

E

Expert
Werkboek

Opdrachten in drie treden: oefenen, toepassen, uitdagen. Met antwoordruimte.

16-18+ jaar | 49 hoofdstukken | schaal 6–9

Brecht Corbeel · schoolium.me

StemExpert Expert — Werkboek

Auteur: Brecht Corbeel
Uitgave: schoolium.me
Reeks: StemExpert — STEM in drie niveaus (Fundamental, Intermediate, Expert)

Voor wie: Voor wie Intermediate beheerst (derde graad STEM-richtingen, doorstroom naar ingenieurs- en wetenschapsopleidingen). Afgeleiden, integralen, differentiaalvergelijkingen en statistiek worden het gereedschap; systemen worden gemodelleerd, gesimuleerd en geregeld.

Wiskunde op dit niveau: afgeleiden, integralen, differentiaalvergelijkingen (numeriek), vectoren en matrices, statistiek

Habitat-laag: Het brein van het station: een geïntegreerd, zelfsturend systeem met PID-regeling, energiebeheer, een sensornetwerk, een digitale tweeling en AI-voorspellingen, ontworpen volgens het V-model.

Dit boek hoort bij een handboek, een werkboek en een oplossingenboek per niveau, en bij de offline website van StemExpert. De StemExpert-schaal (1 tot 9) loopt over de drie niveaus heen. Druk af zonder schaling (100 %).

Inhoud

E1 · Wiskundige gereedschapskist

E1 Afgeleiden: verandering meten 5
E2 Optimaliseren 17
E3 Integralen: ophopen 27
E4 Differentiaalvergelijkingen en simulatie 37
E5 Vectoren en matrices 50
E6 Statistiek en meetonzekerheid 64
E7 Sinusoïden, complexe getallen en fasoren 75

E2 · Mechanica en constructies

E8 Beweging in twee dimensies 88
E9 Impuls en botsingen 100
E10 Rotatie 111
E11 Trillingen en resonantie 122
E12 Sterkteleer 134
E13 Vakwerken en constructieanalyse 146

E3 · Thermodynamica en stroming

E14 Gassen en de gaswetten 158
E15 De hoofdwetten van de thermodynamica 171
E16 Warmtepompen en koelen 185
E17 Warmteoverdracht kwantitatief 198
E18 Stroming van vloeistoffen en gassen 206

E4 · Elektrotechniek en elektronica

E19 Elektrische en magnetische velden, inductie 213
E20 Wisselstroom 227
E21 Filters en signaalverwerking 240
E22 Operationele versterkers 247
E23 Digitale logica 254
E24 Vermogenselektronica en elektrische machines 261

E5 · Chemie en materialen

E25 Thermochemie en reactiesnelheid 268
E26 Chemisch evenwicht 274
E27 Elektrochemie: batterijen, brandstofcellen en elektrolyse 280
E28 Materiaalkunde 286

E6 · Life sciences en bio-engineering

E29 DNA, genen en eiwitten 292
E30 Biotechnologie en genetische technieken 298
E31 Bioprocestechniek 304
E32 Ecologische modellen 310
E33 Het lichaam als regelsysteem 318

E7 · Informatica

E34 Algoritmen en complexiteit 330

E35 Objectgericht programmeren en softwareontwerp 337
E36 Numerieke methoden en wetenschappelijk rekenen 342
E37 Embedded systemen en IoT 347

E8 · Regeltechniek

E38 Dynamische systemen modelleren 353
E39 PID-regeling 359
E40 Sensorfusie en schatten 368

E9 · Data science en AI

E41 Van data naar model: regressie 374
E42 Classificatie en clustering 380
E43 Neurale netwerken 386
E44 AI verantwoord inzetten 392

E10 · Systems engineering

E45 Systems engineering en het V-model 398
E46 Betrouwbaarheid en risico 403
E47 Duurzaamheid en levenscyclusanalyse 409
E48 Technisch communiceren en projectmanagement 416

E11 · Habitat E: het brein van het station

E49 Integratieproject: het brein van het station 425

WERKBOEK · HOOFDSTUK 1

Afgeleiden: verandering meten

Van de helling tussen twee meetpunten naar de snelheid van verandering op één ogenblik

Je oefent eerst de betekenis en de rekenregels, past ze dan toe op het kasdak, condensatoren, energiemeters en meetreeksen, en eindigt met bewijzen, een onderzoek naar ruis en een ontwerp voor een voorspellend dakraam. Voor de code-opdrachten heb je Python nodig. Opdracht 1.12 is een bouwsteen voor het brein van het station.

5× oefenen · 8× toepassen · 4× uitdagen · ± 402 min

W Wiskundig modelleren · K Krachten, beweging en constructies



Om acht uur is de meetkas nog koud; twee uur later warmt ze vijf graden per uur op.

●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

1.1 Gemiddelde veranderingen, met eenheid

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

Bereken telkens de gemiddelde veranderingssnelheid, met eenheid, en zeg in één zin wat het teken betekent.

a Het reservoir van de meetkas bevat maandag om 8:00 27,4 L en donderdag om 8:00 22,0 L. Geef het resultaat in L/dag en in mL/h.

b De batterij van de module (3,07 kWh) staat op een donkere winteravond om 16:00 op 74 % en om 20:00 op 48 %. Geef het resultaat in %/h en in W.

c De kas is om 10:00 20,5 °C en om 11:00 25,0 °C. Geef het resultaat in °C/h en in °C/min.

d Een NTC heeft bij 20 °C 12,54 kΩ en bij 30 °C 8,04 kΩ. Geef het resultaat in kΩ/K.

1.2 Afleiden met de rekenregels

Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Leid af naar de veranderlijke die in de functie staat. Vereenvoudig waar het kan.

a $f(x) = 4x^3 - 2x + 7$ en $g(t) = \dfrac{5}{t^2}$

b $h(x) = \sqrt{x}\,(x + 1)$

c $u(t) = 12\,\mathrm{e}^{-t/4}$ en $y(t) = \sin(100\pi t)$

d $R(T) = R_0\,(1 + \alpha T)$ met constanten R_0 en α

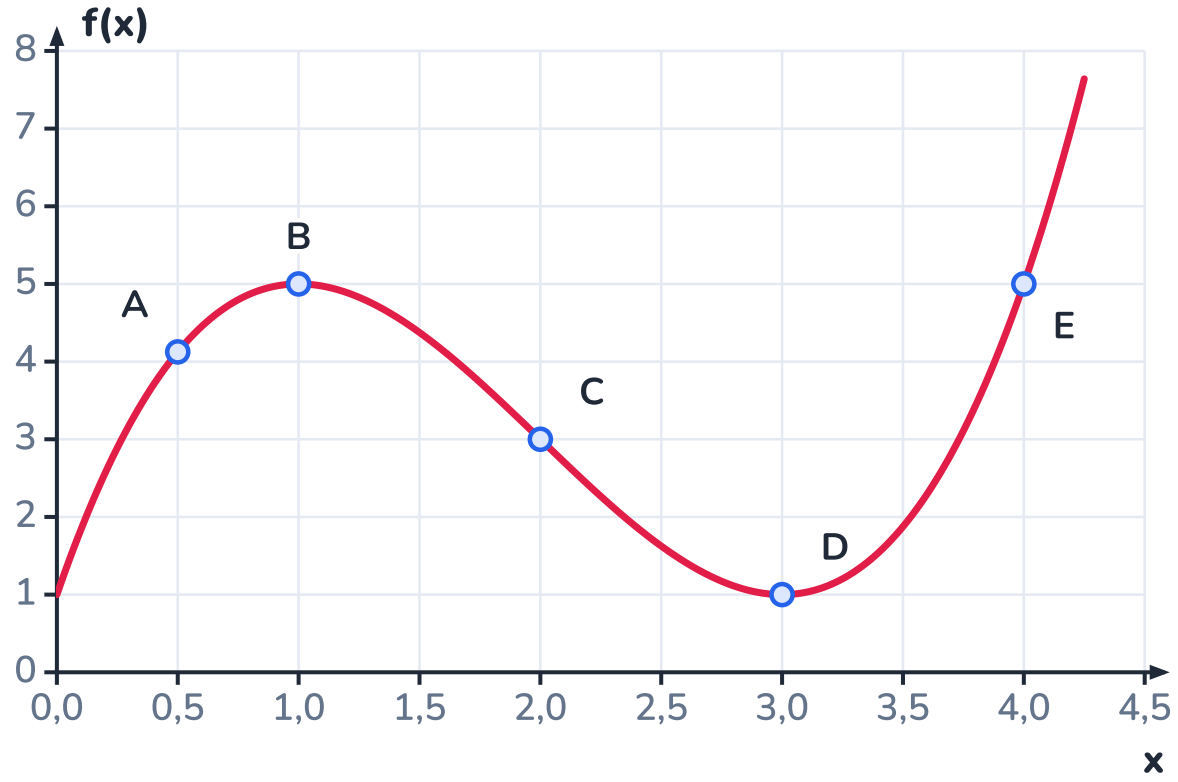
e $q(x) = \dfrac{x}{x^2 + 1}$

f $P(R) = \dfrac{U^2 R}{(R + r)^2}$ met constanten U en r

1.3 Functie, helling en bolling

Oefenen · 6 · Begrijpen · 15 min

Lees de grafiek. Je hoeft geen formule te kennen.



