 1 | 00:11 | 16,3 | 0 |
| 00:02 | 16,3 | 1 | 00:12 | 16,2 | 0 |
| 00:03 | 16,6 | 1 | 00:13 | 16,1 | 1 |
| 00:04 | 17,1 | 0 | 00:14 | 16,1 | 1 |
| 00:05 | 17,2 | 0 | 00:15 | 16,4 | 1 |
| 00:06 | 17,1 | 0 | 00:16 | 16,8 | 1 |
| 00:07 | 17,0 | 0 | 00:17 | 17,1 | 0 |
| 00:08 | 16,9 | 0 | 00:18 | 17,2 | 0 |
| 00:09 | 16,6 | 0 | 00:19 | 17,0 | 0 |

**a** Hoe vaak gaat de verwarming aan in deze 20 minuten? Hoeveel keer per uur is dat?

2 keer (om 00:01 en om 00:13): ongeveer 6 keer per uur.

**b** Bereken de inschakelduur en de warmte die de verwarming in deze 20 minuten gaf.

7 van de 20 minuten aan: 35 %. Warmte: 0,35 · 800 W · 20 min = 93 Wh.

**c** Bereken de gemiddelde afwijking van 16,5 °C.

Tel de 20 afwijkingen |T – 16,5| op en deel door 20: 0,39 K.

**d** Is één regel per minuut genoeg om een aan/uit-regeling te beoordelen? Wanneer niet?

Alleen als de verwarming telkens langer dan een minuut aan en uit blijft. Schakelt ze sneller (een smalle band, een grote convector), dan mis je schakelingen tussen twee regels. Voor een test log je daarom elke 10 s of tel je de schakelingen in het programma zelf.

## 31.10 Je lichaam koelen

Toepassen · 5 · Begrijpen · 15 min

Een bewoner werkt een uur hard in de warme module. Zijn lichaam maakt dan ongeveer 500 W warmte, in rust ongeveer 100 W. De verdampingswarmte van zweet is ongeveer 2,4 MJ per kg.

**a** Hoeveel zweet moet er per uur verdampen om 400 W extra af te voeren?

$400\,\mathrm{W} \cdot 3600\,\mathrm{s} = 1{,}44\,\mathrm{MJ}$ per uur; $1{,}44/2{,}4 = 0{,}60\,\mathrm{kg}$, ongeveer 0,6 L per uur.

**b** Zweet dat van de huid druppelt, koelt nauwelijks. Waarom? Wat betekent dat voor de vochtige lucht van de module?

Koelen gebeurt door verdampen: de warmte gaat mee met de damp. Druppels die vallen, nemen die warmte niet mee. In vochtige lucht verdampt zweet slecht: in de module (RV rond 70 à 80 %) koelt het lichaam minder goed, en is werken in de warmte zwaarder.

**c** Het lichaam gebruikt eerst de bloedvaten van de huid en pas daarna zweet. Welke regeling in de module is op dezelfde manier getrapt?

Het koelen: eerst de ventilatoren (goedkoop, klein effect), pas bij meer warmte het dak.

## 31.11 Labo: een thermostaat in een doos

Toepassen · 5 · Labo · 60 min

Voer de proef uit het handboek zelf uit, met drie breedtes van de band en twee plaatsen voor de sensor.

**a** Noteer je opstelling: vermogen van de verwarming, sensor, afstand tot de verwarming, band.

Bijvoorbeeld: lampje 12 V / 10 W, DS18B20 op 10 cm, band 0,5, 1,0 en 2,0 K rond 27 °C.

**b** Meettabel: per instelling het aantal keer aan in 20 minuten, de laagste en de hoogste temperatuur.

Zie de voorbeeldmeting in het handboek: bij 1,0 K ongeveer 7 keer in 20 minuten, van 26,1 tot 27,7 °C.

**c** Zet het aantal keer aan per uur uit tegen de breedte van de band. Welk verband zie je?

Het aantal keer per uur daalt als de band breder wordt, ongeveer omgekeerd evenredig; bij een smalle band minder dan verwacht, omdat de doorschot de band verbreedt.

d Hoe ver schiet de temperatuur voorbij de grenzen? Verklaar met de plaats van de sensor.

De temperatuur gaat meestal enkele tienden van een graad voorbij elke grens: de sensor loopt achter en het lampje is nog heet na het uitschakelen. Tegen het lampje schakelt het veel sneller: de sensor meet dan het lampje, niet de doos.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Opstelling | Veilig (afstand tot het karton, 12 V), sensor op een vaste plaats, stabiele beginsituatie. |
| Metingen | Na het opwarmen gemeten, telkens even lang, alle instellingen, eenheden. |
| Verwerking | Grafiek met assen en eenheden; verband benoemd (ongeveer omgekeerd evenredig). |
| Verklaring | Doorschot verklaard met vertraging en naverwarming; invloed van de sensorplaats juist. |

## 31.12 Een minimale uittijd

Toepassen · 6 · Programmeren · 30 min

Een smalle band (0,2 K) houdt de lucht mooi rond 16,5 °C, maar de klep schakelt te vaak. Een oplossing uit warmtepompen en koelkasten: de verwarming mag pas weer aan als ze minstens een vaste tijd uit geweest is (een antipendeltijd).

**a** Pas de functie nacht() uit het handboek aan met een parameter min_uit (in s).

```
# antipendel.py - hysterese 0,2 K, maar de verwarming mag pas weer aan na minstens MIN_UIT
seconden uit
C_L, C_W, H, G, P, DT, TAU_S = 80e3, 1.10e6, 20.2, 30.0, 800.0, 2.0, 60.0


def nacht(laag, hoog, min_uit=0.0, uren=8.0, buiten=0.0):
    lucht = buffer = meting = 16.5
    aan, uit_sinds = False, 1e9          # uit_sinds: hoe lang de verwarming al uit is (s)
    keer_aan, t_min, t_max = 0, 99.0, -99.0
    for stap in range(int(uren * 3600 / DT)):
        if not aan and meting < laag and uit_sinds >= min_uit:
            aan = True
            keer_aan += 1
        elif aan and meting > hoog:
            aan = False
            uit_sinds = 0.0
        if not aan:
            uit_sinds += DT
        warmte = (P if aan else 0.0) - H * (lucht - buiten) - G * (lucht - buffer)
        lucht_nieuw = lucht + warmte * DT / C_L
        buffer += G * (lucht - buffer) * DT / C_W
        meting += (lucht - meting) * DT / TAU_S
        lucht = lucht_nieuw
        t_min, t_max = min(t_min, lucht), max(t_max, lucht)
    return keer_aan / uren, t_min, t_max


for min_uit in (0, 120, 300, 600):
    per_uur, lo, hi = nacht(16.4, 16.6, min_uit)
    print(f"minstens {min_uit:3d} s uit: {per_uur:4.1f} keer aan per uur, lucht {lo:.2f}
tot {hi:.2f} °C")
```

**b** Simuleer de band 16,4 tot 16,6 °C met min_uit = 0, 120, 300 en 600 s. Noteer het aantal keer aan per uur en de schommeling.

De uitvoer van dit programma:

```
minstens   0 s uit: 12.8 keer aan per uur, lucht 16.18 tot 16.88 °C
minstens 120 s uit: 12.8 keer aan per uur, lucht 16.18 tot 16.88 °C
minstens 300 s uit:  7.1 keer aan per uur, lucht 15.67 tot 16.94 °C
minstens 600 s uit:  3.8 keer aan per uur, lucht 14.65 tot 16.95 °C
```

**c** Is een smalle band met een lange antipendeltijd beter dan gewoon een bredere band? Motiveer.

Bij 120 s verandert er niets: met deze band staat de verwarming toch al langer dan 2 minuten uit. Een langere antipendeltijd begrenst het aantal schakelingen hard (hoogstens 3600 / min_uit per uur), maar dan wacht de verwarming ook als het te koud wordt: de lucht zakt onder de band. Het effect lijkt op een bredere band. Voordeel: je kiest rechtstreeks het maximale aantal schakelingen dat de klep verdraagt. Nadeel: een extra timer, en de temperatuur hangt dan van de tijd af in plaats van van de grenzen.

## 31.13 Habitat: de klimaatregeling van de module ontwerpen

●●● Uitdagen · 7 · Habitat · 75 min

Je team ontwerpt de volledige temperatuurregeling van de klimaatmodule. Gegeven: convector 800 W (D12), ventilatoren zacht of vol (D11), kasdak (hoofdstuk 26), SHT31 in de sensorkast (60 s vertraging), het warmtemodel van het handboek. Sla groeit het best tussen 18 en 22 °C overdag, 's nachts mag het niet onder 15,5 °C, en boven 30 °C loopt ze schade op. De klep gaat 200 000 schakelingen mee.

**a** Kies de grenzen voor de verwarming (dag en nacht), de ventilatoren en het dak. Zet ze in een tabel en controleer dat er geen overlap is.

Bijvoorbeeld: verwarming dag 18,0/19,0 °C, nacht 16,0/17,0 °C; ventilatoren vol boven 25, zacht onder 24 °C; dak open boven 27, dicht onder 25 °C. Dode zone 19-24 °C: verwarmen en koelen nooit samen. Het dak krijgt de breedste band, omdat een beweging lang duurt.

**b** Teken het blokschema van de volledige regeling: één sensor, drie actuatoren, storingen.

Setpoints → regelaar (Mega) → convector, ventilatoren, dak → module (lucht en buffer) → luchttemperatuur → SHT31 → terug; storingen: buitentemperatuur, zon, lampen, deur, bewoners.

**c** Schat met de formules van het handboek hoe vaak de verwarming per uur aangaat in een januarinacht, en hoeveel stookseizoenen de klep meegaat.

Met 0 °C buiten: effectieve band $1{,}0 + 0{,}6 = 1{,}6\,\mathrm{K}$, $t_{\mathrm{aan}} \approx 80\,000 \cdot 1{,}6/467 = 274\,\mathrm{s}$, $t_{\mathrm{uit}} \approx 80\,000 \cdot 1{,}6/333 = 384\,\mathrm{s}$: 5,5 keer per uur (simulatie: 5,7). Per seizoen van 200 dagen × 12 h: ±14 000 schakelingen: de klep gaat ±15 seizoenen mee.

**d** Wat doet je regeling als de sensor uitvalt, 's nachts in januari en overdag in juni? Waarom is 'alles uit' geen goede veilige stand?

Een open lus op basis van het gemiddelde van het laatste uur (zoals de C++-taak), en een alarm. In januari zou 'alles uit' de sla laten bevriezen, in juni zou 'dak dicht' ze laten koken. De veilige stand hangt af van het seizoen: 's winters verwarmen met een vast ritme, 's zomers dak open.

**e** Beschrijf een test van één week waarmee je bewijst dat de regeling aan je eisen voldoet: wat log je, welke kengetallen, wanneer is ze goed?

Een logboek elke 10 s (temperatuur, verwarming, ventilatoren, dak) en een tweede, snelle sensor in de ruimte. Kengetallen per dag: laagste en hoogste temperatuur, gemiddelde afwijking van het midden van de band, keer aan per uur per actuator, energie. Goed als alle eisen elke dag gehaald worden, ook op de koudste en de zonnigste dag van de week.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Grenzen** | Alle grenzen binnen de eisen van de sla, met hysterese, zonder overlap, met een dode zone tussen verwarmen en koelen. |
| **Blokschema** | Eén sensor, drie actuatoren, storingen (buiten, zon, lampen, deur), meting en terugkoppeling correct. |
| **Berekening** | Aantijd, uittijd en schakelingen per uur met de effectieve band; levensduur van de klep juist. |
| **Veiligheid** | Sensorfout gedetecteerd (nan), een veilige stand die past bij het seizoen, alarm. |
| **Test** | Meetbare criteria (bv. nooit onder 15,5 °C, gemiddelde afwijking < 0,5 K, < 8 keer aan per uur) en een logboek dat ze kan tonen. |

## 31.14 Waar hang je de sensor?

Uitdagen · 6 · Analyseren · 25 min

De simulatie van het handboek met een sensor die steeds trager is (band 16,0 tot 17,0 °C, buiten 0 °C):

| tijdconstante sensor | keer aan per uur | boven 17,0 (K) | onder 16,0 (K) | gem. afwijking (K) |
|---|---|---|---|---|
| 0 s | 9,1 | 0,04 | 0,02 | 0,24 |
| 60 s | 5,7 | 0,36 | 0,25 | 0,38 |
| 180 s | 3,6 | 0,87 | 0,64 | 0,61 |
| 300 s | 2,9 | 1,25 | 0,96 | 0,78 |

**a** Verklaar waarom de lucht met een tragere sensor verder doorschiet, maar de verwarming minder vaak aangaat.

De verwarming gaat pas uit als de meting 17,0 °C haalt; intussen warmt de lucht verder. Hetzelfde onder 16,0. De lucht legt dus een grotere weg af tussen twee schakelingen: elke fase duurt langer, er zijn minder schakelingen, maar de schommeling is groter.

**b** Controleer de vuistregel voor de effectieve band bij 60 s en bij 300 s. Waar werkt ze, waar niet?

60 s: $\Delta T_{\text{eff}} = 1{,}0 + 0{,}6 = 1{,}6\,\text{K}$: formule 5,5 keer per uur, simulatie 5,7. Goed. 300 s: $1{,}0 + 3{,}0 = 4{,}0\,\text{K}$: formule 2,2, simulatie 2,9. De vuistregel overschat de doorschot als de vertraging niet meer klein is tegenover de aan- en uittijd: de sensor haalt de lucht dan deels in.

**c** Drie plaatsen voor de sensor: (A) in de luchtstroom van de convector, (B) in een dichte kunststof doos tegen de wand, (C) midden in de ruimte in een kastje met een ventilatortje. Beoordeel elke plaats.

A: meet de warme lucht van de convector, niet de module: de verwarming slaat te vroeg af en schakelt heel vaak, terwijl de planten het koud hebben. B: veel te traag (grote doorschot), en de wand is kouder dan de lucht. C: het best: snelle, representatieve meting op de hoogte van de planten, beschermd tegen straling van lampen en zon.

## 31.15 Debat: open of gesloten lus voor de groeilampen?

Uitdagen · 6 · Argumenteren · 20 min

De groeilampen worden nu gedimd met het daglicht (hoofdstuk 25): een LDR onder een kapje meet de hemel en de Mega rekent uit hoeveel lamplicht er nog nodig is. Een collega wil een PAR-sensor op het kweekbed, onder de lampen, die het totale licht op de planten meet.

**a** Is de huidige lampregeling een open of een gesloten lus? En het voorstel van je collega?

Nu: een open lus met voorsturing (de storing, het daglicht, wordt gemeten, niet het resultaat). Voorstel: een gesloten lus (het licht op de planten zelf).

**b** Geef twee argumenten voor elk systeem, telkens met een concrete situatie.

Voorsturing: snel, eenvoudig, de sensor staat buiten het schaduwspel van de planten, kan niet schommelen. Maar: blind voor verouderde of vuile lampen, een kapotte led, schaduw van een net geplaatste goot. Gesloten: meet wat de plant echt krijgt en corrigeert alles; maar de sensor moet goed geplaatst zijn (niet in de schaduw van een blad), kan schommelen als het dimmen te snel gaat, en een vuile sensor geeft te veel licht.

**c** Welke combinatie zou jij kiezen? Motiveer.

Bijvoorbeeld beide: voorsturing met het daglicht voor de snelle aanpassing, en een trage correctie met de PAR-sensor (bv. elk uur de lampgrens een paar procent bijstellen). Zo combineer je snelheid met zekerheid.

## 31.16 Ontwerp: de $CO_2$-klep met hysterese

Uitdagen · 6 · Ontwerpen · 35 min

Overdag voegt de $CO_2$-klep (D10) $CO_2$ toe aan de kweekruimte (11,5 m³): sla groeit sneller bij 800 tot 1000 ppm dan bij 425 ppm. Met de klep open stijgt het gehalte 170 ppm per minuut; met de klep dicht daalt het ongeveer 80 ppm per uur (planten en lekken). De $CO_2$-sensor meet om de 2 s met een ruis van ±30 ppm, en de $CO_2$ moet zich eerst mengen: de meting loopt ongeveer 2 minuten achter. Vanaf 1000 ppm geldt voor mensen een waarschuwing (hoofdstuk 14).

**a** Een leerling kiest: klep open onder 800 ppm, dicht boven 1000 ppm. Schat hoe hoog het $CO_2$-gehalte echt komt. Is dat een probleem?

De klep gaat pas dicht als de *meting* 1000 ppm haalt; de echte waarde is dan al ongeveer $170 \cdot 2 = 340\,\text{ppm}$ hoger. Het $CO_2$-gehalte loopt op tot ongeveer 1300 à 1350 ppm: boven de waarschuwingsgrens voor mensen, en verspilde $CO_2$.

**b** Stel een betere regeling voor. Tip: in plaats van de klep open te laten tot de meting 1000 ppm haalt, kan je de klep kort openen en dan wachten.

Bijvoorbeeld: onder 800 ppm de klep 30 s openen (+85 ppm), dan 5 minuten wachten tot de $CO_2$ gemengd is en opnieuw meten; nog onder 800: nog een puf. Of een hysterese met een lagere bovengrens (open onder 800, dicht boven 820), zodat de doorschot 1000 ppm net niet haalt. De puf-methode is een kleine toestandsmachine (hoofdstuk 32).

**c** Wanneer moet de klep altijd dicht blijven, ook als het $CO_2$-gehalte laag is? Noem er drie.

Als het dak open staat of de ventilatoren vol draaien (de $CO_2$ verdwijnt meteen naar buiten); 's nachts (de planten gebruiken geen $CO_2$ zonder licht); als er iemand in de module werkt (onderhoud); bij een alarm of als de $CO_2$-sensor niet antwoordt.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Doorschot** | Doorschot geschat met snelheid × vertraging, gevolg voor mensen benoemd. |
| **Voorstel** | Regeling die de doorschot vermijdt (vroeger sluiten of dosis per keer), met getallen. |
| **Veiligheid** | Klep dicht bij dak open of ventilatoren vol, 's nachts, bij onderhoud, bij een alarm of een sensorfout. |

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 32

# Toestandsmachines

**Een programma dat onthoudt waar het is: van verkeerslicht tot de modi van de klimaatmodule**

Uitgewerkte oplossingen bij de 16 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

5× oefenen · 7× toepassen · 4× uitdagen · ± 427 min

R Regelen en robotica · P Programmeren en computationeel denken



Een knop, een paar lampen en een klok: het klassieke voorbeeld van een toestandsmachine.

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

## ●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

### 32.1 Toestand, gebeurtenis of actie?

●○○ Oefenen · 3 · Begrijpen · 10 min

Het gaat telkens over het kasdak of het voetgangerslicht.

**a** OPENEN

- A toestand
- B gebeurtenis
- C actie
- ✓ toestand

**b** De eindeloopschakelaar 'open' wordt ingedrukt.

- A toestand
- B gebeurtenis
- C actie
- ✓ gebeurtenis

**c** De motor stilzetten.

- A toestand
- B gebeurtenis
- C actie
- ✓ actie

**d** 12 s voorbij zonder eindpunt.

- A toestand
- B gebeurtenis
- C actie
- ✓ gebeurtenis (een voorwaarde op de tijd)

**e** Wachten tot de voetgangers overgestoken zijn (alles rood).

- A toestand
- B gebeurtenis
- C actie
- ✓ toestand (ALLES_ROOD_2)

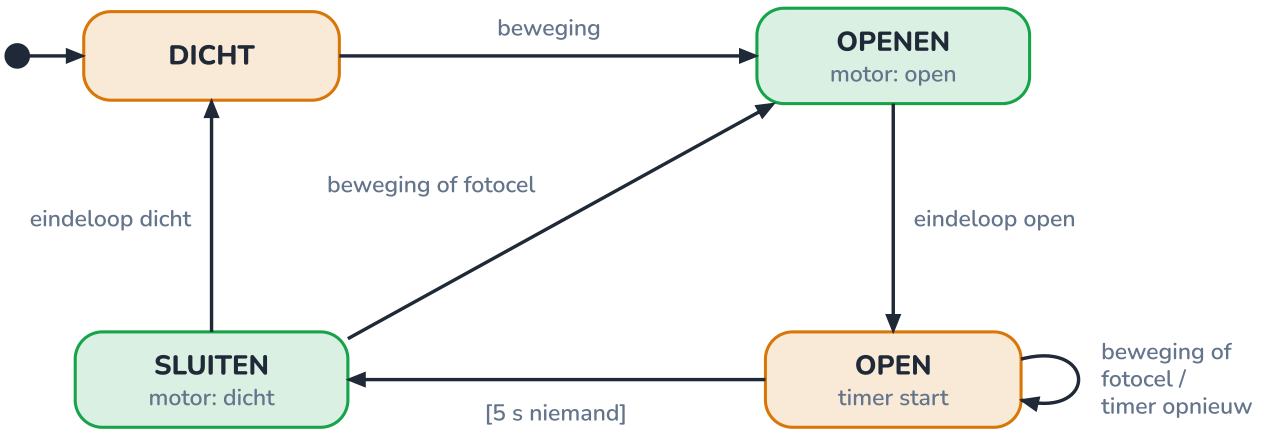
f Het lampje 'wacht' aanzetten.

- A toestand
- B gebeurtenis
- C actie
- ✓ actie

## 32.2 Een diagram volgen

Oefenen · 3 · Analyseren · 12 min

De deur staat DICHT. Dit gebeurt na elkaar: beweging, eindeloop open, 5 s niemand, fotocel, eindeloop open, beweging, 5 s niemand, eindeloop dicht.




De automatische deur uit het handboek.

a Vul de tabel in: na elke gebeurtenis de nieuwe toestand en de actie.

✓ beweging → OPENEN (motor open); eindeloop open → OPEN (motor stil, timer); 5 s niemand → SLUITEN (motor dicht); fotocel → OPENEN (motor open); eindeloop open → OPEN (timer); beweging → OPEN (timer opnieuw); 5 s niemand → SLUITEN (motor dicht); eindeloop dicht → DICHT (motor stil).

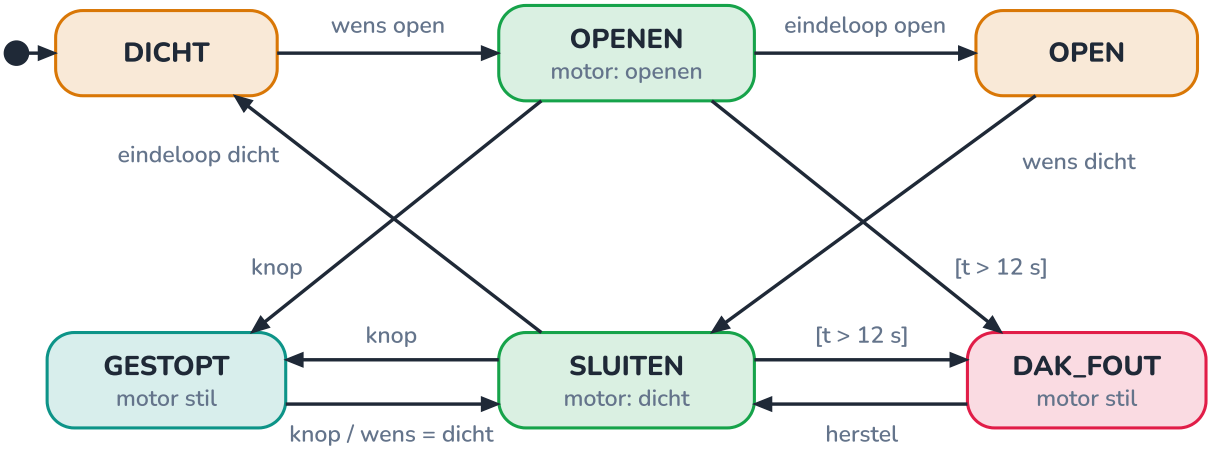
b Waarom is de overgang na 'fotocel' belangrijk?

✓ Er staat iemand in de opening terwijl de deur sluit: de deur keert om, niemand raakt gekneld.

## 32.3 Van diagram naar tabel

Oefenen · 4 · Tekenen · 20 min

Maak zelf de toestandstabel van het dak, zonder in het handboek te kijken.




Het kasdak als toestandsmachine.

**a** Vul de tabel in. Schrijf in elk vakje de nieuwe toestand, of een streepje.

| TOESTAND | KNOP | WENS OPEN | WENS DICHT | EINDELOOP OPEN | EINDELOOP DICHT | T > 12 S |
|---|---|---|---|---|---|---|
| DICHT | – (wens = open) | OPENEN | – | – | – | – |
| OPENEN | GESTOPT | – | – | OPEN | – | DAK_FOUT |
| OPEN | – (wens = dicht) | – | SLUITEN | – | – | – |
| SLUITEN | GESTOPT | – | – | – | DICHT | DAK_FOUT |
| GESTOPT | SLUITEN (wens = dicht) | – | – | – | – | – |
| DAK_FOUT | – | – | – | – | – | – |

DAK_FOUT verlaat je alleen met `dakHerstel()`, na een bevestigd alarm.

**b** In DICHT staat bij 'knop' geen overgang in het diagram. Wat doet een knopdruk dan toch (kijk in dak.cpp)?

Hij zet de wens op 'open'. In de volgende ronde ziet DICHT de gebeurtenis 'wens open' en gaat naar OPENEN. Knop en temperatuurregeling werken zo via dezelfde weg.

**c** Welk vakje zou je veranderen als het dak in DAK_FOUT elke minuut opnieuw moet proberen? Is dat een goed idee?

DAK_FOUT met [t > 60 s] naar SLUITEN. Liever niet: als er iets klemt (ijs, een tak, een hand), duwt de motor er elke minuut opnieuw tegen. Beter: één poging na een bevestiging door een mens.

## 32.4 Voorspel de uitvoer

Oefenen · 4 · Programmeren · 15 min

Een kleine toestandsmachine in C++. De functie stap() krijgt na elkaar de tekens k, x, k, x, x, k, k, x, x.

```
enum T { ROOD, GROEN, ORANJE };
T t = ROOD;
int teller = 0;

void stap(char g) {            // g: 'k' = knop, 'x' = tijd voorbij
```

```
  switch (t) {
    case ROOD:   if (g == 'k') { t = GROEN; teller++; } break;
    case GROEN:  if (g == 'x') t = ORANJE; break;
    case ORANJE: if (g == 'x') t = ROOD; else if (g == 'k') teller += 10; break;
  }
}
```

a Volg de machine stap voor stap. In welke toestand eindigt ze, en wat is teller?

- k: GROEN, 1; x: ORANJE, 1; k: ORANJE, 11; x: ROOD, 11; x: ROOD, 11; k: GROEN, 12; k: GROEN, 12; x: ORANJE, 12; x: ROOD, 12. Eindtoestand ROOD, teller 12.

b Wat verandert er als de break na de case ROOD ontbreekt? Geef een teken waarbij het verschil zichtbaar wordt.

- Zonder break loopt de code na case ROOD door in case GROEN. Bij 'x' in ROOD test ze dan g == 'x' in GROEN en springt ROOD meteen naar ORANJE: een overgang die niet in het ontwerp staat. Bij 'k' is er toevallig geen verschil.

## 32.5 De waterkoker

Oefenen · 4 · Tekenen · 15 min

Een waterkoker heeft een schakelaar die je naar beneden duwt, een bimetaal dat hem terug omhoog laat springen als het water kookt, en een beveiliging die hem uitschakelt als hij zonder water staat (de bodem wordt dan veel heter dan 100 °C).

a Teken het toestandsdiagram met toestanden, gebeurtenissen, acties en een beginpunt.

- Begin → UIT. UIT --schakelaar omlaag / element aan--> VERWARMEN. VERWARMEN --kookpunt (bimetaal) / element uit--> UIT. VERWARMEN --schakelaar omhoog / element uit--> UIT. VERWARMEN --te heet (droog) / element uit--> BEVEILIGD. BEVEILIGD --afgekoeld--> UIT (bij veel toestellen).

b Welke toestand is de veilige toestand? Is de droogkookbeveiliging fail-safe?

- UIT: het element krijgt geen stroom. De beveiliging is een bimetaal dat bij een te hoge temperatuur de kring verbreekt: ze werkt zonder elektronica en zonder software, dus fail-safe voor het oververhitten. Een beveiliging die zelf stroom nodig had om uit te schakelen, zou dat niet zijn.

# Toepassen

Toepassen · meerdere stappen, in een context

## 32.6 Maak: het voetgangerslicht met een nachtstand

Toepassen · 5 · Maken · 60 min

Bouw het voetgangerslicht uit het handboek op een breadboard (vijf leds met 220 Ω, een lampje 'wacht', een knop naar GND). Voeg daarna een nachtstand toe: van 23 tot 6 uur knippert het oranje licht voor de auto's (1 s aan, 1 s uit), de voetgangerslichten zijn uit en de knop doet niets. Om 6 uur gaat het licht eerst 5 s alles rood, dan AUTO_GROEN. Neem aan dat er een functie `uur()` bestaat (voor een test kan ze de minuten van `millis()` teruggeven).

**a** Teken de uitbreiding in het toestandsdiagram: nieuwe toestand, overgangen, acties.

Nieuwe toestand NACHT_KNIPPER (bij binnenkomen: alle lampen uit, aanvraag = nee). AUTO_GROEN --[uur ≥ 23 of uur < 6]--> NACHT_KNIPPER. NACHT_KNIPPER --[uur = 6]--> ALLES_ROOD_2 (5 s) --> AUTO_GROEN.

**b** Schrijf de nieuwe case en de aanpassingen in naar() en in de knop.

```
case NACHT_KNIPPER:
  digitalWrite(A_ORANJE, (t / 1000) % 2 == 0 ? HIGH : LOW);   // 1 s aan, 1 s uit
  if (uur() == 6) naar(ALLES_ROOD_2, nu);
  break;

// in case AUTO_GROEN, voor de andere test:
if (uur() >= 23 || uur() < 6) naar(NACHT_KNIPPER, nu);

// in naar(): case NACHT_KNIPPER: lampen(0, 0, 0, 0, 0); aanvraag = false;
//            digitalWrite(WACHT, LOW); break;
// bij de knop: && toestand != NACHT_KNIPPER
```

**c** Uit welke toestand(en) mag de nachtstand beginnen? Waarom niet uit elke toestand?

Alleen uit AUTO_GROEN: dan hebben de voetgangers rood en de auto's groen, en gaat er niemand verrast van groen naar knipperend oranje terwijl hij oversteekt. Uit VOETGANGER_GROEN zou een voetganger midden op de weg staan terwijl de auto's al 'voorrang van rechts' krijgen.

**d** Test je programma en beschrijf je scenario: wat heb je gedaan om elke nieuwe overgang te zien gebeuren?

Bijvoorbeeld: uur() tijdelijk laten afhangen van millis() (1 minuut = 1 uur), knop drukken voor en na 23 uur, kijken naar de seriële monitor en de leds.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Schakeling | Alle leds werken met een weerstand, knop naar GND met INPUT_PULLUP. |
| Diagram | NACHT_KNIPPER met overgangen [uur ≥ 23] uit AUTO_GROEN en [uur = 6] naar ALLES_ROOD_2, acties benoemd. |
| Code | Eén nieuwe waarde in de enum, een case met break, knipperen met millis() zonder delay(), knop genegeerd. |
| Test | Elke nieuwe overgang aantoonbaar getest (bv. met een versnelde klok). |

## 32.7 Vind de fouten: de $CO_2$-klep

Toepassen · 5 · Programmeren · 20 min

Een leerling programmeerde de $CO_2$-klep als toestandsmachine: onder 800 ppm de klep 30 s open, dan 5 minuten wachten zodat de $CO_2$ zich mengt.

```
enum Klep { DICHT, OPEN, WACHTEN };
Klep klep = DICHT;
unsigned long sinds = 0;
```

```
void taakCo2(unsigned long nu, float co2) {
  switch (klep) {
    case DICHT:
      if (co2 < 800) { klep = OPEN; sinds = nu; digitalWrite(CO2_KLEP, HIGH); }
    case OPEN:
      if (nu - sinds >= 30000) { klep = WACHTEN; digitalWrite(CO2_KLEP, LOW); }
      break;
    case WACHTEN:
      if (nu - sinds >= 300000) klep = DICHT;
      break;
  }
}
```

**a** Er ontbreekt een break. Wat gebeurt er daardoor als de klep DICHT is en het $CO_2$-gehalte 900 ppm is?

De code loopt door in case OPEN. Daar is nu – sinds groot (sinds is oud), dus springt DICHT meteen naar WACHTEN en zet de klep 'dicht'. Na 5 minuten terug naar DICHT, enzovoort: de machine wandelt door toestanden die ze niet hoort te bezoeken.

**b** Hoe lang wacht de machine echt in WACHTEN? Waarom?

4,5 minuten: bij de overgang naar WACHTEN wordt sinds niet opnieuw gezet, dus telt de wachttijd vanaf het openen van de klep (30 s eerder).

**c** Welke veiligheidsvoorwaarde ontbreekt (denk aan de modi en het dak)?

De klep mag alleen open in DAG, met het dak dicht en zonder koelen, en nooit in ONDERHOUD of ALARM.

d Schrijf de verbeterde versie.

```
enum Klep { DICHT, OPEN, WACHTEN };
Klep klep = DICHT;
unsigned long sinds = 0;

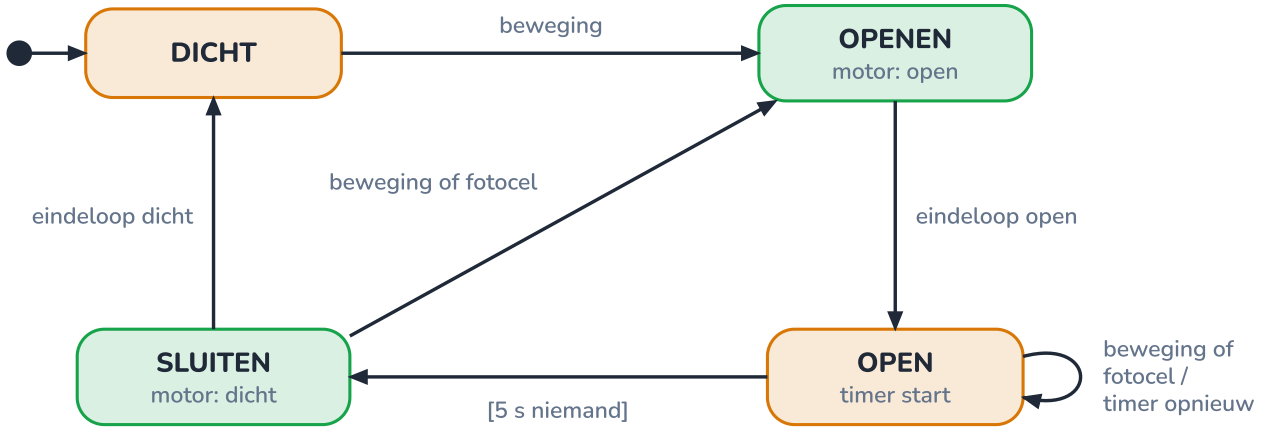
void naar(Klep nieuw, unsigned long nu) {
  klep = nieuw;
  sinds = nu;                                    // fout 2: bij elke overgang de tijd
onthouden
  digitalWrite(CO2_KLEP, nieuw == OPEN ? HIGH : LOW);
}

void taakCo2(unsigned long nu, float co2, bool mag) {    // mag: DAG, dak dicht, niet
koelen
  switch (klep) {
    case DICHT:
      if (mag && co2 < 800) naar(OPEN, nu);       // fout 3: alleen als het veilig en
zinvol is
      break;                                     // fout 1: break
    case OPEN:
      if (!mag || nu - sinds >= 30000) naar(WACHTEN, nu);
      break;
    case WACHTEN:
      if (nu - sinds >= 300000) naar(DICHT, nu);
      break;
  }
}
```

## 32.8 De automatische deur veiliger

Toepassen · 5 · Ontwerpen · 25 min

De deur zit in de gang tussen de woonmodule en de rest van het station. Het is ook een vluchtweg bij brand.




De deur uit het handboek.

**a** Voeg een toestand FOUT toe. Welke gebeurtenissen en time-outs leiden ernaartoe?

Onmogelijke combinaties: OPENEN + eindeloop dicht, SLUITEN + eindeloop open, beide eindeloopschakelaars tegelijk. Time-outs: OPENEN of SLUITEN langer dan bv. 8 s. FOUT: motor stil, alarm; de deur blijft met de hand te bedienen.

**b** In welke toestand start de deur na een stroomuitval? Hoe weet het programma dat?

Het programma leest de eindeloopschakelaars: 'dicht' → DICHT, 'open' → OPEN (timer start). Geen van beide: OPENEN, want op een vluchtweg is open veiliger dan dicht, en wie in de opening staat, wordt niet geraakt.

**c** Wat moet de deur doen als de stroom wegvalt, en hoe doe je dat zonder elektronica?

Open gaan, of met de hand te openen zijn. Zonder elektronica: een veer of gewicht die de deur openduwt zodra de motor geen kracht meer geeft, of een koppeling die bij stroomuitval loskomt, zodat de deur vrij schuift. Net als de rem van Otis: het defect zelf brengt de deur in de veilige toestand.

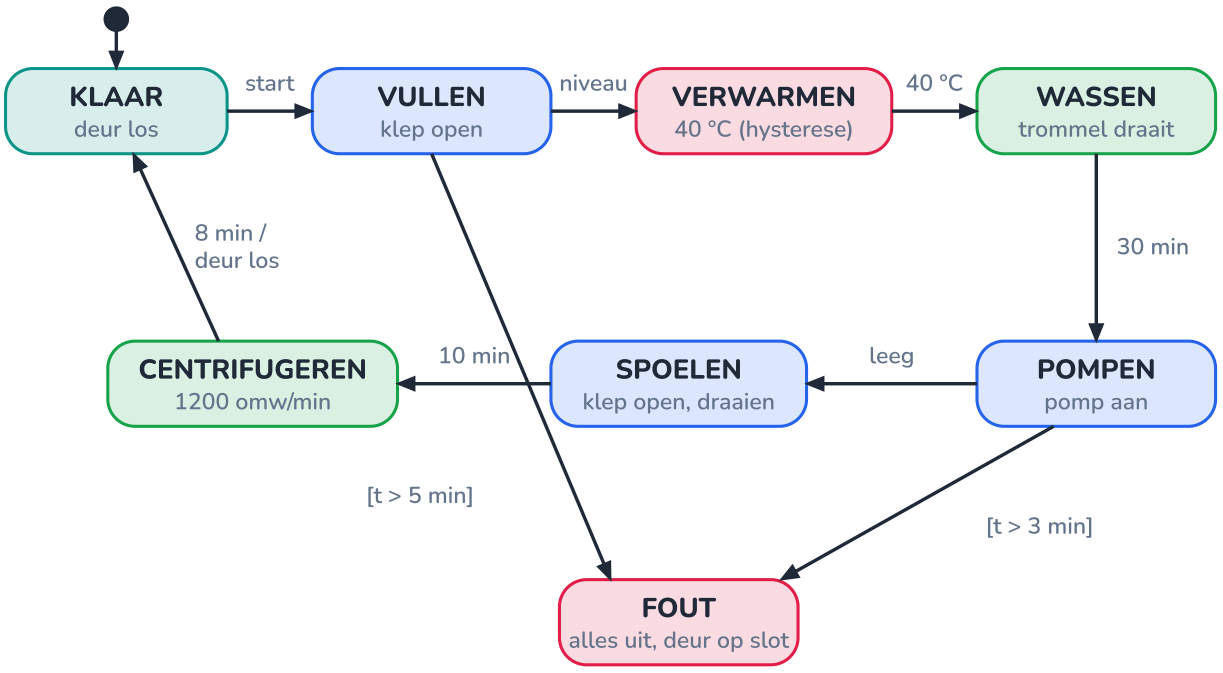
**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Fouten** | Onmogelijke combinaties en time-outs (bv. OPENEN langer dan 8 s) leiden naar FOUT; FOUT zet de motor stil en geeft alarm. |
| **Start** | De eindeloopschakelaars bepalen de begintoestand; onbekende stand: een veilige keuze met uitleg. |
| **Fail-safe** | Een vluchtdeur gaat open of is met de hand te openen zonder stroom (veer, vrijloop). |

## 32.9 De wasmachine uitbreiden

Toepassen · 5 · Tekenen · 20 min

Pas het diagram aan.




De wasmachine uit het handboek.

**a** De machine moet twee keer spoelen. Voeg een teller toe en pas de overgangen aan, zonder toestanden te kopiëren.

Bij binnenkomen van VULLEN (vanuit KLAAR): spoelbeurt = 0. POMPEN --leeg [spoelbeurt < 2] / spoelbeurt + 1--> SPOELEN; POMPEN --leeg [spoelbeurt = 2]--> CENTRIFUGEREN; SPOELEN --10 min / pomp aan--> POMPEN (in plaats van rechtstreeks naar CENTRIFUGEREN).

**b** In FOUT blijft de deur op slot zolang er water in de trommel staat. Hoe komt het water eruit? Voeg toe wat nodig is.

Een toestand FOUT_LEEGPOMPEN: pomp aan tot 'leeg', met een eigen time-out; daarna FOUT_LEEG met de deur los. Lukt het leegpompen niet (pomp stuk), dan blijft de deur op slot en moet een technicus het water via het noodslangetje aflaten.

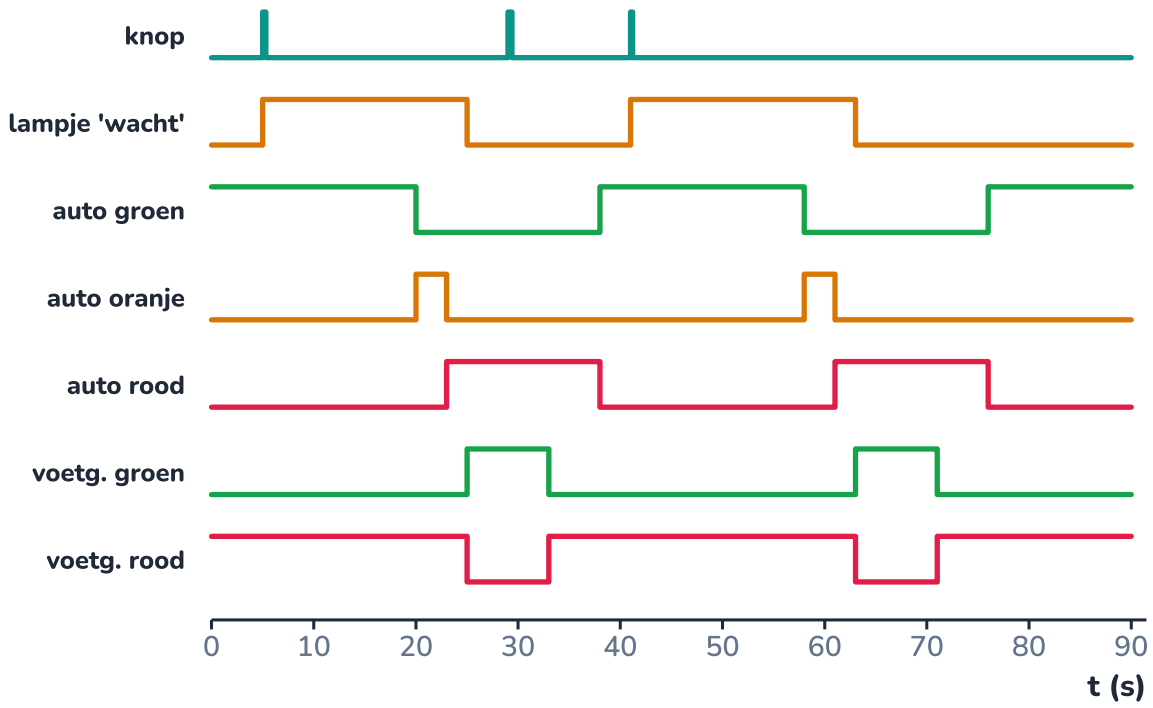
**c** Het water moet ook tijdens WASSEN op 40 °C blijven. Waar hoort de regeling met hysterese thuis?

In VERWARMEN én in WASSEN: in beide toestanden draait dezelfde regeling (aan onder 39, uit boven 41 °C). Een regeling mag in meerdere toestanden actief zijn; de toestandsmachine bepaalt het setpoint en wanneer ze aan staat.

## 32.10 Een tijdsdiagram lezen

Toepassen · 5 · Analyseren · 15 min

Lees de antwoorden af in het tijdsdiagram.




De test van het voetgangerslicht.

**a** Op welke tijdstippen wordt de knop ingedrukt? Welke druk heeft geen effect, en waarom?

✓ Op 5 s, 29 s en 41 s. De druk op 29 s valt in VOETGANGER_GROEN (25 tot 33 s): daar wordt de knop genegeerd.

**b** Hoe lang wacht de voetganger die op 41 s drukt tot hij groen krijgt?

✓ Van 41 s tot 63 s: 22 s. De auto's kregen groen op 38 s en moeten het minstens tot 58 s houden; dan 3 s oranje en 2 s alles rood.

**c** Waarom gaat het lampje 'wacht' aan op 5 s en uit op 25 s?

✓ Aan bij de aanvraag (knop op 5 s), uit bij het binnenkomen van VOETGANGER_GROEN (25 s): de aanvraag is dan beantwoord.