De grafiek van een functie f met vijf gemarkeerde punten A tot E.

a Vul voor elk punt het teken van f' en van f'' in (+, – of 0).

punt	f'	f''

b In welk punt daalt de functie het snelst? Hoe zie je dat, en wat geldt daar voor f''?

c Schets onder de grafiek het verloop van f' (alleen de vorm: waar positief, negatief, nul, maximaal of minimaal).

1.4 Een raaklijn opstellen

Oefenen · 6 · Rekenen · 12 min

Een steen valt vanuit stilstand: $s(t) = 4{,}905\,t^2$ (s in m, t in s).

a Bereken de valsnelheid op t = 1,5 s en stel de vergelijking van de raaklijn aan de (s,t)-grafiek op in dat punt.

b Waar snijdt die raaklijn de t-as? Wat betekent de raaklijn fysisch?

1.5 Eenheden van afgeleiden

Oefenen · 6 · Begrijpen · 10 min

Een afgeleide heeft altijd een eenheid: die van de teller gedeeld door die van de noemer.

Geef de SI-eenheid (of een gebruikelijke) en een naam: $\mathrm{d}E/\mathrm{d}t$ (E in J), $\mathrm{d}q/\mathrm{d}t$ (q in C), $\mathrm{d}V/\mathrm{d}t$ (V in L, t in min), $\mathrm{d}^2x/\mathrm{d}t^2$, $\mathrm{d}p/\mathrm{d}h$ (druk tegenover diepte in water), $\mathrm{d}P/\mathrm{d}U$ (P in W, U in V).

Toepassen

Toepassen — meerdere stappen, in een context

1.6 De afgeleide van een wortel, uit de definitie

Toepassen · 7 · Analyseren · 15 min

De machtsregel werd hier alleen voor natuurlijke n bewezen. Controleer ze voor $n = \frac{1}{2}$.

a Bereken $\lim_{h\to 0} \dfrac{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}{h}$ voor $x > 0$. Tip: vermenigvuldig teller en noemer met $\sqrt{x+h}+\sqrt{x}$.

b Waarom bestaat de afgeleide niet in $x = 0$? Wat betekent dat voor de grafiek?

1.7 Het kasdak met een kubisch profiel

Toepassen · 7 · Rekenen · 20 min

Een eenvoudiger glad profiel voor het schuifpaneel is $x(t) = s\,(3u^2 - 2u^3)$ met $u = t/T$, $s = 0{,}60\,\text{m}$, $T = 7{,}0\,\text{s}$.

a Controleer dat x(0) = 0, x(T) = s en dat de snelheid in beide uiteinden nul is.

b Bereken v(t) en a(t), de topsnelheid en de versnelling bij de start.

c Waarom verkiest een ontwerper toch het vijfdegraadsprofiel uit het handboek?

1.8 Laadstroom van een condensator

Toepassen · 7 · Rekenen · 15 min

In hoofdstuk 5 van Intermediate laadde een condensator van 470 µF via 22 kΩ op tot 5,0 V: $u(t) = 5{,}0\,(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau})$.

a Bereken τ en leid de stroom i(t) = C du/dt af. Hoe groot is i(0) en i(τ)?

b Na hoeveel seconden is de stroom kleiner dan 1 % van de beginwaarde?

1.9 Van meterstand naar vermogen

Toepassen · 7 · Analyseren · 20 min

De energiemeter van de klimaatmodule wordt elk kwartier uitgelezen op een zomerochtend.

tijd	5:30	5:45	6:00	6:15	6:30	6:45	7:00	7:15
meterstand (Wh)	18 342,0	18 344,5	18 347,0	18 399,0	18 449,0	18 499,0	18 549,0	18 601,0

a Bereken het gemiddelde vermogen in elk kwartier (in W).

kwartier	P (W)

b Wat gebeurde er om 6:00? En waarom zijn het kwartier van 6:00 en dat van 7:00 2 Wh 'zwaarder'? Gebruik het budget van hoofdstuk 20 van Intermediate.

c Bereken de centrale differentie in 6:00 (van 5:45 tot 6:15). Waarom is dat hier een slechte schatting van het vermogen om 6:00?

1.10 Snelheid uit gemeten plaatsen

Toepassen · 7 · Rekenen · 20 min

Een afstandssensor meet om de 0,5 s de plaats van het schuifpaneel (afgerond op mm).

t (s)	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5
x (m)	0,000	0,002	0,014	0,042	0,087	0,148	0,221	0,300

t (s)	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0
x (m)	0,379	0,452	0,513	0,558	0,586	0,598	0,600

a Schat de snelheid op t = 2,0 s met een voorwaartse, een achterwaartse en een centrale differentie.

b Het paneel volgt het vijfdegraadsprofiel met $s = 0{,}60\,\text{m}$ en $T = 7{,}0\,\text{s}$. Bereken de echte snelheid op 2,0 s en vergelijk.

c Schat de versnelling op t = 1,0 s en op t = 3,5 s met $\frac{x_{i+1}-2x_i+x_{i-1}}{h^2}$. Vergelijk met het model.

1.11 Een functie afgeleide() in Python

Toepassen · 7 · Programmeren · 25 min

Je schrijft een herbruikbare functie voor de centrale differentie en test ze.

a Schrijf een functie afgeleide(f, x, h) die de centrale differentie teruggeeft, met een standaardwaarde voor h.

b Test ze met f = math.sin in x = 1 (exact: cos 1) voor h = 10^{-1} tot 10^{-12}. Druk de fout af. Bij welke h is de fout het kleinst?

c Verklaar het verloop van de fout met twee oorzaken.

1.12 Habitat: de opwarmsnelheid van de meetkas

Toepassen · 7 · Habitat · 40 min

Het brein van het station krijgt de temperatuur van de meetkas om het kwartier (uit de voorbeeldreeks van de zonnige aprildag). Het dakraam moet open bij 28 °C.

tijd	8:00	8:15	8:30	8:45	9:00	9:15	9:30	9:45	10:00
T (°C)	11,1	12,1	13,0	14,4	15,5	16,8	17,9	19,3	20,7

tijd	10:15	10:30	10:45	11:00	11:15	11:30	11:45	12:00
T (°C)	21,8	22,8	24,0	24,9	25,9	26,8	27,7	28,7

a Bereken de opwarmsnelheid met een centrale differentie (h = 15 min) in elk tijdstip van 8:15 tot 11:45.

tijd	dT/dt (°C/h)

b Wanneer warmt de kas het snelst op, en hoe snel? Vergelijk met de h = 5 min-schatting in het handboek.

c Voorspel om 11:00 met de raaklijn wanneer 28 °C bereikt wordt. Is dat te vroeg of te laat, en waarom?

d Schrijf een korte aanbeveling (5 à 8 regels) voor de software: welke stap, welke differentie, en welke regel voor het dakraam.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Berekening	Alle differenties correct, met eenheid; de tijden kloppen met het middelpunt van elke koorde.
Interpretatie	Maximum juist aangeduid; het verschil met de korte stap verklaard met ruis.
Voorspelling	Raaklijn correct gebruikt; te vroeg/te laat verklaard met de bolling (tweede afgeleide).
Aanbeveling	Stap en methode onderbouwd met ruis en afvlakken; een concrete, veilige regel voor het dakraam.

1.13 Wisselspanning over een condensator

Toepassen · 7 · Rekenen · 15 min

Het net levert $u(t) = 325\sin(2\pi \cdot 50\,t)$ V (230 V effectief). Een ontstoringscondensator van 100 nF staat erover. Meet dit niet zelf: 230 V is levensgevaarlijk.

a Leid de stroom i(t) = C du/dt af en bereken de grootste stroom.

b Op welke ogenblikken is de stroom maximaal? Wat is dan de spanning? Wat betekent dat?

Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

1.14 Bewijs de product- en de quotiëntregel

Uitdagen · 8 · Analyseren · 25 min

Het handboek maakte de productregel aannemelijk met een rechthoek. Maak het nu streng.

a Bewijs $(uv)' = u'v + uv'$ uit de definitie. Tip: tel $u(x+h)v(x)$ op en trek het weer af in de teller.

b Waar gebruik je dat u continu is? Waarom is een afleidbare functie altijd continu?

c Leid de quotiëntregel af uit de productregel en de kettingregel, met $u/v = u \cdot v^{-1}$.

1.15 De beste stap, uit een model van de fout

Uitdagen · 8 · Analyseren · 25 min

Voor de centrale differentie is de totale fout ongeveer $E(h) = \frac{M}{6}h^2 + \frac{\varepsilon F}{h}$, met $M = |f'''|$, $F = |f|$ en $\varepsilon = 2{,}2 \cdot 10^{-16}$.

a Zoek met de afgeleide de h waarvoor E(h) minimaal is, en de kleinste fout.

b Reken het uit voor $f = \mathrm{e}^x$ in $x = 1$ en vergelijk met de uitvoer van stapgrootte.py in het handboek.

c Doe hetzelfde voor de voorwaartse differentie. Waarom haalt die veel minder cijfers?

1.16 Onderzoek: ruis, stap en de resolutie van een sensor

Uitdagen · 9 · Onderzoeken · 60 min

Je onderzoekt met een simulatie hoe groot de stap moet zijn om een opwarmsnelheid uit ruisende metingen te halen. Het model is een opwarming $T(t) = 20 + 6\sin(0{,}5\,t)$ (°C, t in uur), met gekende afgeleide.

a Schrijf een programma dat om de 5 minuten metingen met normale ruis (σ = 0,1 °C) maakt, voor verschillende k de centrale differentie berekent en de rms-fout tegenover de echte afgeleide afdrukt, samen met de formule σ/(√2 h).

b Bij welke stap is de fout het kleinst? Verklaar het verloop met ruis en afvlakken.

c De meetkas meet met een TMP36 op de 10-bits ADC van een Uno: stappen van ongeveer 0,49 °C. Wat gebeurt er met een centrale differentie over 5 minuten als de temperatuur 3 °C/h stijgt? Welke twee maatregelen stel je voor?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Code	Correcte simulatie en differenties, fout tegenover de echte afgeleide, reproduceerbaar (seed).
Analyse	Minimum gevonden en verklaard met $\sigma/(\sqrt{2}\,h)$ en de afbreekfout.
Resolutie	Kwantisatie correct ingeschat; maatregelen realistisch (middelen, betere sensor, grotere stap).

1.17 Ontwerp: een voorspellend dakraam

Uitdagen · 8 · Ontwerpen · 45 min

Het dakraam van de meetkas werkt nu met twee drempels (open boven 28 °C, dicht onder 25 °C). Het brein van het station kan de opwarmsnelheid berekenen en zou het raam eerder kunnen openen. Het raam heeft 8 s nodig, maar de kas reageert pas na enkele minuten.

a Ontwerp een regel die de opwarmsnelheid gebruikt. Schrijf ze als pseudocode of Python.

b Welke stap en welke differentie kies je? Wat doe je bij ontbrekende of onmogelijke metingen?

c Hoe voorkom je dat het raam bij een wolk die voorbijtrekt open en dicht klappert?

d Hoe test je je regel vóór hij in de echte kas draait?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Regel	Gebruikt een voorspelling $T + \Delta t \cdot dT/dt$ met een verantwoorde Δt; behoudt de veilige drempel van 28 °C.
Robuustheid	Achterwaartse differentie met voldoende stap; sensorfouten en ontbrekende data opgevangen.
Stabiliteit	Hysterese of minimale open-tijd tegen klapperen, met getallen.
Test	Simulatie op de voorbeeldreeks of opgenomen data vóór gebruik; criteria om te slagen.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Ik kan een gemiddelde veranderingssnelheid berekenen als differentiequotiënt, met de juiste eenheid, en ze aflezen als helling van een koorde.
- Ik kan de afgeleide definiëren als limiet van een differentiequotiënt, ze interpreteren als helling van de raaklijn en een raaklijn opstellen.
- Ik kan de machtsregel en de productregel uit de definitie afleiden en de rekenregels (som, veelvoud, product, quotiënt, ketting) toepassen op veeltermen, machten, exponentiële, logaritmische en goniometrische functies.
- Ik kan snelheid, versnelling en schok als eerste, tweede en derde afgeleide van de plaats berekenen en een grafiek van een functie en haar afgeleide aan elkaar koppelen.
- Ik kan een functie in een punt lineariseren en daarmee de gevoeligheid van een sensor of een schakeling schatten.
- Ik kan een afgeleide numeriek benaderen met een voorwaartse, achterwaartse en centrale differentie, de orde van de fout verklaren en de invloed van afronding en ruis op de keuze van de stap inschatten.
- Ik kan in de techniek de afgeleide herkennen en gebruiken: vermogen, stroom, stroom in een condensator, warmtestroom.
- Ik kan uit een meetreeks van de meetkas de opwarmsnelheid bepalen en er een onderbouwde voorspelling mee maken.

WERKBOEK · HOOFDSTUK 2

Optimaliseren

Het beste ontwerp vinden: waar de afgeleide nul is, op de rand, of numeriek

Je begint met stationaire punten en de aard ervan, stelt daarna echte optimalisatieproblemen op (een leiding, een lamp, een tank in roestvast staal, het MPP) en eindigt met bewijzen, grote opslagtanks en gradiëntafdaling. Opdracht 2.12 is de Habitat-opdracht: de drinkwatertank.

4× oefenen · 8× toepassen · 4× uitdagen · ± 402 min

W Wiskundig modelleren · D Ontwerpen en maken



Hoe breed en hoe hoog moet een tank van 500 L zijn? Minder materiaal, minder vloer, door de deur: drie doelen tegelijk.

Oefenen

●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

2.1 Stationaire punten en hun aard

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 20 min

Bepaal de stationaire punten en zeg van elk of het een lokaal maximum, lokaal minimum of geen extremum is.