**d** In welke toestand is de machine op 60 s? En op 35 s?

✓ Op 60 s: AUTO_ORANJE (58 tot 61 s). Op 35 s: ALLES_ROOD_2 (33 tot 38 s).

## 32.11 Fail-safe of niet?

Toepassen · 6 · Begrijpen · 20 min

Beoordeel telkens: wat gebeurt er als de draad breekt of de stroom wegvalt? Is dat de veilige toestand?

**a** De vlotter op D2 met INPUT_PULLUP: contact dicht (LOW) = genoeg water.

✓ Fail-safe: een gebroken draad leest HIGH = droog, de pomp stopt. Hoogstens een vals alarm.

**b** Een $CO_2$-klep die open staat zonder stroom (normaal open), gestuurd met een MOSFET.

> Niet fail-safe: bij een stroomuitval of een losse draad blijft de klep open en loopt de $CO_2$-fles leeg in de module: gevaarlijk voor wie binnenkomt. Kies een normaal gesloten klep.

**c** De MOSFET van de verwarming met 10 kΩ pull-down: als de Mega uitvalt, is de verwarming uit. Is dat in januari veilig?

> Voor de verwarming zelf wel (geen oververhitting, geen brand), voor de sla niet: in januari koelt de module af. Daarom herstart de waakhond de Mega, en heeft het station een eigen vorstbeveiliging. Fail-safe hangt dus af van welk gevaar je bekijkt.

**d** Een eindeloopschakelaar als maakcontact: ingedrukt = LOW.

> Niet fail-safe: een gebroken draad geeft nooit LOW, het programma ziet het eindpunt nooit en de motor duwt door tot de time-out (die dan de enige bescherming is). Met een verbreekcontact stopt de motor meteen.

## 32.12 De deur als tabel in Python

Toepassen · 6 · Programmeren · 30 min

Maak van de toestandstabel van de automatische deur een Python-programma, zoals de wasmachine in het handboek.

**a** Schrijf het woordenboek OVERGANGEN en de functie verwerk().

```
# deur.py - de automatische deur als tabel, met een fout voor onmogelijke gebeurtenissen
OVERGANGEN = {
    ("DICHT", "beweging"): ("OPENEN", "motor open"),
    ("OPENEN", "eindeloop open"): ("OPEN", "motor stil, timer start"),
    ("OPEN", "beweging"): ("OPEN", "timer opnieuw"),
    ("OPEN", "fotocel"): ("OPEN", "timer opnieuw"),
    ("OPEN", "5 s niemand"): ("SLUITEN", "motor dicht"),
    ("SLUITEN", "beweging"): ("OPENEN", "motor open"),
    ("SLUITEN", "fotocel"): ("OPENEN", "motor open"),
    ("SLUITEN", "eindeloop dicht"): ("DICHT", "motor stil"),
}
```

**b** Voeg een verzameling ONMOGELIJK toe: combinaties die op een sensorfout wijzen en naar FOUT leiden.

```
ONMOGELIJK = {("OPENEN", "eindeloop dicht"), ("SLUITEN", "eindeloop open"), ("DICHT",
"eindeloop open")}
```

In verwerk() eerst testen: `if (toestand, gebeurtenis) in ONMOGELIJK: return "FOUT"`.

c Test met: beweging, eindeloop open, beweging, 5 s niemand, fotocel, eindeloop dicht, eindeloop open. Wat is de uitvoer?

De uitvoer van het volledige programma:

```
DICHT    --beweging--> OPENEN   motor open
OPENEN   --eindeloop open--> OPEN     motor stil, timer start
OPEN     --beweging--> OPEN     timer opnieuw
OPEN     --5 s niemand--> SLUITEN  motor dicht
SLUITEN  --fotocel--> OPENEN   motor open
OPENEN   --eindeloop dicht--> FOUT     motor stil, alarm
FOUT     --eindeloop open--> FOUT     (genegeerd)
```

In FOUT reageert de deur op niets meer: een technicus moet kijken.

## Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

### 32.13 Habitat: een zuinige modus

Uitdagen · 7 · Habitat · 75 min

Het energiebeheer van hoofdstuk 20 zegt: boven 40 % laadtoestand mogen de lampen volgens schema branden, tussen 20 en 40 % alleen op het zonne-overschot, onder 20 % niet. Onder 20 % moet de module ook de pomp terugschroeven (5 in plaats van 10 minuten per uur) en de ventilatoren zacht laten draaien. Ontwerp hoe de modi hiermee omgaan.

a Een collega wil een zesde modus ZUINIG naast DAG en NACHT. Een ander wil een aparte, kleine toestandsmachine voor de energie. Vergelijk beide: hoeveel toestanden krijg je, en wat gebeurt er als het 's nachts zuinig moet?

Eén machine: DAG, NACHT, DAG_ZUINIG, NACHT_ZUINIG, en misschien ALARM_ZUINIG ...: het aantal toestanden vermenigvuldigt, en elke overgang (22 uur, alarm, onderhoud) moet dubbel getekend worden. Twee machines naast elkaar (de modi en de energie) blijven elk klein; de acties kijken naar allebei.

b Teken de toestandsmachine voor de energie met drie toestanden (VOL, ZON, ZUINIG) en hysterese op de grenzen (bv. terug naar boven pas 5 procentpunt hoger).

VOL --[soc < 40]--> ZON --[soc < 20]--> ZUINIG; ZUINIG --[soc > 25]--> ZON --[soc > 45]--> VOL. Begin: kies de toestand volgens soc bij het opstarten.

c Vul de actietabel aan: wat doen lampen, pomp en ventilatoren in elke combinatie van modus en energietoestand?

DAG + VOL: lampen volgens schema, pomp 10 min, ventilatoren normaal. DAG + ZON: lampen alleen op overschot. DAG + ZUINIG: lampen uit, pomp 5 min, ventilatoren zacht (tenzij koelen nodig is). NACHT: lampen altijd uit; pomp 10 of 5 min. ONDERHOUD: werklicht blijft (veiligheid), pomp uit. ALARM: de alarmregels gaan voor.

**d** Schrijf de switch van de energiemachine in C++ (de laadtoestand staat in de variabele soc).

```
switch (energie) {
  case VOL:    if (soc < 40.0) energie = ZON;    break;
  case ZON:    if (soc < 20.0) energie = ZUINIG;
               else if (soc > 45.0) energie = VOL;  break;
  case ZUINIG: if (soc > 25.0) energie = ZON;   break;
}
```

**e** Beschrijf een testscenario dat elke overgang van de energiemachine laat zien, ook samen met ALARM en ONDERHOUD.

Bijvoorbeeld: soc van 60 naar 15 % laten dalen en terug naar 50 %, met een uitschieter rond 20 % (19, 21, 19, 23 %) om te zien dat de hysterese het pendelen belet; tijdens ZUINIG een sensoralarm geven en onderhoud aanzetten; nagaan dat werklicht en pompstop blijven gelden.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Keuze** | Het nadeel van één grote machine (verdubbeling van toestanden) is gezien; twee machines naast elkaar, elk met één aspect. |
| **Diagram** | Drie toestanden, overgangen met hysterese (bv. 20/25 % en 40/45 %), begin volgens de laadtoestand. |
| **Actietabel** | Elke combinatie ingevuld; ONDERHOUD en ALARM behouden hun veiligheidsregels ook als het zuinig moet. |
| **Code** | enum, switch met break, overgangen alleen bij de grenzen, geen delay(). |
| **Test** | Scenario met dalende en stijgende laadtoestand, rond de grenzen heen en weer, en een alarm tijdens ZUINIG. |

## 32.14 Een logboek van de module lezen

Uitdagen · 6 · Analyseren · 30 min

Dit is de seriële monitor van de test uit het handboek (klimaat.ino versie 4).

```
# 05:50:00 klimaatmodule v4 (hoofdstuk 32)
# 05:50:00 modus OPSTART
# 05:50:00 dak: DICHT
# 05:50:05 modus NACHT
# 06:00:00 modus DAG
# 09:30:03 modus ONDERHOUD
# 09:52:03 modus DAG
# 10:40:28 oorzaak: geen temperatuur
# 10:40:28 modus ALARM
# 10:45:00 dak: OPENEN
# 10:45:07 dak: OPEN
# 10:50:00 modus DAG
# 10:51:38 dak: SLUITEN
# 10:51:45 dak: DICHT
```

```
# 11:06:10 dak: OPENEN
# 11:06:17 dak: OPEN
# 11:12:24 dak: SLUITEN
# 11:12:31 dak: DICHT
# 11:21:52 dak: OPENEN
# 11:21:59 dak: OPEN
# 11:30:14 dak: SLUITEN
# 11:30:21 dak: DICHT
# 11:37:30 dak: OPENEN
# 11:37:37 dak: OPEN
# 11:50:54 dak: SLUITEN
# 11:51:01 dak: DICHT
# 11:56:44 dak: OPENEN
# 11:56:51 dak: OPEN
# 15:39:34 dak: SLUITEN
# 15:39:46 dak: DAK_FOUT
# 15:39:48 oorzaak: dak haalt zijn eindpunt niet
# 15:39:48 modus ALARM
# 16:45:00 dak: SLUITEN
# 16:45:00 modus DAG
# 16:45:03 dak: DICHT
# 22:00:00 modus NACHT
# 23:10:08 oorzaak: vlotter droog
# 23:10:08 modus ALARM
# 23:40:00 modus NACHT
```

**a** Wat gebeurde er tussen 9:30 en 9:52? Waarom kon het dak toen niet bewegen?

> Onderhoud: een lange druk om 9:30 (3 s ingedrukt, dus 9:30:03) en weer om 9:52. In ONDERHOUD is het dak geblokkeerd: niemand mag geraakt worden door een bewegend paneel.

**b** Het stekkertje van de SHT31 ging om 10:40:00 los. Waarom begint het alarm pas om 10:40:28?

> Het programma wacht 15 mislukte metingen (om de 2 s): pas na 30 s geldt het als een fout. Een enkele mislukte meting (storing op de kabel) geeft zo geen alarm.

**c** Het dak ging om 10:45 open terwijl de module in ALARM was. Is dat een fout?

> Nee, zo is het ontworpen: in ALARM werkt de module zo gewoon mogelijk verder. Het alarm ging over de temperatuursensor; toen die om 10:45 weer meetwaarden gaf (boven 27 °C), mocht het dak de temperatuur volgen.

**d** Tussen 11 en 12 uur ging het dak vier keer open. Geef twee manieren om dat pendelen te verminderen.

> Een bredere band voor het dak (bv. open boven 28, dicht onder 24 °C), een minimale tijd open en dicht (bv. 15 minuten), of het dak maar gedeeltelijk openen (een kier) zodat het minder snel afkoelt.

**e** Wat gebeurde er om 15:39 en om 16:45? Hoe lang was de module in totaal in ALARM?

> Om 15:39:34 moest het dak sluiten, maar het klemde: na 12 s DAK_FOUT en ALARM. Om 16:45 bevestigde iemand het alarm met een korte druk: één nieuwe poging, het dak sloot (de klem was weg). ALARM: van 10:40:28 tot 10:50:00, van 15:39:48 tot 16:45:00 en van 23:10:08 tot 23:40:00: samen ongeveer 106 minuten.

## 32.15 Debat: mag de software de noodstop zijn?

Uitdagen · 6 · Argumenteren · 20 min

In de modi-code stopt een korte druk op S1 een bewegend dak: de knop werkt via de Mega. Een collega zegt: 'Dat is geen echte noodstop. Die moet de motor rechtstreeks spanningsloos maken, ook als het programma hangt.'

**a** Geef twee argumenten voor een noodstop in software en twee voor een noodstop in hardware.

> Software: geen extra onderdelen, de Mega weet dat er gestopt is en kan dat melden en loggen, flexibel. Hardware: werkt ook als het programma hangt of de Mega kapot is, sneller, eenvoudiger te controleren, en voorgeschreven voor machines waar mensen gewond kunnen raken.

**b** Hoe zou je een hardwarenoodstop voor het dak aansluiten (tip: DAK_ENABLE en de voeding van de H-brug)?

> Een noodstopknop met een verbreekcontact in de voeding van de H-brug (of in de lijn van DAK_ENABLE naar de module, met een pull-down): indrukken maakt de motor spanningsloos, los van de software. Een tweede contact kan de Mega laten weten dat de noodstop ingedrukt is (Expert, hoofdstuk 23).

## 32.16 Ontwerp: een lift met twee verdiepingen

Uitdagen · 6 · Ontwerpen · 40 min

Het station krijgt een goederenlift tussen de kelder (batterijen) en het gelijkvloers. Er is een knop op elke verdieping en in de lift, een sensor per verdieping, een deur met een schakelaar 'deur dicht', een lichtsluis in de deuropening en een motor met rem.

**a** Maak een lijst van toestanden en gebeurtenissen.

> Toestanden: BENEDEN_OPEN, BENEDEN_DICHT, OMHOOG, BOVEN_DICHT, BOVEN_OPEN, OMLAAG, FOUT. Gebeurtenissen: knop beneden/boven/in de lift, deur dicht, deur open, sensor boven, sensor beneden, lichtsluis, time-out.

**b** Teken het toestandsdiagram, met time-outs en een toestand FOUT.

> Bijvoorbeeld: BENEDEN_OPEN --deur dicht [aanvraag boven]--> BENEDEN_DICHT --[deur dicht] / rem los, motor omhoog--> OMHOOG --sensor boven / motor stil, rem erop--> BOVEN_DICHT --deur open--> BOVEN_OPEN (en symmetrisch terug). OMHOOG en OMLAAG --[t > 30 s] / motor stil, rem erop--> FOUT. Deur open tijdens het rijden (onmogelijk) → FOUT.

**c** Welke regels mogen nooit geschonden worden? Hoe zorg je dat de lift ze ook bij een fout in de software niet schendt?

> Nooit rijden met een open deur, nooit voorbij de eindpunten, altijd remmen bij stroomuitval. Afdwingen in hardware: het deurcontact in serie met de motorvoeding, eindschakelaars die de motor rechtstreeks afschakelen, en een rem die sluit zonder stroom (veer), zoals bij Otis.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Toestanden** | Stilstaan beneden/boven met deur open of dicht, rijden omhoog/omlaag, FOUT; logisch benoemd. |
| **Overgangen** | Knoppen, deur dicht, verdiepingssensor, lichtsluis, time-out tijdens het rijden. |
| **Veiligheid** | Nooit rijden met de deur open; bij een fout stilstaan met de rem erop; rem fail-safe (Otis). |

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 33

# Een mobiele robot

**Twee wielen, drie lichtsensoren en een oor: een inspectierobotje voor de gang van de klimaatmodule**

Uitgewerkte oplossingen bij de 16 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

5× oefenen · 7× toepassen · 4× uitdagen · ± 418 min

R Regelen en robotica · K Krachten, beweging en constructies · P Programmeren en computationeel denken · L Elektriciteit en elektronica



Het inspectierobotje meet waar de vaste sensorkast niet komt: laag, langs het hele kweekbed.

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

## ●○○ Oefenen Oefenen

één stap, direct toepassen

### 33.1 Snelheid, hoeksnelheid en draaistraal

●○○ Oefenen · 3 · Rekenen · 15 min

Het robotje heeft $b = 0{,}14\,\text{m}$. Bereken telkens $v$, $\omega$ en $R$, en zeg welke kant het op draait.

a $v_L = 0{,}12\,\text{m/s}$, $v_R = 0{,}18\,\text{m/s}$.

✓ $v = 0{,}15\,\text{m/s}$; $\omega = 0{,}06/0{,}14 = 0{,}43\,\text{rad/s}$ (links); $R = 0{,}15/0{,}429 = 0{,}35\,\text{m}$.

**b** $v_L = 0{,}20\,\text{m/s}$, $v_R = 0{,}10\,\text{m/s}$.

✓ $v = 0{,}15\,\text{m/s}$; $\omega = -0{,}10/0{,}14 = -0{,}71\,\text{rad/s}$ (rechts); $R = 0{,}15/0{,}714 = 0{,}21\,\text{m}$.

**c** $v_L = -0{,}15\,\text{m/s}$, $v_R = 0{,}15\,\text{m/s}$. Hoe lang duurt een volledige draai?

✓ $v = 0$; $\omega = 0{,}30/0{,}14 = 2{,}14\,\text{rad/s}$: op de plaats naar links. $t = 2\pi/2{,}14 = 2{,}9\,\text{s}$.

## 33.2 Een andere tandwielkast

Oefenen · 4 · Rekenen · 15 min

Een ander motortje draait onbelast 12 000 omw/min en heeft een tandwielkast 1:120; het wiel is 42 mm.

**a** Hoe snel draait het wiel, en hoe snel rijdt de robot onbelast?

✓ $n_{\text{wiel}} = 12\,000/120 = 100\,\text{omw/min}$; $v = \pi \cdot 0{,}042 \cdot 100/60 = 0{,}22\,\text{m/s}$.

**b** Ons robotje (motor 9000 omw/min, wiel 65 mm) moet hoogstens 0,25 m/s rijden. Welke overbrengingsverhouding past daarbij?

✓ $n_{\text{wiel}} = 0{,}25 \cdot 60/(\pi \cdot 0{,}065) = 73{,}5\,\text{omw/min}$; $i = 9000/73{,}5 = 122$ (bv. een kast 1:120).

**c** Wat verandert er aan het koppel op het wiel als je die kast kiest in plaats van 1:48?

✓ Het koppel wordt ongeveer 120/48 = 2,5 keer groter (min wat meer wrijving in de extra trap): het robotje trekt krachtiger op, maar rijdt trager.

## 33.3 Van echo naar afstand

Oefenen · 3 · Rekenen · 10 min

De HC-SR04 meet bij 20 °C (343,4 m/s).

**a** Bereken de afstand bij een echo van 5,83 ms en van 1,17 ms.

✓ $343{,}4 \cdot 0{,}00583/2 = 1{,}00\,\text{m}$; $343{,}4 \cdot 0{,}00117/2 = 0{,}201\,\text{m}$.

**b** Hoe lang duurt de echo van een wand op 2,50 m?

✓ $t = 2 \cdot 2{,}50/343{,}4 = 0{,}0146\,\text{s} = 14{,}6\,\text{ms}$.

**c** pulseln() geeft 0 terug na de time-out van 25 ms. Wat betekent dat voor het robotje?

✓ Er kwam binnen 25 ms geen echo terug: niets binnen ongeveer 4 m (of een voorwerp dat het geluid wegkaatst of opslorpt). De code maakt er 999 cm van: vrije baan.

## 33.4 Welke kant op?

Oefenen · 3 · Begrijpen · 8 min

Het robotje rijdt vooruit. Wat doet het bij deze wielsnelheden?

**a** $v_L = 0{,}20$ en $v_R = 0{,}10\,\mathrm{m/s}$

- A bocht naar links
- B bocht naar rechts
- C op de plaats draaien
- D rechtdoor achteruit

✓ Bocht naar rechts: het linkerwiel legt meer weg af.

**b** $v_L = -0{,}10$ en $v_R = 0{,}10\,\mathrm{m/s}$

- A bocht naar links
- B bocht naar rechts
- C op de plaats tegen de klok in
- D op de plaats met de klok mee

✓ Op de plaats tegen de klok in (naar links): ω > 0 en v = 0.

**c** $v_L = v_R = -0{,}10\,\mathrm{m/s}$

- A bocht naar links
- B stilstaan
- C rechtdoor achteruit
- D op de plaats draaien

✓ Rechtdoor achteruit.

**d** $v_L = 0$ en $v_R = 0{,}15\,\mathrm{m/s}$: rond welk punt draait het robotje?

✓ Rond het stilstaande linkerwiel: R = b/2 = 0,07 m voor het midden van de as.

## 33.5 Wat zien de sensoren?

Oefenen · 4 · Begrijpen · 15 min

IJking: wit 100, zwart 850. De drie sensoren lezen links 850, midden 475, rechts 100.

**a** Bereken w voor elke sensor. Waar ligt de lijn ongeveer?

✓ $w_L = 1, w_M = (475 - 100)/750 = 0{,}5, w_R = 0$. De lijn ligt links van het midden, tussen de linker- en de middelste sensor.

**b** Bereken p met het gewogen gemiddelde, en ω met K = 0,25 rad/s per mm.

✓ $p = (15 \cdot 1 - 15 \cdot 0)/(1 + 0{,}5 + 0) = 10\,\mathrm{mm}; \omega = 0{,}25 \cdot 10 = 2{,}5\,\mathrm{rad/s}$ (naar links).

c Welke wielsnelheden stuurt de regelaar bij v0 = 0,20 m/s? Wat zou aan/uit doen?

✓ $v_L = 0{,}20 - 2{,}5 \cdot 0{,}07 = 0{,}025\,\text{m/s}$, $v_R = 0{,}20 + 0{,}175 = 0{,}375\,\text{m/s}$: een krappe bocht naar links. Aan/uit ziet links zwart (en het midden net zwart): het stuurt met een vaste correctie naar links, even hard als bij 3 mm afwijking.

## ●●○ Toepassen Toepassen

meerdere stappen, in een context

### 33.6 Omkeren in de gang

●●○ Toepassen ▮▮▮▮▯▯▯ 5 Rekenen 20 min

Het robotje is 200 × 160 mm; de as zit 110 mm achter de neus en 90 mm voor de achterkant. Op strook A (y = 0,55 m) is er 0,25 m tot de rand van het kweekbed en 0,55 m tot de buitenwand.

a Hoe groot is de cirkel die de verste hoek beschrijft bij een draai op de plaats? Kan het robotje op strook A omkeren?

✓ Verste hoek: $\sqrt{0{,}11^2 + 0{,}08^2} = 0{,}136\,\text{m}$ van de as: een cirkel met diameter 0,27 m. Aan de kant van het kweekbed is er 0,25 m, meer dan 0,136 m: omkeren kan.

b Een klein wagentje met een stuur heeft een kleinste draaistraal van 0,50 m (aan de buitenkant). Kan het in de gang van 0,80 m omkeren zonder te manoeuvreren?

✓ Nee: een halve cirkel met een straal van 0,50 m vraagt minstens 1,0 m breedte. Het moet vooruit en achteruit steken, of een andere route kiezen. Daarom zijn robotjes met twee wielen zo handig in smalle ruimtes.

c In een bocht met R = 0,05 m aan 0,20 m/s: wat doet het binnenste wiel? Waarom is dat een probleem met de dode zone?

✓ $\omega = 0{,}20/0{,}05 = 4\,\text{rad/s}$; binnenwiel $0{,}20 - 4 \cdot 0{,}07 = -0{,}08\,\text{m/s}$: het draait achteruit. Een kleine snelheid in de dode zone (PWM rond 46) geeft haperend draaien: de code moet het wiel voldoende PWM geven of op 0 zetten.

### 33.7 Hoe erg is de temperatuur?

●●○ Toepassen ▮▮▮▮▯▯▯ 5 Rekenen 15 min

De module is 's winters soms 5 °C, 's zomers 35 °C. De code rekent altijd met 343,4 m/s. De HC-SR04 meet een echo van 1,75 ms.

**a** Bereken de echte afstand bij 5 °C en bij 35 °C, en wat de code telkens denkt.

Code: $343{,}4 \cdot 0{,}00175/2 = 0{,}300\,\text{m}$. Bij 5 °C: $v = 334{,}3$: $0{,}293\,\text{m}$. Bij 35 °C: $v = 352{,}5$: $0{,}308\,\text{m}$.

**b** Het robotje stopt als de code 25 cm berekent. Op welke echte afstand stopt het bij 5 °C en bij 35 °C?

De echte afstand is $25 \cdot v_{\text{echt}}/343{,}4$: bij 5 °C $24{,}3\,\text{cm}$, bij 35 °C $25{,}7\,\text{cm}$.

**c** Is de temperatuurcorrectie hier nodig? Wanneer wel?

Voor het stoppen niet: het verschil is minder dan 1 cm en er is marge. Wel als het robotje afstanden moet meten (bv. de stand van het vat of de breedte van de gang), of buiten in de vrieskou.

## 33.8 Een pad tekenen

Toepassen · 5 · Tekenen · 20 min

Het robotje ($b = 0{,}14\,\text{m}$) staat in de oorsprong en kijkt naar de positieve x-as. Het krijgt na elkaar: (1) $v_L = v_R = 0{,}20\,\text{m/s}$ gedurende 2,0 s; (2) $v_L = -0{,}10$, $v_R = 0{,}10\,\text{m/s}$ gedurende 1,1 s; (3) $v_L = v_R = 0{,}20\,\text{m/s}$ gedurende 1,0 s; (4) $v_L = 0{,}20$, $v_R = 0{,}10\,\text{m/s}$ gedurende 2,2 s.

**a** Bereken na elke stap de plaats en de richting.

(1) 0,40 m rechtdoor: (0,40; 0), richting 0°. (2) $\omega = 1{,}43\,\text{rad/s}$, 1,1 s: 90° naar links op de plaats: (0,40; 0), richting +y. (3) 0,20 m: (0,40; 0,20). (4) $v = 0{,}15$, $\omega = -0{,}714\,\text{rad/s}$, $R = 0{,}21\,\text{m}$, 2,2 s: 90° naar rechts rond (0,61; 0,20): eindpunt (0,61; 0,41), richting weer +x.

**b** Teken het pad op schaal (1 hokje = 5 cm).

Een recht stuk van 40 cm, een draai op de plaats, 20 cm omhoog, en een kwartcirkel van 21 cm straal naar rechts.

## 33.9 Code: de afstand meten

Toepassen · 5 · Programmeren · 20 min

Schrijf een functie die met de HC-SR04 de afstand in cm teruggeeft, gecorrigeerd voor de temperatuur luchtT.

**a** Schrijf de functie meetAfstand(). Gebruik pulseIn met een time-out.

```
float meetAfstand() {
  digitalWrite(TRIG, LOW);
  delayMicroseconds(2);
  digitalWrite(TRIG, HIGH);
  delayMicroseconds(10);
  digitalWrite(TRIG, LOW);
  unsigned long us = pulseIn(ECHO, HIGH, 25000UL);
  if (us == 0) return 999.0;                // geen echo
  float v = 331.3 + 0.606 * luchtT;         // m/s
  return us * 1e-6 * v / 2.0 * 100.0;        // cm
}
```

**b** Waarom zet je TRIG eerst 2 µs laag voor de puls van 10 µs?

Zo begint de puls zeker van een schone lage toestand: de sensor ziet een duidelijke stijgende flank.

**c** Waarom meet het robotje niet in elke ronde van loop(), maar om de 60 ms?

Een late echo van de vorige meting kan anders als nieuwe echo tellen; de datasheet raadt minstens 60 ms tussen twee metingen aan. En pulseln() wacht tot 25 ms: in elke ronde meten zou de regelaar vertragen.

## 33.10 Hoe snel mag het robotje?

Toepassen · 6 · Programmeren · 30 min

Gebruik lijnvolger.py uit het handboek.

**a** Laat rij() lopen met v0 = 0,30 en 0,40 m/s (T = 2,0/v0) voor K = 0,1 en K = 0,25. Wat stel je vast?

Met K = 0,25 volgt het robotje de bocht ook aan 0,30 en 0,40 m/s (4,3 en 2,6 mm in de bocht). Met K = 0,1 verliest het de lijn vanaf 0,30 m/s (106 mm).

**b** Voeg een kengetal toe: de grootste afwijking in de bocht (x ≥ 1,40 m). Schrijf de regel code.

```
bocht = max(p[3] * 1000 for p in pad if p[1] >= 1.40)
```

**c** Waarom heeft de regelaar bij een hogere snelheid meer versterking nodig?

In een bocht met straal $R$ moet het robotje draaien met $\omega = v/R$. Die draaisnelheid komt uit $\omega = K \cdot p$: bij een grotere $v$ moet $p$ groter worden (de lijn verder opzij), tot ze buiten de sensoren valt. Met een grotere $K$ volstaat een kleinere $p$.

## 33.11 Labo: snelheid en dode zone

Toepassen · 5 · Labo · 50 min

Voer de proef uit het handboek uit met je eigen robotje of een motor met wiel.

**a** Meettabel: PWM-waarde, drie tijden over 1,0 m, gemiddelde snelheid.

Bv. zoals de voorbeeldmeting in het handboek.

**b** Zet v uit tegen de PWM-waarde. Bepaal de dode zone en de helling van de rechte.

Voorbeeld: dode zone rond PWM 46; helling ongeveer 0,60 m/s per 209 PWM-stappen = 0,0029 m/s per stap.

**c** Schrijf het model van je motor als v = a · (PWM − PWM0). Welke PWM-waarde geeft 0,20 m/s?

v ≈ 0,0029 · (PWM − 46); voor 0,20 m/s: PWM ≈ 46 + 0,20/0,0029 ≈ 115.

**d** Rijdt je robotje rechtdoor als beide motoren dezelfde PWM-waarde krijgen? Hoe los je een verschil op?

> ✓ Meestal niet: twee motoren zijn nooit helemaal gelijk. Oplossing: per motor een eigen factor (ijken), of de rijrichting regelen (lijnvolger, of odometrie met encoders).

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Metingen** | Na een aanloop gemeten, drie keer per waarde, ook rond de dode zone fijner gemeten. |
| **Grafiek** | Assen met eenheden, rechte door de punten boven de dode zone, snijpunt afgelezen. |
| **Model** | a en PWM0 met eenheden; de PWM-waarde voor 0,20 m/s berekend. |
| **Kritiek** | Verschil tussen de motoren benoemd; oplossing met een correctiefactor per motor of met de lijnvolger. |

## 33.12 Vind de fouten in de robotcode

Toepassen · 6 · </> Programmeren · 20 min

Een eerste versie van drie cases uit robot.ino. Het robotje doet vreemde dingen.

```
case VOLGEN:
  if (afstand < STOP_CM) naar(WACHTEN, nu);
  else if (streep) { punten++; naar(METEN, nu); }
  else volg(pos, V_RIJ);
  break;
case WACHTEN:
  if (afstand > STOP_CM) naar(VOLGEN, nu);
  break;
case KEREN:
  if (wit01(REFL_M) > 0.6) naar(TERUG, nu);
  break;
```

**a** Op een meetpunt blijft het robotje eindeloos meten: na METEN gaat het naar VOLGEN en meteen weer naar METEN. Waarom?

> ✓ Het robotje staat nog op de streep: 'streep' blijft waar. Alleen de flank (net op de streep gekomen) mag tellen: nieuweStreep.

**b** Voor een emmer op ongeveer 25 cm schokt het robotje: stoppen, vertrekken, stoppen. Waarom? En wat als de emmer blijft staan?

> ✓ Eén grens voor stoppen en vertrekken: rond 25 cm schommelt de meting en wisselt de toestand voortdurend. Hysterese (stop onder 25, vertrek boven 30 cm) en even wachten lost het op. Blijft de emmer staan, dan wacht het robotje eeuwig: er is geen time-out.

**c** KEREN draait niet: het robotje gaat meteen naar TERUG. Waarom?

> ✓ Bij het begin van KEREN staat de middelste sensor nog op de lijn: de voorwaarde is meteen waar. Eerst minstens 1,8 s draaien.

**d** Schrijf de verbeterde cases.

```
case VOLGEN:
  if (afstand < STOP_CM) naar(WACHTEN, nu);
  else if (nieuweStreep) { punten++; naar(METEN, nu); }       // fout 1: alleen de flank
telt
  else volg(pos, V_RIJ);
  break;
case WACHTEN:
  if (afstand > VRIJ_CM && t >= 1000) naar(VOLGEN, nu);     // fout 2: hysterese en even
geduld
  else if (t >= WACHT_MAX_MS) naar(KEREN, nu);              //         en een uitweg als
het blijft
  break;
case KEREN:
  if (t >= DRAAI_MIN_MS && wit01(REFL_M) > 0.6) naar(TERUG, nu);   // fout 3: eerst
wegdraaien
  else if (t >= DRAAI_MAX_MS) naar(FOUT, nu);
  break;
```

## Uitdagen — Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

### 33.13 Habitat: de inspectieronde

Uitdagen · 7 · Habitat · 75 min

Het team wil dat het robotje overdag (6 tot 22 uur) elk uur een ronde rijdt, en 's nachts twee keer. Bij elke ronde meet het op drie punten temperatuur, luchtvochtigheid en lekken. In de module werken soms mensen, en in de modus ONDERHOUD mag het robotje niet rijden (hoofdstuk 32).

**a** Bereken de tijd en de energie per ronde en per dag. Neem 1,0 W voor de elektronica terwijl het robotje wakker is, en 1,9 W extra voor de motoren tijdens het rijden.

Een ronde: de lus is 2,84 m; ±1,6 m heen aan 0,20 m/s (8 s) en ±1,3 m terug aan 0,12 m/s (11 s): ±19 s rijden, 30 s meten: ±50 s. Energie: $1{,}0 \cdot 50 + 1{,}9 \cdot 19 = 86\ \text{J} = 0{,}024\ \text{Wh}$. 18 rondes: ±0,43 Wh per dag. Het wachten tussen de rondes kost meer: de elektronica (±0,3 W voor de Uno alleen) gebruikt ±7 Wh per dag. Zonder laadstation zou de batterij van ±10 Wh dus maar ongeveer een dag meegaan; op het laadstation geen probleem.

**b** Hoe weet het robotje dat de module in ONDERHOUD is? Stel een oplossing voor (hardware of draadloos) en pas het toestandsdiagram aan.

Bijvoorbeeld: een draadloze module (Expert, hoofdstuk 37) of eenvoudig een contact in het laadstation dat de Mega bedient: in ONDERHOUD of ALARM geeft de Mega geen startsignaal. In het diagram: LADEN --startsignaal [module NORMAAL]--> VOLGEN; tijdens een ronde: bericht 'onderhoud' → TERUG.

**c** Een meting op meetpunt 2 geeft 'NAT'. Wat moet er gebeuren, bij het robotje en in de module?

Het robotje meldt het lek met de plaats (meetpunt 2) en rijdt verder (het is geen gevaar voor de robot). De Mega krijgt de melding: pomp stil (zoals bij A_WATER), alarm, en een mens gaat kijken.

**d** Wat kan het robotje meten dat de vaste sensorkast niet kan? Stel twee extra metingen voor en zeg waar op de route.

> Bv. de temperatuur op twee hoogtes (0,10 en 0,50 m: koude lucht blijft laag), het licht onder de goten (schaduw voor de onderste planten), de luchtvochtigheid vlak bij de bladeren, later een foto (Expert: zieke planten herkennen).

**e** Maak een testplan: welke situaties test je, en hoe weet je dat het robotje goed reageert?

> Tests: een emmer die even en een krat die blijvend in de weg staat, een plas op elk meetpunt, een stuk lijn dat weg is (FOUT na 1,5 s), een voet voor de sensor, laadcontact vuil, onderhoud tijdens een ronde. Per test het verwachte verloop van de toestanden, gelogd via de seriële poort.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Energie** | Rijtijd uit de lengte van de lus en de snelheden, meettijd, wachttijd; energie per ronde en per dag; vergelijking met de batterij. |
| **Koppeling met de module** | ONDERHOUD en ALARM bereiken het robotje (bv. een draadloos bericht of een contact in het laadstation) en houden het op het station. |
| **Lek** | Robot meldt en stopt niet voor niets; de module sluit de pomp af (alarm A_WATER of een nieuwe oorzaak) en waarschuwt. |
| **Metingen** | Zinvolle extra metingen (bv. licht onder de goten, temperatuur op twee hoogtes, een foto van de planten) met plaats en reden. |
| **Testplan** | Obstakel even en blijvend, plas, lijn onderbroken, laadstation bezet, onderhoud tijdens een ronde; verwacht gedrag per test. |

## 33.14 Ontwerp: omrijden of omkeren?

Uitdagen · 6 · Ontwerpen · 35 min

Het robotje keert nu om als de gang 20 s geblokkeerd is. Een collega wil dat het rond een obstakel rijdt: van de lijn af, erlangs, en terug op de lijn. Een emmer heeft een diameter van 0,30 m en staat midden op strook A (y = 0,55 m).

**a** Is er naast de emmer genoeg ruimte? Reken met de breedte van het robotje en een veiligheidsmarge van 5 cm.

> Emmer van y = 0,40 tot 0,70 m. Naar het kweekbed: 0,80 − 0,70 = 0,10 m: te smal voor 0,16 m. Naar de wand: 0,40 m vrij; het robotje (0,16 m) met 2 × 0,05 m marge heeft 0,26 m nodig: dat kan, via de buurt van strook B.

**b** Ontwerp de toestanden en overgangen voor omrijden. Welke sensoren gebruikt het robotje als het geen lijn ziet?

> Bv.: VOLGEN --obstakel 5 s--> UITWIJKEN (90° naar rechts op de plaats, 0,25 m rijden met odometrie) → LANGS (rechtdoor 0,50 m, de sonar kijkt of het vrij is) → TERUGDRAAIEN (90° naar links, rijden tot een sensor de lijn vindt) → VOLGEN; elk met een time-out naar FOUT. Zonder lijn: odometrie (wielomwentelingen) en de afstand tot de wand of de emmer.

**c** Geef twee argumenten voor en twee tegen omrijden in de gang van de module. Wat kies jij?

> Voor: de ronde wordt afgewerkt, geen gemiste meetpunten. Tegen: zonder lijn is de plaats onzeker (odometrie dwaalt af), het robotje rijdt dichter bij mensen, emmers of planten, meer code en meer te testen. In deze smalle gang is omkeren en melden eenvoudiger en veiliger; in een brede hal zou omrijden zinvoller zijn.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

| | |
|---|---|
| Ruimte | Correcte berekening van de vrije ruimte aan beide kanten, met marge. |
| Toestanden | Van de lijn af, erlangs (met odometrie of afstand tot de wand), terugzoeken van de lijn, time-out en FOUT. |
| Afweging | Veiligheid, planten, eenvoud en betrouwbaarheid tegen snelheid en volledigheid van de ronde. |

## 33.15 Onderzoek: de beste versterking

Uitdagen · 7 · Onderzoeken · 45 min

Onderzoek met lijnvolger.py hoe de versterking K en de snelheid v0 samen de nauwkeurigheid in de bocht bepalen.

**a** Laat de simulatie lopen voor alle combinaties van v0 (0,10 tot 0,40 m/s) en K (0,1 tot 1,0). Noteer de grootste afwijking in de bocht.

De simulatie van het handboek geeft (grootste afwijking van de as in de bocht, mm):

| V0 (M/S) | K = 0,10 | K = 0,25 | K = 0,50 | K = 1,00 |
|---|---|---|---|---|
| 0,10 | 5,6 | 10,3 | 11,4 | 11,9 |
| 0,20 | 1,6 | 7,0 | 10,2 | 11,4 |
| 0,30 | kwijt (106) | 4,3 | 8,8 | 11,0 |
| 0,40 | kwijt (237) | 2,6 | 7,4 | 10,1 |

**b** Welke K werkt bij alle snelheden? Waar verliest het robotje de lijn, en waarom?

K = 0,25 werkt bij alle snelheden. Met K = 0,1 verliest het robotje de lijn vanaf 0,30 m/s: om $\omega = v/R$ te halen, moet de lijn verder opzij liggen dan de buitenste sensor. Grote K (1,0) werkt, maar met meer afwijking: de regelaar slingert.

**c** Bij 0,20 m/s is K = 0,1 in de bocht het nauwkeurigst, terwijl ze bij 0,30 m/s faalt. Verklaar met de plaats van de sensoren (60 mm voor de as).

De sensoren kijken 60 mm vooruit. In een bocht ligt de lijn onder de sensoren meer naar binnen dan onder de as. Een zwakke regelaar laat de sensoren wat naar buiten van de lijn rijden, en dan volgt de as de bocht toevallig beter. Bij een hogere snelheid is die speling op: dan ligt de lijn buiten de sensoren.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

| | |
|---|---|
| Rooster | Alle combinaties systematisch doorgerekend, met hetzelfde kengetal. |
| Conclusie | Een K gekozen die bij alle gevraagde snelheden werkt, met een getal onderbouwd. |
| Verklaring | Rol van de sensorplaats en van het nodige draaien ($\omega = v/R$) juist uitgelegd. |

## 33.16 Plaats bijhouden met de wielen

Uitdagen · 7 · Analyseren · 25 min

Elk wiel krijgt een encoder: een schijfje met 20 gleuven en een lichtsluis, dus 20 pulsen per omwenteling. Na een stuk rijden telt het robotje 180 pulsen links en 200 pulsen rechts.

**a** Hoeveel mm is één puls? Hoeveel heeft elk wiel afgelegd?

Omtrek $\pi \cdot 65 = 204{,}2\,\text{mm}$, dus 10,21 mm per puls. Links $180 \cdot 10{,}21 = 1{,}838\,\text{m}$, rechts 2,042 m.

**b** Bereken de afgelegde weg van het midden en de draaihoek.

$s = (1{,}838 + 2{,}042)/2 = 1{,}940\,\text{m}$; $\Delta\theta = (2{,}042 - 1{,}838)/0{,}14 = 1{,}46\,\text{rad} = 84°$ naar links.

**c** Het linkerwiel is 1 % groter dan het rechter, maar de code weet dat niet. Hoe scheef staat het robotje na 10 m rechtdoor? Wat leer je daaruit?

Het linkerwiel legt 1 % meer af: na 10 m $0{,}10\,\text{m}$ verschil, dus $\Delta\theta = 0{,}10/0{,}14 = 0{,}71\,\text{rad} = 41°$ scheef, terwijl de code denkt rechtdoor te rijden. Odometrie stapelt kleine fouten op; een lijn, een wand of een andere sensor moet de plaats telkens bijstellen (Expert: sensorfusie).

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 34

# Enzymen en stofwisseling

**Waarom een cel niet ontploft en niet stilvalt: katalysatoren met een optimum, en de weg van licht naar ATP**

Uitgewerkte oplossingen bij de 17 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

5× oefenen · 7× toepassen · 5× uitdagen · ± 449 min

B Leven en systemen · M Materie en chemie



Een schijfje aardappel in waterstofperoxide: het enzym katalase maakt in seconden wat anders maanden duurt.

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

## Oefenen

●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

### 34.1 Wie doet wat?

●○○ Oefenen · 3 · Begrijpen · 10 min

Enzymen, substraten en de begrippen errond.

a Vul aan: een enzym is een _____ dat een reactie versnelt door de _____ te verlagen. Het substraat bindt in het _____. Na de reactie is het enzym _____.

✓ eiwit (katalysator); activeringsenergie; actieve centrum; onveranderd (klaar voor een volgend molecule).

**b** Welk enzym hoort bij welk substraat? Katalase, amylase, lactase, pepsine; zetmeel, eiwit, waterstofperoxide, melksuiker.

✓ katalase: waterstofperoxide; amylase: zetmeel; lactase: melksuiker (lactose); pepsine: eiwit.

**c** Waarom breekt amylase geen cellulose af, al bestaan zetmeel en cellulose allebei uit glucose-eenheden?

✓ De glucose-eenheden zijn in cellulose anders aan elkaar gebonden, waardoor de keten een andere vorm heeft. Die past niet in het actieve centrum van amylase: enzymen zijn specifiek.

**d** Een leerling zegt: 'Na de proef is het katalase in de aardappel op.' Klopt dat? Hoe zou je het testen?

✓ Nee: het enzym wordt niet verbruikt. Test: haal de schijfjes uit de cilinder, spoel ze, en leg ze in verse waterstofperoxide. Ze schuimen opnieuw (iets minder, omdat een deel van het enzym beschadigd of uitgelekt is). In de eerste cilinder stopt het schuimen omdat het substraat op is.

## 34.2 Een energiediagram tekenen

Oefenen · 3 · Tekenen · 12 min

Amylase breekt zetmeel af tot maltose. De reactie geeft een beetje energie af.

**a** Teken het energiediagram van de reactie zonder en met amylase. Duid aan: beginstoffen, producten, activeringsenergie (twee keer), vrijgekomen energie.

✓ Twee bergjes vanuit hetzelfde beginniveau naar hetzelfde, iets lagere eindniveau; het bergje met enzym is lager. Pijlen van het beginniveau tot de top (activeringsenergie), en van begin- naar eindniveau (vrijgekomen energie).

**b** Welke van deze grootheden verandert door het enzym, en welke niet?

✓ Alleen de activeringsenergie wordt kleiner. Beginstoffen, producten en de vrijgekomen energie blijven gelijk.

## 34.3 Vergelijkingen van het leven

Oefenen · 3 · Rekenen · 15 min

Maak kloppend en zeg telkens of er zuurstof nodig is.

**a** (a) $CO_2 + H_2O \longrightarrow C_6H_{12}O_6 + O_2$

✓ $6\,CO_2 + 6\,H_2O \longrightarrow C_6H_{12}O_6 + 6\,O_2$: fotosynthese, geeft zuurstof af.

**b** (b) $C_6H_{12}O_6 + O_2 \longrightarrow CO_2 + H_2O$

✓ $C_6H_{12}O_6 + 6\,O_2 \longrightarrow 6\,CO_2 + 6\,H_2O$: celademhaling, zuurstof nodig.

**c** (c) $C_6H_{12}O_6 \longrightarrow C_2H_5OH + CO_2$

✓ $C_6H_{12}O_6 \longrightarrow 2\,C_2H_5OH + 2\,CO_2$: gisting, zonder zuurstof.