a $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 3$

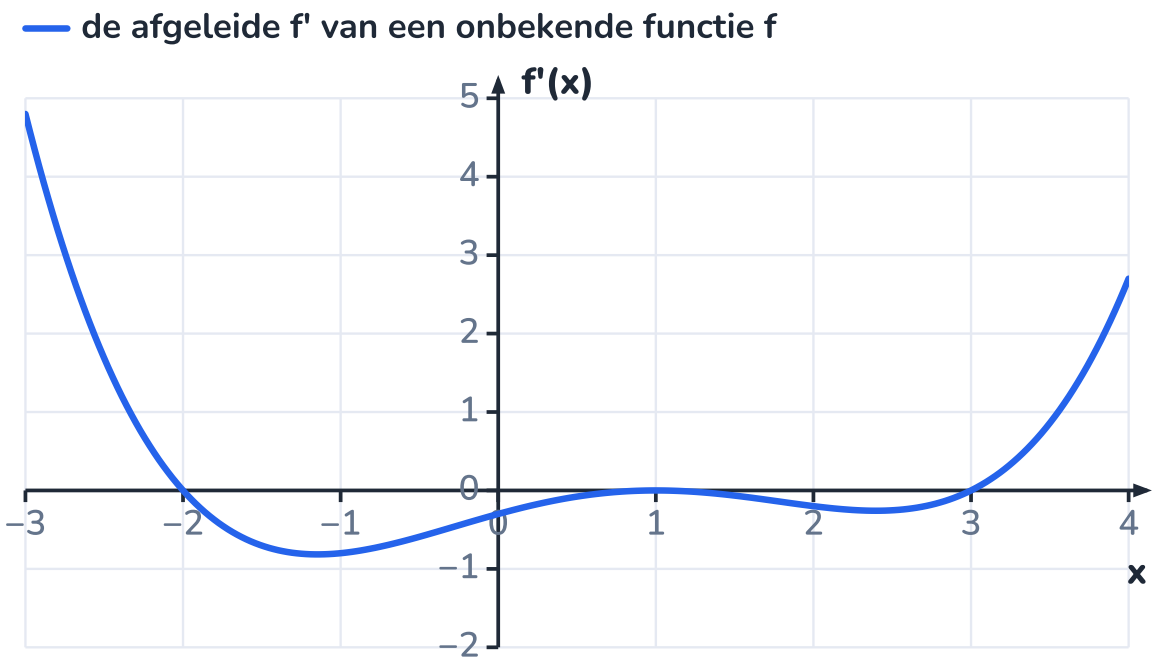
b $g(t) = t\,\mathrm{e}^{-t/2}$ voor $t \geq 0$ (bv. het verloop van een concentratie na een dosis)

c $h(x) = x^4 - 4x^3$

2.2 Extrema lezen uit de grafiek van de afgeleide

Oefenen · 6 · Begrijpen · 15 min

Een sensor geeft alleen de veranderingssnelheid door. De grafiek toont f' op het interval [−3, 4].



Je ziet niet f zelf, alleen haar afgeleide f'.

a Waar stijgt f, waar daalt ze?

b Waar heeft f een lokaal maximum, waar een lokaal minimum? Is x = 1 een extremum?

c Waar heeft f ongeveer een buigpunt? Hoe zie je dat in deze grafiek?

2.3 Het proefveld met één gevel

Oefenen · 6 · Rekenen · 10 min

Je hebt 20 m gaas voor drie zijden van een rechthoekig veld tegen een muur.

a Stel de doelfunctie op en bereken de afmetingen met de grootste oppervlakte.

b Hoeveel procent oppervlakte verlies je als je de diepte 10 % kleiner maakt dan optimaal?

2.4 Extrema op een gesloten interval

Oefenen · 6 · Rekenen · 12 min

Bepaal het globale maximum en minimum van $f(x) = x^3 - 3x$ op $[-2, 3]$.

a Zoek alle kandidaten en vergelijk hun waarden.

b Waarom volstaat f'(x) = 0 hier niet om het maximum te vinden?

Toepassen

meerdere stappen, in een context

2.5 Een bak uit één plaat

Toepassen · 7 · Rekenen · 15 min

Uit een vierkante plaat PP van 60 cm × 60 cm snijd je in elke hoek een vierkant weg en plooi je de randen omhoog tot een open bak.

a Stel het volume op als functie van de zijde x van de weggesneden vierkanten. Wat is het domein?

b Bereken de x met het grootste volume, en dat volume in liter.

2.6 Vermogen of rendement?

Toepassen · 7 · Rekenen · 15 min

Een thermo-elektrische generator op de kachel van het station gedraagt zich als een bron van 4,0 V met 2,0 Ω inwendige weerstand. Hij laadt een kleine buffer voor een noodlampje.

a Bij welke belasting levert hij het grootste vermogen? Hoe groot is dat, met welk rendement?

b Bereken vermogen en rendement voor R = 6 Ω. Wat zou je kiezen, en waarom?

2.7 De goedkoopste leiding naar de meetkas

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

Een waterleiding loopt van de technische ruimte (punt A, 4,0 m van de rand van het terras, in het gras) naar de meetkas (punt B, 3,0 m ver op het terras). Langs de rand gemeten liggen A en B 10,0 m uit elkaar. Graven in het gras kost € 12 per meter, tegels uitbreken en terugleggen € 30 per meter. De leiding loopt recht naar een punt op de rand, op afstand x van het voetpunt van A, en dan recht naar B.

a Stel de kostenfunctie K(x) op.

b Zoek het minimum numeriek (rooster of bisectie op K'). Vergelijk met de rechte lijn van A naar B.

c Toon aan dat in het optimum $12\sin\theta_1 = 30\sin\theta_2$ (hoeken met de loodlijn op de rand). Welke wet herken je?

2.8 Gulden snede met de hand

Toepassen · 7 · Rekenen · 20 min

Zoek het maximum van $f(x) = x\,\mathrm{e}^{-x}$ op $[0, 3]$ met de gulden snede ($\varphi = 0{,}618$).

a Voer drie stappen uit: noteer telkens a, b, x_1, x_2, $f(x_1)$, $f(x_2)$ en welk stuk je schrapt.

stap	a	b	x_1	x_2	$f(x_1)$	$f(x_2)$

b Hoe lang is het interval na drie stappen? Controleer met de exacte oplossing ($f' = 0$).

2.9 Perturb and observe: hoe groot moet de stap zijn?

Toepassen · 7 · Programmeren · 30 min

Je onderzoekt de MPPT-methode uit het handboek met hetzelfde paneelmodel.

a Schrijf een functie perturb_observe(u, stap, n) die n stappen zet en de lijst van gebruikte spanningen teruggeeft.

b Bereken voor stappen van 2,0, 0,5 en 0,1 V het gemiddelde vermogen rond het MPP (na het inlopen). Hoeveel verlies je tegenover het MPP?

c Waarom kiest een echte regelaar toch niet de kleinste stap?

2.10 Hoe hoog hangt de lamp?

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

Een groeilamp (als puntbron met lichtsterkte I) hangt op hoogte h boven het midden van het kweekbed van 1,2 m × 2,4 m. De verlichtingssterkte op een punt op horizontale afstand r is $E = \frac{I\cos\theta}{d^2} = \frac{I\,h}{(h^2+r^2)^{3/2}}$.

a Voor welke h is de verlichtingssterkte in een hoek van het bed maximaal?

b Bereken bij die h de verhouding hoek/midden. Wat betekent dat voor het aantal lampen?

c Welke twee doelen werken hier tegen elkaar in?

2.11 Een tank in roestvast staal, met lasnaden

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

Een alternatief voor de drinkwatertank: roestvast staal. Wandplaat kost € 60/m², bodem en deksel € 90/m², en elke meter lasnaad € 25 (twee rondnaden van 2πr en één langsnaad van h). Volume 0,50 m³.

a Stel de kostenfunctie K(r) op.

b Zonder lassen: zoek het optimum exact. Met lassen: zoek het numeriek.

c Wat doen de lasnaden met de vorm? Verklaar.

2.12 Habitat: de drinkwatertank ontwerpen

Toepassen · 7 · Habitat · 60 min

Het stationsdossier legt een drinkwatertank van 500 L vast. Werk het ontwerp zelf uit en verdedig het in een korte nota voor de bewoners. Gegeven: deur met 0,80 m vrije doorgang, technische ruimte 2,6 m hoog, woonmodule van 24 m², woningvloer berekend op ongeveer 2 kN/m², HDPE-tank.

a Kies je doelen en randvoorwaarden en schrijf ze als formules in d.

b Bereken voor minstens vijf diameters materiaal, vloeroppervlak, hoogte en waterdruk (tabel of programma).

d (m)	h (m)	A (m²)	F (m²)	p (kPa)

c Kies een diameter met een gewogen som of een ε-methode. Toon hoe gevoelig je keuze is voor de gewichten.

d Schrijf de nota (8 à 12 regels): keuze, argumenten, wat de tank vraagt van de vloer, en wat je nog moet nagaan.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Opstellen	Doelen en voorwaarden correct als functie van d, met eenheden; domein juist.
Berekening	Tabel correct; optimum en actieve voorwaarde herkend; vlakheid van het optimum gezien.
Afweging	Gewogen som of ε-methode correct gebruikt; gevoeligheid voor de gewichten getoond.
Nota	Keuze helder en verdedigbaar; vloerbelasting (sokkel) en praktische punten (standaardmaat, luchtruimte, hygiëne) benoemd.

2.13 Waarom grote opslagtanks breed en laag zijn

●●● Uitdagen · 9 · Analyseren · 40 min

Bij een grote stalen tank moet de wand de waterdruk dragen: de ringspanning in een dunne wand is $\sigma = p\,r/t$, dus op diepte y onder het wateroppervlak is minstens $t(y) = \rho g\, y\, r/\sigma$ nodig. Bodem en dak hebben een vaste dikte t_0.

a Toon aan dat het staalvolume van de wand gelijk is aan $\dfrac{\pi \rho g\, r^2 h^2}{\sigma}$, en schrijf het totale staalvolume als functie van r bij een vast volume V.

b Zoek het optimum en toon aan dat de optimale hoogte $h^* = \sqrt{2\sigma t_0/(\rho g)}$ niet van V afhangt.

c Reken h* uit voor σ = 160 MPa en t_0 = 6 mm, en de optimale diameter voor 1000 m³ en 100 000 m³. Wat besluit je? Waarom geldt dit niet voor de tank van 500 L van het station?

2.14 Bewijs zonder afgeleide

●●● Uitdagen · 8 · Analyseren · 20 min

Voor positieve getallen a, b, c geldt $\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$, met gelijkheid alleen als $a = b = c$ (ongelijkheid van het rekenkundig en meetkundig gemiddelde).

a Schrijf de oppervlakte van het blik als $A = 2\pi r^2 + \frac{V}{r} + \frac{V}{r}$ en gebruik de ongelijkheid om te bewijzen dat $A \geq 3\sqrt[3]{2\pi V^2}$.

b Wanneer geldt de gelijkheid? Toon aan dat daaruit h = 2r volgt.

c Wat heeft dit bewijs dat de afleiding met f' = 0 niet heeft?

2.15 Onderzoek: gradiëntafdaling en de stapgrootte

Uitdagen · 8 · Onderzoeken · 45 min

Gebruik de open balkvormige bak uit het handboek: $A(l, b) = lb + \frac{2V}{b} + \frac{2V}{l}$ met $V = 0{,}5\,\mathrm{m}^3$, start in $(0{,}45;\ 1{,}80)$.

a Programmeer de gradiëntafdaling en tel het aantal stappen tot de gradiënt kleiner is dan 10^{-6}, voor η = 0,1; 0,3; 0,6 en 0,7.

b Wat gebeurt er bij η = 0,7? Verklaar met een schets van het dal.

c Tweede afgeleiden in het minimum: $A_{ll} = 4V/l^3$, $A_{bb} = 4V/b^3$ en $A_{lb} = 1$. Toon aan dat de stap stabiel is zolang $\eta < 2/3$ (de grootste eigenwaarde van de matrix is 3).

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Code	Correcte gradiënt, stopcriterium, bescherming tegen divergentie.
Waarneming	Aantal stappen per η correct; divergentie of oscillatie bij grote η vastgesteld.
Verklaring	Verband tussen stapgrootte en kromming (tweede afgeleide) gelegd.

2.16 Debat: optimaal of robuust?

Uitdagen · 8 · Argumenteren · 25 min

Een collega: 'Waarom zoveel rekenwerk? Het optimum is toch vlak: neem gewoon een ronde maat.' Een andere collega: 'Een ontwerp dat optimaal is voor één scenario, faalt in het volgende. Ik wil geen optimum, ik wil marge.'

a Geef voor elke stelling een sterk argument met een getal uit dit hoofdstuk.

b Wanneer loont het echt om nauwkeurig te optimaliseren? Geef twee voorbeelden uit het station.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

Ik kan stationaire punten van een functie bepalen en met een tekenschema of de tweede afgeleide beslissen of het een maximum, minimum of buigpunt is.	☐ ☐ ☐
Ik kan het globale extremum op een gesloten interval vinden door stationaire punten, randen en knikken te vergelijken.	☐ ☐ ☐
Ik kan een optimalisatieprobleem opstellen: variabelen met eenheden, een doelfunctie, randvoorwaarden en het domein.	☐ ☐ ☐
Ik kan klassieke problemen oplossen en interpreteren: het blik met het minste materiaal, maximale vermogensoverdracht, de kortste of goedkoopste weg.	☐ ☐ ☐
Ik kan uitleggen waarom een optimum vlak is en wat dat betekent voor ontwerpvrijheid en toleranties.	☐ ☐ ☐
Ik kan numeriek optimaliseren met een rooster, bisectie op de afgeleide, de gulden snede en perturb and observe, en de methoden vergelijken.	☐ ☐ ☐
Ik kan meerdere doelen afwegen met een gewogen som of een Pareto-front en een ontwerpkeuze onderbouwen.	☐ ☐ ☐
Ik kan het idee van partiële afgeleiden en gradiëntafdaling toepassen op een probleem met twee variabelen.	☐ ☐ ☐

WERKBOEK · HOOFDSTUK 3

Integralen: ophopen

Uit een vermogen de energie, uit een stroom de lading, uit een snelheid de weg

Je oefent eerst Riemann-sommen, primitieven en de hoofdstelling, past ze daarna toe op energie, arbeid, verplaatsing en lading (ook met Python), en eindigt met bewijzen, een onderzoek naar het meetinterval en het ontwerp van een energieteller. Opdracht 3.11 is de Habitat-opdracht.

5× oefenen · 6× toepassen · 4× uitdagen · ± 400 min

W Wiskundig modelleren · E Energie · K Krachten, beweging en constructies



Een wolk die voorbijdrijft, is een dip in het vermogen en een klein gat in de energie van de dag.

●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

3.1 Een pomp die aanloopt

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

De pomp van de waterkringloop (werkpunt 4,8 L/min, hoofdstuk 11 van Intermediate) loopt aan. Het debiet elke seconde:

t (s)	0	1	2	3	4	5	6
Q (L/min)	0,0	0,9	2,6	3,9	4,5	4,8	4,8

a Bereken het verpompte volume in de eerste 6 s met de linker- en de rechtersom (let op de eenheden).

b Welke som onderschat, welke overschat? Geef een betere schatting.

3.2 Primitieven zoeken

Oefenen · 6 · Rekenen · 20 min

Geef een primitieve functie en controleer door af te leiden.

a $f(x) = 6x^2 - 4x + 3$ en $g(t) = \dfrac{2}{t^3}$

b $h(t) = 5\,\mathrm{e}^{-t/2}$ en $k(x) = \sqrt{x}$

c $u(t) = 325\cos(100\pi t)$ en $v(x) = \dfrac{3}{x}$ $(x > 0)$

3.3 Bepaalde integralen met de hoofdstelling

Oefenen · 6 · Rekenen · 20 min

Bereken exact en zeg telkens wat het resultaat fysisch betekent (met eenheid).

a $\int_0^3 (2 + 0{,}5t)\,\mathrm{d}t$ met t in s en het integrandum een snelheid in m/s.