**d** (d) $C_{12}H_{22}O_{11} + H_2O \longrightarrow C_6H_{12}O_6$ (sacharose wordt door invertase gesplitst in glucose en fructose, die dezelfde formule hebben)

> $C_{12}H_{22}O_{11} + H_2O \longrightarrow 2\,C_6H_{12}O_6$: geen zuurstof nodig (een hydrolyse: water knipt de binding).

**e** (e) Hoeveel gram koolstofdioxide maakt een gistcel uit 1,00 g glucose bij gisting, en hoeveel bij celademhaling?

> $n = 1{,}00/180{,}16 = 5{,}55\,\text{mmol}$. Gisting: 2 $CO_2$ per glucose, $0{,}0111 \cdot 44{,}01 = 0{,}489\,\text{g}$. Celademhaling: 6 per glucose, $1{,}47\,\text{g}$: drie keer zoveel.

## 34.4 Rekenen met Q10

Oefenen · 4 · Rekenen · 15 min

Gebruik $v_2 = v_1 \cdot Q_{10}^{(T_2 - T_1)/10}$, zolang je onder het optimum blijft.

**a** Een enzymreactie verloopt bij 25 °C met 8,0 µmol/min; Q10 = 2,0. Hoe snel bij 35 °C, bij 15 °C en bij 5 °C?

> 35 °C: $8{,}0 \cdot 2 = 16\,\mu\text{mol/min}$; 15 °C: $8{,}0/2 = 4{,}0$; 5 °C: $8{,}0/4 = 2{,}0\,\mu\text{mol/min}$.

**b** Een gesneden appel kleurt bij 20 °C in 20 minuten bruin (een enzym, polyfenoloxidase). Hoe lang duurt dat in de koelkast bij 4 °C als Q10 = 2,0?

> Trager met een factor $2^{1{,}6} = 3{,}03$: $20 \cdot 3{,}03 = 61\,\text{min}$, ongeveer een uur. (Citroensap werkt nog beter: de lage pH remt het enzym.)

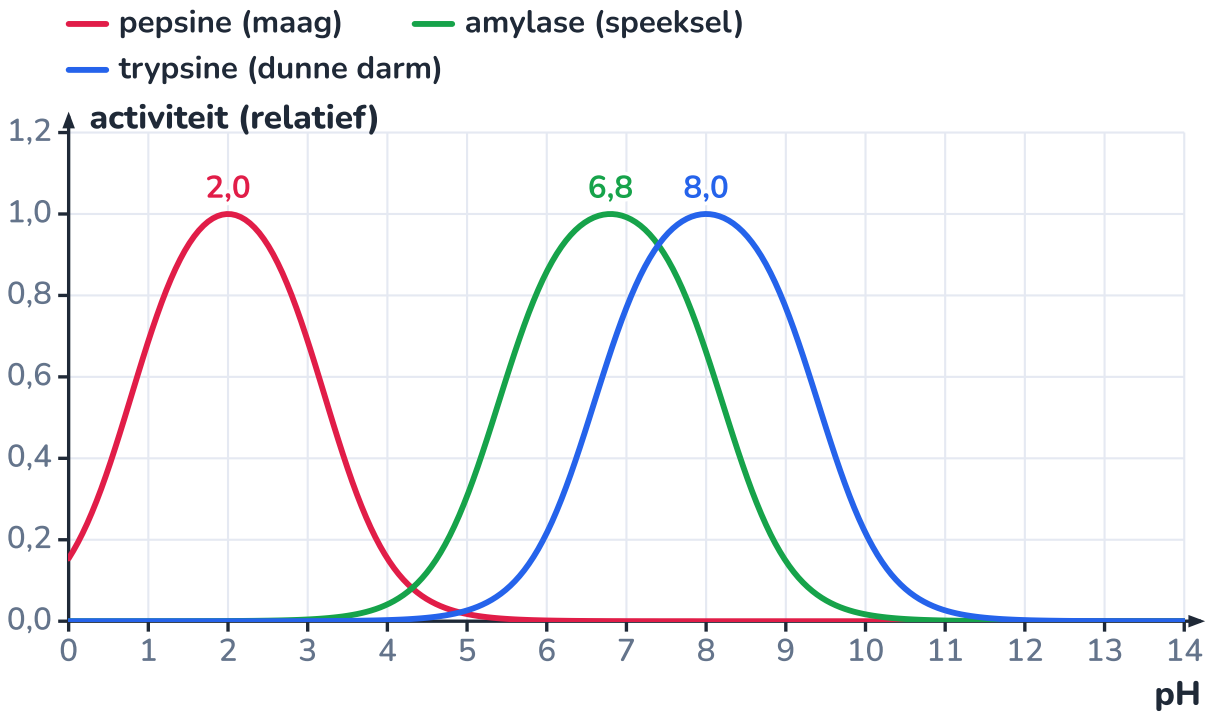
**c** Een meting: bij 10 °C 3,0 µmol/min, bij 30 °C 13,5 µmol/min. Bereken Q10.

> $13{,}5/3{,}0 = 4{,}5 = Q_{10}^2$, dus $Q_{10} = \sqrt{4{,}5} = 2{,}1$.

## 34.5 pH-grafieken lezen

Oefenen · 4 · Analyseren · 12 min

Gebruik de grafiek.




Model van de pH-afhankelijkheid van drie spijsverteringsenzymen.

**a** Bij welke pH werkt elk enzym het best? Welk enzym werkt nog voor meer dan de helft bij pH 7,5?

Pepsine rond 2,0, amylase rond 6,8, trypsine rond 8,0. Bij pH 7,5: amylase (± 0,89) en trypsine (± 0,95).

**b** Je slikt een hap brood: amylase uit je speeksel knipt zetmeel. Wat gebeurt er met die werking als het brood in je maag (pH ongeveer 2) komt? Is dat blijvend?

In de maag valt amylase stil: bij pH 2 is de activiteit bijna nul. Bij zo'n extreme pH denatureert het enzym grotendeels, en pepsine knipt het bovendien in stukken (het is zelf een eiwit): de werking komt niet terug.

**c** Waarom zou het geen zin hebben een pepsinepil te slikken bij een tekort aan trypsine?

Pepsine werkt niet bij de pH van de dunne darm (± 8): daar is het vrijwel inactief. Elk enzym werkt op zijn eigen plek.

## Toepassen

Toepassen · meerdere stappen, in een context

### 34.6 Labo: katalase en temperatuur

Toepassen · 5 · Labo · 50 min

Voer de proef van het handboek uit met aardappel (of lever) en waterstofperoxide 3 %, bij minstens zes temperaturen tussen 0 en 70 °C. Werk met drie herhalingen per temperatuur.

**a** Welke veranderlijke verander je, welke meet je, en welke hou je gelijk (minstens vier)?

Veranderen: temperatuur. Meten: schuimhoogte na 30 s. Gelijk houden: aantal en dikte van de schijfjes (zelfde aardappel), volume en concentratie waterstofperoxide, druppel afwasmiddel, tijd in het bad (5 min), afleesmoment, soort maatcilinder.

**b** Meet en noteer.

✓ Typisch zoals de voorbeeldmeting: stijgend tot 35 à 45 °C, daarna snel dalend; bij 70 °C bijna niets.

**c** Teken de grafiek (temperatuur horizontaal) met foutbalken van de spreiding. Waar ligt het optimum?

✓ Een top tussen 35 en 45 °C. Foutbalken van enkele mm; bij hoge temperaturen vaak de grootste spreiding (het enzym gaat snel kapot).

**d** Bereken Q10 tussen 10 en 30 °C. Verklaar het verloop onder en boven het optimum met de twee effecten.

✓ Bv. $29/9 = 3{,}2$ over 20 °C, dus $Q_{10} = \sqrt{3{,}2} = 1{,}8$. Onder het optimum: meer en krachtiger botsingen. Erboven: het enzym verliest zijn vorm (denaturatie), het actieve centrum past niet meer.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Eerlijke proef** | Zelfde massa en oppervlak aardappel, zelfde volume en concentratie, zelfde wachttijd, zelfde afleesmoment. |
| **Metingen** | Drie herhalingen, gemiddelde en spreiding, eenheden in de kop. |
| **Grafiek** | Assen met grootheid en eenheid, foutbalken, vloeiende lijn met een top. |
| **Verklaring** | Botsingen onder het optimum (Q10 ± 2), denaturatie erboven; invloed van de voorverwarmtijd vermeld. |

## 34.7 Onderzoek: drijvende schijfjes en de pH

Toepassen · 5 · Onderzoeken · 50 min

Een rondje filtreerpapier gedrenkt in aardappelsap zinkt in waterstofperoxide. Het zuurstofgas dat het katalase maakt, blijft aan het papier hangen tot het schijfje boven komt drijven. Hoe sneller het enzym, hoe korter de tijd. De snelheid is dus evenredig met 1 / tijd. Onderzoek de invloed van de pH: meng de waterstofperoxide met azijn, kraanwater of een oplossing van natriumwaterstofcarbonaat (of met buffers van pH 4, 5, 6, 7, 8, 9).

**a** Formuleer een onderzoeksvraag en een hypothese met een verklaring.

✓ Bv. 'Hoe hangt de snelheid van aardappelkatalase af van de pH?' Hypothese: een optimum rond pH 7, trager in zuur en basisch milieu, omdat de ladingen en de vorm van het actieve centrum veranderen.

**b** Beschrijf je werkwijze in stappen, met de veiligheidsmaatregelen.

✓ Bv.: sap maken (aardappel pureren met water, filtreren); schijfjes met een perforator; pH van elke oplossing meten; 20 mL oplossing in een bekerglas; schijfje 5 s in het sap, afdruipen, in de oplossing laten vallen, tijd meten tot het boven drijft; drie keer per pH. Bril; azijn en natriumwaterstofcarbonaat zijn huishoudstoffen, buffers volgens het etiket.

**c** Meet en bereken de snelheid 1 / t (in 1/s).

✓ Typisch: bij pH 7 het snelst (bv. 12 s), bij pH 4 en 9 duidelijk trager (30-60 s), bij extreme pH drijven ze soms niet.

**d** Zet 1 / t uit tegen de pH en trek een besluit. Wat is het pH-optimum van aardappelkatalase?

✓ Een klokvormige grafiek met een top rond pH 7 (aardappelkatalase: ongeveer 7). Besluit met de grenzen van de meting.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Vraag en hypothese** | Toetsbaar, met een verwachte vorm (optimum rond pH 7) en een verklaring (ladingen, vorm). |
| **Werkwijze** | Zelfde schijfjes en sap, zelfde volume, pH gemeten met een pH-meter of papier, drie herhalingen. |
| **Verwerking** | Snelheid als 1 / t, gemiddelde, grafiek met een optimum. |
| **Kritisch** | Grenzen: pH verandert door het sap, bubbels die loslaten, schijfjes die aan de wand kleven. |

## 34.8 Vmax en Km uit metingen

Toepassen · 5 · Analyseren · 20 min

Een groep meet de snelheid van invertase (splitst sacharose) bij verschillende sacharoseconcentraties, telkens met dezelfde hoeveelheid enzym:

| [S] (mmol/L) | 2 | 5 | 10 | 20 | 40 | 80 | 160 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| v (µmol/min) | 1,7 | 3,4 | 5,1 | 6,8 | 8,1 | 8,8 | 9,5 |

**a** Zet de metingen in een grafiek. Schat Vmax en Km.

De kromme vlakt af naar ongeveer 10 µmol/min: $V_{\max} \approx 10$. De helft (5) wordt gehaald rond 10 mmol/L: $K_m \approx 10\,\mathrm{mmol/L}$.

**b** Controleer je schatting: bereken met je Vmax en Km de snelheid bij 20 mmol/L en vergelijk met de meting.

$v = 10 \cdot 20/(10+20) = 6{,}7\,\mu\mathrm{mol/min}$; gemeten 6,8. De schatting past.

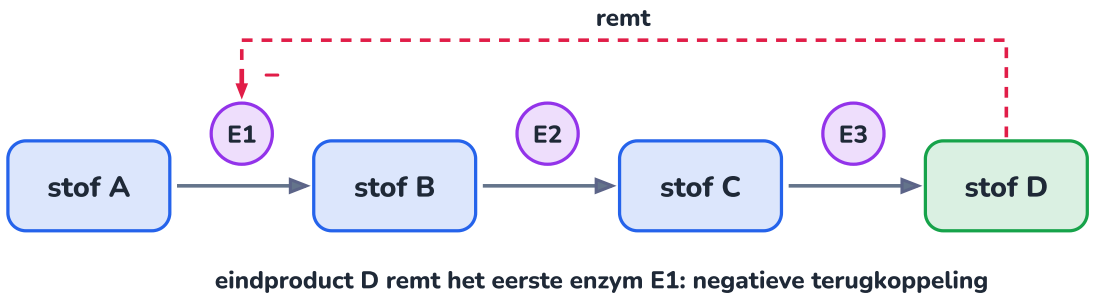
**c** De groep herhaalt de reeks met de helft van de hoeveelheid enzym. Wat verwacht je voor Vmax en voor Km? Schets de nieuwe kromme.

Vmax halveert (de helft van de actieve centra), Km blijft gelijk (het gaat om hoe goed één enzymmolecule het substraat bindt). De nieuwe kromme heeft dezelfde vorm, maar is overal half zo hoog.

## 34.9 Een enzymketen met een rem

Toepassen · 5 · Begrijpen · 15 min

Een bacterie maakt het aminozuur D uit A, in drie stappen.




Een keten van drie enzymen; het eindproduct D remt E1.

a Wat gebeurt er met de hoeveelheid B, C en D als de bacterie in een voedingsbodem terechtkomt die veel D bevat? Waarom is dat zuinig?

D uit de omgeving remt E1: er wordt weinig B, C en D meer gemaakt. De bacterie verspilt geen A en geen energie aan iets dat ze al heeft.

b Waarom remt D het eerste enzym, en niet het laatste?

Remt D het laatste enzym, dan stapelen B en C zich op: verspilde grondstof en energie, en misschien schadelijke tussenproducten. Remmen aan het begin houdt de hele keten stil.

c Teken dit als een blokschema van een regelkring (hoofdstuk 31): wat is de sensor, de regelaar, de actuator, het proces?

Proces: de keten (A naar D). Gemeten grootheid: de concentratie D. 'Sensor' en 'regelaar' zitten samen in E1: de plek waar D bindt. Actuator: de activiteit van E1. Negatieve terugkoppeling: meer D geeft minder aanmaak.

## 34.10 ATP: van glucose tot spier

Toepassen · 5 · Rekenen · 20 min

Gebruik: 30 ATP per glucose bij celademhaling, 2 bij gisting of melkzuurvorming; 30,5 kJ per mol ATP; 2803 kJ per mol glucose.

a Hoeveel gram glucose heeft een cel nodig voor 1,0 mol ATP met celademhaling? En zonder zuurstof?

Celademhaling: $1{,}0/30 = 0{,}033\,\text{mol}$ glucose $= 6{,}0\,\text{g}$. Zonder zuurstof: $1{,}0/2 = 0{,}50\,\text{mol} = 90\,\text{g}$.

b Welk deel van de energie van glucose komt in ATP terecht bij celademhaling en bij melkzuurvorming?

Celademhaling: $30 \cdot 30{,}5/2803 = 0{,}33$, een derde. Melkzuur: $2 \cdot 30{,}5/2803 = 0{,}022$: 2 %; de rest zit nog in het melkzuur.

c Een gistcel in een afgesloten fles zonder zuurstof: waarom breekt ze veel meer suiker af dan in een fles met lucht, en wat merk je daarvan?

Zonder zuurstof levert elke glucose maar 2 ATP in plaats van 30: voor dezelfde energie moet ze 15 keer zoveel suiker afbreken. Je ziet veel meer $CO_2$-belletjes, en er ontstaat alcohol (de basis van bier, wijn en brood, hoofdstuk 35).

## 34.11 Koorts, koelkast en blancheren

Toepassen · 5 · Begrijpen · 15 min

Drie situaties uit het dagelijks leven, met enzymen in de hoofdrol.

**a** Waarom is koorts van 39 °C meestal niet erg, maar 42 °C levensgevaarlijk? Gebruik de grafiek van het menselijke enzym.

> Bij 39 °C werken de enzymen nog (vlak onder het optimum van ± 41 °C in het model). Boven ongeveer 41 °C begint het ontvouwen: in het model is bij 42 °C al 19 % van de enzymen zijn vorm kwijt, en dat gaat bij hogere temperaturen snel. Cellen raken blijvend beschadigd.

**b** Waarom bederft vers vlees in de koelkast pas na enkele dagen, maar bij 30 °C al na enkele uren?

> Bederf is het werk van bacteriën en van enzymen. In de koelkast (4 °C) werken ze ongeveer 3 à 5 keer trager dan bij 20 °C, en veel bacteriën groeien er bijna niet (hoofdstuk 35). Bij 30 °C werken ze nog eens twee keer sneller dan bij 20 °C, en bacteriën verdubbelen er om het halfuur.

**c** Groenten blancheer je 2 à 3 minuten in kokend water voor je ze invriest. Waarom helpt dat, en waarom helpt invriezen alleen niet voor altijd?

> Kort koken denatureert de enzymen van de groente zelf. Invriezen vertraagt enzymen, maar denatureert ze niet: na maanden zouden ze toch kleur, smaak en vitaminen afbreken. Na het blancheren zijn ze kapot.

## 34.12 Python: het enzymmodel aanpassen

Toepassen · 5 · Programmeren · 25 min

Neem `enzymmodel.py` uit het handboek.

**a** Voeg een parameter `Ea` toe aan `snelheid` en bereken het optimum van het menselijke enzym (Tm = 45) met Ea = 30 000, 50 000 en 80 000 J/mol. Wat verandert er?

```
def snelheid(t, Tm, Ea=50000, dH=400000):
    return botsingen(t, Ea) * juiste_vorm(t, Tm, dH)

for Ea in (30000, 50000, 80000):
    t_opt = max(temps, key=lambda t: snelheid(t, 45, Ea))
    print(Ea, t_opt)
```

Het optimum schuift iets op met Ea: van 39,8 °C (30 kJ/mol) via 41,0 °C naar 42,1 °C (80 kJ/mol). Hoe steiler de Arrhenius-stijging, hoe meer het loont nog iets warmer te gaan, en hoe groter het deel ontvouwen enzym aan de top (Ea / dH).

**b** Bereken voor Ea = 50 000 J/mol de factor tussen 20 en 30 °C. Hoe groot is Q10 in het model?

`botsingen(30) / botsingen(20)` geeft 1,97: Q10 ≈ 2, zoals de vuistregel.

**c** Voorspel eerst en controleer dan: verschuift het optimum als dH groter wordt (het enzym ontvouwt 'plotser')?

Met een grotere dH ontvouwt het enzym in een smaller temperatuurgebied: het deel met de juiste vorm valt steiler weg. Het optimum schuift dichter tegen Tm aan (bij dH = 800 kJ/mol: 42,2 °C in plaats van 41,0 °C).

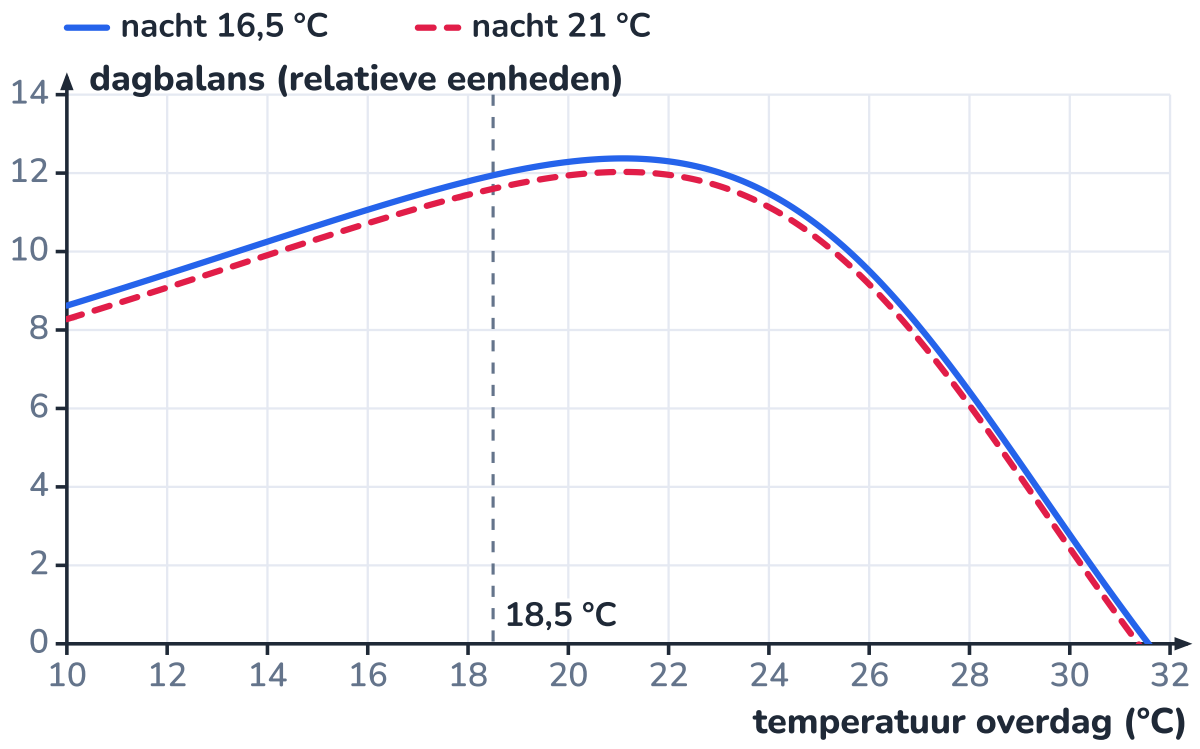
## ●●● Uitdagen — Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

### 34.13 Habitat: de temperatuurstrategie van de kweekruimte

●●● Uitdagen · 7 · Habitat · 60 min

De kweekruimte van de klimaatmodule: 48 kroppen sla bij 200 µmol/(m²·s), 16 uur licht. De regeling van hoofdstuk 31 houdt nu 18/19 °C overdag en 16/17 °C 's nachts. Een teamlid stelt voor overdag naar 24 °C te gaan ('enzymen werken sneller'), een ander wil 's nachts naar 14 °C ('scheelt stookkosten'). Gebruik het model van het handboek en de gegevens: warmteverlies van de module 20,2 W/K (hoofdstuk 19); de lampen geven overdag 190 W warmte af; voedingsoplossing 60 L, NTC op A0.




Model uit het handboek: dagbalans van de sla bij twee nachttemperaturen.

**a** Lees uit de grafiek hoeveel procent van de optimale dagbalans de sla haalt bij 18,5 °C en bij 24 °C overdag (nacht 16,5 °C). Wat vind je van het voorstel van 24 °C?

Bij 18,5 °C ongeveer 97 %, bij 24 °C ongeveer 93 %. Beide zijn bijna even goed: 24 °C levert geen winst, kost koeling of ventilatie, en brengt het risico op schieten en randjes. Afraden.

**b** Bereken met de formule voor de ademhaling hoeveel minder de sla 's nachts ademt bij 14 °C dan bij 16,5 °C, en hoeveel warmte de module per nacht bespaart (8 h).

$2^{(14-16{,}5)/10} = 2^{-0{,}25} = 0{,}84$: 16 % minder nachtademhaling. Warmte: $20{,}2 \cdot 2{,}5 \cdot 8 = 404\ \text{Wh}$ per nacht, ongeveer 0,40 kWh (bij buitentemperaturen waarbij er gestookt wordt).

**c** Noem twee risico's van 14 °C 's nachts die het model niet toont.

Bv.: de sla groeit 's ochtends traag op gang (de bladeren en de oplossing moeten eerst opwarmen); condens op koude bladeren en wanden bij het afkoelen, wat schimmels (grauwe schimmel) helpt; te koude voedingsoplossing remt de opname door de wortels.

**d** De voedingsoplossing warmt op een zomerdag op tot 26 °C. Waarom is dat een probleem? Stel twee maatregelen voor en een alarmregel voor de microcontroller.

Warm water bevat minder zuurstof (8,3 mg/L bij 25 °C tegenover 9,1 bij 20 °C) terwijl de wortels sneller ademen, en Pythium (wortelrot) gedijt. Maatregelen: reservoir in de schaduw en goed geïsoleerd, koel regenwater bijvullen, het reservoir tegen de koude buitenwand plaatsen, de pomp langer laten lopen voor extra zuurstof. Alarmregel: als NTC op A0 > 24,0 °C langer dan 10 min: waarschuwing op het scherm en in het logboek; terug onder 23,0 °C (hysterese).

**e** Schrijf je advies (vijf regels) met de grenzen voor dag, nacht en reservoir, en hoe je na een teelt controleert of het goed was.

> Bv.: 'Overdag 18/19 °C houden, 's nachts 16/17 °C, niet lager dan 15,5 °C. Voedingsoplossing 18-22 °C, waarschuwing boven 24 °C. Geen verwarming boven 22 °C in de ruimte: dan eerst ventileren. Na elke teelt vergelijken we het versgewicht per krop (doel 200 g) en het aantal kroppen met randjes met het logboek van de temperaturen.'

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Model gebruikt** | Waarden correct uit de grafiek en de formule; eenheden; het verschil tussen bruto, netto en dagbalans begrepen. |
| **Energie** | Besparing met 20,2 W/K × ΔT × 8 h correct; vergeleken met het dagbudget. |
| **Grenzen van het model** | Schieten en randjes boven ± 24 °C, koude en condens onder ± 15 °C, trage groei; zuurstof en wortelrot in het reservoir. |
| **Advies** | Concrete grenzen met hysterese, een alarmregel, en een meetbare controle (versgewicht per krop, logboek). |

## 34.14 Wat verbrandt de bewoner?

●●● Uitdagen · 6 · Analyseren · 25 min

Het ademhalingsquotiënt verandert met wat je eet en doet. Een onderzoeker meet bij een bewoner in rust 0,30 L zuurstof per minuut en 0,24 L koolstofdioxide per minuut, en na een koolhydraatrijke maaltijd 0,30 L zuurstof en 0,29 L koolstofdioxide per minuut. Gassen bij dezelfde temperatuur en druk: gelijke volumes bevatten evenveel mol (hoofdstuk 14).

**a** Bereken RQ in beide situaties. Waarom mag je hier met liters rekenen in plaats van met mol?

> Rust: $0{,}24/0{,}30 = 0{,}80$. Na de maaltijd: $0{,}29/0{,}30 = 0{,}97$. Bij dezelfde temperatuur en druk is het volume evenredig met het aantal mol (molair volume): de verhouding van de volumes is die van de mol.

**b** Wat verbrandt de bewoner vooral in rust, en na de maaltijd?

> In rust vooral vet (met wat eiwit): RQ 0,80 ligt dicht bij 0,7. Na de maaltijd bijna alleen koolhydraten (RQ bijna 1).

**c** Hoeveel energie verbruikt de bewoner per dag in rust, als de verbranding ongeveer 20 kJ per liter zuurstof oplevert? Vergelijk met de 10 MJ uit F29.

> $0{,}30 \cdot 60 \cdot 24 = 432\,\text{L}$ zuurstof per dag, $432 \cdot 20 = 8640\,\text{kJ} \approx 8{,}6\,\text{MJ}$ in rust. Met wat beweging kom je aan de 10 MJ van F29.

**d** Het station regelt de $CO_2$ met een filter en de $O_2$ met een zuurstofgenerator. Waarom moeten ingenieurs het RQ van de bewoners kennen?

> Omdat de $CO_2$ die ze uitademen niet gelijk is aan de $O_2$ die ze verbruiken: het filter moet bv. 0,87 mol $CO_2$ wegnemen per mol $O_2$ die de generator maakt. Een verkeerd RQ geeft een verkeerde dimensionering (en planten doen het omgekeerde met RQ ≈ 1).

## 34.15 Ontwerp: een proef met wasmiddelenzymen

Uitdagen · 6 · Ontwerpen · 45 min

Een fabrikant beweert dat zijn wasmiddel 'op 20 °C even goed wast als op 40 °C' dankzij enzymen. Je hebt: het wasmiddel, een gewoon wasmiddel zonder enzymen, eiwitvlekken (eigeel of melk op katoenen lapjes), bekers, waterbaden en een smartphone om de lapjes te fotograferen.

**a** Formuleer een onderzoeksvraag en een toetsbare hypothese.

✓ Bv. 'Verwijdert wasmiddel met enzymen eiwitvlekken bij 20 °C even goed als bij 40 °C?' Hypothese: bij 20 °C iets minder, maar veel beter dan het wasmiddel zonder enzymen bij 20 °C.

**b** Ontwerp de proef: welke groepen, welke veranderlijke, wat hou je gelijk, hoeveel herhalingen, welke controlegroep?

✓ Vier groepen: met enzymen 20 °C, met enzymen 40 °C, zonder enzymen 20 °C, zonder enzymen 40 °C; plus lapjes in zuiver water. Gelijk: soort stof, grootte en ouderdom van de vlek, hoeveelheid wasmiddel per liter, tijd (bv. 30 min), roeren. Drie tot vijf lapjes per groep.

**c** Hoe meet je 'hoe schoon' objectief (niet 'op het zicht')?

✓ Fotografeer elk lapje voor en na, met dezelfde lamp en afstand, naast een wit en een grijs referentiekaartje. Meet de gemiddelde helderheid van de vlek (bv. met een foto-app of een Python-programma). De vermindering van de vlek is de maat.

**d** Welk resultaat zou de bewering van de fabrikant tegenspreken?

✓ Als de vlekken bij 20 °C met enzymen duidelijk (meer dan de spreiding) minder verdwijnen dan bij 40 °C met enzymen.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Vraag | Toetsbaar, met één veranderlijke per vergelijking. |
| Ontwerp | Vier groepen (met/zonder enzymen × 20/40 °C), zelfde lapjes en vlekken, zelfde tijd en dosis, minstens drie herhalingen, blanco lapje. |
| Meten | Objectieve maat: foto onder dezelfde belichting, grijswaarde of kleur van de vlek met een app of Python, vóór en na. |
| Besluit | Duidelijk wat de bewering bevestigt of tegenspreekt, met de grenzen van de proef. |

## 34.16 Debat: wassen op 30 °C

Uitdagen · 6 · Argumenteren · 30 min

Stelling: 'Alle wasmachines zouden standaard op 30 °C moeten wassen.' Gegevens (orde van grootte): een wasbeurt op 60 °C kost ongeveer 1,0 kWh, op 30 °C ongeveer 0,4 kWh; een gezin wast ongeveer 200 keer per jaar; enzymen werken tot ongeveer 40 °C en zijn gemaakt met micro-organismen (hoofdstuk 35); sommige ziekteverwekkers overleven 30 °C.

**a** Bereken de besparing per gezin per jaar in kWh en in euro (€ 0,30 per kWh).

✓ $(1{,}0 - 0{,}4) \cdot 200 = 120\,\text{kWh}$ per jaar, $120 \cdot 0{,}30 = 36$ euro.

**b** Geef twee argumenten voor en twee tegen de stelling. Gebruik wat je over enzymen weet.

> ✓ Voor: minder energie en $CO_2$; de enzymen werken net het best bij lagere temperaturen; kleren slijten en krimpen minder. Tegen: sommige ziekteverwekkers en huisstofmijt overleven 30 °C (luiers, keukendoeken, beddengoed van zieken); vetvlekken lossen minder goed op; enzymen denatureren boven 40 à 50 °C, dus voor die was helpt heter geen enzym.

**c** Formuleer een genuanceerd standpunt in drie zinnen.

> ✓ Bv.: 'Standaard op 30 °C wassen bespaart per gezin ongeveer 120 kWh per jaar, en moderne enzymen maken dat mogelijk. Voor textiel dat ziekteverwekkers kan dragen, blijft 60 °C nodig. Een machine die standaard op 30 °C staat, met een duidelijke keuze voor 60 °C, combineert beide.'

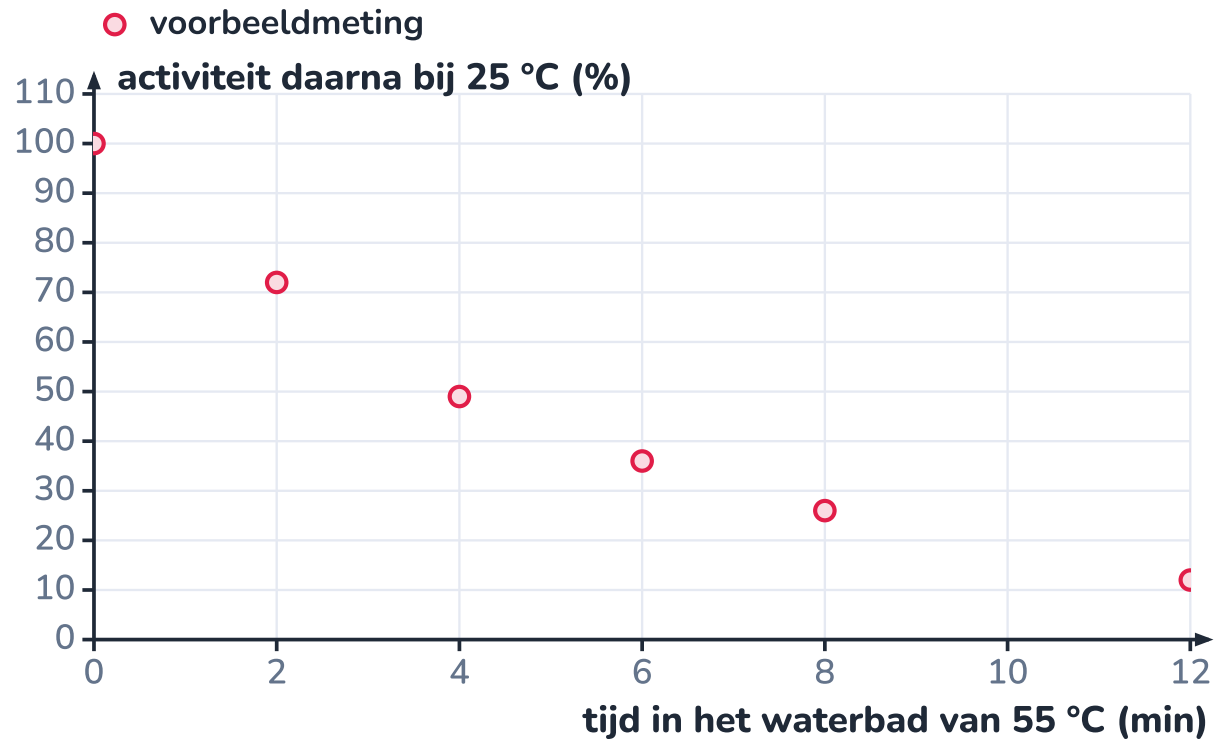
**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Berekening** | 120 kWh en € 36 per jaar, met eenheden. |
| **Argumenten** | Wetenschappelijk juist (enzymoptimum, hygiëne), voor en tegen. |
| **Standpunt** | Genuanceerd: standaard 30 °C, uitzonderingen benoemd. |

## 34.17 Denaturatie vraagt tijd

●●● Uitdagen | 7 | Analyseren | 30 min

Een groep laat aardappelschijfjes een tijd in een bad van 55 °C liggen en meet daarna de activiteit bij 25 °C (in procent van niet-verwarmde schijfjes). Bij 45 °C valt de activiteit ook, maar veel trager: na 20 minuten is er de helft over.




Voorbeeldmeting: katalase dat een tijd bij 55 °C stond, gemeten bij 25 °C.

**a** Toon aan dat de activiteit exponentieel daalt (hoofdstuk 5). Bepaal de halveringstijd bij 55 °C.

Om de 2 minuten een factor $\approx 0{,}71$: $72/100$, $49/72$, $36/49$, $26/36$ zijn allemaal ongeveer 0,7. Na 4 min 49 %, na 8 min 26 %: de halveringstijd is ongeveer 4 minuten.

**b** In de proef van het handboek lagen de schijfjes 5 minuten in het bad. Hoeveel procent van het enzym was bij 55 °C al kapot vóór de meting begon?

$0{,}5^{5/4} = 0{,}42$: er was nog 42 % over, dus 58 % was al gedenatureerd.

**c** Een tweede groep laat de schijfjes 30 minuten voorverwarmen. Verschuift hun optimum naar hoger of naar lager? Leg uit.

Naar lager. Hoe langer het voorverwarmen, hoe meer enzym er bij 45-55 °C al kapot is vóór de meting. De temperaturen waarbij het enzym snel denatureert, scoren dan slechter, en het gemeten optimum schuift naar een lagere temperatuur. Een optimum geldt dus altijd voor een bepaalde werkwijze en duur.

I INTERMEDIATE · DEEL I9 · LEVEN EN BIOTECHNOLOGIE

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 35

# Micro-organismen en biotechnologie

**Onzichtbare helpers en belagers: van gist in je brood tot insuline uit een bacterie, en een compostvat voor Habitat**

Uitgewerkte oplossingen bij de 16 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

5× oefenen · 7× toepassen · 4× uitdagen · ± 499 min

B Leven en systemen · O Onderzoeken en meten · W Wiskundig modelleren



Elk stipje is een kolonie van miljoenen cellen, gegroeid uit één enkele bacterie of spore.

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

## Oefenen

Oefenen · één stap, direct toepassen

### 35.1 Bacterie, gist, schimmel of virus?

Oefenen · 3 · Begrijpen · 10 min

Welke groep past bij elke uitspraak? Er kunnen meer antwoorden goed zijn.

**a** (a) heeft geen celkern maar wel een celwand; (b) vermeerdert door knopvorming; (c) kan zich niet zonder gastheercel vermenigvuldigen; (d) groeit met hyfen en verspreidt zich met sporen; (e) wordt niet geremd door antibiotica; (f) is kleiner dan het oplossend vermogen van een lichtmicroscoop.

✓ (a) bacterie; (b) gist; (c) virus; (d) schimmel; (e) virus (en ook gisten en schimmels: antibiotica richten zich op bacteriën); (f) virus (de meeste virussen).

**b** Waarom noemt men een gist een schimmel, al heeft ze geen draden?

✓ Omdat ze tot hetzelfde rijk (fungi) hoort: cellen met een kern, een celwand van chitine, geen bladgroen, en ze leeft van organisch materiaal. Sommige gisten maken onder bepaalde omstandigheden zelfs draadjes.

## 35.2 Van nanometer tot millimeter

Oefenen · 3 · Rekenen · 12 min

Gebruik 1 mm = 1000 µm en 1 µm = 1000 nm.

**a** Hoeveel bacteriën van 2 µm liggen er achter elkaar op een lijn van 1 cm? Hoeveel griepvirussen van 100 nm?

✓ $1\,\text{cm} = 10\,000\,\mu\text{m}$: $10\,000/2 = 5000$ bacteriën. $1\,\text{cm} = 10^7\,\text{nm}$: $10^7/100 = 100\,000$ virussen.

**b** Een bacterie is ongeveer een cilinder van 2 µm lang en 1 µm dik. Bereken haar volume in µm³. Hoeveel bacteriën passen er in 1 mm³ (dicht op elkaar)?

✓ $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 0{,}5^2 \cdot 2 = 1{,}57\,\mu\text{m}^3$. $1\,\text{mm}^3 = 10^9\,\mu\text{m}^3$: $10^9/1{,}57 \approx 6 \cdot 10^8$ bacteriën.

**c** Een mens bevat ongeveer $4 \cdot 10^{13}$ bacteriën, vooral in de darmen. Hoeveel is dat, als ze allemaal 1,5 µm³ groot zijn, in cm³?

✓ $4 \cdot 10^{13} \cdot 1{,}5\,\mu\text{m}^3 = 6 \cdot 10^{13}\,\mu\text{m}^3$; $1\,\text{cm}^3 = 10^{12}\,\mu\text{m}^3$: 60 cm³, ongeveer een klein glas (ruwweg 60 g).

## 35.3 Delen en verdubbelen

Oefenen · 4 · Rekenen · 15 min

Eén bacterie komt op een stukje vlees bij 30 °C; ze verdubbelt elke 30 minuten.

**a** Hoeveel bacteriën zijn er na 3 uur, en na 10 uur, als niets de groei remt?

✓ 3 uur = 6 verdubbelingen: $2^6 = 64$. 10 uur = 20 verdubbelingen: $2^{20} \approx 1{,}05 \cdot 10^6$.

**b** Na hoeveel uur zijn er een miljoen? Gebruik logaritmen (hoofdstuk 5).

✓ $2^g = 10^6$ geeft $g = 6/\log 2 = 19{,}9$ verdubbelingen, dus $19{,}9 \cdot 0{,}5\,\text{h} \approx 10\,\text{h}$.

**c** In de koelkast (4 °C) verdubbelt deze bacterie niet meer. Een andere soort, Listeria, verdubbelt er elke 30 uur. Hoeveel keer is ze na een week vermeerderd?

✓ Een week is 168 uur: $168/30 = 5{,}6$ verdubbelingen, $2^{5{,}6} \approx 49$ keer zoveel.

## 35.4 Fermentaties kloppend maken

Oefenen · 3 · Rekenen · 12 min

Maak kloppend en zeg welk micro-organisme het doet en waar je het tegenkomt.

a (a) $C_6H_{12}O_6 \longrightarrow C_2H_5OH + CO_2$

✓ $C_6H_{12}O_6 \longrightarrow 2\,C_2H_5OH + 2\,CO_2$: gist; brood, bier, wijn.

b (b) $C_{12}H_{22}O_{11} + H_2O \longrightarrow C_3H_6O_3$ (lactose tot melkzuur)

✓ $C_{12}H_{22}O_{11} + H_2O \longrightarrow 4\,C_3H_6O_3$: melkzuurbacteriën; yoghurt, kaas.

c (c) $C_2H_5OH + O_2 \longrightarrow CH_3COOH + H_2O$

✓ Klopt al (C: 2 = 2, H: 6 = 6, O: 3 = 3): azijnzuurbacteriën, met zuurstof; azijn.

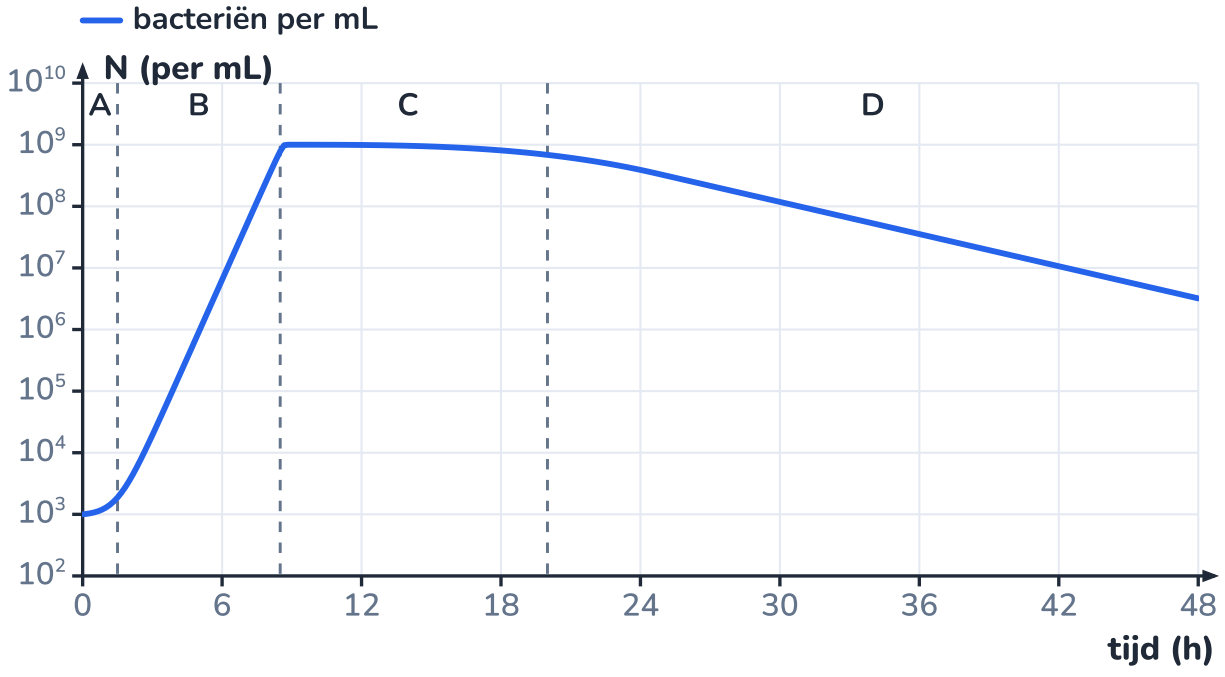
d (d) $C_6H_{12}O_6 \longrightarrow CH_4 + CO_2$

✓ $C_6H_{12}O_6 \longrightarrow 3\,CH_4 + 3\,CO_2$: methaanvormers (archaea) in een vergister; biogas.

## 35.5 Vier fasen herkennen

Oefenen · 4 · Analyseren · 15 min

De grafiek toont een groeicurve met vier fasen A, B, C en D.




De groeicurve van het handboek op een logaritmische as, zonder namen.

**a** Geef elke fase haar naam en zeg in één zin wat de bacteriën er doen.

> A: aanloopfase, de bacteriën passen zich aan en maken enzymen. B: exponentiële fase, elke 20 minuten verdubbeling. C: stationaire fase, voedsel op, evenveel bijkomen als sterven. D: afstervingsfase, meer sterven dan erbij komen.