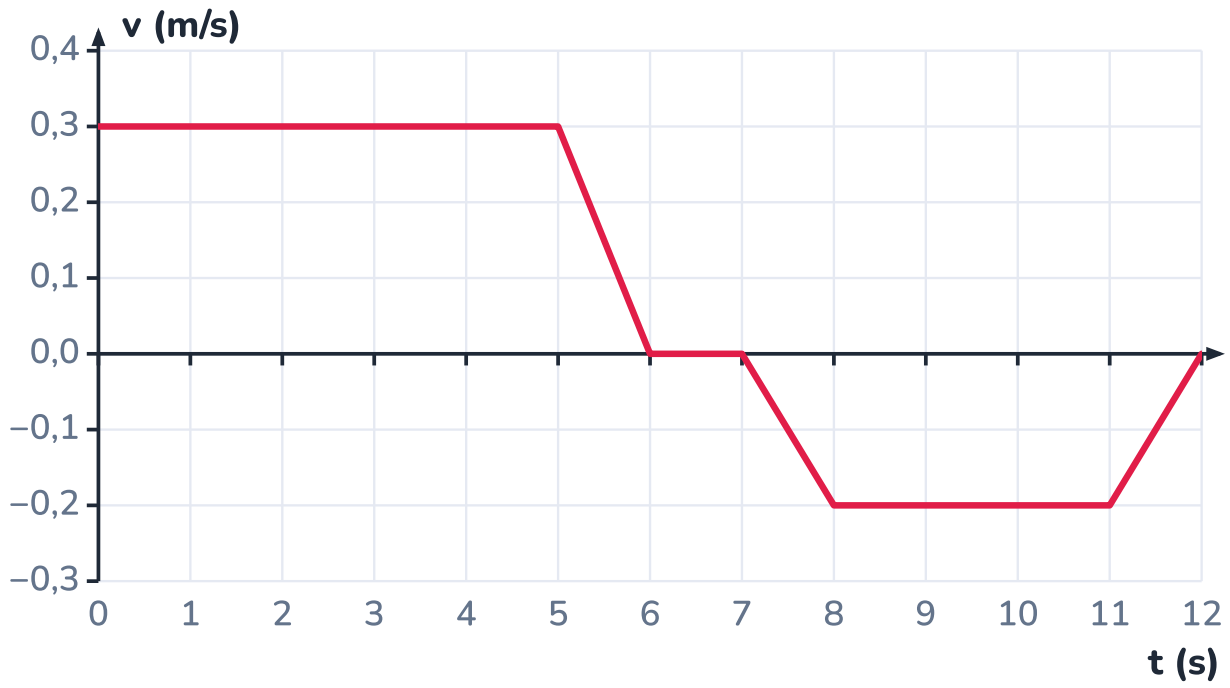
b $\int_0^6 \left(1400 + 600\,\mathrm{e}^{-t/1{,}5}\right)\,\mathrm{d}t$: het vermogen van de verwarming (W) in de eerste 6 uur na een koude nacht, t in h.

c $\int_0^{0{,}01} 325\sin(100\pi t)\,\mathrm{d}t$ en $\int_0^{0{,}02} 325\sin(100\pi t)\,\mathrm{d}t$ (t in s).

3.4 Heen en terug in de gang

Oefenen · 6 · Begrijpen · 15 min

Het inspectierobotje (hoofdstuk 33 van Intermediate) rijdt door de gang van de module.



De snelheid van het inspectierobotje (positief = weg van het laadstation).

a Bereken de verplaatsing na 12 s (integraal van v) en de afgelegde weg (integraal van |v|).

b Waar staat het robotje na 12 s tegenover zijn start? Wanneer was het het verst weg?

3.5 Gemiddelde en effectieve waarde

Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

De groeilampen worden met PWM gedimd (hoofdstuk 25 van Intermediate): 12 V gedurende een fractie D van elke periode, anders 0 V.

a Bereken voor D = 0,25 de gemiddelde en de effectieve spanning.

b Een weerstand van 6 Ω hangt aan dat PWM-signaal. Welk gemiddeld vermogen? Waarom is U_{gem}^2 / R fout?

c Toon met een integraal aan dat de effectieve waarde van 325 sin(ωt) gelijk is aan 230 V.

Toepassen — Toepassen

meerdere stappen, in een context

3.6 Energie van een dimbare lamp

Toepassen · 7 · Rekenen · 20 min

Bij daglicht dimmen de groeilampen: tussen 6:00 en 10:00 daalt hun vermogen van 190 W naar 40 W volgens $P(t) = 40 + 150\,\mathrm{e}^{-(t-6)/1{,}2}$ (W, t in h). Daarna blijven ze op 40 W tot 16:00.

a Bereken de energie tussen 6:00 en 10:00 exact.

b Hoeveel energie spaart het dimmen tussen 6:00 en 16:00 tegenover 190 W de hele tijd?

c Controleer je antwoord op (a) met de trapeziumregel met stappen van 1 h. Is de fout positief of negatief, en waarom?

3.7 Arbeid om een koord uit te rekken

Toepassen · 7 · Rekenen · 20 min

Een elastisch koord houdt het dakraam van de meetkas gespannen. Je meet de kracht bij het uittrekken:

x (cm)	0	2	4	6	8	10	12
F (N)	0,0	6,5	12,0	16,5	20,0	22,5	24,0

a Bereken de arbeid tot 12 cm met de trapeziumregel en met Simpson.

b Een ideale veer (Hooke) met dezelfde kracht bij 2 cm: hoeveel arbeid tot 12 cm? Waarom verschilt het?

3.8 Hoe ver rijdt het robotje?

Toepassen · 7 · Rekenen · 15 min

Bij het vertrek volgt de snelheid van het robotje $v(t) = 0{,}30\,(1 - \mathrm{e}^{-t/0{,}5})$ m/s.

a Bereken de afgelegde weg in de eerste 10 s exact.

b Hoeveel minder is dat dan bij een onmiddellijke start aan 0,30 m/s? Interpreteer.

3.9 Trapezium en Simpson met de hand

Toepassen · 7 · Rekenen · 20 min

Benader $\int_0^1 \mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$ (exact $\mathrm{e} - 1 = 1{,}718282$).

a Met de trapeziumregel voor n = 4 en n = 8. Hoeveel keer kleiner wordt de fout?

b Bereken $T_8 + \frac{T_8 - T_4}{3}$. Vergelijk met Simpson voor $n = 8$.

3.10 Een coulombteller in Python

Toepassen · 7 · Programmeren · 30 min

Een stroomsensor meet elke minuut de stroom van de batterij (positief = laden). Je schrijft de teller.

a Schrijf een functie laadtoestand(stroom, dt_min, q_start, q_nom) die een lijst met de laadtoestand in procent na elke meting teruggeeft (trapeziumregel).

b Test ze op het voorbeeld uit het handboek (uurwaarden, dt = 60 min). Klopt de uitkomst?

c Een goedkope sensor meet 0,15 A te veel. Hoeveel procent loopt de teller per dag scheef, en hoe corrigeert een BMS dat?

3.11 Habitat: een bewolkte oktoberdag

Toepassen · 7 · Habitat · 45 min

De logger van de module geeft voor een bewolkte dag in oktober het vermogen van de vier panelen om het uur (plaatselijke tijd):

uur	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
P (W)	0	45	180	310	420	390	520	460	300	150	40	0

a Bereken de dagopbrengst met de trapeziumregel en het aantal volle zonuren.

b Vergelijk met PVGIS voor oktober (2,50 Wh per Wp per dag) en met het budget van de module (3,27 kWh per dag).

c Het vermogen sprong tussen 13 en 14 uur (390 → 520 W). Hoe betrouwbaar is je dagopbrengst? Schat de onzekerheid.

d Schrijf een advies (5 à 8 regels) aan het brein van het station: wat doet het energiebeheer op zo'n dag, en hoe moet de logger ingesteld worden?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Berekening	Trapeziumregel correct, met eenheden; volle zonuren juist.
Vergelijking	PVGIS en budget correct omgerekend en vergeleken; verschil verklaard (dag tegenover gemiddelde).
Onzekerheid	Invloed van het meetinterval bij wisselende bewolking onderbouwd, met een schatting.
Advies	Concreet en haalbaar: lasten, batterij, lampen, logfrequentie; verwijst naar de getallen.

●●● Uitdagen Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

3.12 Archimedes met integralen

●●● Uitdagen · 8 · Analyseren · 30 min

Neem de parabool $y = x^2$ en de rechte $y = 1$. Het parabolisch segment is het gebied ertussen.

a Bereken de oppervlakte van het segment met een integraal.

b Bereken de oppervlakte van de ingeschreven driehoek met dezelfde basis en de top van de parabool, en toon aan dat het segment 4/3 keer zo groot is.

c Doe hetzelfde algemener voor $y = x^2$ en $y = c$ $(c > 0)$. Blijft de verhouding 4/3?

3.13 De fout van de trapeziumregel

Uitdagen · 9 · Analyseren · 30 min

Bekijk één strook $[0, h]$ en een functie met $f(x) = a + bx + cx^2$.

a Toon aan dat de trapeziumregel exact is als c = 0.

b Bereken voor $c \neq 0$ het verschil tussen de trapeziumregel en de exacte integraal. Schrijf het met $f'' = 2c$.

c Leid af dat de totale fout over n stroken van $[a, b]$ ongeveer $\frac{(b-a)h^2}{12}\overline{f''}$ is, en dat ze vier keer kleiner wordt als je h halveert.