**b** Waarom is fase B een rechte op deze as? Hoe zou ze eruitzien op een gewone as?

> Exponentiële groei is op een logaritmische as een rechte, omdat log N dan lineair stijgt met de tijd. Op een gewone as is het een kromme die eerst vlak lijkt en dan steil omhoog schiet.

**c** Lees af: hoeveel bacteriën per mL zijn er na 6 uur en na 30 uur (orde van grootte)?

> Na 6 uur ongeveer $10^7$ per mL (model: $6{,}4 \cdot 10^6$); na 30 uur ongeveer $10^8$ (model: $1{,}2 \cdot 10^8$).

## ●●○ Toepassen Toepassen

meerdere stappen, in een context

### 35.6 Labo: gist en suiker in een ballon

●●○ Toepassen · 5 · Labo · 60 min

Onderzoek met de opstelling van het handboek één veranderlijke: de temperatuur (15, 25, 35, 45 °C), de hoeveelheid glucose (1, 2,5, 5 en 10 g) of de soort suiker (glucose, sacharose, lactose, zetmeel).

**a** Kies je veranderlijke, formuleer een hypothese en noem wat je gelijk houdt.

> Bv. hoeveelheid glucose: hypothese 'meer glucose, meer gas, niet sneller in het begin'. Gelijk: 5 g gist, 100 mL water, 35 °C, zelfde ballonnen.

**b** Meet de omtrek om de 10 minuten en bereken het volume.

> Tabel met omtrekken; volume met $V = C^3/(6\pi^2)$: een omtrek van 30 cm is 456 mL.

**c** Teken de grafieken. Bepaal de snelheid (mL per minuut) in het steilste stuk.

> De steilste helling ligt vaak tussen 20 en 50 minuten (bij 35 °C ongeveer 11 à 12 mL per minuut).

**d** Verklaar je resultaat met enzymen (hoofdstuk 34) of met stoichiometrie. Welke fout heeft je meting?

> Temperatuur: optimum rond 35 °C, bij 45 °C al denaturatie. Suiker: meer suiker geeft uiteindelijk meer gas (evenredig), in het begin even snel (de gist is verzadigd). Soort: glucose en sacharose werken (gist heeft invertase), lactose nauwelijks (geen lactase), zetmeel heel traag. Fouten: de ballon is geen bol, gas lost op in het water, de ballon drukt het gas samen.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

| | |
|---|---|
| Opzet | Eén veranderlijke, de rest gelijk (volume, gist, temperatuur of suiker), een controle zonder gist of zonder suiker. |
| Metingen | Omtrek regelmatig gemeten, volume correct berekend met $V = C^3/(6\pi^2)$. |
| Analyse | Grafiek, snelheid uit de helling, vergelijking met het maximum uit de stoichiometrie. |
| Verklaring | Temperatuuroptimum en denaturatie, of evenredigheid met de suiker; lactose en zetmeel: gist heeft er geen (of weinig) enzymen voor. |

## 35.7 Labo: yoghurt maken

Toepassen · 5 · Labo · 60 min

Voer de proef van het handboek uit met een pH-meter of pH-papier. Werk voedselveilig.

**a** Waarom verwarm je de melk eerst tot net onder de kook? Waarom mag de yoghurt pas bij 43 °C erbij?

Om de meeste bacteriën die al in de melk zitten te doden (zodat de yoghurtbacteriën geen concurrentie hebben) en om de eiwitten te veranderen zodat de yoghurt steviger wordt. Boven ongeveer 50 °C zouden ook de yoghurtbacteriën sterven.

**b** Meet de pH elk uur in de drie potjes.

Zoals de voorbeeldmeting: A daalt van 6,6 naar ± 4,2 in 8 uur, B traag, C bijna niet.

**c** Teken de drie curven. Wanneer wordt A dik, en bij welke pH?

A wordt dik rond 4 à 6 uur, als de pH onder ongeveer 4,6 zakt.

**d** Verklaar de vorm van curve A met de groeicurve van de bacteriën.

Eerst weinig bacteriën (aanloop): de pH daalt traag. Dan verdubbelen ze snel en maken ze steeds meer melkzuur: de pH daalt steil. Onder pH 4,5 remt het zuur de bacteriën zelf: de curve vlakt af (stationair).

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

| | |
|---|---|
| Voedselveilig | Schone potjes, geen labomateriaal, proeven alleen als het mag. |
| Metingen | pH-meter geijkt of pH-papier consequent afgelezen; elk uur gemeten. |
| Grafiek | Drie curven, assen met eenheid, het moment van stremmen aangeduid. |
| Verklaring | Aanloop, exponentiële groei, afremming door het zuur; stremmen bij pH ± 4,6 (caseïne). |

## 35.8 Labo: kiemen op agar, veilig

Toepassen · 5 · Labo · 50 min

Kies zelf een onderzoeksvraag voor de agarproef, bijvoorbeeld: 'Helpt handgel even goed als handen wassen met zeep?' of 'Hoeveel bacteriën zitten er op een smartphone na een dag?' Werk volgens de veiligheidsregels van het handboek.

**a** Onderzoeksvraag, hypothese, en welke platen je nodig hebt (met blanco).

✓ Bv. drie platen: vingers na handgel, vingers na zeep, vingers ongewassen; plus een blanco.

**b** Noteer de veiligheidsregels die je volgt, van het werkblad tot het vernietigen van de platen.

✓ Werkblad met ethanol 70 %; handen wassen; op de bodem schrijven; deksel kort en schuin open; dichtplakken met 2 of 4 stroken; omgekeerd bij 20-25 °C; niet openen; tellen door het deksel; de leerkracht steriliseert (121 °C, 15 min) of legt ze in javel; handen wassen.

**c** Tel de kolonies door het deksel en beschrijf hun uitzicht.

✓ Bv. ongewassen 40-60, zeep 5-15, handgel 5-20 kolonies; ronde glanzende bacteriekolonies en soms een pluizige schimmel.

**d** Trek een besluit. Wat zou je veranderen om het betrouwbaarder te maken?

✓ Zeep en handgel verminderen allebei sterk; het verschil tussen beide is binnen de spreiding van één plaat niet te zien. Betrouwbaarder: meer leerlingen of meer platen per situatie, altijd dezelfde vingers, even hard drukken.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Veiligheid** | Werkblad ontsmet, beschrift op de bodem, 2-4 stroken plakband, 20-25 °C, nooit geopend, vernietigd door de leerkracht. |
| **Opzet** | Blanco, één veranderlijke, vergelijkbare werkwijze per plaat. |
| **Waarneming** | Kolonies geteld, soorten onderscheiden naar kleur en vorm. |
| **Besluit** | Voorzichtig: één plaat per situatie is weinig; voorstel voor herhalingen. |

## 35.9 Tellen met een verdunningsreeks

Toepassen · 5 · Rekenen · 20 min

Om de kwaliteit van het water in het reservoir van Habitat te controleren, maakt een bewoner een verdunningsreeks van tien keer per stap en strijkt telkens 0,1 mL uit. Resultaten na 3 dagen: onverdund: te veel; $10^{-1}$: 312; $10^{-2}$: 34; $10^{-3}$: 2.

**a** Welke plaat gebruik je voor de berekening? Waarom niet de andere?

✓ De plaat van $10^{-2}$ met 34 kolonies: tussen 30 en 300. 312 is net te veel (kolonies groeien samen), 2 is te weinig (grote toevalsfout).

**b** Bereken het aantal KVE per mL in het reservoir.

✓ $34/(0{,}1\,\text{mL} \cdot 10^{-2}) = 3{,}4 \cdot 10^{4}\,\text{KVE/mL}$. (Controle met $10^{-1}$: $312/0{,}01 = 3{,}1 \cdot 10^{4}$: klopt.)

**c** Hoeveel KVE zitten er dan in het hele reservoir van 60 L?

✓ $60\,000\,\text{mL} \cdot 3{,}4 \cdot 10^{4} = 2{,}0 \cdot 10^{9}$ KVE.

**d** Waarom zegt dit getal alleen niet of het water gevaarlijk is?

De telling zegt niet welke soorten het zijn: in een voedingsoplossing leven vooral onschuldige (en nuttige) bacteriën op de wortels. Voor ziekteverwekkers zoals Salmonella of Legionella heb je een specifieke voedingsbodem of een DNA-test nodig (E30). Wat wel telt: een plotse stijging tegenover vorige metingen.

## 35.10 Generatietijd bij twee temperaturen

Toepassen · 5 · Analyseren · 20 min

Twee culturen van dezelfde bacterie, bij 20 °C en bij 37 °C. Metingen in de exponentiële fase: 20 °C: $1{,}2 \cdot 10^4$ per mL om 2 h en $3{,}1 \cdot 10^5$ per mL om 10 h; 37 °C: $2{,}0 \cdot 10^4$ per mL om 1 h en $1{,}3 \cdot 10^7$ per mL om 4 h.

**a** Bereken bij elke temperatuur het aantal verdubbelingen en de generatietijd.

20 °C: factor $3{,}1 \cdot 10^5 / 1{,}2 \cdot 10^4 = 25{,}8$; $g = \log 25{,}8 / \log 2 = 4{,}69$ in 8 h, $t_d = 1{,}7\,\text{h} \approx 102\,\text{min}$. 37 °C: factor $650$; $g = \log 650 / \log 2 = 9{,}34$ in 3 h, $t_d = 0{,}32\,\text{h} \approx 19\,\text{min}$.

**b** Bereken Q10 voor de groei tussen 20 en 37 °C (per 10 °C). Vergelijk met de vuistregel voor enzymen (hoofdstuk 34).

De groeisnelheid is $102/19 = 5{,}3$ keer zo groot over 17 °C: $Q_{10}^{1{,}7} = 5{,}3$, dus $Q_{10} = 5{,}3^{1/1{,}7} = 2{,}7$. Iets meer dan 2: de groei van een hele cel hangt van veel enzymen tegelijk af, en ligt onder het optimum steiler.

## 35.11 Hoe lang mag de sla buiten de koelkast?

Toepassen · 5 · Rekenen · 20 min

Gebruik de generatietijden uit het temperatuurmodel van het handboek: *Listeria* 30 h bij 4 °C, 13 h bij 7 °C, 2,0 h bij 20 °C; *E. coli* groeit niet onder 7 °C, verdubbelt om de 1,6 h bij 20 °C en om de 32 min bij 30 °C. De Europese regels laten in kant-en-klaar voedsel hoogstens 100 KVE *Listeria* per gram toe tot de houdbaarheidsdatum.

**a** Verse sla bevat 10 KVE Listeria per gram. Hoeveel na 5 dagen bij 4 °C, en bij 7 °C? Wordt de grens van 100 per gram overschreden?

4 °C: 120 h / 30 h = 4 verdubbelingen: $10 \cdot 2^4 = 160$ per gram, al boven 100. 7 °C: $120/13 = 9{,}2$ verdubbelingen: $10 \cdot 2^{9{,}2} \approx 5900$ per gram. Een koelkast op 7 °C is dus veel riskanter.

**b** Een slaatje met 100 E. coli per gram blijft 4 uur in een warme auto (30 °C). Hoeveel zijn er daarna?

4 h / 0,53 h = 7,5 verdubbelingen: $100 \cdot 2^{7{,}5} \approx 18\,000$ per gram.

**c** Formuleer twee regels voor de bewoners van Habitat voor de oogst en de opslag van sla.

Bv.: 'Geoogste sla binnen een uur in de koelkast op 4 °C en binnen drie dagen opeten.' En: 'Oogst alleen wat vandaag of morgen gegeten wordt; sla blijft het best aan de plant.'

## 35.12 Python: het groeimodel aanpassen

Toepassen · 5 · Programmeren · 25 min

Neem `groei.py` uit het handboek.

**a** Start met 10 keer meer bacteriën (n0 = 1e4). Hoeveel sneller wordt het plafond bereikt? Verklaar met de generatietijd.

Het plafond komt ongeveer 1,1 uur vroeger: 10 keer meer is $\log 10 / \log 2 = 3{,}3$ verdubbelingen minder, van 20 minuten elk.

**b** Maak de generatietijd 60 minuten in plaats van 20 (koeler). Hoe lang duurt het nu tot het plafond?

MU_MAX = math.log(2) / 1 geeft drie keer zo lange generaties; de aanloop blijft in het model 1,5 uur. Het plafond komt na ongeveer 23 uur in plaats van 9 uur: de 20 verdubbelingen duren nu elk een uur.

**c** Voeg een functie `verdubbelingstijd(curve, t1, t2)` toe die uit twee punten van de curve de generatietijd berekent. Test ze tussen 3 en 6 uur.

```
def verdubbelingstijd(curve, t1, t2):
    dt = curve[1][0] - curve[0][0]
    n1 = curve[round(t1 / dt)][1]
    n2 = curve[round(t2 / dt)][1]
    return (t2 - t1) / (math.log(n2 / n1) / math.log(2))

print(verdubbelingstijd(groeicurve(), 3, 6) * 60, 'min')
```

Tussen 3 en 6 uur geeft het 21,5 minuten: de exponentiële fase met 20 minuten generatietijd.

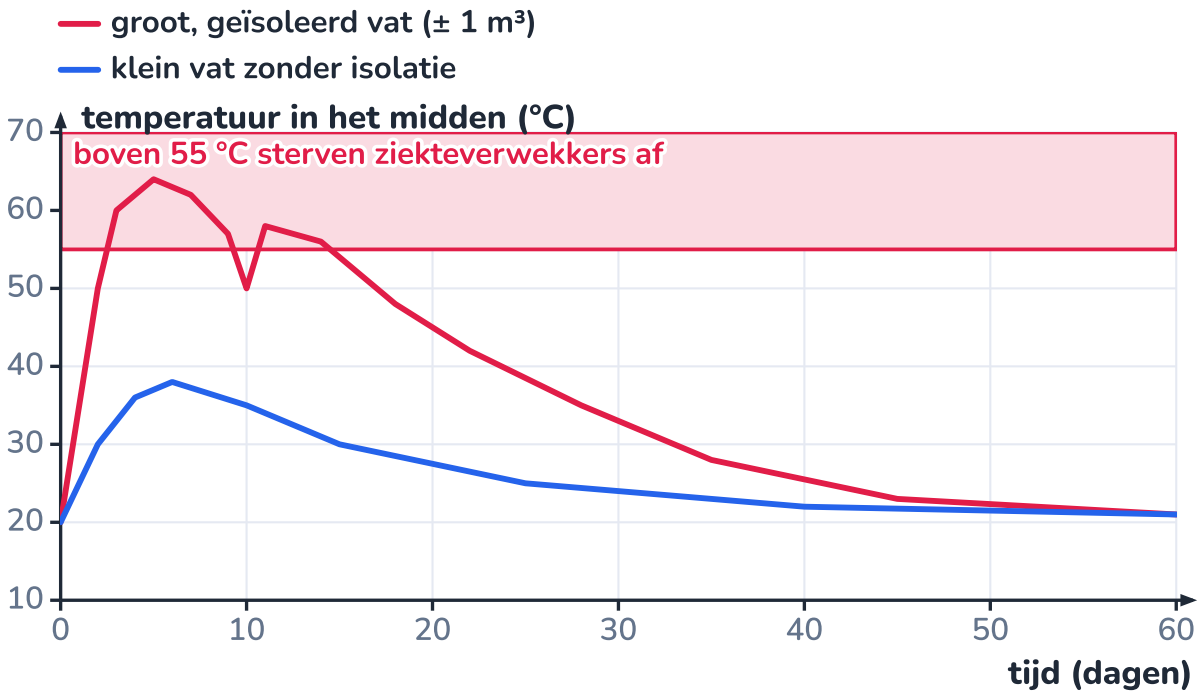
## Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

### 35.13 Habitat: het compostvat ontwerpen

Uitdagen · 7 · Habitat · 75 min

Habitat wil de plantenresten (2,4 kg per teelt van 35 dagen) en het keukenafval (± 0,25 kg per dag voor twee bewoners) composteren, met karton van de bevoorrading erbij. Rekenwaarden: slaresten 5 % droge stof (40 % C, 4,0 % N); keukenafval 20 % droge stof (45 % C, 2,5 % N); karton 90 % droge stof (42 % C, 0,14 % N). Goede compost: C/N 25 tot 35, vocht 50 tot 65 %, zuurstof, en enkele dagen boven 55 °C om ziekteverwekkers te doden.




Voorbeeldverloop van de temperatuur in een groot en een klein compostvat.

**a** Hoeveel slaresten en keukenafval komen er per week binnen? Bereken hun samen C/N en het vochtgehalte.

Per week: slaresten $2{,}4/5 = 0{,}48\,\text{kg}$, keukenafval $0{,}25 \cdot 7 = 1{,}75\,\text{kg}$. C: $0{,}167\,\text{kg}$; N: $0{,}0097\,\text{kg}$; C/N = 17,2. Vocht 83 %.

**b** Hoeveel karton per week brengt de C/N op 28? Wat wordt het vochtgehalte? Hoeveel karton heb je nodig voor 65 % vocht, en wat is dan de C/N?

Karton $m$: $\dfrac{0{,}167 + 0{,}378\,m}{0{,}00971 + 0{,}00126\,m} = 28$ geeft $m = 0{,}31\,\text{kg}$ per week; vocht dan 74 %. Voor 65 % vocht: ongeveer 0,7 kg karton, maar dan C/N = 42.

**c** Kies een mengsel en verdedig je keuze. Wat doe je met het teveel aan vocht?

Bv. 0,6 kg karton per week: C/N ongeveer 38, vocht ongeveer 68 %: iets te veel koolstof (trager, maar geurloos) en iets te nat. Het vocht kan weg via een afvoer onderaan (het percolaat is een vloeibare meststof voor de meetkas, verdund), of door de resten eerst een dag te laten drogen in de warme, droge lucht bij de lampen.

**d** Waarom haalt een klein vat moeilijk 55 °C (grafiek)? Wat doe je eraan, en welke regel volgt daaruit voor het gebruik van de compost?

Een klein vat heeft veel oppervlak tegenover zijn inhoud: het verliest de warmte van de bacteriën sneller dan het ze maakt (zoals een kleine kop thee sneller afkoelt, hoofdstuk 5). Oplossing: isoleren, het vat vol genoeg houden, eventueel een kleine verwarming. Haalt de compost geen 55 °C, dan laat je ze maanden langer rijpen en gebruik je ze alleen voor sierplanten of gewassen die gekookt worden, niet in de bakjes met pluksla van de meetkas en nooit in het NFT-systeem.

**e** Teken het compostvat met de plaats in het station, de beluchting, de afvoer van vocht en een temperatuursensor, en schrijf de logregel die de microcontroller elke dag bijhoudt.

> ✓ Bv. een geïsoleerd vat van 120 L in de berging bij de buitenwand, met een luchtinlaat onderaan en een afvoer met filter naar buiten (geur), een tapkraantje voor het percolaat, een DS18B20 in het midden. Logregel: datum, temperatuur midden, temperatuur berging, kg toegevoegd, keer omgeschept.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Rekenwerk** | Massa's per week, C- en N-balans, C/N en vocht correct, met eenheden. |
| **Afweging** | Ziet dat C/N en vocht niet tegelijk ideaal zijn met deze stoffen; kiest een verdedigbaar compromis of een extra maatregel. |
| **Hygiëne** | Temperatuur boven 55 °C of, als dat niet lukt, geen compost bij voedselgewassen; vat buiten de kweekruimte; handen wassen. |
| **Ontwerp** | Beluchting, vochtafvoer, isolatie, sensor en logregel; plaats en geur doordacht. |

## 35.14 Habitat: een hygiëneplan voor de kweekruimte

●●● Uitdagen · 6 · Habitat · 45 min

Werk de acht hygiëneregels van het handboek uit tot een plan voor de kweekruimte, met een risicotabel zoals in F5. Houd rekening met het rondpompen (60 L in 12,5 minuten), de temperatuur van het reservoir (18-22 °C), de bewoners (twee), en de bevoorrading om de dertig dagen.

**a** Maak een risicotabel met minstens vijf gevaren.

> ✓ Bv.: Pythium (kans middel in de zomer, gevolg: hele teelt verloren; maatregel: reservoir < 24 °C, ontsmetten tussen teelten; teeltverantwoordelijke, dagelijks temperatuur). Botrytis (hoge luchtvochtigheid; ventileren, zieke bladeren weg; dagelijks). Salmonella of E. coli via handen (wasbak bij de deur, handschoenen bij het oogsten). Norovirus (zieken oogsten niet; zeep, geen handgel alleen). Legionella (geen lauw stilstaand water, geen nevel; vaten maandelijks doorspoelen). Algen (lichtdicht reservoir).

**b** Wat doe je als de sla op één plaats slap wordt en de wortels bruin zijn? Beschrijf de stappen.

> ✓ Zieke planten meteen verwijderen in een gesloten zak; de temperatuur en de pH van het reservoir controleren; als meer planten ziek worden: de teelt oogsten wat eetbaar is, het systeem leegmaken, goten, netpotjes en reservoir schrobben, ontsmetten en naspoelen; met nieuwe voedingsoplossing en nieuwe plantjes starten; de oorzaak noteren (bv. 26 °C in het reservoir).

**c** Welke metingen neem je op in het logboek (hoofdstuk 30) om een besmetting vroeg te zien?

> ✓ Temperatuur van het reservoir (elke minuut, alarm boven 24 °C), luchtvochtigheid en temperatuur van de ruimte, EC en pH, een foto per dag van het kweekbed, het aantal zieke planten; af en toe een plaattelling van het reservoir om een plotse stijging te zien.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Risico's | Minstens vijf realistische gevaren (Pythium, Botrytis, Salmonella via handen, norovirus, Legionella, algen), met kans en gevolg. |
| Maatregelen | Concreet, uitvoerbaar in een station, met verantwoordelijke en frequentie. |
| Noodplan | Snel isoleren en verwijderen, reservoir ontsmetten, oorzaak zoeken (temperatuur), opnieuw starten. |
| Metingen | Temperatuur reservoir, EC en pH, luchtvochtigheid, visuele controle, eventueel plaattellingen. |

## 35.15 Biogas uit het afval van het station: loont het?

●●● Uitdagen · 6 · Rekenen · 30 min

Een kleine vergister zou het organisch afval van het station kunnen omzetten in biogas. Neem als model dat 80 % van de droge stof als suiker $CH_2O$ afbreekt: per 2 mol $CH_2O$ ontstaat 1 mol $CH_4$. Methaan levert 890 kJ per mol. Neem voor het elektriciteitsverbruik van het hele station 10 kWh per dag (rekenwaarde).

**a** Hoeveel mol methaan en hoeveel energie leveren de slaresten van één teelt (0,12 kg droge stof)?

✓ $0{,}12 \cdot 1000 \cdot 0{,}8 / 30{,}03 = 3{,}20\,\text{mol}$ $CH_2O$, dus $1{,}60\,\text{mol}$ methaan: $1{,}60 \cdot 890 = 1423\,\text{kJ} \approx 1{,}4\,\text{MJ}$ per teelt.

**b** Het keukenafval brengt 0,35 kg droge stof per week. Hoeveel energie per dag leveren beide samen, in Wh?

✓ Keuken: $0{,}35/7 = 0{,}05\,\text{kg}$ per dag, $50 \cdot 0{,}8/30{,}03/2 = 0{,}67\,\text{mol}$ methaan = 593 kJ per dag. Sla: $1423/35 = 41\,\text{kJ}$ per dag. Samen ongeveer 634 kJ = 176 Wh per dag.

**c** Een motor met generator maakt er 30 % elektriciteit van. Welk deel van het elektriciteitsverbruik dekt dat?

✓ $0{,}30 \cdot 176 = 53\,\text{Wh}$ elektriciteit per dag, van de 10 000 Wh: 0,5 %.

**d** Loont een vergister voor Habitat? Geef ook een argument dat niet over energie gaat.

✓ Voor energie loont het niet: een half procent van het verbruik, en een vergister vraagt onderhoud, verwarming (35 °C) en veiligheidsmaatregelen (brandbaar gas, geur). Wel een argument: afval wordt gehygiëniseerd en verkleind, en het digestaat is een vloeibare meststof; in een groter station (met ontlasting) of op een boerderij verandert de rekening.

## 35.16 Debat: antibiotica in de veeteelt

●●● Uitdagen · 6 · Argumenteren · 30 min

Stelling: 'Antibiotica mogen alleen nog gebruikt worden om zieke dieren te genezen, nooit om ziekte te voorkomen of groei te versnellen.' In de EU is antibiotica voor groeibevordering verboden sinds 2006, en ook preventief gebruik bij groepen dieren is sinds 2022 sterk beperkt. Resistente bacteriën kunnen via vlees, mest en water bij mensen komen.

**a** Leg uit hoe een bacteriepopulatie resistent wordt door veel antibioticagebruik. Gebruik de groeicurve en het plasmide.

In een grote populatie zitten door toevallige mutaties (of door een plasmide van een andere bacterie) enkele bacteriën die het antibioticum overleven. Het antibioticum doodt de gevoelige; de resistente hebben dan alle voedsel en ruimte en groeien exponentieel uit tot een nieuwe populatie. Via plasmiden kunnen ze de resistentie zelfs aan andere soorten doorgeven.

**b** Geef twee argumenten voor en twee tegen de stelling.

Voor: minder resistentie, antibiotica blijven werken voor mensen; betere dierenwelzijn door betere stallen in plaats van pillen. Tegen: zonder preventie kunnen in grote groepen dieren infecties snel uitbreken (dierenleed, verlies); strengere regels maken vlees duurder; in sommige situaties (bv. na transport) is preventie verantwoord.

**c** Wat betekent resistentie voor een station, ver van een ziekenhuis?

Een infectie met een resistente bacterie is in een station veel gevaarlijker: er is maar een kleine voorraad medicijnen en geen ziekenhuis in de buurt. Infecties voorkomen door hygiëne is er nog belangrijker dan elders.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Biologie** | Selectie: gevoelige bacteriën sterven, de enkele resistente overleeft en groeit exponentieel; plasmiden geven resistentie door. |
| **Argumenten** | Voor en tegen, met gezondheid van mens en dier, economie, dierenwelzijn. |
| **Toepassing** | Zinvolle link met Habitat: beperkte medicatie, infecties voorkomen door hygiëne. |

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 36

# Hydroponie en voedselproductie

**Sla zonder aarde onder ledlampen: hoeveel per vierkante meter, per kWh en per liter, en wat dat betekent voor het voedsel van een station**

Uitgewerkte oplossingen bij de 16 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

5× oefenen · 7× toepassen · 4× uitdagen · ± 442 min

B Leven en systemen · M Materie en chemie · E Energie



Het kweekbed van de klimaatmodule: vier goten, 48 kroppen, twee lampen.

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

## ●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

### 36.1 Wat zit er in de voedingsoplossing?

●○○ Oefenen · 3 · Begrijpen · 12 min

De voedingsoplossing van Habitat: N 112, P 32, K 156, Ca 100, Mg 25, S 33 mg/L, plus sporenelementen.

a Welke drie elementen haalt een plant niet uit de voedingsoplossing, en waar komen ze vandaan?

✓ Koolstof (uit $CO_2$ van de lucht), zuurstof en waterstof (uit water en $CO_2$).

**b** Waarom maak je twee stamoplossingen A en B, en waarom mag je ze nooit onverdund samengieten?

In A zit calcium (calciumnitraat), in B sulfaat en fosfaat. Geconcentreerd vormen ze samen onoplosbaar calciumsulfaat (gips) en calciumfosfaat: die slaan neer en zijn verloren voor de plant. In het reservoir zijn ze zo verdund dat ze opgelost blijven.

**c** In welke vorm neemt de sla stikstof op? Waarom stijgt de pH daardoor?

Als nitraat ($NO_3^-$). Om de lading in evenwicht te houden, geven de wortels voor opgenomen nitraat negatieve ionen ($OH^-$ of $HCO_3^-$) af: de oplossing wordt basischer.

## 36.2 Fotonen en daglichtsom

Oefenen · 4 · Rekenen · 15 min

Gebruik $\mathrm{DLI} = \mathrm{PPFD} \cdot t$ en $E = N_A hc/\lambda$.

**a** Een kweekkamer geeft 250 µmol/(m²·s) gedurende 18 uur. Bereken de daglichtsom.

$250 \cdot 10^{-6} \cdot 18 \cdot 3600 = 16{,}2\,\mathrm{mol/(m^2 \cdot dag)}$.

**b** Hoeveel uur moeten de lampen van Habitat (200 µmol/(m²·s)) branden voor een daglichtsom van 14 mol/(m²·dag)?

$t = 14/(200 \cdot 10^{-6}) = 70\,000\,\mathrm{s} = 19{,}4\,\mathrm{h}$.

**c** Bereken de energie van een mol fotonen van 550 nm (groen). Hoeveel joule licht is 200 µmol/s groen licht?

$E = 217{,}5\,\mathrm{kJ/mol}$; $200 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{mol/s} \cdot 217\,503\,\mathrm{J/mol} = 43{,}5\,\mathrm{W}$ (joule per seconde).

## 36.3 Welk systeem is het?

Oefenen · 3 · Begrijpen · 10 min

Vijf beschrijvingen van hydroponiesystemen.

**a** (a) Een bak met potten loopt vier keer per dag vol en weer leeg. (b) Een pot zonder pomp, met een luchtlaag die groeit. (c) Wortels hangen in een bak water met een luchtsteen. (d) Een dunne film stroomt door hellende goten. (e) Elke plant heeft een slangetje met een druppelaar.

(a) eb en vloed; (b) Kratky; (c) diepwatercultuur (DWC); (d) NFT; (e) druppelsysteem.

**b** Welk systeem kies je voor tomaten die 3 m hoog worden? Waarom niet NFT?

Een druppelsysteem met steenwol of kokos: de grote wortels en de zware plant hebben een substraat nodig, en een tomaat staat maanden: een goot met een dun filmpje verstopt en houdt het grote wortelstelsel niet.

**c** Waarom is een gesloten systeem riskanter bij een ziekte dan een open systeem?

In een gesloten systeem komt al het water langs alle wortels en terug in het reservoir: een ziekteverwekker (bv. Pythium) bereikt snel alle planten. In een open systeem loopt het drainwater weg.

## 36.4 De stikstofkringloop invullen

Oefenen · 4 · Tekenen · 15 min

Stoffen: $N_2$, $NH_4^+$, $NO_2^-$, $NO_3^-$, eiwit in planten, eiwit in vissen. Processen: stikstofbinding, nitrificatie (twee stappen), opname, eten, uitscheiding, denitrificatie.

**a** Teken de kringloop met pijlen en zet bij elke pijl het proces en (waar het past) de bacterie.

Zoals de figuur in het handboek: $N_2 \rightarrow NH_4^+$ (binding), $NH_4^+ \rightarrow NO_2^-$ (Nitrosomonas), $NO_2^- \rightarrow NO_3^-$ (Nitrobacter), $NO_3^- \rightarrow$ plant (opname), plant → vis (eten), vis → $NH_4^+$ (uitscheiding), $NO_3^- \rightarrow N_2$ (denitrificatie).

**b** Welke processen hebben zuurstof nodig, en welk proces gebeurt juist zonder zuurstof?

Nitrificatie (beide stappen) en de ademhaling van vissen en wortels hebben zuurstof nodig. Denitrificatie gebeurt zonder zuurstof.

**c** Waar zou de stikstof in een aquaponiesysteem 'verdwijnen' als het filter op sommige plaatsen zuurstofloos wordt?

In zuurstofloze hoekjes zetten denitrificerende bacteriën nitraat om in stikstofgas, dat uit het water ontsnapt: de stikstof is weg uit het systeem (en de planten krijgen minder).

## 36.5 Opbrengst omrekenen

Oefenen · 4 · Rekenen · 15 min

Een verticale boerderij oogst op één laag van 40 m² elke 30 dagen 720 kroppen sla van 150 g. De lampen van die laag verbruiken 8,0 kW, 18 uur per dag.

**a** Bereken de opbrengst in kg per m² per jaar.

Per oogst $720 \cdot 0{,}150 = 108\,\text{kg}$; per jaar $108 \cdot 365/30 = 1314\,\text{kg}$; per m² $1314/40 = 32{,}9\,\text{kg/(m}^2 \cdot \text{jaar)}$.

**b** Bereken de lampenergie in kWh per kg sla. Vergelijk met Habitat.

Energie per 30 dagen: $8{,}0 \cdot 18 \cdot 30 = 4320\,\text{kWh}$ voor 108 kg: $40\,\text{kWh/kg}$. Habitat: 11,1 kWh/kg: veel minder licht per krop, en een zuinigere lamp.

**c** Hoeveel kroppen per m² staan er? En bij Habitat?

$720/40 = 18$ kroppen per m²; Habitat: $48/2{,}88 = 16{,}7$.

# Toepassen

Toepassen — meerdere stappen, in een context

## 36.6 Labo: sla in Kratky-potten

Toepassen · 5 · Labo · 60 min

Voer de proef van het handboek uit (vier potten, vier sterktes) of kies een andere veranderlijke: pH (5,0, 5,8, 7,0), licht (vensterbank tegenover lamp) of gewas (sla, basilicum, radijs). Werk drie weken.

**a** Onderzoeksvraag, hypothese, veranderlijke, en wat je gelijk houdt.

✓ Bv. 'Bij welke EC groeit sla het best in een Kratky-pot?' Hypothese: rond 1,4 mS/cm; te weinig is gebrek, te veel is te zout. Gelijk: plantjes, licht, temperatuur, potvolume, pH bij de start.

**b** Meet om de drie dagen EC, pH en volume in minstens één pot.

✓ Typisch: EC blijft ongeveer gelijk of stijgt licht, pH stijgt 0,3 à 0,5 per week, volume daalt steeds sneller.

**c** Teken EC en pH in één grafiek (twee y-assen) en zet de eindmassa's in een staafdiagram.

✓ Zoals de figuren van het handboek.

**d** Bereken met EC en volume hoeveel gram zouten de plant opnam. Verklaar je resultaten.

✓ Zouten $= (\mathrm{EC} - 0{,}05) \cdot V$ bij de start min op het einde; typisch enkele gram. Zie het uitgewerkte voorbeeld.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Opzet** | Eén veranderlijke, gelijke plantjes en licht, etiketten, geijkte meters. |
| **Metingen** | Regelmatig, volledig, met eenheden en opmerkingen (kleur blad, wortels). |
| **Verwerking** | Grafiek met twee assen, staafdiagram, zoutbalans met de ijklijn van hoofdstuk 13. |
| **Verklaring** | EC en volume samen gelezen, pH-stijging door nitraatopname, optimum van de sterkte verklaard. |

## 36.7 Het logboek van het reservoir lezen

Toepassen · 5 · Analyseren · 20 min

Het logboek van het reservoir van de module, telkens om 8 uur:

| dag | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| niveau (L) | 60 | 55 | 51 | 60 | 55 | 50 | 60 |
| EC (mS/cm) | 1,40 | 1,48 | 1,55 | 1,33 | 1,40 | 1,47 | 1,40 |
| pH | 5,8 | 5,9 | 6,1 | 6,1 | 6,2 | 6,4 | 5,8 |
| actie | | | bijgevuld met regenwater | | | bijgevuld + A en B, pH-min | |

**a** Waarom stijgt de EC van dag 1 tot 3, en waarom daalt ze op dag 4?

✓ Water verdwijnt (opname en verdamping), de zouten blijven achter: de EC stijgt. Op dag 4 is er bijgevuld met regenwater: de zouten zijn verdund.

**b** Bereken de zouten in het reservoir (EC − 0,05) × V op dag 1, 3 en 4. Wat besluit je?

✓ Dag 1: $1{,}35 \cdot 60 = 81$ g; dag 3: $1{,}50 \cdot 51 = 76{,}5$ g; dag 4: $1{,}28 \cdot 60 = 76{,}8$ g. De hoeveelheid zouten daalt (± 2 g per dag), ook al steeg de EC. Het bijvullen met regenwater veranderde de hoeveelheid niet (± meetfout).

c Hoeveel water nemen de planten per dag op? Past dat bij het rekenmodel van het handboek?

Ongeveer 4,5 à 5 L per dag (60 → 55 → 51). Het model rekent met 4,4 L per dag gemiddeld over de teelt: dat past.

d Waarom werd op dag 6 ook pH-min toegevoegd?

De pH steeg tot 6,4 door de nitraatopname (hoofdstuk 15). Bij het bijsturen van de EC wordt ook de pH teruggebracht naar 5,8: eerst de pH, dan de EC.

## 36.8 Lampen kiezen

Toepassen · 5 · Rekenen · 20 min

Drie lampen voor het kweekbed (2,88 m²), elk dimbaar. Ga ervan uit dat 90 % van het licht op het bed valt. A: 2,5 µmol/J, € 180; B: 2,9 µmol/J, € 260; C: 3,3 µmol/J, € 420 (per lamp, je hebt er twee nodig). Doel: 200 µmol/(m²·s), 16 h per dag, 365 dagen; € 0,30 per kWh.

a Welk elektrisch vermogen heeft elke lamp nodig voor het doel?

Nodig op het bed: $200 \cdot 2{,}88 = 576\ \mu\text{mol/s}$; uit de lampen $576/0{,}9 = 640\ \mu\text{mol/s}$. A: $640/2{,}5 = 256\ \text{W}$; B: $221\ \text{W}$; C: $194\ \text{W}$ (samen, voor de twee lampen).

b Bereken per lamp de stroomkost per jaar.

Per jaar $16 \cdot 365 = 5840\ \text{h}$. A: $0{,}256 \cdot 5840 = 1495\ \text{kWh}$, € 449; B: 1290 kWh, € 387; C: 1133 kWh, € 340.

c Na hoeveel jaar is de duurdere lamp terugverdiend tegenover A? Welke kies je voor Habitat, waar de stroom van zonnepanelen komt?

B tegenover A: € 160 duurder (twee lampen), € 62 per jaar zuiniger: 2,6 jaar. C tegenover A: € 480 duurder, € 109 per jaar: 4,4 jaar. Voor Habitat telt vooral het verbruik: elke kWh moet van de panelen en de batterij komen, en in de winter is er tekort (hoofdstuk 20). De zuinigste lamp (C) is daar de beste keuze, ook al kost ze meer.

## 36.9 Debiet in de NFT-goten

Toepassen · 5 · Rekenen · 20 min

De pomp levert 4,8 L/min, 10 minuten per uur, en verdeelt over vier goten. Het reservoir bevat 60 L.

a Hoeveel liter stroomt er per pompbeurt door elke goot?

$1{,}2\ \text{L/min} \cdot 10\ \text{min} = 12\ \text{L}$ per goot per beurt.

b Hoe vaak gaat de hele inhoud van het reservoir per dag door de goten?

$4{,}8 \cdot 10 \cdot 24 = 1152\ \text{L}$ per dag: $1152/60 = 19$ keer.

**c** Na een stroomonderbreking staat de pomp 3 uur stil. Waarom is dat bij 18 °C minder erg dan bij 28 °C? Wat stel je voor?

> ✓ Bij 28 °C verdampen de bladeren meer water en ademen de wortels sneller (Q10 ≈ 2), terwijl de wortelmat sneller uitdroogt: de planten verwelken sneller. Voorstel: bij een stroomonderbreking eerst de pomp voeden (de batterij kan dat: 12 W), een alarm, en een kleine stuw aan het einde van elke goot die een laagje water vasthoudt.

## 36.10 Aquaponie voor de module?

●●○ Toepassen · 6 · Rekenen · 25 min

Een teamlid stelt voor de voedingsoplossing te vervangen door aquaponie met tilapia. FAO-vuistregels: 40-50 g visvoer per m² per dag voor bladgroenten; vissen eten 1-2 % van hun gewicht per dag; hoogstens 20 kg vis per 1000 L; voer met 32 % eiwit. Een tilapia groeit met 1,5 kg voer per kg vis.

**a** Hoeveel voer per dag, hoeveel kg vis en hoeveel liter viswater heeft het kweekbed van 2,88 m² nodig?

> ✓ Voer: $45 \cdot 2{,}88 = 130\,\text{g}$ per dag (115-144). Vis bij 1-2 %: $0{,}130/0{,}02 = 6{,}5$ tot $0{,}130/0{,}01 = 13\,\text{kg}$. Water bij 20 kg per 1000 L: 325 tot 650 L, meer dan het vijfvoudige van het reservoir.

**b** Hoeveel kg vis groeit er per jaar bij? Hoeveel voer moet er per jaar aangevoerd worden?

> ✓ Voer per jaar $0{,}130 \cdot 365 = 47\,\text{kg}$; vis erbij $47/1{,}5 = 32\,\text{kg}$ per jaar.

**c** Geef twee voordelen en drie nadelen voor een station.

> ✓ Voordelen: verse vis (eiwit), geen kunstmest nodig voor stikstof, een kringloop die leerrijk is. Nadelen: een grote, zware watertank (325-650 kg), het voer moet toch aangevoerd worden (47 kg per jaar), vissen moeten verzorgd worden en kunnen ziek worden, de pH daalt door nitrificatie (bijsturen met base), en ijzer en kalium moeten vaak toch bijgedoseerd worden.

## 36.11 Python: opbrengst.py aanpassen

●●○ Toepassen · 5 · </> Programmeren · 25 min

Neem `opbrengst.py` uit het handboek.

**a** Bij 250 µmol/(m²·s) zou de teelt 30 dagen duren in plaats van 35, maar de lampen verbruiken 25 % meer. Bereken kg per jaar en kWh per kg. Loont het?

> ✓ `opbrengst(teelt=30, lampen=3.04 * 1.25)` geeft 116,8 kg per jaar en 11,9 kWh per kg. De opbrengst stijgt met 17 %, het verbruik met 25 %: per kg is het duurder. Het loont alleen als ruimte schaarser is dan energie.

**b** Voeg een parameter toe voor het aantal plantplaatsen en bereken wat 60 plaatsen (dichter planten, kroppen van 170 g) opleveren.

> ✓ `opbrengst(plaatsen=60, krop=0.170)` geeft 106,4 kg per jaar (tegenover 100,1) en 10,4 kWh per kg: meer per kWh, als de kroppen echt 170 g halen in 35 dagen.

c Schrijf een functie `m2_voor(kj_per_dag)` die berekent hoeveel m² sla nodig is voor een gegeven voedingsenergie per dag.

```
def m2_voor(kj_per_dag):
    per_m2 = opbrengst()["kJ voedsel per dag"] / OPPERVLAK
    return kj_per_dag / per_m2

print(round(m2_voor(10000)))
```

Uitvoer: 216 (m² voor 10 MJ per dag).

## 36.12 Een teeltschema voor basilicum en sla

●●○ Toepassen · 5 · Ontwerpen · 25 min

De bewoners willen naast sla ook basilicum. Basilicum kiemt 2 weken en wordt na 4 weken voor het eerst geoogst; daarna kan je 6 weken lang om de week toppen plukken. Eén van de vier goten wordt basilicum.

a Teken een teeltschema over 16 weken voor drie goten sla en één goot basilicum, met kiemen, groeien en oogsten.

Bv. sla-goten versprongen met 35 / 3 ≈ 12 dagen; basilicum: kiemen week 1-2, groeien week 3-6, oogsten week 7-12, nieuwe planten gekiemd vanaf week 11.

b Hoeveel sla oogsten de bewoners nu gemiddeld per dag? Hoeveel minder dan met vier goten?

Drie goten: $36 \cdot 0{,}180\,\text{kg}/35 = 185\,\text{g}$ eetbare sla per dag, een kwart minder dan 247 g.

c Waarom zou je basilicum niet in dezelfde goot met sla zetten?

Basilicum staat veel langer (10 weken tegenover 5), wordt hoger en schaduwt de sla, en heeft liever wat warmer (optimum rond 25 °C). Een eigen goot houdt het teeltschema eenvoudig.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Schema | Kiemen, groeien en oogsten per goot, verspringend, over 16 weken. |
| Rekenwerk | Opbrengst met drie goten correct. |
| Afweging | Verschillende teeltduur, hoogte en licht van basilicum benoemd. |

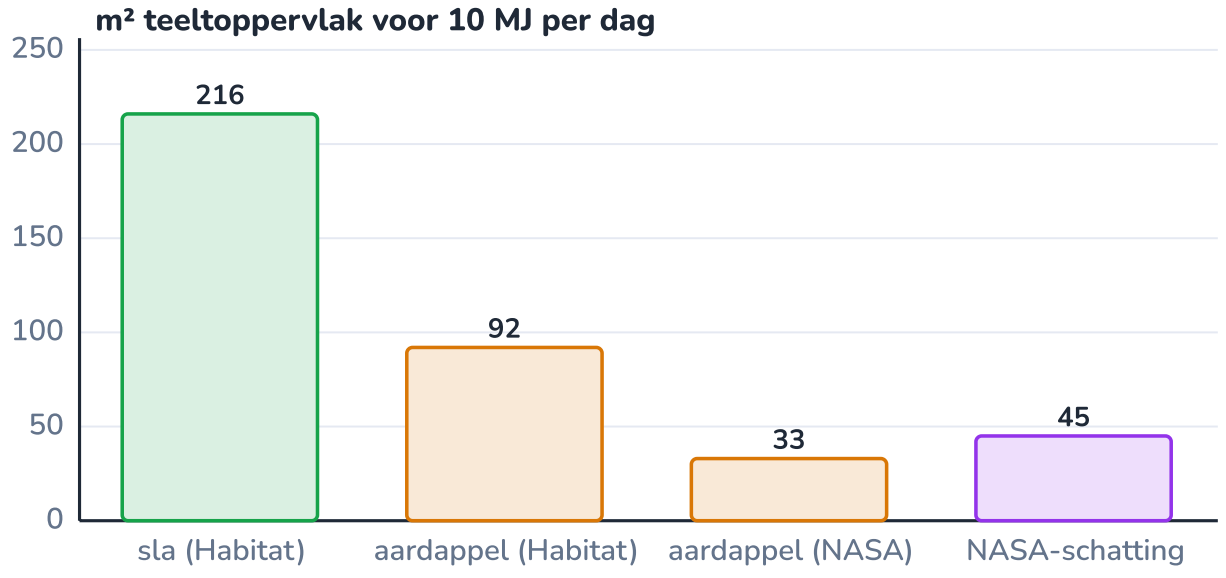
# ●●● Uitdagen Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

## 36.13 Habitat: een voedselplan voor twee bewoners

●●● Uitdagen · 7 · Habitat · 60 min

Het station heeft twee bewoners met elk 10 MJ per dag, bevoorrading om de 30 dagen (39 kg voedsel per bewoner, F29). De module levert 133 kJ per dag uit sla. Kropsla bevat per 100 g ongeveer 102 µg vitamine K (dagbehoefte volwassene ± 70-120 µg) en 166 µg vitamine A (dagbehoefte ± 700-900 µg). Energie voor lampen: ± 10 kWh per MJ voedsel (handboek).