3.14 Onderzoek: hoe vaak moet de logger meten?

Uitdagen · 9 · Onderzoeken · 60 min

Je gebruikt het model van de zonnedag uit het handboek (heldere hemel maal een wolkenfactor) als 'werkelijkheid', met een meting per minuut als referentie.

a Programmeer de trapeziumregel voor meetintervallen van 1, 5, 15, 30 en 60 minuten en druk de fout tegenover de referentie af.

b Verschuif de meetmomenten (bv. om het uur, maar op xx:30 in plaats van xx:00). Wat gebeurt er met de fout? Wat leer je daaruit?

c Formuleer een advies voor het meetinterval, rekening houdend met de hoeveelheid data (een jaar lang).

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Code	Correcte bemonstering en trapeziumregel; referentie en fout juist berekend.
Analyse	Fout tegenover interval besproken; invloed van de fase van de meetmomenten gezien (toeval bij wolken).
Advies	Onderbouwd met getallen; afweging nauwkeurigheid tegenover datavolume.

3.15 Ontwerp: een energieteller op een microcontroller

●●● Uitdagen · 8 · Ontwerpen · 45 min

Je bouwt een wattuurteller op een Arduino Uno: elke seconde meet hij spanning en stroom van de panelen en telt hij $P \cdot \Delta t$ op bij een variabele. Op een Uno zijn float en double allebei 32 bit (ongeveer 7 beduidende cijfers).

a Schrijf de kern van de teller (C++ of pseudocode) met millis() voor een vaste stap.

b Na enkele jaren staat de teller op ongeveer 2 000 000 Wh. Wat gebeurt er als je dan 350 W · 1 s = 0,097 Wh optelt bij een float? En bij 100 W? Reken het na (of simuleer met numpy.float32).

c Stel een betere oplossing voor en verantwoord ze.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Code	Vaste stap met millis(), P · Δt in de juiste eenheid, geen verloren tijd.
Analyse	Afrondingsprobleem van float32 correct uitgelegd, met getallen.
Oplossing	Gehele tellers (mWs, mWh) of twee niveaus (dag en totaal), overloop en opslag bij stroomuitval behandeld.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Ik kan een hoeveelheid die met een veranderlijke snelheid ophoopt, voorstellen als de oppervlakte onder een kromme, met de juiste eenheid. ▢▢▢
- Ik kan linker-, rechter- en middenpunt-Riemann-sommen berekenen en uitleggen hoe ze naar de bepaalde integraal gaan. ▢▢▢
- Ik kan de bepaalde integraal interpreteren als oppervlakte met teken en haar eigenschappen gebruiken. ▢▢▢
- Ik kan primitieve functies bepalen en de hoofdstelling uitleggen en gebruiken om integralen exact te berekenen. ▢▢▢
- Ik kan integralen toepassen: energie uit vermogen, lading uit stroom, verplaatsing uit snelheid, arbeid bij een veranderlijke kracht. ▢▢▢
- Ik kan een integraal numeriek benaderen met de trapeziumregel en Simpson, ook op meetdata, en de orde van de fout verklaren. ▢▢▢
- Ik kan de gemiddelde waarde en de effectieve waarde van een functie berekenen en interpreteren. ▢▢▢
- Ik kan de dagopbrengst van de zonnepanelen uit metingen berekenen en kritisch vergelijken met PVGIS en het energiebudget. ▢▢▢

WERKBOEK · HOOFDSTUK 4

Differentiaalvergelijkingen en simulatie

Wie weet hoe snel iets verandert, kan uitrekenen hoe het verder gaat: exact of stap voor stap

Je oefent eerst het opstellen, controleren en exact oplossen van differentiaalvergelijkingen en de methode van Euler met de hand. Daarna pas je ze toe op de module, de woonmodule, de algen en een sensorfilter, ook in Python. De uitdagingen vragen afleidingen, een onderzoek naar stijve stelsels en stapgrootte, en een open modelleervraag. Opdracht 4.11 is de Habitat-opdracht.

5× oefenen · 6× toepassen · 5× uitdagen · ± 480 min

W Wiskundig modelleren · P Programmeren en computationeel denken · E Energie · B Leven en systemen



Wat de sensor in de meetkas meet, kan het brein van het station nu ook voorspellen: met een model van hoe snel de kas opwarmt en afkoelt.

Oefenen

●○○ Oefenen — één stap, direct toepassen

4.1 Een oplossing controleren

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

Controleer telkens of de functie een oplossing is van de vergelijking én voldoet aan de beginwaarde. Toon je berekening.

a $y(t) = 3\,\mathrm{e}^{-2t}$ voor $\dot{y} = -2y$, $y(0) = 3$.

b $u(t) = 12\,(1 - \mathrm{e}^{-50t})$ voor $0{,}02\,\dot{u} = 12 - u$, $u(0) = 0$. Wat is τ?

c $T(t) = 20 + 5\,\mathrm{e}^{-t}$ voor $\dot{T} = -(T - 20), T(0) = 30.$

d $N(t) = \dfrac{10}{1 + 9\,\mathrm{e}^{-t}}$ voor $\dot{N} = N\,(1 - N/10), N(0) = 1.$

4.2 Van woorden naar een vergelijking

Oefenen · 6 · Begrijpen · 20 min

Schrijf voor elke situatie een differentiaalvergelijking. Geef de eenheid van elke constante, het evenwicht, en zeg of de vergelijking lineair is.

a De batterij van de meetkas verliest in rust 3 % van haar lading per maand (zelfontlading).

b Een regenton loopt leeg door een kraantje onderaan; het debiet is evenredig met de wortel uit de waterhoogte h (Torricelli).

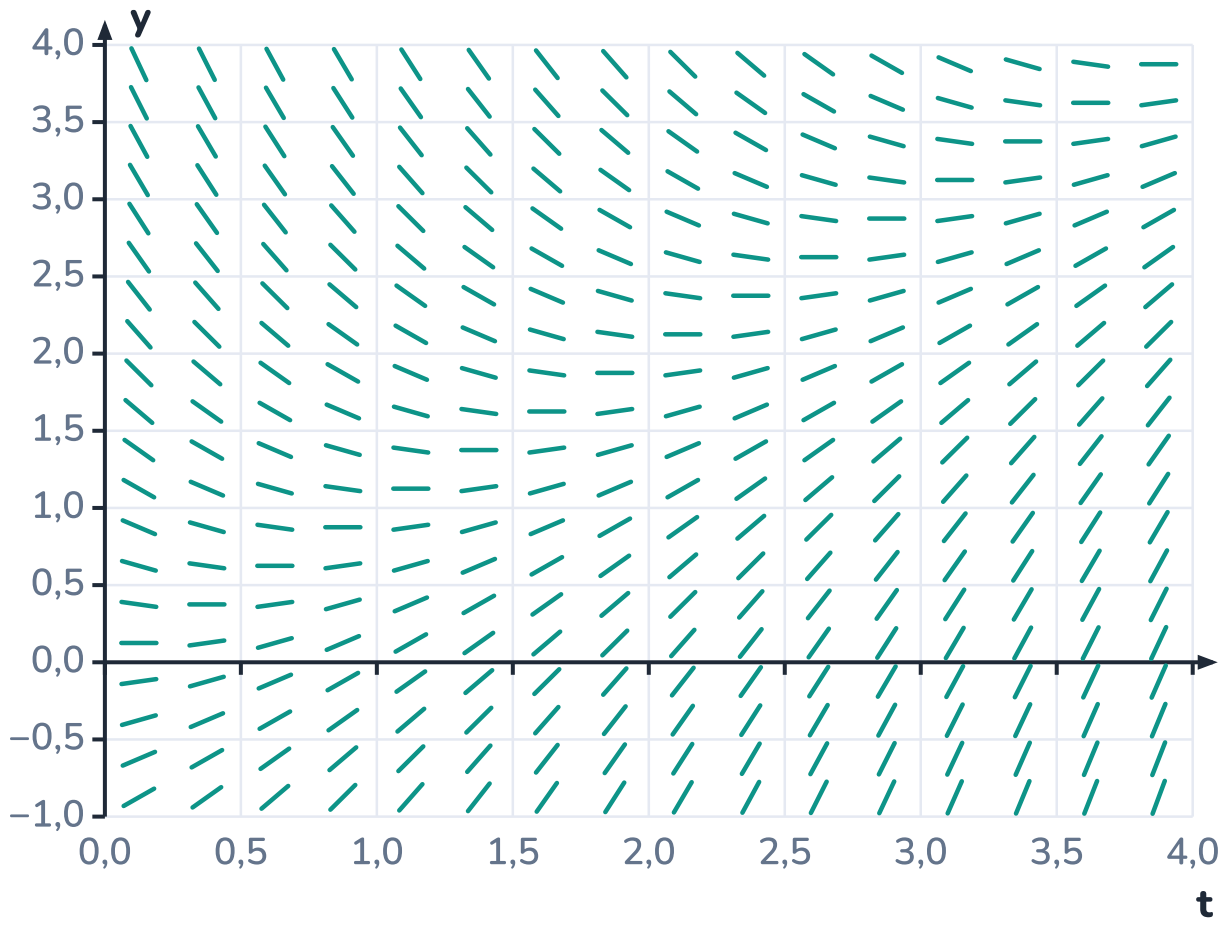
c Een fles uit de koelkast (4 °C) warmt op in een kamer van 21 °C met een tijdconstante van 40 minuten.