Teeltoppervlak voor 10 MJ per dag, uit het handboek.

**a** Welk deel van de voedingsenergie van de twee bewoners levert de module? Hoeveel kg voedsel spaart dat per 30 dagen uit (1,3 kg voedsel per 10 MJ)?

✓ $133/20\,000 = 0{,}67\,\%$. Uitgespaard voedsel: $133\,\text{kJ} \cdot 30 = 4{,}0\,\text{MJ}$ per 30 dagen, $\approx 0{,}5\,\text{kg}$ voedsel (bij 1,3 kg per 10 MJ). Van de 78 kg bevoorrading: te verwaarlozen.

**b** Welk deel van de dagbehoefte aan vitamine K en A levert de sla per bewoner (247 g eetbare sla per dag, gedeeld door twee)?

✓ Per bewoner $247/2 = 123\,\text{g}$ sla: vitamine K $126\,\mu g$ (meer dan de dagbehoefte), vitamine A $205\,\mu g$ (± 26 % van 800 µg).

**c** Een teamlid wil 20 % van de voedingsenergie van beide bewoners zelf kweken, met aardappelen onder lampen. Hoeveel m² en hoeveel kWh per dag? Kan de module dat?

✓ 20 % van 20 MJ = 4 MJ per dag. Aardappel onder Habitat-licht: $4000/109 = 37\,\text{m}^2$ en $37 \cdot 1{,}06 = 39\,\text{kWh}$ per dag (of ± 10 kWh per MJ: 40 kWh). De module heeft 2,88 m² en haalt gemiddeld 3,8 kWh per dag uit de zon: nee, tien keer te weinig energie en dertien keer te weinig ruimte.

**d** Stel een voedselplan op in vijf regels: wat komt met de bevoorrading, wat uit de module, wat zou een uitbreiding (daglichtserre, ander gewas) kunnen opleveren, en wat is de rol van de sla?

✓ Bv.: '1. De voedingsenergie (koolhydraten, eiwit, vet) komt met de bevoorrading: 39 kg per bewoner per 30 dagen. 2. De module levert elke dag verse sla (± 120 g per bewoner): vitamine K, een deel van vitamine A, vezels en variatie. 3. Kruiden (één goot basilicum) voor smaak. 4. Een uitbreiding met een daglichtserre van enkele tientallen m² (aardappel, bonen) kan in de zomer een deel van de energie leveren; lampen vullen alleen aan. 5. Sla is er voor gezondheid en welzijn, niet om de bevoorrading te vervangen.'

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

| | |
|---|---|
| Rekenwerk | Deel van de energie, kg bespaard, vitaminen en oppervlak met eenheden en correcte verhoudingen. |
| Eerlijk | Erkent dat de module geen voedselautonomie geeft, en zegt waarom (licht kost energie). |
| Alternatieven | Daglicht, gewassen met meer energie per m², bevoorrading; met orde van grootte. |
| Plan | Duidelijke rolverdeling tussen bevoorrading, module en eventuele uitbreiding; de waarde van verse groenten benoemd. |

## 36.14 Habitat: de fiche van het hydroponiesysteem

Uitdagen · 6 · Habitat · 45 min

Maak voor het integratieproject (hoofdstuk 40) een fiche van één bladzijde over het hydroponiesysteem van de klimaatmodule, met alle waarden uit hoofdstuk 11-36: maten, pomp, reservoir, oplossing, sensoren, lampen, teeltschema, opbrengst, hygiëne, en een checklist voor de bewoners.

a Vul de technische tabel in (minstens tien regels, met eenheid en het hoofdstuk waar de waarde vandaan komt).

Bv.: kweekbed 2,88 m², 4 goten × 12 plaatsen (36); reservoir 60 L, lichtdicht (5, 10); pomp 4,8 L/min bij 1,56 m, 10 min per uur (11, 23); EC 1,4 mS/cm, bijsturen onder 1,2 of boven 1,8 (13); pH 5,8, bijsturen buiten 5,5-6,5 (15); oplossing 18-22 °C (34); lampen 2 × 95 W, 200 µmol/(m²·s), 16 h (20, 25); $CO_2$ ± 1,5 g per lichtuur (14); lucht 18/19 °C dag, 16/17 °C nacht (31); oogst om de 8,75 dagen, ± 100 kg per jaar (36).

b Schrijf een checklist: wat doen de bewoners dagelijks, wekelijks, per oogst en per vijf weken?

Dagelijks: niveau, pH, EC, temperatuur (in die volgorde), planten bekijken, logboek. Wekelijks: pH-meter controleren, filter spoelen, zieke bladeren weg. Per oogst: goot oogsten, schrobben, ontsmetten, nieuwe plantjes uit de kiemplank, nieuwe zaadjes op de kiemplank. Per vijf weken: reservoir volledig verversen, pH-meter ijken (om de twee weken), EC-meter controleren met ijkvloeistof.

c Welke drie alarmen stuurt de microcontroller, met welke grens?

Bv.: niveau onder 10 cm (terug boven 12 cm, hoofdstuk 32); temperatuur van de oplossing boven 24 °C (terug onder 23 °C); pH buiten 5,5-6,5 of EC buiten 1,2-1,8 langer dan een uur.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

| | |
|---|---|
| Volledig | Kweekbed, reservoir, pomp, oplossing (EC, pH), temperatuur, licht, teeltschema, opbrengst, hygiëne. |
| Juist | Waarden en eenheden kloppen met de hoofdstukken (60 L, 4,8 L/min, EC 1,4, pH 5,8, 200 µmol, 16 h, 18-22 °C, ...). |
| Bruikbaar | Checklist concreet en in de juiste volgorde (pH voor EC); alarmen met grens en hysterese. |

## 36.15 Onderzoek: welk gewas levert het meest per kWh?

Uitdagen · 6 · Onderzoeken · 45 min

Een klas vergelijkt drie gewassen onder dezelfde lamp (60 W, 12 h per dag) op 0,25 m² elk, gedurende 28 dagen: sla (oogst 420 g vers), radijs (310 g knolletjes, 240 g blad) en tuinkers (650 g). Energie per 100 g: sla 54 kJ, radijs 67 kJ,

tuinkers 134 kJ.

**a** Bereken per gewas de eetbare opbrengst in g per kWh en in kJ voedsel per kWh (de lamp belicht de drie vakken samen; verdeel de energie gelijk).

> Energie: $60\,\mathrm{W} \cdot 12\,\mathrm{h} \cdot 28 = 20{,}2\,\mathrm{kWh}$, per vak 6,72 kWh. Sla: 420 g, 62 g/kWh, 34 kJ/kWh. Radijs (knolletjes): 310 g, 46 g/kWh, 31 kJ/kWh (met het blad erbij meer). Tuinkers: 650 g, 97 g/kWh, 130 kJ/kWh.

**b** Welk gewas wint op gewicht, welk op energie? Welke andere maat zou je nog willen kennen?

> Tuinkers wint op beide maten in deze proef (hij groeit snel en wordt jong geoogst). Andere maten: droge stof, eiwit, vitaminen, smaak en hoeveel mensen het graag eten.

**c** Ontwerp een betere proef: wat verbeter je aan deze opzet?

> Herhalingen (minstens drie vakken per gewas), de plaatsen onder de lamp loten (in het midden valt meer licht), het licht per vak meten, dezelfde teeltduur of per gewas de optimale duur, en ook de droge stof bepalen.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Rekenwerk | Energie per vak 6,72 kWh, g/kWh en kJ/kWh correct. |
| Interpretatie | Onderscheid gewicht en energie; voedingswaarde (vitaminen, eiwit) als extra maat. |
| Proefontwerp | Herhalingen, willekeurige plaats onder de lamp, zelfde oppervlak, meten van droge stof. |

## 36.16 Debat: verticale boerderijen in de stad

Uitdagen · 6 · Argumenteren · 30 min

Stelling: 'Steden moeten hun groenten telen in verticale boerderijen: meerdere lagen onder ledlampen, dicht bij de consument.' Gebruik de cijfers van het handboek: 10 à 40 kWh per kg sla onder lampen, 250 L water per kg in het veld tegenover 20 L of minder in hydroponie, 3,9 tegenover 35 à 41 kg per m² per jaar per laag. Een Belgisch gezin verbruikt ongeveer 3500 kWh elektriciteit per jaar.

**a** Hoeveel elektriciteit kost de sla van één persoon (± 10 kg per jaar) uit een verticale boerderij, bij 20 kWh per kg? Welk deel van het verbruik van een gezin is dat per persoon?

> $10 \cdot 20 = 200\,\mathrm{kWh}$ per persoon per jaar: ongeveer 6 % van het verbruik van een gezin van 3500 kWh, per gezinslid.

**b** Geef twee argumenten voor en twee tegen, met cijfers.

> Voor: veel minder water (20 L of minder tegenover 250 L per kg) en ruimte (10 keer meer per m² per laag), het hele jaar vers en zonder pesticiden, minder transport. Tegen: veel elektriciteit (tientallen keren meer dan het veld, dat zonlicht gratis krijgt), dure installatie, en als de stroom fossiel is een hogere $CO_2$-uitstoot dan sla uit het veld die met de vrachtwagen komt.

**c** Voor welke gewassen en welke plaatsen is het wel een goed idee? Formuleer een genuanceerd standpunt.

> Bv.: 'Verticale boerderijen zijn zinvol voor snelle bladgewassen en kruiden, op plaatsen zonder goede grond of met een extreem klimaat (poolstation, woestijn, ruimte), en met hernieuwbare stroom. Voor graan, aardappelen of fruit in België zijn ze geen alternatief voor het veld en de serre met daglicht.'

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Cijfers** | 200 kWh per persoon per jaar, vergeleken met ± 3500 kWh per gezin. |
| **Argumenten** | Water, ruimte, transport en vers tegenover energie, investering en $CO_2$ van de stroom. |
| **Standpunt** | Genuanceerd: snelle bladgewassen en kruiden, plaatsen zonder grond of met extreem klimaat, met hernieuwbare stroom. |

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 37

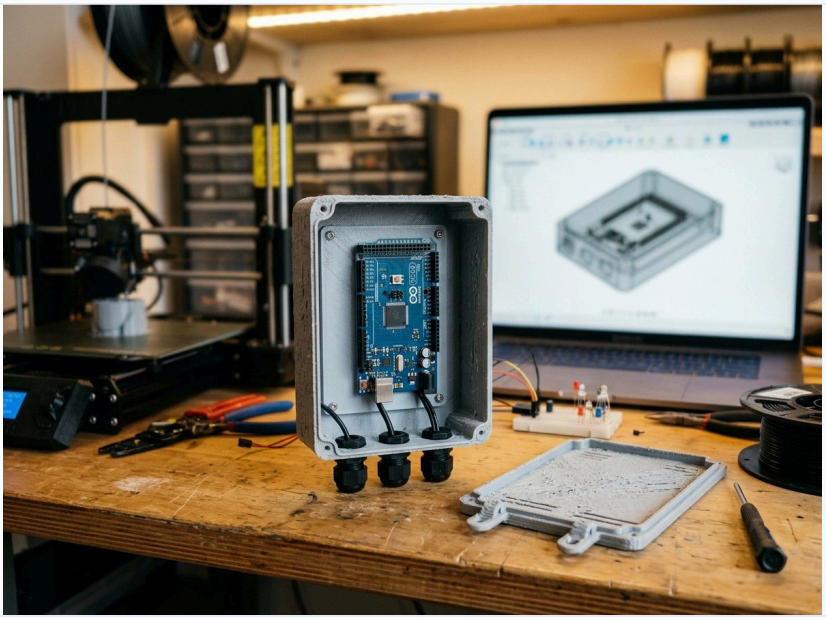
# Parametrisch ontwerpen

## Een ontwerp als functie: verander één maat en de rest volgt

Uitgewerkte oplossingen bij de 16 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

5× oefenen · 7× toepassen · 4× uitdagen · ± 502 min

D Ontwerpen en maken · W Wiskundig modelleren



De regelkast van de klimaatmodule: één model, en elke maat volgt uit een paar invoermaten.

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

## Oefenen

één stap, direct toepassen

### 37.1 Invoermaat of afgeleide maat?

Oefenen · 3 · Begrijpen · 10 min

Hieronder staan maten van de regelkast RK-1. Het model heeft als invoer: plaat_l, plaat_b, plaat_d, comp_h, bus_h, speling, boven, wand en deksel_d.

a Zet elke maat in de juiste kolom: plaat_l, buiten_l, wand, binnen_h, bus_h, bak_h, totaal_h, binnen_b.

Invoer: plaat_l, wand, bus_h. Afgeleid: buiten_l, binnen_h, bak_h, totaal_h, binnen_b.

**b** Schrijf voor elke afgeleide maat de formule met de invoermaten.

buiten_l = plaat_l + 2·speling + 2·wand; binnen_b = plaat_b + 2·speling; binnen_h = bus_h + plaat_d + comp_h + boven; bak_h = binnen_h + wand; totaal_h = bak_h + deksel_d.

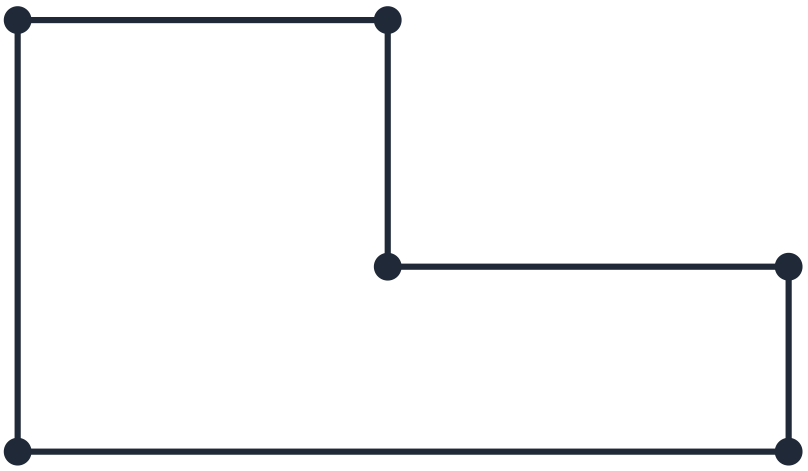
**c** Een klasgenoot typt in zijn CAD-model de buitenlengte 146 in. Wat gaat er mis als de montageplaat 150 mm wordt?

De buitenlengte blijft 146 mm terwijl er 156 mm nodig is: de plaat past niet meer, of de wand wordt −3 mm dik. Een afgeleide maat hoort een formule te zijn, geen getal.

## 37.2 Vrijheidsgraden tellen

Oefenen · 3 · Rekenen · 15 min

Een punt heeft 2 vrijheidsgraden. Gebruik de tabel met beperkingen uit het handboek.




Een L-vormige plaat: zes hoekpunten, alle randen horizontaal of verticaal.

**a** Hoeveel vrijheidsgraden heeft een driehoek van drie losse punten?

$3 \times 2 = 6$.

**b** Hoeveel vrijheidsgraden heeft de L-vorm zonder beperkingen? Hoeveel na drie horizontale en drie verticale beperkingen?

$6 \times 2 = 12$; na 6 richtingsbeperkingen nog 6.

**c** Welke maten en welke andere beperkingen heb je nog nodig voor een volledig bepaalde schets? Tel na.

Vier maten (totale breedte, totale hoogte, breedte en hoogte van de uitsparing) en de plaats (een hoek op de oorsprong: 2): $12 - 6 - 4 - 2 = 0$.

**d** Je zet er nog een maat bij: de afstand tussen de twee uiterste hoeken (de diagonaal). Wat meldt het programma?

> Overbepaald: de diagonaal volgt al uit de totale breedte en hoogte. Het programma meldt een overbodige beperking, of een conflict als de waarde niet klopt.

## 37.3 Welke bewerking?

Oefenen · 3 · Begrijpen · 10 min

Welke bewerking(en) gebruik je om deze onderdelen te maken? Kies uit extruderen, uitsparen, draaien, afronden, afschuinen, uithollen, patroon, spiegelen.

(a) een netpotje voor het NFT-rek (rond, taps, met sleuven rondom); (b) de bak van RK-1; (c) een kabeltule; (d) de rand van een kast die op het printbed ligt; (e) de twee klikvingers van het deksel.

> (a) Draaien (het tapse profiel met de wand), dan uitsparen van één sleuf en een cirkelpatroon. (b) Extruderen van de afgeronde omtrek, uithollen met de wand, afronden van de verticale ribben, patroon voor wartelgaten en bussen. (c) Draaien van het profiel. (d) Afschuinen (45°), niet afronden: een afronding onderaan begint met een bijna horizontale overhang. (e) Eén vinger extruderen, dan spiegelen rond het middenvlak.

## 37.4 Gaten voor jouw printer

Oefenen · 4 · Rekenen · 12 min

Gebruik de passingstabel van de schoolprinter uit het handboek (pers: d + 0,2; glij: d + 0,4; ruim: d + 0,6) en de regel dat de printer gaten 0,2 mm kleiner maakt.

**a** Welke diameter teken je voor (a) een stalen pen Ø 3,0 die vast moet zitten; (b) een as Ø 5,0 die moet draaien; (c) een schroef M3 die vrij door het deksel moet?

> (a) 3,2 mm (pers). (b) 5,4 mm (glij). (c) 3,6 mm of meer (ruim), bv. 3,6: geprint ±3,4 mm, 0,4 mm ruimte (0,2 mm per kant) rond de schroef.

**b** De fabrikant van een inzetmoer M3 schrijft een gat van Ø 4,0 mm voor. Welke diameter teken je, en waarom?

> 4,2 mm: de printer maakt het gat 0,2 mm kleiner, dan wordt het 4,0 mm zoals de fabrikant vraagt.

**c** Waarom geldt de tabel niet zomaar voor een geprinte pen in een geprint gat?

> Dan wijken beide delen af: de pen kan ook iets dikker uitvallen. Je moet de afwijkingen van beide delen samen rekenen (tolerantiestapeling) of een testprint maken met geprinte pennen.

## 37.5 De kast van de meetkas

Oefenen · 4 · Rekenen · 15 min

De Uno van de meetkas (68,6 × 53,4 mm) krijgt dezelfde soort kast: hoogste onderdeel 15 mm, twee wartels, en verder de standaardwaarden van behuizing.py (wand 2,0, speling 1,0, bus_h 6, plaat_d 3, boven 12, deksel 2).

**a** Bereken de binnenmaten, de buitenmaten, bak_h en totaal_h.

✓ Binnen $70{,}6 \times 55{,}4 \times 36$ mm ($6 + 3 + 15 + 12$); buiten $74{,}6 \times 59{,}4$ mm; $\text{bak}_h = 38$, $\text{totaal}_h = 40\,\text{mm}$. (behuizing.py geeft 74,6 × 59,4 × 40.)

**b** Controleer de twee wartelregels: past het gat in de wandhoogte, en passen twee wartels naast elkaar in de korte zijde?

✓ Wartelgat: $12{,}5 + 10 = 22{,}5 \le 38$: in orde. Twee wartels: $2 \times 22{,}5 = 45 \le 59{,}4$: in orde. Drie zouden 67,5 mm vragen: te veel.

## ●●○ Toepassen Toepassen

meerdere stappen, in een context

### 37.6 Hoeveel speling heeft het deksel nodig?

●●○ Toepassen · 5 · Rekenen · 20 min

Een andere printer maakt holtes gemiddeld 0,15 mm kleiner, en elke maat wijkt toevallig tot 0,15 mm af. Buitenmaten komen gemiddeld juist uit. De binnenmaat van de bak is getekend op 92,0 mm.

**a** Bereken de kleinste en grootste speling (samen, beide kanten) voor een lip met 0,2 en met 0,3 mm speling per kant.

✓ Bak: $92{,}0 - 0{,}15 \pm 0{,}15$: 91,70 tot 92,00. Lip bij 0,2: getekend 91,6, geprint 91,45 tot 91,75: speling $91{,}70 - 91{,}75 = -0{,}05$ (klemt!) tot $92{,}00 - 91{,}45 = 0{,}55$. Bij 0,3: lip 91,4 (91,25 tot 91,55): speling 0,15 tot 0,75 mm.

**b** Welke speling per kant is de kleinste die in het slechtste geval nog 0,1 mm (samen) overhoudt?

✓ Kleinste speling $= 2s - 0{,}15 - 0{,}15 - 0{,}15 = 2s - 0{,}45 \ge 0{,}1$, dus $s \ge 0{,}275$: teken 0,28 mm, of rond af naar 0,3 mm.

**c** Waarom is 'het slechtste geval' hier een goede keuze, en wanneer zou je minder streng rekenen?

✓ Een deksel dat klemt, is onbruikbaar en een nieuwe print kost uren: het slechtste geval mag niet. Bij veel onderdelen samen (een ketting van tien maten) is het slechtste geval heel onwaarschijnlijk; dan rekenen ingenieurs statistisch (Expert, hoofdstuk 6).

### 37.7 Een klikvinger voor een sensorkapje

●●○ Toepassen · 5 · Rekenen · 20 min

Een kapje over de lichtsensor krijgt klikvingers van 1,2 mm dik met een haak van 0,6 mm. Toegelaten rek 2 %. Gebruik $\varepsilon = 1{,}5\,t\,y / L^2$.

**a** Bereken de kleinste lengte van de vinger.

✓ $L = \sqrt{1{,}5 \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}6 / 0{,}02} = \sqrt{54} = 7{,}35\,\text{mm}$.

**b** Je kiest 8 mm. Hoe groot is de rek?

✓ $\varepsilon = 1{,}5 \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}6 / 8^2 = 0{,}0169 = 1{,}7\,\%$.

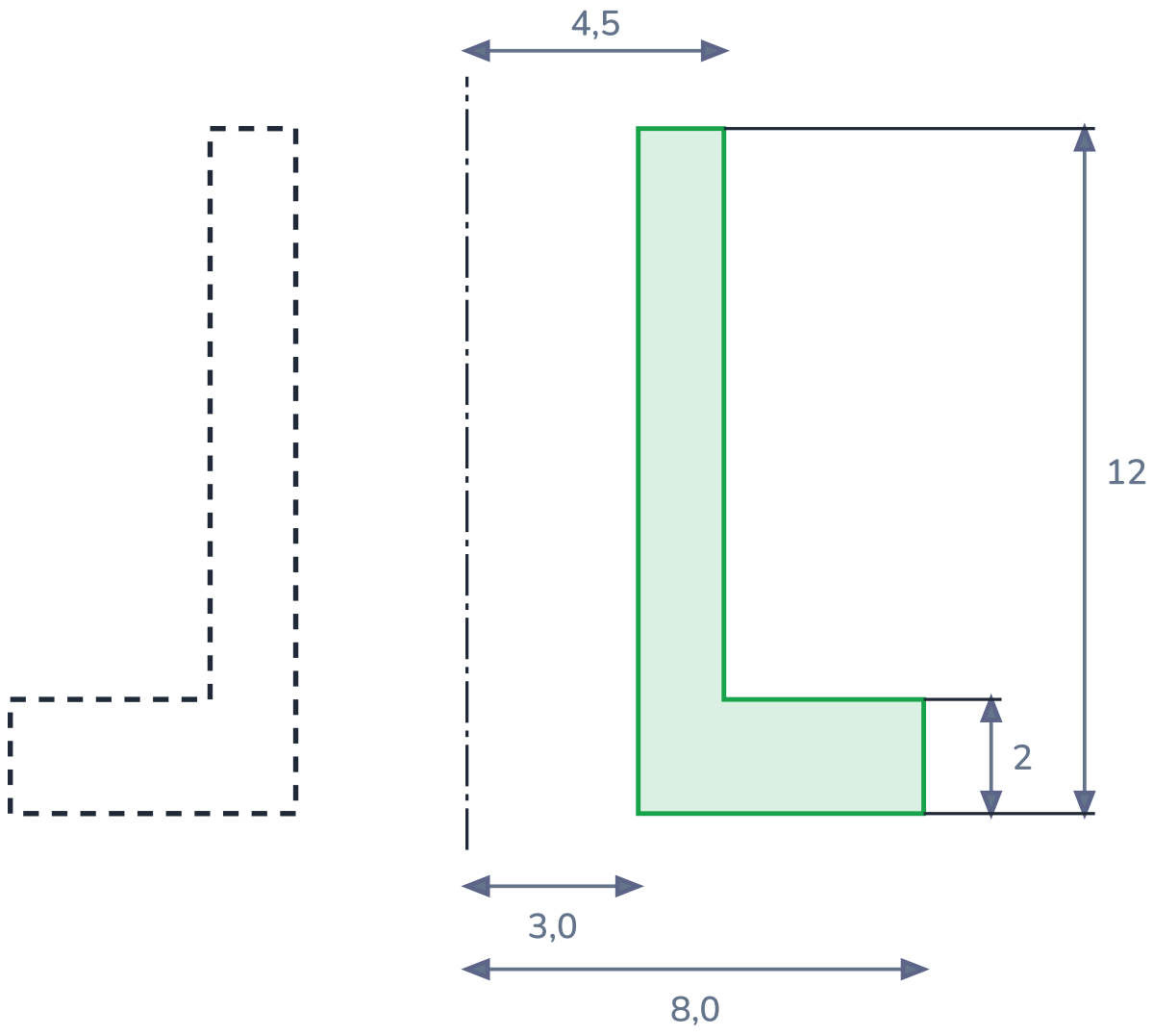
**c** Een klasgenoot maakt de vinger 2,0 mm dik 'omdat hij dan sterker is', met dezelfde lengte en haak. Reken de rek uit en beoordeel.

✓ $\varepsilon = 1{,}5 \cdot 2{,}0 \cdot 0{,}6/64 = 0{,}028 = 2{,}8\,\%$: te veel. Een dikkere vinger is stijver, dus hij rekt méér bij dezelfde doorbuiging en breekt eerder. Dikker kan alleen als de vinger ook langer wordt: $L \geq \sqrt{1{,}5 \cdot 2 \cdot 0{,}6/0{,}02} = 9{,}5\,\text{mm}$.

## 37.8 Het volume van een kabeltule

Toepassen · 5 · Rekenen · 20 min

Een kabeltule is een draaideel. Het profiel staat in de figuur (maten in mm, stralen gemeten vanaf de as).




Buisje van r = 3,0 tot 4,5 mm, 12 mm hoog, met een kraag tot r = 8,0 mm, 2 mm dik.

**a** Verdeel het profiel in twee rechthoeken. Bereken voor elk de oppervlakte en de afstand van het zwaartepunt tot de as.

✓ Buisje: $A_1 = 1{,}5 \cdot 12 = 18\,\text{mm}^2$, $\bar{x}_1 = 3{,}75\,\text{mm}$. Kraag (van 4,5 tot 8,0, onderaan 2 mm): $A_2 = 3{,}5 \cdot 2 = 7\,\text{mm}^2$, $\bar{x}_2 = 6{,}25\,\text{mm}$.

**b** Bereken het volume met de regel van Pappus.

✓ $V = 2\pi\,(18 \cdot 3{,}75 + 7 \cdot 6{,}25) = 2\pi \cdot 111{,}25 = 699\,\text{mm}^3$.

**c** Controleer met twee holle cilinders, en bereken de massa in PETG.

✓ $\pi\,(4{,}5^2 - 3^2) \cdot 12 + \pi\,(8^2 - 4{,}5^2) \cdot 2 = 424{,}1 + 274{,}9 = 699{,}0\,\text{mm}^3$. Massa: $0{,}699 \cdot 1{,}27 = 0{,}89\,\text{g}$.

## 37.9 Python: een sensorkast met sleuven

Toepassen · 6 · Programmeren · 35 min

De SHT31 hangt in een sensorkast: een klein doosje dat lucht moet doorlaten. Schrijf met behuizing.py een functie `sensorkast()` met sleuven in de twee lange wanden. Het plaatje met de sensor is 30 × 25 mm, het hoogste onderdeel 5 mm; één wartel; wand 1,6 mm, bus_h 4, plaat_d 2.

**a** Schrijf de functie: parameters voor het aantal sleuven, hun lengte en breedte; ze haalt het open oppervlak af van het volume van de bak en berekent de massa opnieuw.

✓

```
# sensorkast.py - de behuizing met ventilatiesleuven, voor de SHT31 in de sensorkast
from behuizing import behuizing, controleer, RHO


def sensorkast(sleuven=8, sleuf_l=16.0, sleuf_b=2.0, **opties):
    """Behuizing met sleuven in de twee lange wanden (de helft in elke wand)."""
    m = behuizing(30, 25, 5, wartels=1, **opties)
    wand = opties.get("wand", 2.0)
    m["open"] = sleuven * sleuf_l * sleuf_b                  # open oppervlak (mm²)
    m["volume_bak"] -= m["open"] * wand
    m["massa"] = (m["volume_bak"] + m["volume_deksel"]) / 1000 * RHO
    m["fouten"] = controleer(m, wand=wand, wartels=1)
    if sleuven // 2 * (sleuf_b + 2.0) > m["buiten_l"] - 10:   # 2 mm wand tussen twee sleuven, 5 mm a
an de rand
        m["fouten"].append("te veel sleuven voor de lange wand")
    if sleuf_l > m["bak_h"] - 6:
        m["fouten"].append("sleuf te lang voor de wandhoogte")
    return m


for boven in (8.0, 10.0):
    m = sensorkast(wand=1.6, bus_h=4.0, plaat_d=2.0, boven=boven)
    print(f"boven = {boven:4.1f}: {m['buiten_l']:.1f} x {m['buiten_b']:.1f} x {m['bak_h']:.1f} mm, "
          f"{m['massa']:.1f} g, open {m['open']:.0f} mm², {'; '.join(m['fouten']) or 'in orde'}")
```

**b** Voeg twee regels toe: de sleuven moeten naast elkaar passen in de lange wand (2 mm tussen twee sleuven, 5 mm aan de rand), en een sleuf moet minstens 3 mm onder de rand blijven en 3 mm boven de bodem.

✓ Zie de twee if-regels in de functie hierboven: sleuven // 2 per wand, elk sleuf_b + 2 mm breed, binnen buiten_l – 10; en sleuf_l ≤ bak_h – 6.

c Reken de kast door met boven = 8 mm en met boven = 10 mm. Wat merk je?

Uitvoer:

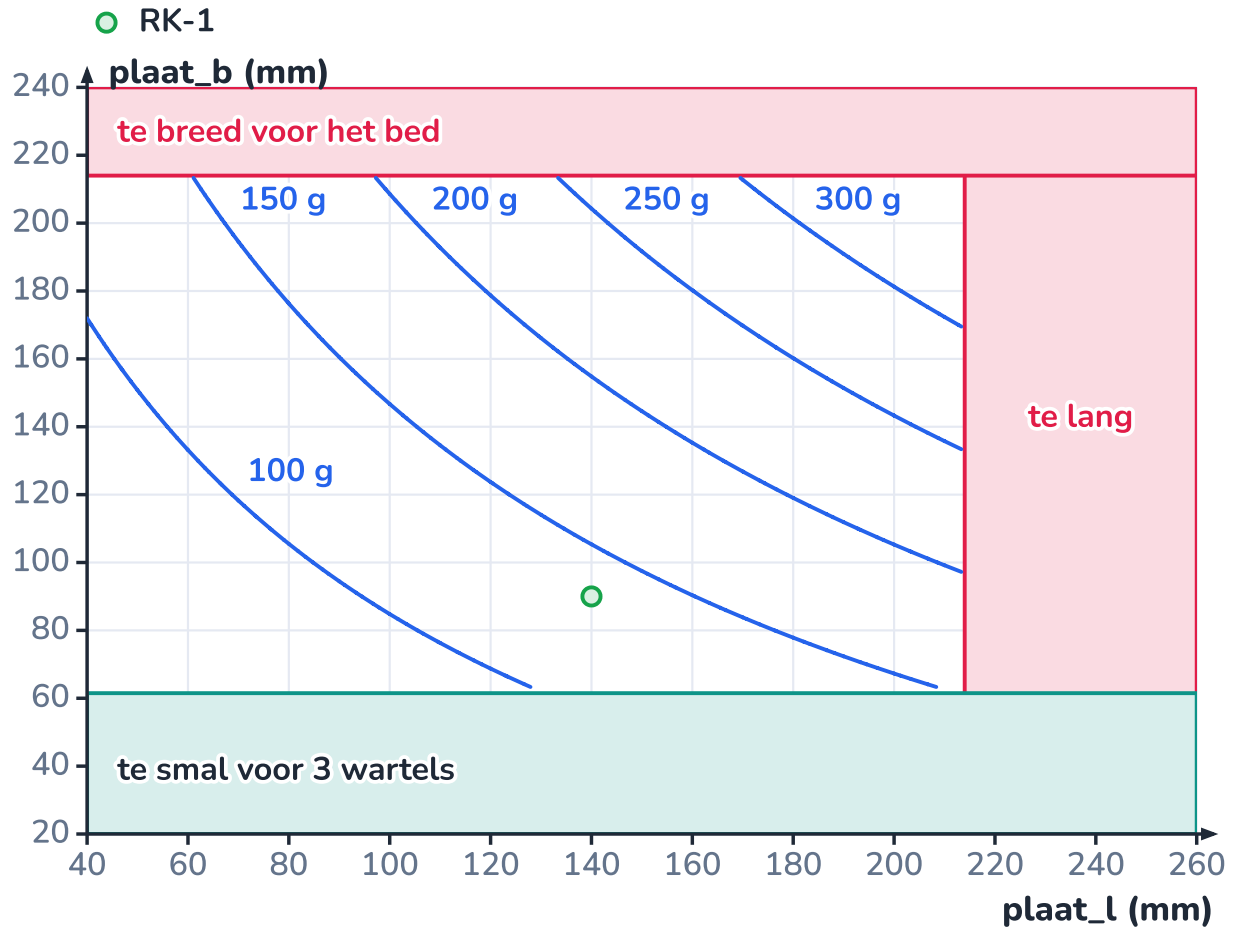
```
boven =  8.0: 35.2 x 30.2 x 20.6 mm, 10.4 g, open 256 mm², wand te laag voor het wartelgat;
sleuf te lang voor de wandhoogte
boven = 10.0: 35.2 x 30.2 x 22.6 mm, 10.9 g, open 256 mm², in orde
```

Met 8 mm ruimte is de bak te laag voor een wartelgat van 12,5 mm met 5 mm wand erboven en eronder. Met 10 mm klopt alles. Een kleinere wartel (M8) of een hogere kast: de regels dwingen je te kiezen.

## 37.10 De ontwerpruimte lezen

Toepassen · 5 · Analyseren · 15 min

Gebruik de figuur met de hoogtelijnen van de massa (comp_h = 28 mm, drie wartels, wand 2 mm).




Ontwerpruimte van de regelkast: hoogtelijnen van de massa en de verboden stroken.

a Schat de massa van een kast voor een montageplaat van 200 × 150 mm. Is die kast toegelaten?

Net boven de lijn van 250 g, ver onder die van 300 g: ongeveer 260 g (behuizing.py: 259 g). Ze is toegelaten: 200 en 150 liggen onder 214 en boven 61,5.

**b** Een montageplaat van 120 mm lang: hoe breed mag ze hoogstens zijn om onder 150 g te blijven?

Ga verticaal omhoog bij plaat_l = 120 tot je de lijn van 150 g kruist: rond plaat_b ≈ 124 mm (behuizing.py); breder wordt zwaarder dan 150 g.

**c** Waarom loopt de onderste verboden strook tot 61,5 mm? Wat verandert er met twee wartels?

Drie wartels van 12,5 mm met 10 mm tussenruimte vragen 67,5 mm; de korte zijde is plaat_b + 6 mm, dus plaat_b ≥ 61,5 mm. Met twee wartels: 45 mm, dus plaat_b ≥ 39 mm: de strook zakt tot 39 mm.

## 37.11 Werktekening van het deksel

Toepassen · 5 · Tekenen · 35 min

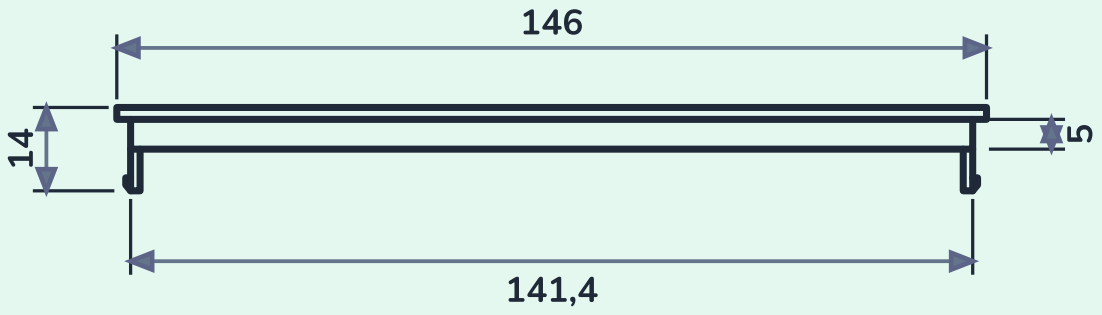
Het deksel van RK-1: plaat 146 × 96 × 2 mm met afgeronde hoeken R4; eronder een lip van 1,6 mm breed en 5 mm hoog, 0,3 mm speling per kant in de bak (binnenmaat 142 × 92 mm); in het midden van de korte zijden een klikvinger van 12 mm lang, 8 mm breed en 1,6 mm dik met een haak van 0,8 mm naar buiten.

**a** Bereken de buitenmaten van de lip.

$142 - 2 \cdot 0{,}3 = 141{,}4\,\text{mm}$ en $92 - 0{,}6 = 91{,}4\,\text{mm}$.

**b** Teken het deksel in vooraanzicht en in onderaanzicht op schaal 1:1 (of 1:2), met de functionele maten.

Voorbeeld (vooraanzicht); het onderaanzicht toont de buitenomtrek R4, de lip als rechthoek 141,4 × 91,4 met binnenrand 138,2 × 88,2 en de twee vingers in het midden van de korte zijden.




vooraanzicht; klikvingers aan de korte zijden

**c** Welke maten laat je bewust weg, en waarom?

Maten die uit andere volgen (de binnenmaat van de lip, 138,2 = 141,4 − 2 · 1,6) zet je er niet bij, of alleen als hulpmaat tussen haakjes: elke maat staat één keer op de tekening, anders kunnen twee maten elkaar tegenspreken.

## 37.12 Waar breekt het model?

Toepassen · 6 · Analyseren · 20 min

Een groep maakte de regelkast in FreeCAD. Hun bewerkingsboom: (1) schets rechthoek 146 × 96 met de linkerhoek op de oorsprong; (2) extrusie 51; (3) afronding R4 op de vier verticale ribben; (4) uithollen 2 mm; (5) schets met vier cirkels Ø 7 op (8, 8), (138, 8), (8, 88), (138, 88) en extrusie 6; (6) drie wartelgaten op 24, 48 en 72 mm van de hoek; (7) afronding R2 van 'Edge12' en 'Edge14' binnenin. De maten staan als getallen in de schetsen. Nu wordt de montageplaat 120 × 70 mm.

a Welke maten moet de groep met de hand veranderen? Welke vergeten ze gemakkelijk?

Alle maten: 146 en 96 worden 126 en 76, de bussen komen op (8, 8), (118, 8), (8, 68), (118, 68), de wartels op 19, 38 en 57 mm. Vergeten: de bussen aan de rechterkant (ze blijven op 138 staan, buiten de kast van 126 mm) en de wartelsteek (een gat Ø 12,5 op 72 mm valt deels buiten de korte zijde van 76 mm).

b Welke bewerking kan na de wijziging foutlopen zonder dat iemand iets verkeerd typt? Waarom?

De afronding van 'Edge12' en 'Edge14': na de wijziging kunnen de ribben een ander nummer krijgen, en dan wordt een verkeerde rib afgerond of faalt de bewerking (het topologische naamprobleem).

c Beschrijf hoe je het model herbouwt zodat de wijziging één cel in de spreadsheet is.

Een spreadsheet met plaat_l, plaat_b, speling, wand, bus_h, wartels; afgeleide cellen buiten_l, buiten_b, e = wand + speling + 5. Schets symmetrisch rond de oorsprong of met maten die naar de cellen verwijzen; bussen op ±(buiten_l/2 − e); wartels met een patroon over buiten_b / (n + 1); de binnenafronding niet op losse ribben maar als afronding in de schets van het uithollen (straal hoek_r − wand).

# Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

## 37.13 OpenSCAD: een parametrische kabelclip

Uitdagen · 6 · Programmeren · 45 min

Langs het NFT-rek moeten kabels en een slang netjes vastgemaakt worden: sensorkabels van Ø 4 mm, de voedingskabel van Ø 7 mm, de slang van 16 mm. Eén parametrische clip moet ze allemaal aankunnen: een open ring waarin de kabel klikt, op een voetje met twee schroefgaten.

a Kies de parameters (kabeldiameter, wand, breedte, opening, lipjes, schroefgat) en schrijf de afgeleide maten als formules.

Parameters: kabel_d, wand (1,6), breedte (8), opening (0,8 · kabel_d), lip (10), schroef (3,4 voor M3 met ruimte). Afgeleid: r_in = kabel_d/2 + 0,2 (speling), r_uit = r_in + wand, lengte van het voetje 2·(r_uit + lip), plaats van de schroefgaten ±(r_uit + lip/2).

**b** Schrijf het OpenSCAD-programma. Tip: teken het profiel in 2D en trek het op met linear_extrude.

```
// kabelclip.scad - clip voor een kabel of slang langs het NFT-rek
kabel_d = 6;     // diameter van de kabel of slang (mm)
wand    = 1.6;
breedte = 8;     // breedte langs de kabel
opening = 0.8;   // opening als deel van kabel_d (kleiner dan 1: de kabel klikt erin)
lip     = 10;    // lengte van elk lipje met een schroefgat
schroef = 3.4;   // gat voor een schroef M3
\$fn = 64;

r_in  = kabel_d / 2 + 0.2;
r_uit = r_in + wand;

module profiel() {                 // profiel in het xy-vlak, y = hoogte boven het voetje
    difference() {
        union() {
            translate([0, r_uit]) circle(r = r_uit);
            translate([-r_uit - lip, 0]) square([2 * (r_uit + lip), wand]);
        }
        translate([0, r_uit]) circle(r = r_in);
        translate([-opening * kabel_d / 2, r_uit]) square([opening * kabel_d, r_uit + 1]);
    }
}

difference() {
    linear_extrude(height = breedte) profiel();
    for (x = [-r_uit - lip / 2, r_uit + lip / 2])         // schroefgaten door de lipjes
        translate([x, -1, breedte / 2]) rotate([-90, 0, 0]) cylinder(d = schroef, h = wand
+ 2);
}
```

**c** In welke richting print je de clip, en waarom?

Met het profiel plat op het bed (zoals het programma het maakt): de ring buigt dan in het vlak van de lagen open, de sterke richting. Rechtop geprint zouden de lagen dwars op de buiging liggen.

**d** Welke regel moet het model controleren opdat de kabel erin klikt en er niet uit valt?

De opening moet kleiner zijn dan de kabel (opening kleiner dan 1) zodat hij vastklikt, maar de ring mag bij het openbuigen niet te veel rekken: de ringhelften buigen elk ongeveer (kabel_d – opening·kabel_d)/2 opzij. Een eenvoudige regel: 0,7 ≤ opening ≤ 0,9 en wand ≤ kabel_d/3; test met een proefclip.

## 37.14 Maak: twee varianten uit één model

Uitdagen · 6 · Maken · 120 min

Kies een klein onderdeel voor de klimaatmodule of de meetkas (een clip, een kapje, een houder, een kleine kast). Ontwerp het parametrisch in OpenSCAD of FreeCAD, print twee varianten met een andere hoofdmaat, en test de passing.

**a** Maak een parametertabel: naam, waarde, eenheid, invoer of afgeleid, en de regel die erbij hoort.

> ✓ Bijvoorbeeld voor een kabelclip: kabel_d (invoer, 4 / 7 / 16 mm), wand 1,6 (invoer, ≥ 1,2), opening 0,8 · kabel_d (invoer, 0,7 tot 0,9), r_in = kabel_d/2 + 0,2 (afgeleid), r_uit = r_in + wand (afgeleid), lip 10 (invoer), schroefgat 3,4 (invoer, M3 ruim).

**b** Print eerst een testje met drie spelingen (0,2 / 0,3 / 0,4 mm per kant) en kies er één.

> ✓ Kies de kleinste speling die zonder kracht past; bij de schoolprinter meestal 0,3 mm per kant voor twee geprinte delen.

**c** Print twee varianten en meet de belangrijkste maten na. Vergelijk met het model.

> ✓ Afwijkingen van 0,1 à 0,2 mm zijn normaal; systematisch kleinere gaten verklaar je met de printerafwijking (F32).

**d** Wat moest je aan het model veranderen na de eerste print? Was dat een parameter of een fout in de ontwerpintentie?

> ✓ Typisch: een maat die als getal ingetypt was in plaats van als formule (een fout in de ontwerpintentie), of een speling die te klein was (een parameter).

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Parametrisch** | Hoofdmaten zijn invoer; afgeleide maten zijn formules; de tweede variant vraagt alleen andere invoer. |
| **Ontwerpregels** | Wanddikte, speling, overhang en printrichting verantwoord; minstens één regel wordt in het model gecontroleerd. |
| **Test** | Testprint voor de speling, metingen van beide varianten, verschil met het model verklaard. |
| **Documentatie** | Parametertabel, foto's of schetsen, besluit over wat er in het model veranderde. |

## 37.15 Habitat: de sensorkast SK-1 vastleggen

●●● Uitdagen · 7 · Habitat · 90 min

De SHT31 van de klimaatmodule hangt in een sensorkast op 3 m van de Mega (hoofdstuk 30). De kast moet de sensor beschermen tegen druppels van het rek en direct licht, maar de lucht vrij doorlaten: de sensor moet binnen ongeveer een minuut de luchttemperatuur volgen (tijdconstante 60 s, hoofdstuk 31). Het plaatje met de sensor is 30 × 25 mm, het hoogste onderdeel 5 mm; één vieraderige kabel komt binnen.

**a** Stel het programma van eisen op (minstens zes eisen, met moet/wens en een toets).

> ✓ Bijvoorbeeld: M1 past rond het sensorplaatje met 1 mm speling (toets: model); M2 druppels van boven raken de sensor niet (sleuven alleen in de zijwanden, deksel dicht; toets: water gieten); M3 luchtdoorlaat minstens 250 mm² open (toets: model); M4 één wartel M12 onderaan (toets: model); M5 PETG lichtgrijs, uit de zon (I17); M6 print zonder support; W1 zo licht mogelijk; W2 deksel zonder gereedschap open.

**b** Kies de parameters (met behuizing.py en je sensorkast() uit 37.9) en noteer ze in een tabel. Waar hangen de sleuven, en waar de wartel?

> ✓ Voorbeeld: plaat 30 × 25, comp_h 5, wand 1,6, speling 1,0, bus_h 4, plaat_d 2, boven 10, 8 sleuven van 16 × 2 mm (vier per lange wand), wartel M12 in de korte zijde die naar onder hangt.

**c** Reken minstens twee varianten door en kies er één. Welke regel besliste?

Met sensorkast() uit 37.9:

```
boven =  8.0: 35.2 x 30.2 x 20.6 mm, 10.4 g, open 256 mm², wand te laag voor het wartelgat;
sleuf te lang voor de wandhoogte
boven = 10.0: 35.2 x 30.2 x 22.6 mm, 10.9 g, open 256 mm², in orde
```

Beslissend is de wartelregel: met 8 mm ruimte is de kast te laag (en de sleuf te lang). Met 10 mm (of met een kleinere wartel M8) klopt alles: 35,2 × 30,2 × 22,6 mm, ±11 g.

**d** Maak een werktekening van de gekozen variant (aanzichten, functionele maten, titelblok HAB-I37-02).

Vooraanzicht met de vier sleuven, linkerzijaanzicht met de wartel, bovenaanzicht met de bussen; maten: buitenmaten, afstand van de sleuven, wartelhoogte, busposities.

**e** Noteer in je portfolio de parameters en de gekozen variant, zodat het integratieproject (hoofdstuk 40) ze kan gebruiken.

Bijvoorbeeld: 'SK-1: plaat 30 × 25, wand 1,6, boven 10, 8 sleuven 16 × 2, 1 wartel M12, PETG lichtgrijs, variant B; werktekening HAB-I37-02.'

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Eisen | Meetbare eisen over bescherming, luchtdoorlaat, montage, kabel, materiaal en printbaarheid. |
| Parametrisch model | Parameters en afgeleide maten gescheiden; regels in het model; varianten doorgerekend. |
| Keuze | Variant gekozen met argumenten (regel, massa, luchtdoorlaat); de beslissende regel benoemd. |
| Tekening | Correcte aanzichten, functionele maten uit het model, titelblok en stuklijst. |
| Habitat | Parameters en variant in het portfolio, klaar voor hoofdstuk 40. |

## 37.16 Debat: loont parametrisch ontwerpen altijd?

Uitdagen · 5 · Argumenteren · 20 min

Een klasgenoot: 'Parametrisch ontwerpen kost dubbel zoveel tijd. Voor een onderdeel dat ik één keer print, teken ik het gewoon, en klaar.'

**a** Geef twee argumenten voor en twee tegen, telkens met een voorbeeld uit de klimaatmodule.

Voor: onderdelen die in varianten voorkomen (vier kasten, clips voor drie kabeldiameters); ontwerpen die zeker nog veranderen (de printplaat van de regelkast is nog niet definitief); regels die het model zelf controleert (bed, wartels). Tegen: een eenmalig hulpstuk (een mal om gaten te boren) is sneller vrij getekend; een parametrisch model kost tijd om goed op te zetten, en een slecht opgezet model breekt toch.

**b** Formuleer een vuistregel: wanneer ontwerp je parametrisch, wanneer niet?

Bijvoorbeeld: parametrisch als het onderdeel in meer dan één maat voorkomt, als de maten nog kunnen veranderen, of als anderen het later moeten aanpassen; anders vrij tekenen, maar ook dan symmetrisch en met beperkingen.

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 38

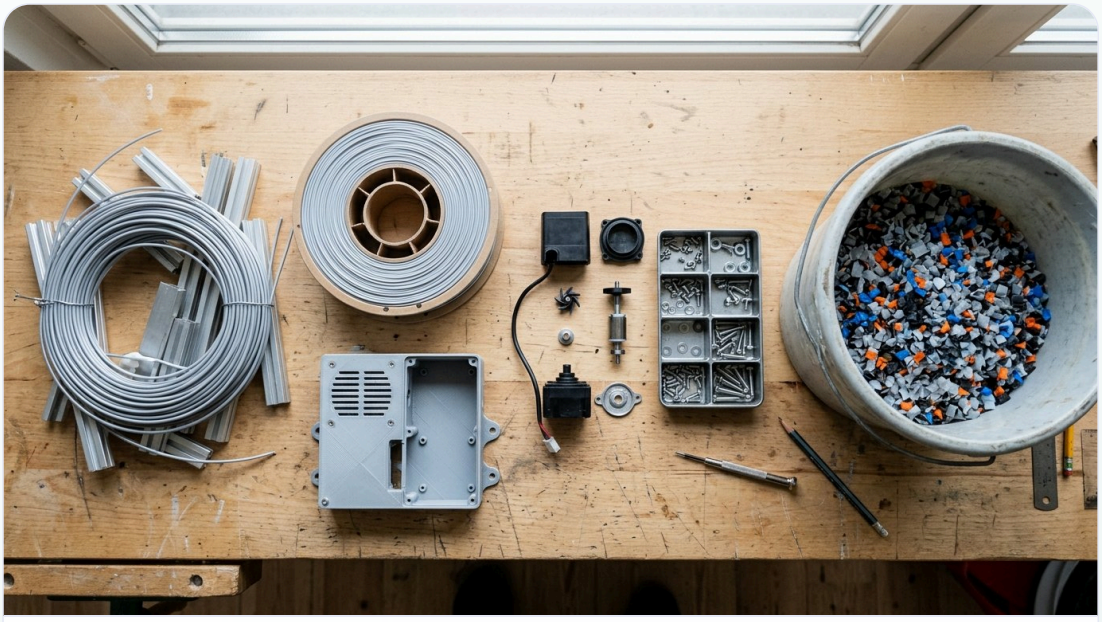
# Duurzaam ontwerpen

## Van grondstof tot afval en terug: rekenen aan de voetafdruk van wat je maakt

Uitgewerkte oplossingen bij de 16 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

5× oefenen · 6× toepassen · 5× uitdagen · ± 504 min

D Ontwerpen en maken · E Energie · M Materie en chemie



Grondstof, onderdeel, herstel en een nieuw begin: elke fase van een product telt mee.

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

## Oefenen

één stap, direct toepassen

### 38.1 De levensloop van een groeilamp

Oefenen · 3 · Begrijpen · 10 min

Een groeilamp van 95 W voor de klimaatmodule.

**a** Zet elk proces in de juiste fase (grondstof, materiaal, product maken, transport, gebruik, einde): bauxiet delven; ledchips maken; de armatuur monteren; per schip naar Antwerpen; 16 uur per dag branden; het stof van de lens vegen; de printplaat naar een recyclagebedrijf; het aluminium koellichaam omsmelten.

✓ Grondstof: bauxiet delven. Materiaal: ledchips maken (ook: aluminium maken). Product maken: de armatuur monteren. Transport: per schip. Gebruik: 16 uur per dag branden, stof van de lens vegen (onderhoud). Einde: de printplaat naar een recyclagebedrijf, het koellichaam omsmelten (dat is ook het begin van een nieuw materiaal).

**b** In welke fase verwacht je de grootste uitstoot? Leg uit met een getal.

✓ Het gebruik: $95 \cdot 16 \cdot 365 = 555\,\text{kWh}$ per jaar, met 0,15 kg per kWh ±83 kg $CO_2$-eq per jaar, tegenover ±50 kg voor het maken van de hele armatuur.

## 38.2 Omrekenen naar $CO_2$-equivalent

Oefenen · 3 · Rekenen · 12 min

Gebruik de GWP-waarden van het handboek ($CH_4$ niet-fossiel 27, fossiel 29,8, $N_2O$ 273, HFK-134a 1530).

**a** Een koe stoot ongeveer 100 kg methaan per jaar uit. Hoeveel $CO_2$-eq?

✓ $100 \cdot 27 = 2700\,\text{kg}$ $CO_2$-eq, 2,7 ton.

**b** Bij een aardgasleiding lekt 2 kg methaan. Hoeveel $CO_2$-eq? Waarom een ander GWP dan bij de koe?

✓ $2 \cdot 29{,}8 = 59{,}6\,\text{kg}$. Fossiel methaan wordt in de lucht omgezet in $CO_2$ die er vroeger niet was; bij de koe komt die koolstof uit gras dat ze net at: dat deel telt niet mee.

**c** Een akker krijgt kunstmest en stoot daardoor 1,5 kg lachgas per hectare per jaar uit. Hoeveel $CO_2$-eq per hectare?

✓ $1{,}5 \cdot 273 = 410\,\text{kg}$ $CO_2$-eq per hectare.

**d** Welke is meer: 1 kg HFK-134a of 1 ton $CO_2$?

✓ 1 kg HFK-134a = 1530 kg $CO_2$-eq, dus meer dan 1 ton $CO_2$.

## 38.3 Welke functionele eenheid?

Oefenen · 3 · Begrijpen · 10 min

Een eerlijke vergelijking begint met de dienst die het product levert.

**a** Kies een eerlijke functionele eenheid voor: (a) ledlamp tegenover gloeilamp; (b) een katoenen tegenover een papieren tas; (c) LiFePO4 tegenover lood-zuur voor de module; (d) sla uit de module tegenover sla van het veld.

✓ (a) Een hoeveelheid licht, bv. 1000 lumen gedurende 10 000 uur. (b) Eén keer boodschappen doen (een bepaalde hoeveelheid dragen). (c) 1,3 kWh per nacht leveren, 15 jaar lang. (d) Eén kg eetbare sla op het bord (inclusief transport en verlies).

**b** Waarom is 'per kg product' voor (a) en (c) een slechte keuze?

> Een zware lamp of batterij is niet slechter per se: ze kan veel langer meegaan of zuiniger zijn. Je vergelijkt de dienst, niet het gewicht.

## 38.4 Welke trede van de R-ladder?

Oefenen · 3 · Begrijpen · 10 min

Plaats elke actie op de R-ladder (R0 weigeren tot R9 terugwinnen).

(a) Een kapotte pomp krijgt een nieuwe waaier. (b) Oude PETG-prints worden gemalen tot nieuw filament. (c) Het kweekrek wordt ontworpen met 20 % minder profiel. (d) De oude lampen van de module gaan naar de meetkas. (e) Plantenresten gaan naar een vergister. (f) Je beslist dat de regelkast geen display nodig heeft. (g) Een batterijpakket krijgt nieuwe cellen. (h) Een oude laadkar wordt een kweekbak.

> (a) R4 herstellen. (b) R8 recycleren. (c) R2 verminderen. (d) R3 hergebruiken (zelfde functie, andere plaats) of R7 herbestemmen als ze een andere taak krijgen. (e) R9 terugwinnen (energie uit biogas). (f) R0 weigeren. (g) R6 herfabriceren. (h) R7 herbestemmen.

## 38.5 Hoeveel aardes?

Oefenen · 4 · Rekenen · 12 min

De aarde heeft ±1,5 gha per mens. Het aantal aardes = voetafdruk per persoon / 1,5 gha.

**a** Bereken het aantal aardes bij een voetafdruk van 2,6 gha (wereld), 6,0 gha (België) en 1,2 gha.

> $2{,}6/1{,}5 = 1{,}7$; $6{,}0/1{,}5 = 4{,}0$; $1{,}2/1{,}5 = 0{,}8$ aardes (onder 1: houdbaar).

**b** Ongeveer 60 % van de voetafdruk is koolstof. Hoeveel aardes blijven er over voor een Belg als die koolstof helemaal wegvalt?

> $0{,}40 \cdot 6{,}0 = 2{,}4\,\text{gha}$: $2{,}4/1{,}5 = 1{,}6$ aardes. Ook zonder $CO_2$ gebruiken we meer dan er is (voedsel, hout, vezels).

**c** Waarom daalt de voetafdruk van een land als het meer bos plant, ook al verandert de levensstijl niet?

> Strikt genomen daalt de voetafdruk niet, maar stijgt de biocapaciteit (het land dat $CO_2$ opneemt). De balans verbetert; de voetafdruk per persoon blijft dezelfde.

# Toepassen

Toepassen · meerdere stappen, in een context

## 38.6 LCA van de sensorhouder

Toepassen · 5 · Rekenen · 20 min

De sensorhouder SH-1 van de meetkas (F32): 3,4 cm³, 19 minuten printen. Vergelijk PLA en PETG over 10 jaar buiten op het terras, waar PLA na ongeveer 2 jaar vervangen moet worden en PETG 10 jaar meegaat.

**a** Bereken per materiaal: aantal stuks, kg $CO_2$-eq voor materiaal en printen (gebruik de rekenwaarden; laat het einde weg).

PLA: 5 stuks; massa $3{,}4 \cdot 1{,}24 = 4{,}2\,\text{g}$; materiaal $5 \cdot 0{,}0042 \cdot 5{,}76 = 0{,}121\,\text{kg}$; printen $5 \cdot (19/60)\,\text{h} \cdot 0{,}10 \cdot 0{,}15 = 0{,}024\,\text{kg}$; samen 0,145 kg. PETG: 1 stuk, $4{,}3\,\text{g}$: $0{,}0043 \cdot 5{,}85 = 0{,}025$ plus $0{,}005$: 0,030 kg.

**b** Hoeveel sensorhouders in PETG kan je printen voor de $CO_2$ die de lampen van de module in één dag kosten (3,04 kWh, 0,15 kg per kWh)?

Eén dag lampen: $3{,}04 \cdot 0{,}15 = 0{,}456\,\text{kg}$. Dat is $0{,}456/0{,}030 \approx 15$ sensorhouders in PETG.

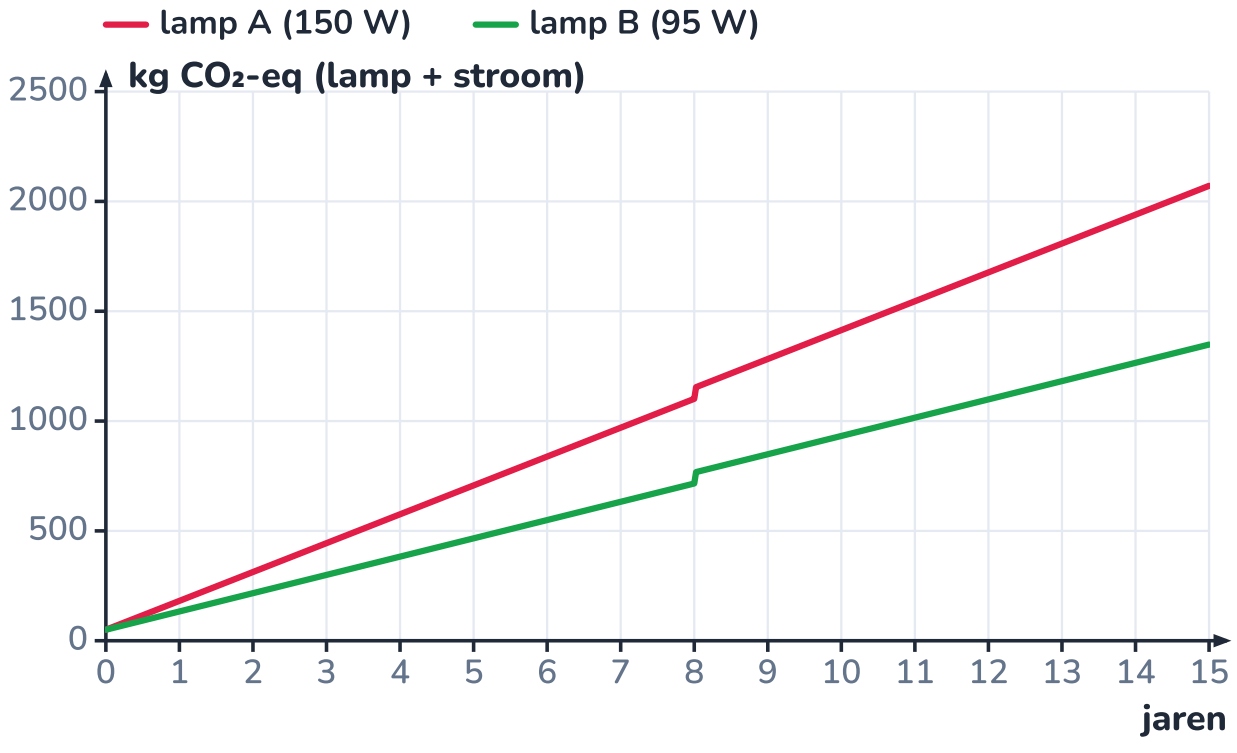
**c** Wat is hier de belangrijkste les voor een ontwerper?

Voor kleine geprinte delen telt vooral hoe lang ze meegaan (en of je ze niet te veel opnieuw print); op het niveau van de module zijn ze geen hotspot.

## 38.7 Lamp A of lamp B?

Toepassen · 5 · Rekenen · 20 min

In hoofdstuk 4 vergeleek je lamp A (150 W, € 45) en lamp B (95 W, € 120), met dezelfde lichtopbrengst, op kosten. Nu op $CO_2$. Beide armaturen: ±50 kg $CO_2$-eq om te maken, 8 jaar levensduur. 16 uur per dag; stroom 0,15 kg $CO_2$-eq per kWh.




Opgeteld $CO_2$ van één lamp over de jaren; na 8 jaar komt er een nieuwe armatuur bij.

**a** Bereken de stroom per jaar en de $CO_2$ per jaar van elke lamp.

A: $150 \cdot 16 \cdot 365 = 876\,\text{kWh}$, 131 kg $CO_2$-eq per jaar. B: $555\,\text{kWh}$, $83\,\text{kg}$ per jaar. Verschil 48 kg per jaar.

**b** Je hebt lamp A al en hij werkt nog. Na hoeveel dagen heeft een nieuwe lamp B de 50 kg van haar productie terugverdiend? Welke situatie toont de grafiek?

✓ B extra maken kost 50 kg; B spaart $321\,\text{kWh} \cdot 0{,}15 = 48\,\text{kg}$ per jaar, of 0,132 kg per dag: $50/0{,}132 \approx 380$ dagen, iets meer dan een jaar. De grafiek toont een andere situatie: je koopt hoe dan ook een nieuwe lamp. Dan kosten beide evenveel om te maken en wint B vanaf de eerste dag.

**c** Stel dat de module haar lampen volledig op eigen zonnestroom laat branden. Is de $CO_2$-winst van lamp B dan nul? Leg uit.

✓ Nee. Zuiniger licht vraagt minder panelen en minder batterijcapaciteit (93 % van het budget gaat naar de lampen), en minder netstroom in de winter. De winst verschuift van de stroomfactuur naar de productie van panelen en batterijen, maar ze blijft.

## 38.8 Een matrix voor het reservoir

Toepassen · 5 · Analyseren · 20 min

Het reservoir van 60 L kan uit PE (gespoten bak), roestvrij staal of glasvezelversterkt polyester. Criteria en gewichten: $CO_2$ over 15 jaar 30 %, voedselveilig en lichtdicht 30 %, herstelbaar 15 %, einde (recycleerbaar) 15 %, kost 10 %. Scores (1 tot 5): PE 4, 4, 2, 4, 5; RVS 2, 5, 4, 5, 2; polyester 3, 3, 3, 1, 3.

**a** Bereken de gewogen scores. Welke optie wint?

✓ PE: $0{,}3 \cdot 4 + 0{,}3 \cdot 4 + 0{,}15 \cdot 2 + 0{,}15 \cdot 4 + 0{,}1 \cdot 5 = 3{,}80$. RVS: $0{,}6 + 1{,}5 + 0{,}6 + 0{,}75 + 0{,}2 = 3{,}65$. Polyester: $0{,}9 + 0{,}9 + 0{,}45 + 0{,}15 + 0{,}3 = 2{,}70$. PE wint, nipt voor RVS.

**b** Vanaf welk gewicht voor 'herstelbaar' (in plaats van 15 %, de andere schalen mee) wint RVS? Probeer 25 % en 35 %.

✓ Bij 25 % herstel schalen de andere vier gewichten met $75/85$: PE $= 0{,}25 \cdot 2 + (75/85)(1{,}2 + 1{,}2 + 0{,}6 + 0{,}5) = 0{,}5 + 3{,}088 = 3{,}59$; RVS $= 1{,}0 + (75/85)(0{,}6 + 1{,}5 + 0{,}75 + 0{,}2) = 1{,}0 + 2{,}691 = 3{,}69$: RVS wint al. Bij 35 % nog duidelijker (PE 3,38, RVS 3,73). Het omslagpunt ligt rond 21 %: de keuze is gevoelig.

**c** Welke score zou je willen onderbouwen met een meting of een bron, en hoe?

✓ Bijvoorbeeld de $CO_2$-score: met de massa's (een PE-bak van ±4 kg, RVS van ±9 kg) en de rekenwaarden. Of 'lichtdicht': een lamp in de bak en meten met de lichtsensor.

## 38.9 Python: transport erbij

Toepassen · 6 · Programmeren · 30 min

Het station ligt later op een afgelegen plek (F1). Batterijen komen per vrachtwagen (800 km, 0,10 kg $CO_2$-eq per ton·km) en per schip (12 000 km, 0,015 kg $CO_2$-eq per ton·km); wat op is, gaat dezelfde weg terug. Breid `batterij()` uit lca.py uit met transport.

**a** Schrijf een functie `transport(massa_kg, km_weg, km_schip)` die kg $CO_2$-eq geeft voor heen en terug, en tel ze op bij de batterijen.

```
def transport(massa_kg, km_weg=800, km_schip=12000):
    ton = massa_kg / 1000
    heen = ton * (km_weg * 0.10 + km_schip * 0.015)
    return 2 * heen                       # heen met het nieuwe, terug met het oude

for naam, r in (("LiFePO4", lfp), ("lood-zuur", lood)):
    t = transport(r["massa"])
    print(naam, round(t), "kg transport,", round(r["productie"] + r["verlies"] + t), "kg
samen")
```

**b** Hoeveel $CO_2$ kost het transport van alle pakketten over 15 jaar voor LiFePO4 en voor lood-zuur? Verandert de conclusie?

Per ton: $800 \cdot 0{,}10 + 12\,000 \cdot 0{,}015 = 80 + 180 = 260\,\text{kg}$, heen en terug 520 kg. LiFePO4: 56 kg batterijen: $0{,}056 \cdot 520 = 29\,\text{kg}$. Lood-zuur: 1518 kg: $1{,}518 \cdot 520 = 789\,\text{kg}$. De conclusie verandert niet, ze wordt sterker: het transport van de loodbatterijen alleen (789 kg) is al meer dan de hele rekening van LiFePO4 met transport erbij ( $670 + 29 = 699\,\text{kg}$).

## 38.10 De demontage van de ventilator

Toepassen · 5 · Analyseren · 20 min

Om de ventilator van de klimaatmodule (D11) te vervangen, zijn nu deze stappen nodig: (1) zekering uit; (2) vier schroeven van het rooster (torx T10); (3) rooster eraf, maar het zit vast met siliconenkit; (4) de ventilator zit met vier blindklinknagels in de wand; (5) de draden zijn aan de ventilator gesoldeerd, met krimpkous; (6) de nieuwe ventilator vastklinken, solderen, kit aanbrengen, 24 uur laten drogen.

**a** Welke stappen maken herstel moeilijk? Waarom?

Stap 3 (kit: moet losgesneden en opnieuw aangebracht worden, 24 uur drogen), stap 4 (blindklinknagels: uitboren, nieuwe nagels en een tang nodig), stap 5 (solderen: soldeerbout nodig, en de kabel wordt telkens korter). Torx T10 is geen probleem als dat het enige gereedschap is.

**b** Herontwerp de bevestiging zodat het vervangen in hoogstens vier stappen en zonder speciaal gereedschap kan. Schets.

Bijvoorbeeld: de ventilator zit in een geprint kader (PETG) met twee klikvingers; het kader zit in een wandplaat met een rubberen dichtingsrand; een stekker in de kabel. Stappen: zekering uit, kader uitklikken, stekker los, nieuw kader erin.

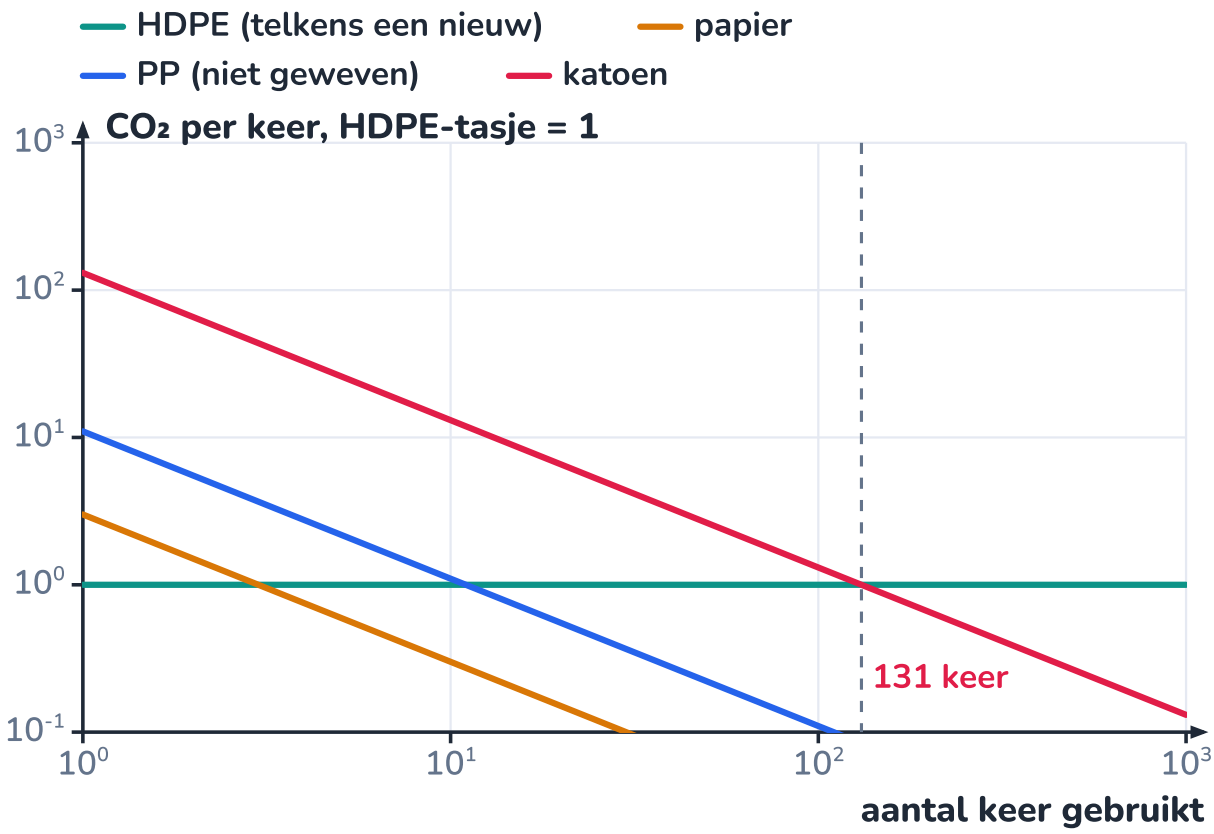
**c** Blijft de module even dicht (tocht, vocht) na je herontwerp? Hoe los je dat op?

Met een samengedrukte rubberen dichting (EPDM) tussen kader en wandplaat, in plaats van kit: ze dicht af en kan telkens opnieuw gebruikt worden (en vervangen als ze verhard is).

## 38.11 Tasjes vergelijken met een grafiek

Toepassen · 5 · Analyseren · 15 min

Gebruik de grafiek met de draagtasjes uit het handboek (logaritmische assen).




$CO_2$ per keer boodschappen, relatief tegenover een HDPE-tasje dat één keer gebruikt wordt.

**a** Hoeveel keer zoveel $CO_2$ kost het maken van een katoenen tas als een HDPE-tasje? Lees af bij 1 keer gebruik.

✓ 131 keer (katoen begint bij 131 als je ze één keer gebruikt).

**b** Een katoenen tas gaat 3 jaar mee, en je doet elke week boodschappen. Is ze dan beter dan telkens een nieuw HDPE-tasje?

✓ $3 \cdot 52 = 156$ keer: meer dan 131, dus per keer lager (131/156 = 0,84 van een HDPE-tasje). Maar nipt: een katoenen tas die je na een jaar kwijt bent, is slechter.

**c** Waarom zijn de lijnen van papier, PP en katoen recht op deze grafiek, terwijl de $CO_2$ per keer eigenlijk een hyperbool is?

✓ $CO_2$ per keer $= C/k$: op twee logaritmische assen wordt $\log(C/k) = \log C - \log k$ een rechte met helling −1 (hoofdstuk 5).

## 38.12 Greenwashing ontmaskeren

●●● Uitdagen · 6 · Argumenteren · 25 min

Drie claims op producten in een webwinkel: (A) een rol filament: 'Eco-filament, 100 % biologisch afbreekbaar, goed voor de planeet'; (B) een tuinlamp op zonne-energie: '$CO_2$-neutraal: we planten een boom voor elke verkochte lamp'; (C) een draagtas: 'gemaakt van 70 % gerecycleerd PET, recycleerbaar'.

**a** Bespreek elke claim met de vijf vragen van het handboek. Wat is vaag, wat ontbreekt, wat is misleidend?

✓ (A) Vaag ('eco', 'goed voor de planeet'); 'biologisch afbreekbaar' geldt voor PLA alleen in een industriële composteerinstallatie (EN 13432, hoofdstuk 17), niet in de natuur; niets over de uitstoot van het maken of over wat er met prints gebeurt. (B) Neutraal door compensatie: een boom neemt pas over tientallen jaren $CO_2$ op, en niemand controleert of hij blijft staan; de claim zegt niets over de lamp zelf. (C) Het beste van de drie: een concreet getal (70 %), maar 'recycleerbaar' zegt niet of de tas in de praktijk gerecycleerd wordt, en er staat niet bij wie het gecontroleerd heeft.

**b** Herschrijf één claim zo dat ze eerlijk en controleerbaar wordt.

✓ Bijvoorbeeld: 'Draagtas: 70 % van het PET is gerecycleerd (gecontroleerd door ..., certificaat nr. ...). Gebruik ze zo vaak mogelijk: een herbruikbare tas moet vele keren mee voor ze minder $CO_2$ kost dan telkens een wegwerptasje. Versleten? Vraag bij je gemeente of recyclagepark hoe je ze sorteert.' Elke bewering is nu concreet en na te gaan; het woord 'recycleerbaar' zonder meer is weg.

**c** Welke claims zijn sinds 27 september 2026 in de EU niet meer toegelaten, en waarom?

✓ A en B: vage algemene claims ('eco', 'goed voor de planeet') zonder bewijs, en klimaatneutraliteit die alleen op compensatie steunt, zijn verboden door richtlijn (EU) 2024/825. C mag, als het getal klopt en gecontroleerd is.

## 38.13 Onderzoek: de herstelbaarheid van twee toestellen

●●● Uitdagen · 6 · Onderzoeken · 100 min

Voer de demontageproef van het handboek uit op twee toestellen met dezelfde functie (bv. twee oude handmixers, twee muizen, twee speelgoedauto's van verschillende merken).

**a** Formuleer een onderzoeksvraag en een hypothese.

✓ Bv. 'Welk van de twee mixers kan je sneller tot bij de motor demonteren?' Hypothese: het duurdere merk, want het heeft schroeven in plaats van klikken.

**b** Noteer per toestel de stappen tot het slijtdeel.

✓ Typisch: 4 tot 12 stappen; klikken die met een spudger los moeten, schroeven onder rubberen voetjes of stickers, soms lijm rond de motor.

**c** Geef beide toestellen een score op de vijf criteria en sorteer de materialen (massa per groep).

✓ Een toestel met schroeven van één soort en een motor met stekker scoort 8 à 10; een verlijmd toestel 2 à 4. Materialen: vaak ABS of PP voor de behuizing, koper en staal in de motor.

**d** Besluit: welk toestel is beter herstelbaar, en welke twee ontwerpkeuzes maakten het verschil?

> Het besluit noemt de oorzaken (lijm, soldeer, verborgen schroeven, klikken die breken) en stelt verbeteringen voor zoals in het handboek.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Methode** | Slijtdeel vooraf gekozen, elke stap genoteerd met verbinding, gereedschap en tijd, foto's. |
| **Veiligheid** | Toestellen vooraf gecontroleerd (geen batterij, geen condensatoren, geen stekker). |
| **Analyse** | Scores onderbouwd met de genoteerde stappen; materialen gewogen en herkend. |
| **Besluit** | Antwoord op de vraag, met concrete ontwerpkeuzes en een verbetervoorstel. |

## 38.14 Ontwerp: de pompunit voor herstel

Uitdagen · 6 · Ontwerpen · 90 min

Ontwerp de pompunit van de klimaatmodule (pomp 12 V, 1,0 A, slang 16 mm, vlotter op D2) zo dat een bewoner de pomp in minder dan 5 minuten vervangt, zonder gereedschap, en dat alle kunststof delen aan het einde gescheiden en gerecycleerd kunnen worden.

**a** Stel een klein programma van eisen op (minstens vijf eisen, meetbaar).

> Bv. M1 vervangen in ≤ 5 min; M2 zonder gereedschap; M3 ≤ 4 stappen; M4 waterdicht waar kabel en slang de unit verlaten; M5 elk kunststof deel met code, één materiaal per deel; W1 vervangpomp kost ≤ € 25.

**b** Schets je ontwerp (explosietekening of doorsnede) met de verbindingen.

> Bv. een geprinte PETG-plaat met de pomp in een klemring, twee geleiders in het reservoir, klikvingers (hoofdstuk 37), snelkoppeling (push-fit) op de slang, waterdichte stekker (IP67) in de kabel.

**c** Schrijf de demontagestappen en tel ze. Welke materialen gebruik je en hoe herken je ze later?

> Zekering uit; unit uittillen (klikt los); snelkoppeling en stekker los; nieuwe unit erin en test: 4 stappen. Materialen: PETG (code 7 of 'PETG' in de print), messing van de koppeling, pomp als module naar het recyclagepark.

**d** Vergelijk met versie 1 van het handboek: wat kost je ontwerp extra (materiaal, prijs), en wat levert het op?

> Extra: een geprinte plaat (±50 g PETG, ±0,3 kg $CO_2$-eq), een snelkoppeling en een stekker (±€ 15). Winst: 4 in plaats van 40 minuten, geen lijm, geen soldeer, en de pomp kan als geheel hersteld of gerecycleerd worden.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Eisen** | Meetbaar (tijd, gereedschap, stappen, materialen), gekoppeld aan de module. |
| **Ontwerp** | Losneembare verbindingen, slijtdeel vooraan, waterdicht waar het moet. |
| **Circulair** | Materialen gekozen en gemarkeerd; geen lijm tussen verschillende materialen. |
| **Afweging** | Extra kost of materiaal eerlijk vergeleken met de winst in herstel. |

## 38.15 Habitat: een duurzaamheidsbeslissing voor de klimaatmodule

Uitdagen · 7 · Habitat · 90 min

Met de doorlichting van het handboek (±164 kg $CO_2$-eq per jaar) kiest de groep twee maatregelen. Kandidaten (rekenwaarden): (M1) de lampen nu vervangen door lampen C van 3,3 µmol/J in plaats van 3,0: zelfde licht met 9 % minder stroom; nieuwe armaturen 2 × 50 kg $CO_2$-eq en 2 × € 420; (M2) dezelfde lampen C, maar pas als de huidige na 8 jaar op zijn; (M3) een nachtscherm: het warmteverlies daalt van 20,2 naar 16,3 W/K, gemiddeld 10 °C verschil, 12 uur per nacht, 180 nachten, warmte via een warmtepomp met COP 3, € 60 en ±5 kg $CO_2$-eq; (M4) het kweekrek in hout in plaats van aluminium (zie handboek); (M5) alle geprinte delen (±1 kg PETG) in gerecycleerd PETG.

**a** Bereken voor elke maatregel de $CO_2$-winst per jaar (en het eenmalige $CO_2$ van het maken).

- M1: $2 \cdot 95 \cdot (1 - 3{,}0/3{,}3) \cdot 16 \cdot 365 = 101\,\text{kWh}$ per jaar, $15\,\text{kg}$ per jaar, maar 100 kg eenmalig en de oude lampen worden te vroeg afgedankt: terugverdiend na ±7 jaar. M2: dezelfde winst vanaf jaar 8, zonder extra armaturen (die moest je toch kopen). M3: $3{,}9 \cdot 10 \cdot 12 \cdot 180/1000 = 84\,\text{kWh}$ warmte, $84/3 = 28\,\text{kWh}$ stroom, $4{,}2\,\text{kg}$ per jaar; 5 kg eenmalig. M4: $79 - 11 \approx 68\,\text{kg}$ over 15 jaar, ±4,5 kg per jaar, maar een hygiënerisico. M5: $(5{,}85 - 2{,}55) \cdot 1 = 3{,}3\,\text{kg}$ eenmalig: verwaarloosbaar.

**b** Maak een kleine keuzematrix (criteria en gewichten mag je zelf kiezen, minstens $CO_2$, kost en risico).

- Bv. $CO_2$ per jaar 40 %, kost 30 %, risico (hygiëne, betrouwbaarheid) 30 %. M2 en M3 scoren het best: weinig kost, weinig risico, echte winst.

**c** Neem een beslissing: welke twee maatregelen, en waarom niet de andere? Denk aan de R-ladder.

- Bv. 'We plaatsen nu een nachtscherm (M3) en kopen lampen C als de huidige na 8 jaar op zijn (M2). M1 niet: nieuwe armaturen maken kost 100 kg en de oude lampen werken nog (R-ladder: langer gebruiken). M4 niet: de hygiëne weegt zwaarder dan ±4 kg per jaar. M5 wel voor nieuwe prints, maar het verandert weinig.'

**d** Noteer de beslissing in je portfolio, met de rekenwaarden en hun onzekerheid.

- In het portfolio: de twee maatregelen, de winst per jaar (±19 kg samen), de rekenwaarden (0,15 kg per kWh, COP 3) en de opmerking dat het overschot van de zomer niet meegeteld is.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Berekening | Winst per jaar en eenmalig $CO_2$ correct, eenheden en rekenwaarden vermeld. |
| Afweging | Matrix met gewichten vooraf, scores onderbouwd, gevoeligheid besproken. |
| Circulair denken | Rekening gehouden met de R-ladder: niet vervangen wat nog werkt, levensduur, einde. |
| Beslissing | Twee maatregelen gekozen met een duidelijk argument; onzekerheid en systeemgrens benoemd. |

## 38.16 Debat: is recycleren de oplossing?

Uitdagen · 5 · Argumenteren · 20 min

Stelling: 'Zolang we alles recycleren, mogen we zoveel producten maken als we willen.'

**a** Geef twee argumenten voor en drie tegen, met een voorbeeld of getal uit dit hoofdstuk of hoofdstuk 17.

Voor: recycleren van aluminium kost maar ±5 % van de energie van primair aluminium (0,3 tegenover 6,6 tot 15 kg $CO_2$ per kg); lood-zuurbatterijen worden bijna volledig gerecycleerd. Tegen: kunststof verliest kwaliteit bij elke smeltbeurt (hoofdstuk 17), mengsels en composieten zijn niet te recycleren, en recyclage kost nog altijd energie en transport; bovendien wordt maar een deel echt ingezameld; en de R-ladder zet minder, langer en herstellen hoger.

**b** Herschrijf de stelling zo dat je ze kan verdedigen.

Bv. 'Recycleren is nodig, maar het komt pas na minder maken, langer gebruiken en herstellen.'

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 39

# Data visualiseren en eerste stappen in AI

## Van logboek naar grafiek naar een model dat zelf zijn regels leert, en wat het niet kan

Uitgewerkte oplossingen bij de 16 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

5× oefenen · 6× toepassen · 5× uitdagen · ± 497 min

A Data en AI · O Onderzoeken en meten · P Programmeren en computationeel denken



Van logboek naar grafiek naar beslissing: data zijn pas nuttig als je ze eerlijk toont en toetst.

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

## Oefenen

één stap, direct toepassen

### 39.1 Welke grafiek?

Oefenen · 3 · Begrijpen · 10 min

Kies bij elke vraag een grafiektype en zeg wat er op de assen komt.

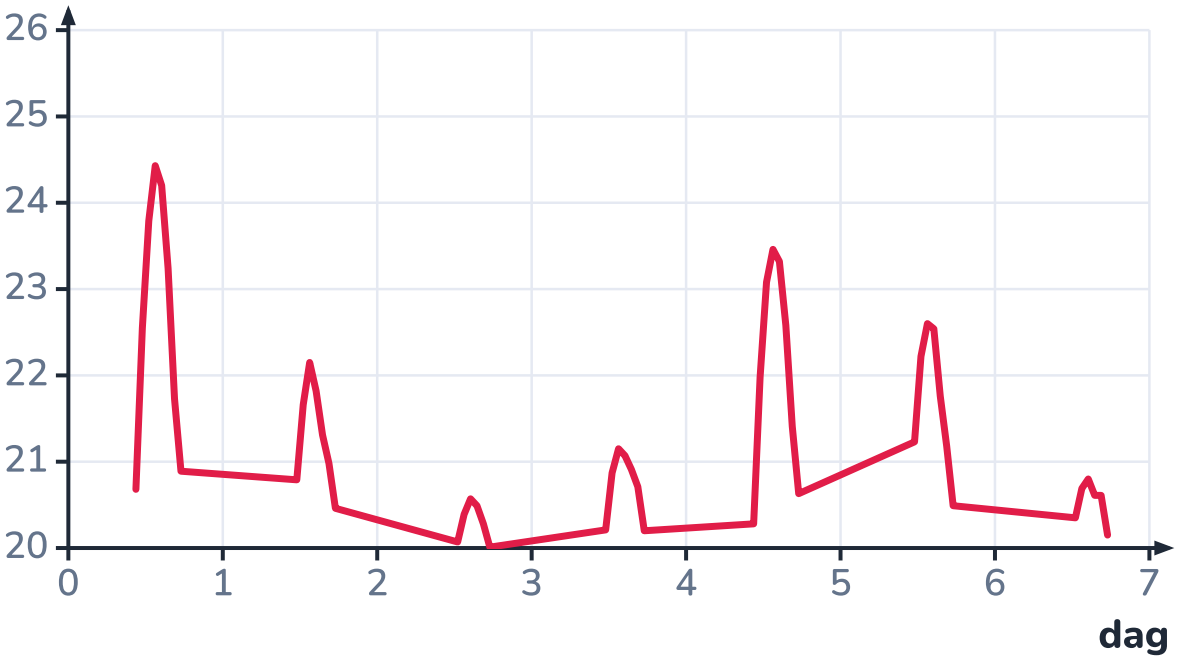
(a) Hoe veranderde de pH van de voedingsoplossing tijdens een maand? (b) Welke van de vier goten gaf de zwaarste kroppen? (c) Hangt de EC samen met de hoeveelheid water die de planten opnemen? (d) Hoe verdeeld zijn de massa's van 48 kroppen? (e) Welk deel van het energieverbruik gaat naar lampen, pomp en elektronica?

(a) Lijngrafiek: tijd (dagen) horizontaal, pH verticaal. (b) Staafdiagram: goot 1 tot 4, gemiddelde massa (g) vanaf 0. (c) Spreidingsdiagram: opgenomen water (L per dag) tegenover EC (mS/cm), één punt per dag. (d) Histogram: klassen van bv. 20 g, aantal kroppen per klasse. (e) Taartdiagram (drie delen) of één gestapelde staaf: 93 % lampen.

## 39.2 Wat is er mis met deze grafiek?

Oefenen · 3 · Analyseren · 10 min

Deze grafiek stond in het verslag van een groep over de testweek van de klimaatmodule.




De grafiek zoals ze in het verslag stond.

**a** Noem minstens vier dingen die ontbreken of misleiden.

Geen grootheid en eenheid op de y-as (temperatuur in °C?); de x-as zegt alleen 'dag' (welke dag, vanaf wanneer, welke tijdzone?); geen bron of periode; de uren onder 20 °C zijn weggelaten (alle nachten!), zodat de lijn over die gaten heen springt en de module warmer lijkt dan ze was; de as begint bij 20 zonder dat het onderschrift het zegt.

**b** Hoe maak je ze eerlijk en volledig?

Y-as 'temperatuur (°C)' met alle uren (16 tot 26 °C), x-as 'dagen sinds maandag 12 oktober 2026, 0:00 (UTC+1)', de lijn onderbreken waar data ontbreken, een onderschrift met bron (logger klimaatmodule, testdata hoofdstuk 30).

## 39.3 Correlatie of oorzaak?

Oefenen · 3 · Begrijpen · 12 min

Welke van de vier verklaringen (oorzaak, gemeenschappelijke oorzaak, omgekeerde richting, toeval of selectie) past het best?

(a) Op dagen dat er meer ijsjes verkocht worden, verdrinken er meer mensen. (b) In de module stijgt de EC als de planten meer water opnemen. (c) Leerlingen die meer bijles volgen, halen lagere punten. (d) In 5 van de 6 weken met een nieuwe filterpomp was het reservoir helderder. (e) Hoe hoger de batterijspanning, hoe warmer de module.

(a) Gemeenschappelijke oorzaak: warm weer (meer ijs en meer zwemmen). (b) Oorzaak: de planten nemen meer water dan zouten op, dus de oplossing wordt geconcentreerder (hoofdstuk 13). (c) Omgekeerde richting: wie lage punten haalt, krijgt bijles. (d) Toeval of selectie mogelijk: zes weken is weinig, en in die weken kan ook het weer (licht) anders geweest zijn; een eerlijke proef met een controlereservoir is nodig. (e) Gemeenschappelijke oorzaak: de zon laadt de batterij en warmt de module op.

## 39.4 De boom volgen

Oefenen · 3 · Begrijpen · 8 min

Gebruik de beslisboom uit het handboek: daglicht ≤ 29,5 klx? dan niet slap; anders: vocht ≤ 60,5 %? dan slap, anders niet slap.

a Wat voorspelt de boom voor: (a) 28 °C, 45 %, 52 klx; (b) 31 °C, 40 %, 12 klx; (c) 24 °C, 70 %, 38 klx; (d) 22 °C, 55 %, 30 klx?

(a) licht 52 > 29,5, vocht 45 ≤ 60,5: slap. (b) licht 12 ≤ 29,5: niet slap. (c) licht 38 > 29,5, vocht 70 > 60,5: niet slap. (d) licht 30 > 29,5, vocht 55 ≤ 60,5: slap.

b Bij (b) is het 31 °C en de lucht erg droog. Vind je de voorspelling logisch? Wat zegt dat over het model?

Twijfelachtig: bij 31 °C en 40 % is de lucht heel droog en verdampt de sla ook bij weinig daglicht (de lampen branden dan). In de trainingsdata kwam 31 °C bijna nooit voor zonder veel licht: het model kent die combinatie niet en doet een gok die op zijn twee vragen steunt.

## 39.5 Juistheid en basislijn

Oefenen · 4 · Rekenen · 12 min

Een model voor 'moet het reservoir bijgevuld worden?' gaf op 100 testdagen: 12 keer juist 'ja', 5 keer gemist, 8 keer vals alarm, 75 keer juist 'nee'.

a Zet de getallen in een verwarringsmatrix en bereken de juistheid.

Rijen genoteerd (ja / nee), kolommen voorspeld: ja-ja 12, ja-nee 5 (gemist), nee-ja 8 (vals alarm), nee-nee 75. Juistheid $(12 + 75)/100 = 87\,\%$.

**b** Hoe juist is de basislijn 'altijd nee'? Is het model nuttig?

✓ Nodig was bijvullen op $12 + 5 = 17$ dagen; 'altijd nee' is juist op 83 dagen: 83 %. Het model is maar 4 procentpunt beter, maar het vindt wel de meeste dagen waarop bijvullen nodig is; de basislijn vindt er geen enkele.

**c** Welk deel van de dagen dat bijvullen nodig was, vond het model?

✓ $12/17 = 71\,\%$ (in Expert heet dat de recall).

## ●●○ Toepassen Toepassen

meerdere stappen, in een context

### 39.6 De liegfactor van een batterijpictogram

●●○ Toepassen · 5 · Rekenen · 15 min

Een folder vergelijkt de energie per kilogram van lood-zuur (35 Wh/kg) en LiFePO4 (110 Wh/kg) met twee batterijtekeningen. De tekening van LiFePO4 is in hoogte én breedte 3,1 keer zo groot.

**a** Bereken het effect in de data en het effect in de tekening (oppervlakte).

✓ Data: $(110 - 35)/35 = 2{,}14$. Tekening: oppervlakte $3{,}1^2 = 9{,}61$ keer, effect $8{,}61$.

**b** Bereken de liegfactor. Hoe groot moest de tekening zijn voor een liegfactor 1?

✓ Liegfactor $8{,}61/2{,}14 = 4{,}0$. Eerlijk: oppervlakte $110/35 = 3{,}14$ keer, dus hoogte en breedte elk $\sqrt{3{,}14} = 1{,}77$ keer.

**c** En als de tekening een driedimensionale batterij is die in alle drie de richtingen 3,1 keer groeit?

✓ Volume $3{,}1^3 = 29{,}8$ keer: effect 28,8, liegfactor $28{,}8/2{,}14 = 13{,}4$.

### 39.7 De beste splitsing met de hand

●●○ Toepassen · 5 · Rekenen · 20 min

Twaalf inspecties uit de zomerdata, met alleen de luchtvochtigheid en het label: 61 % (slap), 71 % (niet), 64 % (niet), 51 % (slap), 59 % (niet), 75 % (niet), 71 % (niet), 80 % (niet), 58 % (slap), 48 % (slap), 58 % (slap), 76 % (niet).

**a** Sorteer op vochtigheid en bereken voor elke grens het aantal fouten (in elke groep het meest voorkomende label voorspellen).

✓ Grenzen en fouten (links + rechts): 49,5: 4; 54,5: 3; 58,5: 1; 60,0: 2; 62,5: 1; 67,5: 2; 73,0: 4; 75,5: 5; 78,0: 5.

**b** Welke grens is de beste? Schrijf de regel als een if-vraag.

✓ De beste grenzen geven 1 fout: 58,5 % en 62,5 %. Kies bv. 58,5 %: 'als vocht_pct ≤ 58,5: slap, anders niet slap'.

**c** Waarom ligt 'slap' bij een lage vochtigheid, en past dat bij de boom van het handboek?

> Droge lucht trekt meer water uit de bladeren (een groot dampdruktekort): de sla verdampt meer dan de wortels opnemen. De boom van het handboek gebruikt dezelfde vraag in zijn tweede niveau (vocht ≤ 60,5 %), na de vraag over het licht.

## 39.8 Onzuiverheid berekenen

Toepassen · 5 · Rekenen · 15 min

De onzuiverheid van een groep is $2p(1-p)$; van een splitsing het gewogen gemiddelde van beide groepen.

**a** Bereken de onzuiverheid van groepen met 10 slap / 0 niet, 5 / 5, 9 / 1 en 2 / 6.

> 10/0: $p = 1$, 0. 5/5: $2 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}5$. 9/1: $2 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}1 = 0{,}18$. 2/6: $p = 0{,}25$, $2 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}75 = 0{,}375$.

**b** Een groep van 20 (8 slap, 12 niet) kan gesplitst worden in (A) 7/2 en 1/10 of (B) 8/6 en 0/6. Bereken de onzuiverheid en het aantal fouten van beide. Welke kiest de computer?

> A: groep 9 ($p = 7/9$): $2 \cdot 0{,}778 \cdot 0{,}222 = 0{,}346$; groep 11 ($p = 1/11$): $0{,}165$; gewogen $(9 \cdot 0{,}346 + 11 \cdot 0{,}165)/20 = 0{,}247$; fouten $2 + 1 = 3$. B: groep 14 ($p = 8/14$): $0{,}490$; groep 6: 0; gewogen $14 \cdot 0{,}490/20 = 0{,}343$; fouten $6 + 0 = 6$. De computer kiest A (lagere onzuiverheid, en hier ook minder fouten).

**c** Teken de grafiek van $2p(1-p)$ voor $p$ van 0 tot 1. Welke soort functie is het, en waar ligt de top?

> Een dalparabool omgekeerd: een kwadratische functie $-2p^2 + 2p$ (hoofdstuk 4) met nulpunten 0 en 1 en de top bij $p = 0{,}5$ (waarde 0,5).

## 39.9 Python: een grafiek eerlijk maken

Toepassen · 5 · Programmeren · 25 min

Een klasgenoot schreef dit programma voor de energie per dag. Het werkt, maar de grafiek misleidt.

```
import matplotlib.pyplot as plt

dagen = ["ma", "di", "wo", "do", "vr", "za", "zo"]
verbruik = [1.50, 1.67, 2.15, 1.46, 1.54, 1.61, 2.02]
zon = [1.74, 1.71, 1.27, 2.43, 1.69, 1.66, 1.89]

plt.plot(dagen, verbruik)
plt.plot(dagen, zon)
plt.ylim(1.2, 2.5)
plt.title("De zon doet het veel beter!")
plt.show()
```

**a** Noem vier problemen met deze grafiek.

> Een lijngrafiek voor aparte dagen (staven horen hier); de y-as begint bij 1,2 (bij staven moet dat 0 zijn); geen legende en geen eenheden op de assen; een titel die een conclusie opdringt die de data niet steunen (op woensdag en zondag was er juist een tekort).

**b** Herschrijf het programma zodat de grafiek eerlijk en volledig is.

```python
import matplotlib.pyplot as plt

dagen = ["ma", "di", "wo", "do", "vr", "za", "zo"]
verbruik = [1.50, 1.67, 2.15, 1.46, 1.54, 1.61, 2.02]
zon = [1.74, 1.71, 1.27, 2.43, 1.69, 1.66, 1.89]
x = range(len(dagen))

plt.bar([i - 0.2 for i in x], verbruik, width=0.4, label="verbruik")
plt.bar([i + 0.2 for i in x], zon, width=0.4, label="zonnestroom")
plt.xticks(list(x), dagen)
plt.ylim(0, 2.6)
plt.ylabel("energie per dag (kWh)")
plt.title("Klimaatmodule, 12 tot 18 oktober 2026 (testdata)")
plt.legend()
plt.grid(axis="y")
plt.show()
```

## 39.10 Python: de verwarringsmatrix

Toepassen · 6 · Programmeren · 30 min

Gebruik beslisboom.py uit het handboek (importeer bouw, voorspel, train en test).

**a** Schrijf een functie `matrix(boom, rijen)` die de vier getallen (juist slap, gemist, vals alarm, juist niet slap) teruggeeft.

```python
from beslisboom import bouw, voorspel, train, test


def matrix(boom, rijen):
    m = {"juist slap": 0, "gemist": 0, "vals alarm": 0, "juist niet slap": 0}
    for r in rijen:
        v = voorspel(boom, r["x"])
        if v == 1 and r["y"] == 1:
            m["juist slap"] += 1
        elif v == 0 and r["y"] == 1:
            m["gemist"] += 1
        elif v == 1:
            m["vals alarm"] += 1
        else:
            m["juist niet slap"] += 1
    return m


for d in (1, 2, 4):
    print(d, matrix(bouw(train, d), test))
```

**b** Bereken de matrix op augustus voor de bomen van diepte 1, 2 en 4. Wat verandert er aan de soorten fouten?

Met min_blad = 5 geeft het programma: diepte 1: 17 juist slap, 4 gemist, 13 vals alarm, 40 juist niet slap; diepte 2: 13 juist slap, 8 gemist, 5 vals alarm, 48 juist niet slap; diepte 4: 14 juist slap, 7 gemist, 13 vals alarm, 40 juist niet slap. De tweede vraag (vochtigheid) haalt vals alarm weg; dieper verandert weinig of verschuift fouten.

### 39.11 De testweek in groepen

Toepassen · 6 · Analyseren · 20 min

Uit correlatie.py: overdag is r tussen temperatuur en verbruik −0,40; binnen groepen met gelijk daglicht: donker (onder 5 klx): 0,28; half (5 tot 15 klx): −0,08; licht (boven 15 klx): 0,00.

**a** Leg met een schets (spreidingsdiagram met drie groepen) uit hoe het verband samen kan dalen terwijl het binnen elke groep bijna vlak is.

Drie wolken punten: de donkere uren links boven (koel, veel lampen), de lichte rechts onder (warm, lampen gedimd), de halve ertussen. Samen liggen ze op een dalende lijn; binnen één wolk is er nauwelijks een helling.

**b** Een bewoner stelt voor: 'Warm de module 's middags op, dan verbruikt ze minder.' Weerleg met deze getallen.

Binnen gelijk licht is r bijna 0: bij hetzelfde daglicht verbruikt een warmer uur niet minder. Het verband liep via de zon, die de module opwarmt én de lampen laat dimmen. Opwarmen spaart niets; het kost net energie.

**c** Welke proef zou echt aantonen of temperatuur het verbruik beïnvloedt?

Een proef waarin je alleen de temperatuur verandert (bv. de verwarming op 18 of 22 °C, afwisselend per dag, bij vergelijkbaar licht) en de rest gelijk houdt, met genoeg herhalingen (hoofdstuk 2). Verwacht: het verbruik van de lampen verandert niet, wel dat van de verwarming.

## Uitdagen — Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

### 39.12 Bias opsporen

Uitdagen · 6 · Analyseren · 25 min

De inspectierobot (hoofdstuk 33) krijgt een camera. Een groep traint een model dat uit foto's herkent of een krop ziek is. Ze gebruiken 400 foto's: 350 van gezonde kroppen uit de klimaatmodule, 50 van zieke kroppen van het internet. Het model is 96 % juist op een test met 50 foto's uit dezelfde verzameling.

**a** Noem minstens drie vormen van bias in deze data.

(1) Onevenwicht: 350 gezond tegenover 50 ziek. (2) Herkomst: alle gezonde foto's komen uit de module (zelfde licht, achtergrond, camera), alle zieke van het internet: het model kan leren herkennen 'foto uit de module of niet' in plaats van 'ziek of niet'. (3) De zieke foto's tonen misschien andere rassen of ziektes dan in de module voorkomen. (4) Wie labelde de internetfoto's, en hoe betrouwbaar?

**b** Waarom zegt 96 % hier weinig? Denk aan de basislijn en aan wat het model misschien écht leerde.

De basislijn 'altijd gezond' is al 87,5 % juist (350/400). En als de test uit dezelfde verzameling komt, kan het model de achtergrond gebruiken: 96 % in de test, maar een zieke krop in de module zou het niet herkennen.

**c** Stel een betere manier voor om data te verzamelen en te toetsen.

Foto's van zieke én gezonde kroppen uit de module zelf, met dezelfde camera en belichting, gelabeld door twee mensen onafhankelijk; toetsen op foto's van latere weken; per klasse rapporteren hoeveel gemist en hoeveel vals alarm.

## 39.13 Onderzoek: een beslisboom voor het klaslokaal

Uitdagen · 6 · Onderzoeken · 120 min

Voer de proef van het handboek uit: kan een beslisboom uit de metingen van de logger afleiden of er een raam openstaat?

**a** Formuleer een onderzoeksvraag, de kenmerken die je gebruikt, en hoe je de labels verzamelt.

> Bv. 'Kan een beslisboom uit de temperatuurverandering over 5 minuten afleiden of een raam openstaat?' Kenmerken: ΔT en ΔRV over 5 minuten, eventueel het uur. Labels: open/dicht per minuut volgens het blad.

**b** Verzamel twee dagen data. Maak de kenmerken in Python en toon ze in een geschikte grafiek.

> Per minuut: dT = T(nu) − T(5 min eerder); grafiek van T met de open-perioden als gekleurde banden (lijngrafiek, tijd op de x-as).

**c** Train op dag 1 en toets op dag 2: de boom, de juistheid, de basislijn en de verwarringsmatrix.

> Typisch: eerste vraag 'dT ≤ −0,3 °C?'; juistheid 85 à 95 %, maar de basislijn 'altijd dicht' kan al 90 % zijn als het raam weinig openstond. Kijk vooral naar gemist en vals alarm.

**d** Bespreek: wanneer werkt het model niet, en welke bias zit er in je data?

> Werkt niet als het buiten even warm is als binnen, en geeft vals alarm bij andere afkoeling (klas vertrekt, verwarming uit). Bias: één lokaal, twee dagen, één seizoen, één persoon die labelt.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Data | Labels systematisch genoteerd (tijdstip, wie); ontbrekende metingen gemeld; kenmerken zinvol gekozen. |
| Grafiek | Passend type, assen met grootheid en eenheid, open-perioden zichtbaar. |
| Model | Train- en testdag gescheiden; boom, juistheid, basislijn en matrix correct. |
| Kritiek | Grenzen van het model en bias concreet benoemd, met een verbetervoorstel. |

## 39.14 Habitat: de beslisboom voor extra pompbeurten

Uitdagen · 7 · Habitat · 90 min

De klimaatmodule krijgt een extra pompbeurt van 5 minuten om het halve uur als de boom slappe sla verwacht. Een vals alarm kost 1 Wh (5 minuten van 12 W); een gemiste slappe sla betekent stress voor de planten en misschien randjesbrand (hoofdstuk 12). Op de inspecties van augustus:

| regel: slap als licht > grens en vocht ≤ 60,5 % | gemist | vals alarm | juist |
|---|---|---|---|
| grens 20,0 klx | 6 | 8 | 81 % |
| grens 25,0 klx | 6 | 7 | 82 % |
| grens 29,5 klx | 8 | 5 | 82 % |
| grens 35,0 klx | 10 | 3 | 82 % |
| grens 40,0 klx | 12 | 1 | 82 % |

**a** Welke lichtgrens kies je? Motiveer met de fouten en hun kost.

Bv. 25 klx: 6 gemist en 7 vals alarm in augustus, tegenover 8 en 5 bij 29,5 klx. Twee gemiste slappe sla minder voor een paar valse alarmen van 1 Wh: een goede ruil. Lager dan 25 levert niets meer op (zie 20 klx).

**b** Schat hoeveel energie de extra pompbeurten in een zomer kosten (92 dagen, overdag 16 halve uren; neem aan dat de regel in ongeveer een derde van die momenten waar is).

$92 \cdot 16/3 \approx 490$ extra beurten van 1 Wh: ±0,5 kWh per zomer. Dat is minder dan de lampen in 4 uur gebruiken: verwaarloosbaar.

**c** Schrijf de functie in C++ met jouw grens, en de voorwaarde die ervoor zorgt dat de extra beurt nooit start als de vlotter droog meldt of de module in ALARM of ONDERHOUD staat (hoofdstuk 32).

```
const float LICHT_GRENS = 25.0;   // klx
const float VOCHT_GRENS = 60.5;   // %

bool extraPompbeurt(float licht_klx, float vocht_pct, bool vlotterDroog, int modus) {
  if (vlotterDroog || modus == ALARM || modus == ONDERHOUD) {
    return false;                 // veiligheid gaat altijd voor
  }
  return licht_klx > LICHT_GRENS && vocht_pct <= VOCHT_GRENS;
}
```

**d** Welke bias en welke grenzen van het model noteer je in je portfolio bij deze beslissing?

Bv.: 'Getraind op juni-juli 2026, alleen om 11, 14 en 17 uur op weekdagen, twee bewoners die verschillend labelen (B sneller slap), één ras in de oudste goot. Niet gebruiken buiten 10 tot 18 uur of buiten de zomer zonder opnieuw te toetsen. Herkent geen pompstoring: daarvoor dienen de vlotter en het alarm. Opnieuw trainen als er een nieuwe zomer data is.'

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Keuze | Grens gekozen met de tabel, gemist en vals alarm tegen elkaar afgewogen met de kosten. |
| Energie | Schatting met eenheden en redelijke aannames; vergeleken met het budget van de module. |
| Code | Correcte C++, grens als constante, veiligheid (vlotter, modus) gaat altijd voor. |
| Kritisch | Bias (bewoners, uren, seizoen) en wat het model niet kan (pompstoring) in het portfolio. |

## 39.15 Debat: mag de klimaatmodule zelf beslissen?

Uitdagen · 6 · Argumenteren · 25 min

Stelling: 'Een model dat 82 % juist is, is te onbetrouwbaar om de pomp te laten sturen. Een bewoner moet elke extra pompbeurt goedkeuren.'

**a** Geef twee argumenten voor en twee tegen, met de vier vragen uit het handboek (fout, mens, data, verantwoordelijk).

> Voor: 18 % fouten is veel; bewoners leren van het goedkeuren; niemand is verantwoordelijk als de module zelf beslist. Tegen: een fout kost hier bijna niets (1 Wh of een uur later water), de basisregels (vlotter, alarm) blijven gelden, en een bewoner die 490 keer per zomer moet goedkeuren, klikt op den duur alles blind aan; beter: de module beslist, logt elke beslissing, en een mens kijkt wekelijks het logboek na.

**b** Geef een voorbeeld van een beslissing in het station die een model nooit alleen zou mogen nemen, en waarom.

> Bv. de $CO_2$-alarmen of de toegang tot de module afschakelen, of beslissen welke bewoner medische hulp nodig heeft: fouten zijn dan ernstig en onomkeerbaar, en er moet een verantwoordelijke mens zijn (Expert, hoofdstuk 44).

## 39.16 Ontwerp: een dashboard voor de bewoners

Uitdagen · 6 · Ontwerpen · 60 min

De bewoners willen één scherm dat in tien seconden toont hoe het met de klimaatmodule gaat: temperatuur, vocht, energie (zon, verbruik, batterij), het reservoir en de voorspelling van de beslisboom.

**a** Maak een lijst van de vragen die een bewoner zich stelt, en kies bij elke vraag een grafiek of een getal.

> Bv. 'Is het nu te warm?' (getal met kleur tegenover 25/27 °C), 'Hoe was de laatste 24 uur?' (lijngrafiek T en RV), 'Halen we de nacht?' (laadtoestand als balk vanaf 0 %, met de verwachte nacht), 'Zon en verbruik deze week' (staven per dag), 'Reservoir' (niveau in cm met de alarmgrens van 10 cm), 'Slappe sla verwacht?' (ja/nee met '±82 % juist, getraind juni-juli 2026').

**b** Schets het dashboard, met assen, eenheden en kleuren.

> Bv. vier tegels bovenaan (T, RV, laadtoestand, reservoir), daaronder de lijngrafiek van 24 uur en de staven per dag; rood alleen voor alarmen.

**c** Welke misleidingen vermijd je bewust? Hoe toon je dat de voorspelling van de boom onzeker is?

> Staven vanaf 0, één y-as per grafiek, de periode en de tijdzone vermeld, gaten niet overbrugd. De voorspelling als advies met haar juistheid op nieuwe data en de basislijn, niet als zekerheid.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Vragen | Concrete vragen van gebruikers, elk met een passend grafiektype of getal. |
| Eerlijk | Assen, eenheden en periodes; geen afgeknotte staven of twee y-assen; ontbrekende data zichtbaar. |
| Leesbaar | In tien seconden te lezen: weinig kleuren, belangrijkste bovenaan, grenswaarden aangeduid. |
| Model | De voorspelling als advies getoond, met haar foutkans en de datum van het laatste trainen. |

OPLOSSINGEN · HOOFDSTUK 40

# Integratieproject: de klimaatmodule

**Ontwerpen, dimensioneren, programmeren, testen en verdedigen: je team brengt 39 hoofdstukken samen in de tweede laag van Habitat**

Uitgewerkte oplossingen bij de 28 opdrachten van het werkboek. Voor de leerkracht, en voor wie zichzelf wil verbeteren nadat hij het eerst zelf probeerde.

8× oefenen · 13× toepassen · 7× uitdagen · ± 1135 min

D Ontwerpen en maken · E Energie · L Elektriciteit en elektronica · R Regelen en robotica · B Leven en systemen · O Onderzoeken en meten



De klimaat- en energiemodule af: vier goten sla, eigen zonnestroom, en een logger die alles bijhoudt.

**Voor de leerkracht**

Deze pagina bevat de antwoorden. Druk het werkboek af zonder deze pagina.

## Oefenen

één stap, direct toepassen

### 40.1 Welk hoofdstuk, welke waarde?

Oefenen · 4 · Begrijpen · 15 min

Elk getal van de module werd in een ander hoofdstuk berekend of beslist. Gebruik het ontleedblad en de kerngetallen in het handboek.

**a** Vul de tabel aan.

> ✓ 20,2 W/K (hoofdstuk 19); 2,46 kWh (hoofdstuk 16 en 20); 1,2 L/min (hoofdstuk 36); 200 µmol/(m²·s), 16 uur (hoofdstuk 25 en 36); 5,8, band 5,5 tot 6,5 (hoofdstuk 15); open boven 27 °C, dicht onder 25 °C (hoofdstuk 31); 0x44 (hoofdstuk 30); 40 % (hoofdstuk 20 en 29); 14,8 A (hoofdstuk 23); 48 (hoofdstuk 4 en 36).

**b** Kies één waarde uit de tabel. Wat verandert er in het project als ze 20 % groter blijkt? Geef minstens één getal.

> ✓ Bijvoorbeeld het warmteverlies: 24,2 W/K in plaats van 20,2. Overdag bij −8 °C is dat $24{,}2 \cdot 26 = 629\ \mathrm{W}$: de convector van 800 W volstaat nog, met 171 W reserve in plaats van 275 W. Het station levert 20 % meer warmte, en een nachtscherm wordt aantrekkelijker. Waar de leraar op let: een keten van gevolgen, met minstens één herrekend getal en de eis die erdoor geraakt wordt (K1).

## 40.2 Habitat: eisen meetbaar maken

Oefenen · 4 · Habitat · 20 min

Een ander team schreef deze eisen voor zijn module. Maak ze meetbaar: een grootheid, een grens met eenheid, een toets, en het hoofdstuk waar de grens vandaan komt.

**a** Herschrijf elke eis.

> ✓ Warm: 'overdag (7-22 h) minstens 17,5 °C, 's nachts minstens 15,5 °C'; logger in de testweek; hoofdstuk 31 en 34. Batterijen: 'de batterijen overbruggen de nacht in december: uit de batterij hoogstens 2,46 kWh', en 'laadtoestand nooit onder 20 %'; berekening en logger; hoofdstuk 16 en 20. Pomp: '1,2 L/min per goot, ± 20 %'; maatbeker aan elke goot; hoofdstuk 11 en 36. Data: 'elke minuut een CSV-regel, één bestand per dag, minstens een jaar op de kaart'; logbestanden en berekening; hoofdstuk 30. pH: 'pH tussen 5,5 en 6,5'; logger; hoofdstuk 15.

**b** Welke van jouw eisen kan je niet in één testweek toetsen? Wat schrijf je dan in het testrapport?

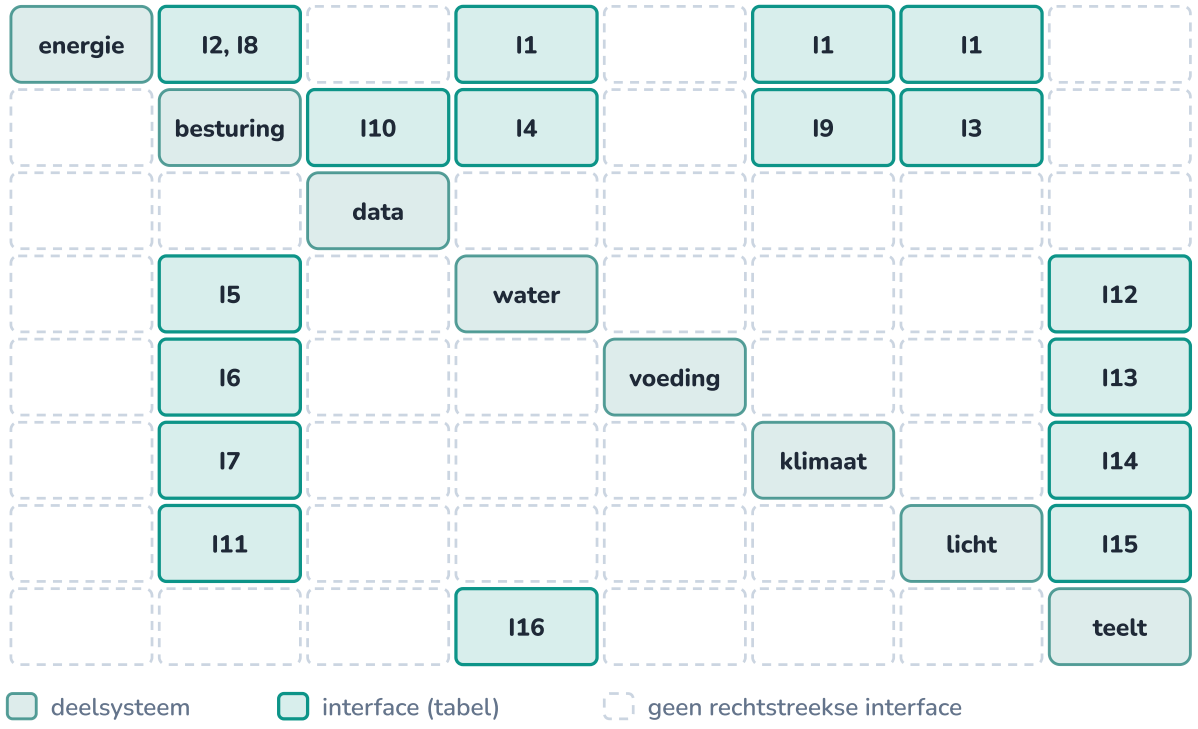
> ✓ De batterijen in december (een berekening, of een meting in december), de algen na vijf weken, de opbrengst na een jaar. In het testrapport schrijf je dan 'berekend' (met de berekening erbij), 'voorlopig' (met wat je al weet) of 'later' (met de datum van de toets). Dat is eerlijk, en een ander kan de toets later afmaken.

## 40.3 Habitat: het N²-diagram lezen

Oefenen · 5 · Habitat · 20 min

Gebruik het N²-diagram en de interfacetabel uit het handboek (rij = wat een deelsysteem levert, kolom = wat het krijgt).

rij: wat een deelsysteem levert
kolom: wat een deelsysteem krijgt




Het N²-diagram van het voorbeeldteam.

**a** Welke interfaces ontvangt de besturing, en welke geeft ze?

Ze ontvangt I2 en I8 (energie), I5 (water), I6 (voeding), I7 (klimaat), I11 (licht), en van buiten I18 (de knop). Ze geeft I3 (licht), I4 (water), I9 (klimaat) en I10 (data).

**b** De rij van data is leeg. Wat betekent dat? Blijft dat zo in Expert?

Data levert niets aan een ander deelsysteem van de module: de logbestanden gaan naar mensen en naar het analyseprogramma. In Expert verandert dat: het brein van het station maakt voorspellingen en stuurt setpoints terug (E41, E49). Dan komt er een vakje in de rij van data, naar de besturing.

**c** De lampen geven tot 190 W warmte aan de lucht. In welk vakje hoort die interface? Moet ze in de tabel?

In rij licht, kolom klimaat (L → K). Ja: de warmtebalans rekent ermee (hoofdstuk 19: 3,0 kWh warmte van de lampen op een dag), en de regeling merkt ze: met de lampen aan verwarmt de convector minder. Het voorbeeldteam vergat ze; het is een goede aanvulling op de tabel.

**d** Welke interface lag aan de basis van het probleem met de ACS712? Waarom vond je het pas door twee documenten naast elkaar te leggen?

I8, energie → besturing: de stroommeting. Hoofdstuk 16 koos de ACS712 (tot 20 A) voor de coulombteller; hoofdstuk 20 koos 1,40 kWp, en dat geeft tot ±74 A laadstroom. Elk hoofdstuk klopt op zich; pas als je het meetbereik naast de grootste stroom legt, zie je dat ze niet samengaan.

## 40.4 Energie: een grijze dag doorgerekend

Oefenen · 5 · Rekenen · 25 min

Dinsdag 9 maart was grijs. Tussen 6 en 22 uur gaf het daglicht op het bed gemiddeld 52 µmol/(m²·s), nooit meer dan 120. De panelen leverden die dag 1,05 kWh. Om 6 uur stond de laadtoestand op 37 %. Het basisverbruik zonder lampen is 230 Wh per dag; de convector (12 W) stond 4,3 uur aan. De batterijen hebben samen 3072 Wh (2 × 120 Ah × 12,8 V).

**a** Hoeveel lampenergie was nodig om van 6 tot 22 uur 200 µmol/(m²·s) te halen? (Volle lampen: 190 W geeft 200 µmol.)

✓ Het daglicht bleef steeds onder 200, dus de lampen vullen aan: gemiddeld $P = 190 \cdot \frac{200-52}{200} = 141\ \mathrm{W}$, 16 uur lang: $2251\ \mathrm{Wh} \approx 2{,}25\ \mathrm{kWh}$.

**b** Hoeveel zou de module die dag dan in totaal verbruiken?

✓ $2251 + 230 + 51 \approx 2532\ \mathrm{Wh}$, of 2,53 kWh.

**c** Hoeveel energie zat er om 6 uur in de batterijen boven de 20 %?

✓ $(0{,}37 - 0{,}20) \cdot 3072 \approx 525\ \mathrm{Wh}$.

**d** De lampen kregen die dag maar 0,80 kWh en de lichtsom was 6,0 mol. Leg uit waarom, en noem de eisen die botsen.

✓ Nodig was ±2,5 kWh, beschikbaar 1,05 + 0,53 = 1,57 kWh, en dan stond de batterij al op 20 %, waar de lampen helemaal uitgaan. Omdat de laadtoestand tussen 20 en 40 % lag, kregen de lampen alleen het zonne-overschot (energiebeheer, hoofdstuk 20). E3 (nooit onder 20 %) en E4 (eerst de lampen afknijpen) winnen van L1 (lichtsom 11,0 mol).

## 40.5 Habitat: hoe lang zonder bijvullen?

Oefenen · 4 · Habitat · 15 min

Het reservoir is binnen 60 × 40 cm en vol bij 25 cm; onder 10 cm volgt een alarm. Als de pomp draait, staat er ±3,9 L water in de slang en de goten.

**a** Hoeveel liter per cm? Hoeveel liter is bruikbaar tussen 25 en 10 cm?

✓ $60 \cdot 40 = 2400\ \mathrm{cm}^2$, dus 2,4 L per cm. Bruikbaar: $15 \cdot 2{,}4 = 36\ \mathrm{L}$.

**b** Na hoeveel dagen volgt het alarm op warme dagen (6 L per dag)? En bij het gemiddelde van de testweek (4,3 L per dag)?

✓ $36/6 = 6{,}0$ dagen; $36/4{,}3 \approx 8{,}4$ dagen.

**c** Hoeveel lager meet de druksensor terwijl de pomp draait? Wat zou er gebeuren bij een reservoir op 11 cm als versie 5 het niveau altijd zou meten?

✓ 3,9 L / 2,4 L per cm = 1,6 cm. Bij 11 cm zou de meting in minuut 1 tot 9 onder 10 cm zakken: elk uur een niveau-alarm, en de pomp stopt dan ook. Daarom telt versie 5 het niveau pas 2 minuten na de pomp.

**d** Zondagavond staat het reservoir op 14,6 cm. Hoeveel regenwater en stamoplossing voeg je toe om terug op 25 cm te komen?

> ✓ $(25 - 14{,}6) \cdot 2{,}4 \approx 25\,\text{L}$ regenwater, met 10 mL A en 10 mL B per liter: 250 mL A en 250 mL B, apart toegevoegd en gemengd.

## 40.6 Van spanning naar pH en EC

Oefenen · 5 · Rekenen · 20 min

pH-module: $U = 2{,}50 - 0{,}18 \cdot (\text{pH} - 7)$ in volt. EC-module: 0,50 V per mS/cm. ADC van de Mega: 10 bit, 5 V, $U = \text{ruw} \cdot 5/1024$ (hoofdstuk 22). Omrekenen naar 25 °C: $\text{EC}_{25} = \text{EC}/(1 + 0{,}02 \cdot (T - 25))$ (hoofdstuk 13).

**a** Welke ruwe ADC-waarde hoort bij pH 5,8? En bij pH 6,5?

> ✓ pH 5,8: $U = 2{,}50 + 0{,}18 \cdot 1{,}2 = 2{,}716\,\text{V}$, ruw $= 2{,}716 \cdot 1024/5 = 556{,}2$, dus 556. pH 6,5: $U = 2{,}59\,\text{V}$, ruw $530{,}4$, dus 530.

**b** De Mega leest 548 op de pH-ingang. Welke pH is dat? Komt er een waarschuwing?

> ✓ $U = 548 \cdot 5/1024 = 2{,}676\,\text{V}$; $\text{pH} = 7 + (2{,}50 - 2{,}676)/0{,}18 = 6{,}02$. Binnen de band: geen waarschuwing.

**c** Hoeveel pH is één stap van de ADC? Is dat fijn genoeg?

> ✓ $5/1024 = 4{,}9\,\text{mV}$, en $0{,}0049/0{,}18 = 0{,}027$ pH per stap. De band is 1,0 pH breed: 37 stappen. Ruim genoeg; de ijking (±0,01 V = 0,06 pH) weegt zwaarder dan de ADC.

**d** De EC-module geeft 0,600 V; de oplossing is 18,0 °C. Wat is de EC bij 25 °C? Valt ze in de band van 1,2 tot 1,8? Wat als je niet omrekent?

> ✓ $\text{EC} = 0{,}600/0{,}50 = 1{,}20\,\text{mS/cm}$ bij 18 °C; $\text{EC}_{25} = 1{,}20/(1 - 0{,}14) = 1{,}40\,\text{mS/cm}$: midden in de band. Zonder omrekening lijkt de oplossing op de rand (1,20) en zou een koude nacht een valse waarschuwing geven.

## 40.7 Wat doet versie 5? Naspelen

Oefenen · 5 · Programmeren · 25 min

Speel versie 5 na (het handboek, blad 'klimaat.ino versie 5'). Bij elke meting (om de 2 s) lopen meten(), acties() en loggen(), daarna taakModus(), taakDak() en taakLampen(). Wat gebeurt er bij de eerstvolgende meting?

Vul de tabel aan.

Onder 18 °C en verwarmen nee: verwarmen wordt ja, D12 gaat hoog (DAG is geen OPSTART), koelen blijft nee, de ventilatoren op 90.
Boven 27 °C en warm nee: warm wordt ja; het is dag en DAG, dus dakVraag(open): in taakDak() gaat het dak van DICHT naar OPENEN. Koelen is al ja (boven 25 °C), dus de $CO_2$-klep blijft dicht. Minuut 30 met 30 klx en 55 %: de extra pompbeurt start (tot minuut 35), met een melding.
De pomp staat al 5 minuten stil, dus het niveau telt: 9,6 cm is onder 10 cm. niveauLaag wordt ja, alarmbit 4, melding 'reservoir onder 10 cm'; taakModus() gaat naar ALARM, de statusled knippert snel. Om 3 uur blijft de pomp uit (een niveau-alarm). Pas boven 12 cm en na een korte druk terug naar NACHT.
Tussen 20 en 40 % en laden: grens wordt 105. Wens van de lampen: (200 – 5400 / 54) / 200 · 255 = 127,5, dus 128; doel = min(128, 105) = 105. De lampstand stijgt in 1 s van 100 naar 105.
geenMeting bereikt 15: alarmbit 1, melding 'geen temperatuur', modus ALARM. acties() gebruikt het noodprogramma: verwarmen volgens de gemiddelde inschakelduur (overdag in maart bijna 0), koelen nee, ventilatoren op 90. De logger laat temperatuur en vocht leeg.
Een lange druk in ONDERHOUD: terug naar gewoon(), dus DAG. De blokkering van het dak gaat eraf en het dak volgt weer de temperatuur; het werklicht wordt weer dimmen, de pomp wacht tot minuut 0.

## 40.8 Habitat: logregels lezen

Oefenen · 4 · Habitat · 15 min

Vier regels van woensdag en drie van zondag uit de testweek (kolommen: blad 'Het logformaat van versie 5'):

```
tijdstip,temperatuur_C,vocht_pct,verbruik_Wh,zon_Wh,licht_lx,batterij_V,soc_pct,lampen_pwm,verw_pct,
dak,water_C,pH,EC_mScm,niveau_cm,modus,alarm
2021-03-10 10:11,24.0,70.2,0.14,10.36,26643,13.90,58.9,0,0,0,18.4,6.02,1.39,18.9,1,0
2021-03-10 10:12,24.1,64.8,0.88,10.42,26786,13.86,59.2,49,0,0,18.4,6.02,1.39,18.6,4,0
2021-03-10 10:20,22.9,67.0,1.04,10.86,27933,13.88,61.5,60,0,0,18.5,6.05,1.38,24.3,4,0
2021-03-10 10:21,22.8,67.2,1.04,10.92,28076,13.89,61.8,60,0,0,18.5,6.05,1.38,24.3,4,0
2021-03-14 10:11,23.5,71.3,0.14,6.69,17189,13.63,49.1,0,0,0,18.3,6.48,1.33,16.6,1,0
2021-03-14 10:12,23.6,71.2,0.14,6.72,17281,13.63,49.3,0,0,0,18.3,6.50,1.33,16.3,1,0
2021-03-14 10:13,23.6,71.0,0.14,6.76,17374,13.63,49.5,0,0,0,18.3,6.51,1.34,16.4,1,0
```

a. Wat gebeurde er woensdag om 10:12? Welke kolommen tonen het?

De modus springt van 1 (DAG) naar 4 (ONDERHOUD): een lange druk op S1. De lampen gaan naar het werklicht (lampen_pwm 49, even later 60). Het verbruik stijgt van 0,14 naar 0,88 Wh per minuut, en 1,04 om 10:20: het werklicht (60 van 255, ±45 W) en de ventilatoren die vol draaien.

b. Het niveau springt tussen 10:12 en 10:20. Hoeveel liter kwam erbij? Klopt dat met de 13 L die het team bijvulde?

Om 10:11 staat er nog 18,9 cm: de laatste meting van voor de pompbeurt, want het niveau telt niet zolang de pomp draait en 2 minuten erna. Om 10:12 telt het weer, maar er loopt nog wat water uit de goten terug: 18,6 cm, en enkele minuten later opnieuw 18,9 cm. Reken dus met 18,9: $24{,}3 - 18{,}9 = 5{,}4$ cm, maal 2,4 L per cm is 13,0 L: precies wat het team bijvulde. Wie met 18,6 rekent, vindt 13,7 L; het verschil is water dat nog onderweg was.

**c** Waarom zakt de luchtvochtigheid om 10:12 van 70 naar 65 %?

> In ONDERHOUD draaien de ventilatoren vol (verse lucht voor wie binnen werkt): vochtige lucht gaat naar buiten.

**d** Zondag: de pH gaat van 6,48 naar 6,51. Om 10:12 staat er een waarschuwing in de meldingen. Waarom niet eerder, en waarom niet in de kolom alarm?

> De grens is 6,5: tot 6,48 ligt de pH in de band. De waarschuwing komt zodra een meting boven 6,5 ligt (om 10:12:24 sprong de gemeten waarde van 6,485 naar 6,512: de stappen van de ADC zijn 0,027 pH). Een waarschuwing is geen alarm: de modus blijft DAG en de kolom alarm blijft 0. Ze staat alleen in de meldingen, en daar keek niemand naar: de oorzaak van eis H2.

## Toepassen — Toepassen

meerdere stappen, in een context

### 40.9 Fase 1: het programma van eisen van jullie module

Toepassen · 5 · Habitat · 60 min

Vertrek van het programma van eisen van het voorbeeldteam (handboek, fase 1). Pas het aan aan jullie spoor en jullie keuzes. Elke eis krijgt een criterium dat vastligt voor je test.

**a** Werk minstens twaalf eisen uit, uit minstens zes groepen (de rest op een extra blad).

> Zie het programma van eisen in het handboek. Voorbeeldrijen: K1 · overdag (7-22 h) minstens 17,5 °C · moet · laagste minuut ≥ 17,5 °C · logger in de testweek · 31, 34; E3 · laadtoestand nooit onder 20 % · moet · ≥ 20 % · logger · 20; W4 · minstens 5 dagen zonder bijvullen bij 6 L per dag · moet · ≥ 5 dagen · berekening en logger · 11, 13.

**b** Welke eisen van het voorbeeldteam passen niet bij jullie spoor? Wat doen jullie ermee?

> Spoor B (tafel en simulatie): het dak (K4, K5, C2, V3), de ventilatie (K7) en de plaats van het reservoir (C1) bestaan niet op tafel. Ze schrappen is fout: de module heeft ze wel. Beter: 'getoetst in de simulatie' of 'berekend', en in het testrapport zo vermeld.

**c** Zoek twee eisen die met elkaar kunnen botsen. Welke gaat voor, en waarom?

> Bijvoorbeeld L1 (lichtsom) tegenover E3 en E4 (de batterij beschermen): E3 gaat voor, want een lege batterij stopt ook de pomp en de besturing, en sla overleeft een grijze dag met minder licht. Of K3 (koelen) tegenover K8 ($CO_2$ alleen met het dak dicht): koelen gaat voor, want $CO_2$ bijmengen in een open dak is verspilling.

**d** Hoeveel eisen telt jullie programma, en hoeveel daarvan zijn moet-eisen?

> Bij het voorbeeldteam: 54 eisen, waarvan 47 moet-eisen.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

| | |
|---|---|
| Meetbaar | Elke eis heeft een grootheid, een grens met eenheid en een toets; geen 'goed' of 'genoeg'. |
| Vooraf | Het criterium ligt vast en is niet afgestemd op een resultaat dat al bekend is. |
| Herkomst | Bij elke eis staat het hoofdstuk van de berekening of beslissing. |
| Botsingen | Minstens één botsing herkend en beslist, met een reden. |

## 40.10 Fase 1: planning, eigenaars en interface-afspraken

Toepassen · 5 · Habitat · 45 min

Twaalf weken van drie lestijden (pas aan aan jullie school: vakanties, toetsen). Maak jullie planning, verdeel de eigenaars en leg de interfaces tussen jullie deelsystemen vast.

**a** De planning: kleur per fase de weken in en zet een ruitje bij elke mijlpaal.

Zie het Gantt-diagram in het handboek. Waar de leraar op let: de hydroponie start vroeg (planten groeien trager dan code), en de testweek komt pas na de integratietests.

**b** De eigenaars.

Bijvoorbeeld: energie Wout (tweede: Emma), water en voeding Sara (Jonas), klimaat en licht Jonas (Sara), besturing en data Emma (Wout), integrator Emma. Eerste taken: het budget van hoofdstuk 20 opzoeken, de ijkvloeistoffen bestellen, de U-waarden verzamelen, de vijf codeversies naast elkaar leggen.

**c** Kies vier interfaces die jouw deelsysteem met een ander verbinden. Schrijf de afspraak zo precies dat iemand anders ze kan testen.

Bijvoorbeeld I5 · water → besturing · vlotter op D2, INPUT_PULLUP, LOW = genoeg water; druksensor op A5, 0,2 V + 0,45 V per kPa, niveau alleen 2 min na de pomp · vlotter met de hand optillen: na 10 s alarm; reservoir op 15 cm: logger toont 15 ± 0,3 cm.

**d** Wat ligt op het kritieke pad? Waar plannen jullie een buffer?

Keuring van de 12,8 V-kant → sensoren en Mega in de module → integratietests → testweek → testrapport. Buffer: week 9 (integratie) houdt een halve week vrij.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

| | |
|---|---|
| Planning | Alle fasen, in een logische volgorde, parallel waar het kan; de testweek na de integratietests. |
| Eigenaars | Elk deelsysteem heeft een eigenaar en een tweede; de integrator is benoemd. |
| Interfaces | Vier afspraken met waarde, eenheid en pin of adres, en een test die een ander kan uitvoeren. |
| Kritiek pad | De keten keuring → besturing in de module → integratietest → testweek benoemd, met een buffer. |

## 40.11 Fase 2: energie voor jullie maand

Toepassen · 6 · Habitat · 60 min

Kies een maand (het voorbeeld hieronder is november). Gebruik de tabel per maand in het handboek (fase 2, energie) en: PVGIS geeft in november 1,66 Wh per Wp per dag; basisverbruik zonder lampen 230 Wh; lampen gedimd in november gemiddeld 1672 Wh per dag; de convector (12 W) staat in november ±3 uur per dag aan; twee batterijen, samen 2,46 kWh bruikbaar.

**a** Hoeveel zonnestroom leveren de panelen op een gemiddelde dag van jullie maand?

✓ $1400\,\text{Wp} \cdot 1{,}66\,\text{Wh/Wp} = 2324\,\text{Wh}$ per dag.

**b** Hoeveel verbruikt de module op die dag, met gedimde lampen en de convector?

✓ $230 + 1672 + 3 \cdot 12 \approx 1938\,\text{Wh}$ per dag: minder dan de 2324 Wh zonnestroom.

**c** Hoeveel lichturen met volle lampen zou de zonnestroom toelaten zonder te dimmen?

✓ Zonder dimmen: $(2324 - 230 - 36)/190 \approx 10{,}8$ uur (zonder laadverlies). Hoofdstuk 27 en 28 kwamen op 11 lichturen in november: hetzelfde. Met dimmen haal je toch 16 uur, omdat het daglicht een deel levert.

**d** Uit de batterijen komt 's nachts 1640 Wh (tabel). Volstaat één batterij? En twee?

✓ 1640 Wh is meer dan de 1229 Wh van één batterij: één volstaat niet. Twee (2460 Wh) wel, met 820 Wh reserve.

**e** Wat stellen jullie voor die maand voor? Onderbouw met getallen.

✓ In november sluit de balans met dimmen gemiddeld: ±0,4 kWh per dag over volgens b, +0,32 kWh in de tabel van het handboek (die rekent 5 % laadverlies op wat door de batterij gaat). Maar een grijze week zal het energiebeheer doen ingrijpen, zoals in de testweek. Voorstel: dimmen aan, en voor een grijze week de lichtsom tijdelijk laten zakken (eis L1 aanpassen) of stroom van het station (E24). In december en januari kan het niet zonder.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Gegevens | Juiste waarden voor de gekozen maand, met herkomst (PVGIS, hoofdstuk 20, handboek). |
| Rekenwerk | Energie in Wh of kWh, vermogen in W; tussenstappen zichtbaar. |
| Nacht | De nacht apart bekeken: wat de batterijen moeten leveren, tegenover wat bruikbaar is. |
| Voorstel | Een voorstel dat uit de getallen volgt, met de eis die erdoor gehaald of geraakt wordt. |

## 40.12 Fase 2: pomp en goten meten en bijstellen

Toepassen · 6 · Labo · 50 min

De pomp (pomp B, hoofdstuk 11) haalt 4,8 L/min bij 1,56 m met de slang van 16 mm. Een verdeler bovenaan het rek voedt de vier goten, elk met een kraantje. Laat de pomp draaien met een testprogramma dat alleen D9 hoog zet, en vang het water aan het einde van elke goot één minuut op in een maatbeker.

**a** Meet het debiet van elke goot, voor en na het bijstellen.

Voorbeeldmeting van het voorbeeldteam: 1,08 / 1,17 / 1,24 / 1,31 L/min, samen 4,80 L/min; na bijstellen 1,19 / 1,20 / 1,20 / 1,21 L/min.

**b** Vergelijk de som met het werkpunt. Waarom krijgt de laagste goot het meest?

Samen 4,80 L/min: precies het werkpunt. De goten liggen in trappen: de laagste ligt ±1 m lager dan de verdeler, en dat hoogteverschil geeft ±10 kPa meer druk aan haar kraantje (hoofdstuk 11). Meer druk, meer debiet, tot je haar kraantje verder dichtdraait.

**c** Meet het niveau in het reservoir vlak voor de pompbeurt, in minuut 5 en 3 minuten na de pompbeurt. Vergelijk met de 1,6 cm uit het handboek.

Voorbeeld: 20,0 cm voor, 18,4 cm in minuut 5, 19,9 cm drie minuten na: 1,6 cm verschil, zoals berekend (3,9 L). Na 3 minuten is bijna al het water terug; daarom wacht versie 5 2 minuten.

**d** Bereken het hydraulische vermogen en het rendement van de pomp.

$P = \rho g h Q = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}56 \cdot 4{,}8/60\,000 = 1{,}2\,\text{W}$; van 12 W is dat een rendement van ±10 % (hoofdstuk 9).

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Meetmethode** | Eén minuut per goot, maatbeker afgelezen tot op 10 mL, pomp in een vaste stand. |
| **Bijstellen** | Alle goten na bijstellen binnen 1,2 ± 0,05 L/min; opnieuw gemeten. |
| **Niveau** | Drie momenten gemeten; verschil vergeleken met de berekening, afwijking verklaard. |
| **Besluit** | Eis W1 getoetst, en de meting in het logboek en het testrapport. |

## 40.13 Fase 2: de warmte narekenen

Toepassen · 6 · Habitat · 45 min

H = 20,2 W/K, met nachtscherm 16,3 W/K (hoofdstuk 19); convector 800 W; buffer 200 L + 60 L water (4186 J/(kg·K)); verwarmen onder 18 °C overdag en 16 °C 's nachts; ventilatoren vol +40 W/K, dak open +60 W/K.

**a** Hoeveel warmte verliest de module bij −8 °C buiten, overdag en 's nachts? Hoeveel reserve heeft de convector?

Overdag $20{,}2 \cdot 26 = 525\,\text{W}$, 's nachts $20{,}2 \cdot 24 = 485\,\text{W}$. Reserve: 275 W en 315 W.

**b** Hoeveel warmte spaart een nachtscherm in een nacht van 8 uur bij 2 °C buiten en 16,5 °C binnen?

$(20{,}2 - 16{,}3) \cdot 14{,}5 \cdot 8 = 452\,\text{Wh}$, ±0,45 kWh per nacht.

**c** De buffer levert een nacht lang (8 h) gemiddeld 150 W aan de lucht. Hoeveel graden koelt ze af?

$Q = 150 \cdot 8 \cdot 3600 = 4{,}32\,\text{MJ}$; $C = 260 \cdot 4186 = 1{,}09\,\text{MJ/K}$; $\Delta T = 4{,}32/1{,}09 \approx 4{,}0\,^\circ\text{C}$.

**d** Een zonnige lentemiddag: 1,4 kW zon, 14 °C buiten. Welke H is nodig om onder 27 °C te blijven? Volstaan de ventilatoren alleen? Het dak alleen?

> ✓ $H \geq 1400/(27-14) = 108\,\mathrm{W/K}$. Ventilatoren alleen: $20{,}2 + 40 = 60\,\mathrm{W/K}$, te weinig; dak alleen: $80\,\mathrm{W/K}$, te weinig; samen $120\,\mathrm{W/K}$: genoeg. Daarom zet versie 5 eerst de ventilatoren vol (25 °C) en opent ze daarna het dak (27 °C).

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Formules** | P = H · ΔT en Q = m · c · ΔT juist gebruikt, met eenheden. |
| **Rekenwerk** | Tussenstappen zichtbaar; W en Wh, J en MJ niet door elkaar. |
| **Interpretatie** | Elk resultaat vergeleken met een grens: de 800 W, de 27 °C, de nacht. |
| **Verband** | Verwijzing naar de testweek of naar hoofdstuk 18, 19 of 31. |

## 40.14 Fase 2: EC en pH ijken en bijsturen

●●○ Toepassen · 6 · Labo · 50 min

Volg de werkwijze van de proef in het handboek (fase 2, voedingsoplossing). Draag een bril en handschoenen bij het werken met pH-min.

**a** Tweepuntsijking van de pH-module.

> ✓ Voorbeeld van het voorbeeldteam: 2,49 V bij 7,00 en 3,02 V bij 4,00; stabiel na 20 à 40 s.

**b** Bereken de helling in V per pH en de spanning bij pH 5,8. Is de sonde in orde (−0,18 V per pH ± 10 %)?

> ✓ Helling $(3{,}02 - 2{,}49)/(4{,}00 - 7{,}00) = -0{,}177\,\mathrm{V}$ per pH: binnen −0,162 tot −0,198, in orde. Bij 5,8: $U = 2{,}49 - 0{,}177 \cdot (5{,}8 - 7) = 2{,}70\,\mathrm{V}$.

**c** Het reservoir staat op 15,2 cm. Hoeveel regenwater en stamoplossing voeg je toe om terug op 25 cm te komen?

> ✓ $(25 - 15{,}2) \cdot 2{,}4 = 23{,}5\,\mathrm{L}$ regenwater, met $23{,}5 \cdot 10 = 235\,\mathrm{mL}$ A en 235 mL B.

**d** Na het bijvullen is de pH 6,6 in 60 L. Een proeftitratie op 1 L vraagt 1,6 mL pH-min. Hoeveel geef je, en hoe?

> ✓ $60 \cdot 1{,}6 = 96\,\mathrm{mL}$ pH-min, in twee keer 48 mL, met 15 minuten rondpompen ertussen, en daarna opnieuw meten (hoofdstuk 15).

**e** Welke veiligheidsregels volg je, en waarom giet je stamoplossing A en B nooit samen?

> ✓ Bril en handschoenen, zuur altijd in water gieten, de fles gelabeld met GHS05 en weg van de planten. A bevat calciumnitraat, B de fosfaten en sulfaten: samen geconcentreerd vormen ze neerslag (calciumfosfaat, gips), en die voedingsstoffen zijn dan weg.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

| | |
|---|---|
| IJking | Twee buffers, sonde gespoeld, stabiele waarden, helling en nulpunt berekend. |
| Bijsturen | Juiste hoeveelheden met eenheden; dosis in twee helften met rondpompen. |
| Veiligheid | Bril, handschoenen, zuur in water, gelabelde fles; A en B apart. |
| Logboek | Tijd, niveau, EC en pH voor en na, dosis genoteerd. |

## 40.15 Fase 3: een minimum aan- en uittijd voor de verwarming

Toepassen · 6 · Programmeren · 45 min

De klep van de convector gaat een beperkt aantal schakelingen mee (hoofdstuk 31). In het foutzoekvoorbeeld schakelde ze 14 keer per uur. Voeg aan acties() van versie 5 een minimum aantijd en uittijd van 2 minuten toe, als extra bescherming. Het noodprogramma zonder temperatuur laat je zoals het is.

a Welke variabele heb je extra nodig, en welke constante?

Een variabele unsigned long verwSinds (wanneer verwarmen het laatst veranderde) en een constante MIN_MS = 120000UL (2 minuten).

b Schrijf de nieuwe regels die de twee regels voor verwarmen in acties() vervangen.

```
bool wil = verwarmen;
if (!verwarmen && luchtT < laag) wil = true;
else if (verwarmen && luchtT > hoog) wil = false;
if (wil != verwarmen && nu - verwSinds >= MIN_MS) {   // pas wisselen na 2 minuten
  verwarmen = wil;
  verwSinds = nu;
}
```

c Speel na: overdag, grenzen 18 en 19 °C, start met verwarmen = nee en de laatste wissel lang geleden.

0 s: 17,9 < 18 en de laatste wissel lang geleden: aan (verwSinds = 0). 60 s: boven 19, maar pas 60 s aan: blijft aan. 120 s: boven 19 en 120 s voorbij: uit (verwSinds = 120). 150 s: onder 18, maar pas 30 s uit: blijft uit. 240 s: onder 18 en 120 s voorbij: aan.

d Wat is het nadeel? Welke eis kan erdoor in gevaar komen?

De temperatuur schiet verder door: tot 2 minuten boven 19 of onder 18 °C. Op een koude ochtend kan de lucht zo net onder 17,5 °C zakken (eis K1). Met een goed opgehangen sensor duurt een beurt toch langer dan 2 minuten, en verandert er bijna niets; de beveiliging werkt alleen als er iets misloopt.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

| | |
|---|---|
| Code | Compileert, gebruikt millis() via nu, geen delay(); alleen de verwarming verandert. |
| Test | Naspeeltabel juist ingevuld, ook de gevallen waar de minimumtijd ingrijpt. |
| Afweging | Nadeel benoemd (doorschot, K1) en tegen het voordeel (klep, K6) afgewogen. |
| Plaats | De wijziging staat op één plaats; het noodprogramma blijft werken. |

## 40.16 Fase 3: de pomp als toestandsdiagram

Toepassen · 5 · Tekenen · 30 min

In versie 5 staat de pomp in één regel: pomp = (DAG, NACHT of ALARM) en (minuut < 10 of extraBeurt) en geen water- of niveau-alarm. Teken dezelfde logica als toestandsdiagram met vier toestanden: UIT, BEURT, EXTRA en GEBLOKKEERD (hoofdstuk 32: begin, toestanden, overgangen 'gebeurtenis [voorwaarde] / actie').

**a** Teken het toestandsdiagram.

✓ Begin → UIT. Vier toestanden in een ruit; GEBLOKKEERD in het midden, met overgangen vanuit elke andere toestand.

**b** Vul de overgangen in.

✓ UIT → BEURT: minuut 0 [geen alarm, modus DAG, NACHT of ALARM]; BEURT → UIT: minuut 10; UIT → EXTRA: minuut 30 [overdag, licht > 25 klx, vocht ≤ 60,5 %]; EXTRA → UIT: minuut 35; UIT, BEURT of EXTRA → GEBLOKKEERD: vlotter droog of niveau onder 10 cm of ONDERHOUD; GEBLOKKEERD → UIT: [oorzaak weg en modus DAG, NACHT of ALARM].

**c** Waarom koos het team in de code toch voor één regel, en voor het dak wel voor een toestandsmachine?

✓ De pomp heeft geen geheugen nodig: of ze moet draaien, volgt telkens rechtstreeks uit de klok, de modus en de alarmen. Eén logische regel zegt dus alles (de extraBeurt is het enige geheugen, voor vijf minuten). Het dak moet wel onthouden wat het aan het doen is: OPENEN en OPEN hebben dezelfde invoer, maar een andere motorstand, en na 12 s OPENEN volgt DAK_FOUT. Daarvoor is een toestandsmachine nodig.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Diagram | Vier toestanden, een begin, elke overgang met gebeurtenis en voorwaarde. |
| Volledig | Ook de overgangen naar en uit GEBLOKKEERD en de extra beurt. |
| Juist | Het diagram doet hetzelfde als de regel in de code. |
| Uitleg | Het verschil tussen een uitgang die alleen van de invoer afhangt en een die geheugen nodig heeft. |

## 40.17 Fase 4: het testplan met storingstests

Toepassen · 6 · Habitat · 45 min

Stel het testplan op vóór de integratietests. Voor elke storingstest schrijf je vooraf op wat er moet gebeuren.

**a** Werk acht tests uit, waarvan minstens vier storingstests.

✓ Zie de tabel met storingstests in het handboek (fase 4). Voorbeeld: B2 · stekker van de sensorkast 5 min los · alarm na 30 s, noodprogramma, lege cellen · donderdag 14:00 · Jonas.

**b** Welke test is gevaarlijk voor mensen of planten? Hoe maak je hem veilig?

✓ Het dak met een blokje in de rail: de motor trekt tot 10 A bij blokkeren (hoofdstuk 26). Veilig: niemand onder het dak, een houten blokje (geen hand), zekering 5 A traag op zijn plaats, en na 12 s grijpt de time-out in. Ook de stroomtest: niet tijdens het vullen of doseren, en niet in de nacht (de verwarming valt weg).

**c** Welke eisen toets je in de testweek, welke apart, en welke alleen met een berekening?

Testweek: K1-K4, L1, H1-H3, E3, E4, D1 (wat de logger ziet). Apart: K5 (dak), W1 (debiet), L3 (PAR), H5 (ijken), B5 (waakhond). Berekening: E1, E2, E8, W4, D3.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Volledig** | Acht tests, elk bij een eis, met criterium vooraf, moment en verantwoordelijke. |
| **Storingen** | Minstens vier storingstests met de verwachte reactie van de module. |
| **Veiligheid** | Gevaarlijke tests herkend en veilig gemaakt. |
| **Planning** | Testweek, deeltests en berekeningen logisch verdeeld. |

## 40.18 Fase 4: de testweek analyseren

Toepassen · 6 · Analyseren · 50 min

Het dagrapport van het script testweek.py (handboek) voor de testweek, en wat de panelen per dag hadden kunnen geven (kWh): ma 1,47, di 1,05, wo 6,49, do 6,91, vr 2,93, za 0,84, zo 4,19.

```
dag regels  T overdag  nacht   zon verbr  SoC licht verw starts dak  pH   EC niveau
ma   1440  18.0-21.4  16.0  1.47  1.94   39  10.6  2.8   48    0 5.94 1.38  20.0
di   1440  18.0-20.2  16.0  1.05  1.08   36   6.0  4.3   70    0 6.00 1.38  19.0
wo   1440  17.9-27.0  16.0  2.54  1.09   35  21.4  3.0   43   10 6.16 1.37  18.6
do   1437  18.0-27.1  16.0  1.46  1.36   67  23.6  1.7   30   14 6.29 1.35  20.1
vr   1440  18.0-25.0  16.0  1.56  1.58   65  13.4  0.8   16    0 6.40 1.34  18.0
za   1440  18.0-20.1  16.0  0.84  2.05   38   9.2  2.3   41    0 6.48 1.33  16.6
zo   1440  18.0-25.2  16.0  2.50  1.13   35  15.1  2.6   40    0 6.59 1.31  14.6
```

**a** Welke dagen halen eis L1 (lichtsom ≥ 11,0 mol) niet? Leg per dag uit waarom, met de kolommen zon en SoC.

Maandag (10,6), dinsdag (6,0) en zaterdag (9,2). Alle drie grijs: weinig zon (1,47, 1,05 en 0,84 kWh) en een laadtoestand onder 40 % (39, 36 en 38 % als minimum). Dan krijgen de lampen alleen zonne-overschot. Dinsdag was het ergst: de laadtoestand bleef van maandagavond tot dinsdagmiddag onder 40 %.

**b** Bereken per dag welk deel van de mogelijke zonnestroom echt werd afgenomen. Wat valt op?

Ma 100 %, di 100 %, wo 39 %, do 21 %, vr 53 %, za 100 %, zo 60 %. Op grijze dagen wordt alles gebruikt; op zonnige dagen zijn de batterijen vol en knijpt de regelaar af: in de week bleef 12,4 kWh ongebruikt.

**c** Schrijf een functie starts_per_uur(rijen) die een woordenboek {uur: aantal keer dat de verwarming aanslaat} teruggeeft.

```python
def starts_per_uur(rijen):
    uren = {}
    for a, b in zip(rijen, rijen[1:]):
        if a["verw_pct"] == 0 and b["verw_pct"] > 0:
            uur = b["tijdstip"][:13]          # 'jjjj-mm-dd uu'
            uren[uur] = uren.get(uur, 0) + 1
    return uren
```

Voor de testweek geeft max(uren.values()) 6 (eis K6).

**d** Welke vraag over de module kan je met deze logbestanden niet beantwoorden? Welke kolom of meting zou je toevoegen?

> ✓ Bijvoorbeeld: hoeveel $CO_2$ er in de lucht zit (geen sensor), hoeveel sla er groeide (geen weging), hoeveel warmte de convector echt gaf (alleen verw_pct), of het licht per goot gelijk is (één LDR). Aanvulling: een $CO_2$-sensor, een weegschaal bij de oogst, een watermeter op de warmwaterleiding.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Lezen** | L1 per dag verklaard met zon en laadtoestand, niet alleen vastgesteld. |
| **Rekenen** | Verhoudingen juist; het afknijpen op zonnige dagen herkend. |
| **Code** | De functie werkt op de rijen van het script (verw_pct, tijdstip) en telt een start als 0 → meer dan 0. |
| **Kritisch** | Een echte grens van de logbestanden, met een concrete aanvulling. |

## 40.19 Fase 5: het technisch rapport

●●○ Toepassen · 6 · Habitat · 120 min

Schrijf het rapport volgens de opbouw in het handboek. Elke eigenaar schrijft het hoofdstuk van zijn deelsysteem; de integrator schrijft de samenvatting, de integratie en het testrapport.

**a** De samenvatting: hoogstens 150 woorden, minstens vijf getallen met eenheid.

> ✓ Zie de samenvatting van het voorbeeldteam in het handboek (fase 5). Waar de leraar op let: doel, aanpak, resultaat en besluit in één alinea, en de twee niet-gehaalde eisen erin.

**b** De inhoudstafel.

> ✓ Bijvoorbeeld: 1 Inleiding · 2 Programma van eisen · 3 Ontwerp (3.1 energie, 3.2 water en voeding, 3.3 klimaat en licht, 3.4 besturing en data) · 4 Integratie · 5 Testen · 6 Besluit en aanbevelingen · Bronnen · Bijlagen.

**c** De drie belangrijkste getallen uit jouw hoofdstuk, met eenheid, herkomst en de eis die ze toetsen.

> ✓ Energie, bijvoorbeeld: 1,84 kWh uit de batterijen in een decembernacht (berekening, E2); laagste laadtoestand 35 % (simulatie van de testweek, E3); 1,47 kWh verbruik op een gemiddelde maartdag (berekening, E1).

**d** De bronnenlijst: minstens vier bronnen, zo dat een ander ze terugvindt.

> ✓ Bijvoorbeeld: PVGIS versie 5.3 (Joint Research Centre), met de invoer en de datum; de datasheets van de INA226 en de SHT31; StemExpert Intermediate, hoofdstuk 19, 20 en 31; het logboek van het team (intern).

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Structuur** | Alle onderdelen in de juiste volgorde; de samenvatting kan alleen gelezen worden. |
| **Getallen** | Elke bewering met getal, eenheid en criterium; herkomst vermeld. |
| **Figuren** | Elke figuur genummerd, met titel, en in de tekst uitgelegd. |
| **Eerlijk** | Wat niet lukte staat erin, met oorzaak en voorstel; bronnen volledig. |

## 40.20 Fase 5: de verdediging voorbereiden

Toepassen · 5 · Habitat · 60 min

Tien minuten presenteren, tien minuten vragen. Gebruik het storyboard en de jurytabel uit het handboek.

**a** Het storyboard.

> Zie het storyboard in het handboek. Voorbeeldtitel voor dia 4: 'De batterijen dekken de nacht, niet de grijze week'.

**b** Zes vragen die de jury jullie kan stellen, en jullie antwoord met een getal.

> Zie de jurytabel in het handboek. Eén voorbeeld: 'Waarom twee batterijen? De decembernacht vraagt 1,84 kWh; één batterij geeft 1,23 kWh bruikbaar.'

**c** De demo: wat toon je, wat moet er gebeuren, en wat is plan B?

> Bijvoorbeeld: een hand op de SHT31 → na ±1 minuut boven 25 °C slaan de ventilatoren vol aan; de vlotter omhoog → na 10 s knippert de statusled snel en stopt de pomp. Plan B: een filmpje van dezelfde test en het logbestand van die minuut.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Storyboard | Eén boodschap per dia, als titel; tijden tellen op tot 10 minuten; iedereen spreekt. |
| Vragen | De moeilijke vragen voorzien (niet-gehaalde eisen, simulatie), antwoorden met getallen. |
| Demo | Concreet, met verwachte reactie en een plan B. |
| Afwerking | Figuren leesbaar van achteraan in de klas. |

## 40.21 Peer- en zelfevaluatie

Toepassen · 5 · Habitat · 25 min

Beoordeel jezelf en je teamgenoten met de criteria uit het handboek, van 1 (zelden) tot 4 (altijd). Geef iedereen één top en één tip.

**a** Scores.

> Er is geen juist antwoord. Waar de leraar op let: elke score heeft een voorbeeld (een regel in het logboek, een interface, een test), en niemand krijgt overal een 4 of overal een 1 zonder reden.

**b** Top en tip.

> Een top noemt iets concreets ('jij merkte dat de ventilatoren 's nachts te snel draaiden'); een tip is concreet en vriendelijk ('meld een nieuwe pin meteen in de interfacetabel').

**c** Vergelijk je zelfevaluatie met wat de anderen over jou schreven. Wat valt je op?

> Bijvoorbeeld: 'Ik gaf mezelf een 2 voor interfaces, de anderen een 3: ze vonden dat ik de pH-sonde goed afstemde met de besturing.' Grote verschillen bespreek je in een kort teamgesprek.

## 40.22 Foutzoeken: halve lampen in het donker

●●● Uitdagen · 7 · Analyseren · 35 min

Bij een ander team verplaatste een teamlid in de testweek de LDR met haar kapje naar een steun boven het rek, 'omdat ze daar beter bereikbaar is'. Vrijdagavond valt het op dat het verbruik lager is dan anders, en niemand klaagt. Hun logbestand van vrijdag 12 maart, eerst 12:00, dan 21:00 tot 21:04:

```
tijdstip,temperatuur_C,vocht_pct,verbruik_Wh,zon_Wh,licht_lx,batterij_V,soc_pct,lampen_pwm,verw_pct,
dak,water_C,pH,EC_mScm,niveau_cm,modus,alarm
2021-03-12 12:00,24.3,69.4,0.38,6.56,16864,13.77,91.3,0,0,0,20.2,6.32,1.36,19.7,1,0
2021-03-12 21:00,20.6,77.8,2.01,0.00,5240,13.09,83.4,131,0,0,21.9,6.40,1.34,18.5,1,0
2021-03-12 21:01,20.6,77.9,1.97,0.00,5240,13.09,83.2,131,0,0,21.9,6.40,1.34,18.5,1,0
2021-03-12 21:02,20.6,77.9,1.97,0.00,5240,13.09,83.1,131,0,0,21.9,6.40,1.34,18.5,1,0
2021-03-12 21:03,20.6,77.9,1.97,0.00,5240,13.09,83.0,131,0,0,21.9,6.40,1.34,18.5,1,0
2021-03-12 21:04,20.6,77.9,1.97,0.00,5240,13.09,82.9,131,0,0,21.9,6.40,1.34,18.5,1,0
```

**a** Wat is er vreemd aan de avondregels? Vergelijk de kolommen licht_lx en lampen_pwm met wat je verwacht.

✓ Om 21 uur toont licht_lx ±5240 lx, terwijl de zon onder is (het zou bijna 0 moeten zijn), en staan de lampen op ±131 in plaats van 255. De lampen dimmen zichzelf: het verbruik is lager, maar de planten krijgen maar de helft.

**b** Geef twee mogelijke verklaringen en een test die ze uit elkaar houdt, telkens met één verandering.

✓ (a) De LDR ziet het licht van de lampen (rechtstreeks of via de witte goten). (b) Er schijnt ander licht op de LDR: de deur naar de woonmodule staat open, een lamp in de gang. Test: zet de module 's nachts in ONDERHOUD (werklicht 60) en kijk naar licht_lx: bij (a) daalt het evenredig met de lampstand (60 · 40 = 2400 lx), bij (b) blijft het gelijk. Of: dek de lampen een minuut af en kijk of licht_lx meezakt.

**c** Stel dat de LDR k lux ziet per PWM-stap van de lampen. Bereken k uit het logbestand, en toon dat de lampen dan tot rust komen rond de stand in het logbestand.

✓ $k = 5240/131 \approx 40\,\text{lx}$ per stap. De lampen zoeken de stand $s$ waarbij de wens gelijk is aan $s$: $s = 255 \cdot \frac{200 - k s/54}{200}$, dus $s \cdot (1 + \frac{255k}{54 \cdot 200}) = 255$ en $s = 255/1{,}944 \approx 131$. Dat is de stand in het logbestand.

**d** Welke eis en welke interface zijn geraakt? Hoeveel lichtsom verliest het bed op zo'n avond (18 tot 22 uur)? Hoe los je het op?

✓ Eis L1 (lichtsom) en interface I11 (de LDR ziet het daglicht, niet de lampen). Na zonsondergang branden de lampen op $131/255 = 51\,\%$: het bed krijgt ±103 µmol in plaats van 200. Van ±18:40 tot 22 uur (3,3 h) mist het $(200 - 103) \cdot 3{,}3 \cdot 3600/10^6 \approx 1{,}2\,\text{mol}$ per dag. Oplossing: de LDR terug op de zuidrand van het dak, of het kapje aan de onderkant dicht; testen met de lampen vol in het donker: licht_lx moet onder 50 lx blijven.

## 40.23 Grijze dagen: vier manieren om de lichtsom te halen

●●● Uitdagen · 7 · Ontwerpen · 50 min

Eis L1 werd op drie grijze dagen niet gehaald. Op dinsdag was ±2,53 kWh nodig en ±1,57 kWh beschikbaar (zon plus batterij tot 20 %); dezelfde week bleef op zonnige dagen 12,4 kWh zonnestroom ongebruikt. Vier voorstellen:

- **A**: een derde LiFePO4 van 120 Ah (+1,23 kWh bruikbaar; ±100 kg $CO_2$-eq per kWh capaciteit, hoofdstuk 38);
- **B**: twee extra panelen van 350 Wp (+0,70 kWp; ±600 kg $CO_2$-eq per kWp, hoofdstuk 38);
- **C**: stroom van het 48 V-net van het station via een omzetter naar 12,8 V (Expert, E24);
- **D**: op grijze dagen het lichtdoel verlagen tot 160 µmol/(m²·s) (lichtsom 9,2 mol).

**a** Reken per voorstel wat het op een dag zoals dinsdag oplevert. Haalt de module dan eis L1?

Tekort op dinsdag: $2{,}53 - 1{,}57 \approx 0{,}96\,\text{kWh}$. **A** dekt het tekort alleen als de derde batterij vol aan de grijze dag begint; na een grijze maandag is ze dat niet. A helpt dus bij één grijze dag na een zonnige, niet in een grijze week. **B**: 50 % meer panelen geeft op dinsdag ±0,52 kWh meer: het tekort halveert, maar L1 haalt hij niet alleen; op elke dag werkt hij mee. **C**: haalt L1 altijd, maar verplaatst het probleem naar het station. **D**: bij 160 µmol vragen de lampen $190 \cdot (160 - 52)/200 \cdot 16 \approx 1{,}64\,\text{kWh}$, samen met de rest ±1,9 kWh: het tekort zakt tot ±0,35 kWh; L1 wordt dan wel 'lichtsom 9,2 mol op grijze dagen'.

**b** Vergelijk met een criteriatabel (minstens vier criteria, met gewichten).

Bijvoorbeeld: effect op L1 (3), $CO_2$ (2), afhankelijkheid van het station (2), eenvoud (1). A: effect 2, $CO_2$ 2 (154 kg), onafhankelijk 3, eenvoudig 3. B: effect 2, $CO_2$ 1 (420 kg), onafhankelijk 3, eenvoudig 2. C: effect 3, $CO_2$ hangt af van het station, onafhankelijk 1, moeilijk 1. D: effect 1, $CO_2$ 3, onafhankelijk 3, eenvoudig 3.

**c** Welke keuze maken jullie? Welke eisen veranderen in versie 2 van het programma van eisen?

Het voorbeeldteam koos D nu (geen materiaal, wel een eerlijke eis) en C voor Expert. Versie 2 van het programma van eisen: L1 wordt 'lichtsom ≥ 11,0 mol op minstens 5 van 7 dagen, nooit onder 9,0'; E8 en O1 blijven gehaald.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Rekenwerk | Per voorstel het effect op dinsdag, met eenheden; de rol van de laadtoestand bij A begrepen. |
| Criteria | Minstens vier criteria (effect, $CO_2$, afhankelijkheid, eenvoud) met gewichten en onderbouwde scores. |
| Keuze | Volgt uit de tabel; nadelen eerlijk vermeld. |
| Eisen | De gevolgen voor het programma van eisen (L1, E3, E8, O1) uitgeschreven. |

## 40.24 Debat: mag de module zelf pH-min doseren?

●●● Uitdagen · 6 · Argumenteren · 30 min

Eis H2 faalde omdat niemand de waarschuwing zag. Voorstel: een doseerpompje met pH-min, gestuurd door versie 5: geef 20 mL als de pH boven 6,3 komt, hoogstens drie keer per dag. Stelling: *'De module moet de pH zelf bijsturen.'*

**a** Zoek twee argumenten voor en twee tegen.

Voor: H2 wordt ook in het weekend gehaald; minder werk; kleine, regelmatige dosissen zijn beter voor de wortels dan één grote. Tegen: een bijtend zuur in een automatisch systeem (eis V4); een sonde die afwijkt, doseert verkeerd; een lek in het pompje; wie ziet het als het misgaat?

**b** Wat gebeurt er als de pH-sonde defect raakt en 7,5 aangeeft terwijl de pH 5,8 is? Welke beveiligingen zou je inbouwen?

> Dan doseert de module drie keer per dag 20 mL zonder effect op de meting: de pH zakt elke dag verder, tot de wortels beschadigen (onder ±5). Beveiligingen: hoogstens 60 mL per dag in de code; na een dosis moet de pH binnen 30 minuten dalen, anders alarm en stop; wekelijks een controle met een handmeter; een tweede sonde of een vergelijking met de trend; de fles gesloten en gelabeld (E46: een FMEA doet dit systematisch).

**c** Hoe beslist het team? Welke eis komt erbij in het programma van eisen?

> Met een afweging van risico en nut, vooraf opgeschreven. Een tussenstap: eerst de melding naar een telefoon (E37) en vrijdag preventief bijsturen; automatisch doseren pas na een FMEA. Nieuwe eis bij automatisch doseren: 'hoogstens 60 mL pH-min per dag; zonder daling binnen 30 minuten stopt het doseren met een alarm'.

## 40.25 Onderzoek: wat kost een graad 's nachts?

●●● Uitdagen · 7 · Onderzoeken · 45 min

's Nachts verwarmt de module onder 16 °C en stopt boven 17 °C. Een lagere nacht spaart warmte van het station, maar de sla groeit bij een lagere nachttemperatuur ook anders (hoofdstuk 34: bij 16,5 °C 27 % minder nachtademhaling dan bij het dagoptimum). H = 20,2 W/K, met nachtscherm 16,3 W/K; een nacht duurt 8 uur.

**a** Hoeveel extra warmte vraagt 1 °C hoger per nacht? En per winter van 150 nachten? En met een nachtscherm?

> $20{,}2 \cdot 1 \cdot 8 = 162\ \text{Wh}$ per nacht per °C; $150 \cdot 0{,}162 \approx 24\ \text{kWh}$ per winter. Met scherm: $16{,}3 \cdot 8 = 130\ \text{Wh}$, of 20 kWh.

**b** Waarom zou je de nacht toch niet op 12 °C zetten? Noem twee redenen (plant en gebouw).

> Plant: bij te lage temperaturen groeit sla trager en vertraagt de teelt (hoofdstuk 34); het optimum ligt hoger. Gebouw: koude lucht met veel waterdamp condenseert sneller tegen het dak en de wanden; op het binnenoppervlak groeit dan schimmel (hoofdstuk 19, temperatuurfactor).

**c** Ontwerp een proef om het effect van de nachttemperatuur op de oogst te meten. Welk probleem heb je met maar één module?

> Twee nachttemperaturen (bv. 14 en 17 °C), elk in meerdere teelten, en het versgewicht per krop wegen. Met één module kan je de twee temperaturen alleen na elkaar testen: dan verschilt ook het seizoen (licht, buiten-temperatuur). En de 48 kroppen van één teelt zijn geen 48 herhalingen van de behandeling: de module is de proefeenheid (pseudoreplicatie, E6). Beter: het proefrek van E6 met kleine vakjes, of meerdere teelten die afwisselen.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Rekenwerk | Warmte per nacht en per winter juist, met en zonder scherm. |
| Redenen | Een plantreden (groei, ademhaling) en een gebouwreden (condens, schimmel) met herkomst. |
| Proefopzet | Eén variabele, herhalingen, loting; het probleem van pseudoreplicatie of van seizoen benoemd. |
| Afweging | Een besluit dat de warmte en de oogst tegen elkaar afweegt. |

## 40.26 Code: een grens die meeschuift met de laadtoestand

Uitdagen · 7 · Programmeren · 45 min

Tussen 20 en 40 % laat versie 5 de grens van de lampen 5 stappen per meting op- of afschuiven, naargelang de batterijen laden of leveren. Een teamlid stelt iets eenvoudigers voor: de grens evenredig met de laadtoestand, 0 bij 20 % en 255 bij 40 %.

**a** Schrijf de regel die het schuiven vervangt.

```
else grens = (int)(255.0 * (soc - SOC_ZON) / (SOC_VOL - SOC_ZON));   // 20-40 %: evenredig
```

**b** Vul in.

0, 63, 127, 191, 255: (int) kapt af, dus 63,75 wordt 63 en 191,25 wordt 191. Bij 40 % geldt al de eerste regel (255).

**c** Dinsdag om 8 uur (laadtoestand 36 %, geen zon) en om 12 uur (38 %, de panelen laden). Wat doen de lampen bij elke regel?

Versie 5: om 8 uur leveren de batterijen, dus zakt de grens naar 0: de lampen blijven uit. Om 12 uur laden ze, dus stijgt de grens: de lampen krijgen het zonne-overschot. Nieuwe regel: om 8 uur is de grens 204, de lampen branden bijna vol op de batterij en de laadtoestand zakt snel richting 20 %; om 12 uur is de grens 229, ook als er maar weinig overschot is.

**d** Welke regel beschermt de batterijen beter, welke geeft meer licht? Hoe zou je het testen voor je het in de module zet?

Versie 5 beschermt de batterijen beter: de lampen gebruiken alleen wat de zon erbij geeft. De nieuwe regel geeft 's morgens meer licht, maar de batterij zakt sneller tot 20 %, en dan gaan de lampen helemaal uit. Testen: dezelfde grijze week in de simulatie met beide regels, en de lichtsom per dag en de laagste laadtoestand vergelijken.

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| Code | Juiste formule, geheel getal, alleen tussen 20 en 40 %; de andere twee gevallen blijven. |
| Tabel | Juist ingevuld, met de afronding van (int). |
| Vergelijken | Het verschil tussen reageren op de laadstroom en op de laadtoestand uitgelegd. |
| Test | Een testplan in de simulatie: lichtsom en laagste laadtoestand van een grijze week naast elkaar. |

## 40.27 Habitat: versie 2 van de module

Uitdagen · 7 · Habitat · 50 min

De ontwerpcyclus stopt niet bij de testweek. Gebruik jullie testrapport, logboek en foutzoektabel.

**a** Drie verbeteringen, de belangrijkste eerst.

> Bijvoorbeeld: H2 (pH op zondag) → vrijdag preventief naar 5,8, en de melding naar een telefoon → 0 € en 10 min per week → H2 gehaald. L1 (grijze dagen) → lichtdoel 160 µmol op grijze dagen (eis aanpassen) → 0 € → minder tekort. K3 in de zomer → schaduwdoek onder het dak → ±€ 40 → minder dan 27 °C met minder ventilatie.

**b** Werk één verbetering uit: een berekening, een schema of een stuk code.

> Bijvoorbeeld de pH: stijging ±0,12 per dag, dus op vrijdagmiddag bij 6,2 bijsturen naar 5,8 geeft maandag ±5,8 + 3 · 0,12 = 6,2: binnen de band. Waar de leraar op let: een uitwerking die bij de gekozen eis hoort.

**c** Welke verbetering kan je pas maken met wat je in Expert leert? Welk hoofdstuk?

> Meldingen naar een telefoon of een centrale computer (E37), de verwarming met een PID-regeling (E39), het energiebeheer met een voorspelling van de zon van morgen (E41, E43), het warmtemodel ijken op de logbestanden (E17, E36).

**ZO WORDT DIT BEOORDEELD**

| | |
|---|---|
| **Onderbouwd** | Elke verbetering komt uit een test, een meting of het logboek, en hoort bij een eis. |
| **Afweging** | Kost en effect geschat; de belangrijkste eerst. |
| **Uitwerking** | Klopt, en een ander kan ze uitvoeren. |
| **Vooruitblik** | Concreet: welk hoofdstuk van Expert, en wat het oplost. |

## 40.28 Habitat: eindevaluatie en op weg naar Expert

●●● Uitdagen · 6 · Habitat · 40 min

Beoordeel jullie project met de eindrubric uit het handboek. De leraar doet hetzelfde; daarna vergelijken jullie.

**a** Zelfevaluatie van het project.

> Er is geen juist antwoord. Waar de leraar op let: bij elk niveau een concreet bewijs, en eerlijkheid (een 4 zonder bewijs telt als een 3).

**b** Bereken jullie score: de som van niveau × gewicht, gedeeld door 4.

> Voorbeeldteam: niveaus 3, 3, 3, 3, 4, 3, 3, 3 bij gewichten 10, 15, 10, 15, 20, 15, 10, 5: $(30 + 45 + 30 + 45 + 80 + 45 + 30 + 15)/4 = 320/4 = 80$ op 100.

**c** Reflectie: wat was het moeilijkste aan het samenvoegen? Wat zou je een volgend team aanraden?

> Bijvoorbeeld: 'Het moeilijkste waren de interfaces tussen de versies: de pomp die door twee taken geschakeld werd, de ventilatoren die 's nachts meer verbruikten dan het budget. Raad: leg vanaf week 1 het budget, het schema en de code naast elkaar, en test elke interface apart voor de testweek.'

**d** Welke drie dingen uit dit project neem je mee naar het brein van het station in Expert?

> Bijvoorbeeld: een programma van eisen met herkomst en een testrapport (wordt de eisenboom van E45); de logbestanden en het script (worden de data voor de digitale tweeling, E49); het warmtemodel met twee knopen (wordt E17).