d In een afgesloten kamer met één bewoner stijgt de CO_2-concentratie met 760 ppm per uur (hoofdstuk 14 van I). Wat verandert er als je verlucht met een debiet Q?

4.3 Een richtingsveld lezen en schetsen

Oefenen · 6 · Tekenen · 15 min

De figuur toont het richtingsveld van $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = t - y.$



Het richtingsveld van dy/dt = t − y.

a Waar zijn de lijnstukjes horizontaal? Teken die lijn in de figuur.

b Schets de oplossingen door (0; 0), (0; 2) en (0; 3).

c Eén oplossing is een rechte. Welke? Controleer door in te vullen.

d Wat gebeurt er met alle oplossingen voor grote t?

4.4 Scheiden van veranderlijken

Oefenen · 6 · Rekenen · 20 min

Los op en beantwoord de vraag. Geef eenheden.

a $\dot{y} = -0{,}2\,y$ (t in s), $y(0) = 50$. Bereken de halveringstijd en $y(10)$.

b $\dot{N} = 0{,}35\,N$ (t in h), $N(0) = 1000$ bacteriën. Bereken de verdubbelingstijd en N na 24 h.

c $\dot{T} = -(T - 20)/15$ (t in min), $T(0) = 80$ °C. Wanneer is $T = 30$ °C?

d $\dot{y} = y^2$ met $y(0) = 1$. Wat is er vreemd aan de oplossing?

4.5 Euler met de hand

Oefenen · 6 · Rekenen · 20 min

Gegeven $\dot{y} = y - t$ met $y(0) = 2$. De exacte oplossing is $y = t + 1 + \mathrm{e}^{t}$.

a Zet drie stappen Euler met h = 0,5 tot t = 1,5. Noteer telkens de helling.

n	t	y (Euler)	helling f	y exact	fout

b Bereken y(0,5) opnieuw met twee stappen van 0,25. Hoeveel keer kleiner is de fout?

c Waarom ligt Euler hier onder de echte oplossing?

4.6 De klimaatmodule in een lentenacht

●●○ Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

Om 22 uur gaan de lampen van de klimaatmodule uit; het is dan 26 °C binnen en 4 °C buiten. Met de nachtbuffer (hoofdstuk 18 van I) is C ≈ 1,1 MJ/K; het warmteverlies is 20,2 W/K, met nachtscherm 16,3 W/K (hoofdstuk 19 van I). De sla mag niet onder 16 °C.

a Stel de differentiaalvergelijking op en bereken τ.

b Bereken de temperatuur om 6 uur, zonder en met nachtscherm.

c Simuleer zonder nachtscherm met Euler met stappen van 2 h. Hoe groot is de fout om 6 uur? Is die stap stabiel?

d Hoe lang mag de nacht (zonder scherm) duren voor de sla onder 16 °C zakt?

4.7 CO_2 in de woonmodule

●●○ Toepassen · 7 · Rekenen · 30 min

De woonmodule is 6,0 × 4,0 × 2,6 m. Twee bewoners ademen elk ongeveer 1,0 kg CO_2 per dag uit (hoofdstuk 14 van I). CO_2 heeft bij 20 °C een dichtheid van 1,83 kg/m³. Buiten is er 420 ppm. De ventilatie ververst Q m³ lucht per uur. Waarschuwing bij 1000 ppm.

a Bereken de CO_2-productie G in m³/h en stel een vergelijking op voor de concentratie c (als volumefractie).

b Zonder ventilatie: hoeveel ppm per uur stijgt c, en na hoeveel minuten wordt 1000 ppm bereikt vanaf 420 ppm?

c Met Q = 50 m³/h: bereken het evenwicht, τ en de tijd tot 1000 ppm vanaf 420 ppm.

d Welk debiet is minstens nodig om onder 1000 ppm te blijven? Hoeveel keer per uur is dat de lucht van de module?

4.8 τ uit een afkoelcurve

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

Na een stroomuitval logt het station om het half uur de binnentemperatuur. Buiten meet de sensor −8,0 °C. De snelle warmtecapaciteit van het station is 540 kJ/K.

t (h)	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
T (°C)	20,0	15,6	12,1	9,1	6,4	4,2	2,3	0,9	−0,8

a Bereken $\ln(T + 8)$ voor elke meting en toon dat die punten ongeveer op een rechte liggen.

t (h)	T (°C)	ln(T + 8)

b Bepaal τ uit de helling (met een rekenblad of Python), en ook uit enkel de eerste en de laatste meting.

c Hoe groot is het warmteverlies UA volgens deze meting?

d Stel dat het buiten eigenlijk −7,0 °C was. Welke τ vind je dan met ln(T + 7)? Wat leer je daaruit?

4.9 Euler in Python op de algen

Toepassen · 7 · Programmeren · 25 min

De algen in het testreservoir volgen $\dot{N} = rN(1 - N/K)$ met $r = 0{,}70$ per dag, $K = 7{,}7 \cdot 10^5$ per mL en $N(0) = 1900$ per mL.

a Schrijf een functie euler(f, y0, t0, t1, h) en simuleer tot dag 10 met h = 1; 0,5; 0,25; 0,1 en 0,01 dag.

b Vergelijk met de exacte oplossing op dag 10. Bevestigt de fout dat Euler van orde 1 is?

c Waarom is een stap van 1 dag hier zo slecht, terwijl de algen maar één keer per dag verdubbelen?

4.10 Het filter op de batterijmeting

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

De batterijspanning van de module komt via een deler (100 kΩ boven, 33 kΩ onder) op A3, met 100 nF over de onderste weerstand (hoofdstuk 22 van I). Als de lampen aangaan, zakt de batterij van 13,30 V naar 12,80 V.

a Stel met de knooppuntwet een vergelijking op voor de spanning u over de condensator. Toon dat $\tau = (R_1 \parallel R_2) \cdot C$, en bereken τ.

b Hoe lang duurt het tot u minder dan één ADC-stap (4,88 mV) van de nieuwe waarde af ligt?

c Simuleer de sprong met Euler met stappen van 1 ms en van 5 ms (5 stappen volstaan). Wat gebeurt er?

4.11 Habitat: een warmtebuffer voor de meetkas

Toepassen · 7 · Habitat · 60 min

Het team wil eis K7 halen: 's nachts minstens 1 °C warmer dan buiten. Gebruik kas.py uit het handboek (C = 30 kJ/K, a = 0,30 m², UA = 16,7 W/K) en simuleer drie keer dezelfde aprildag na elkaar. Water: 4,19 kJ/K per liter. Het energiebudget van de meetkas is 44 tot 63 Wh per dag.

a Pas kas.py aan zodat het drie dagen simuleert en P_verw en extra water (in liter) als parameter heeft.

b Vul de tabel in voor: niets, 17 W verwarming van 21 tot 6 uur, 20 L water, 40 L water.

variant	T max (°C)	kleinste T – Tb 's nachts	energie per nacht (Wh)

c Welke oplossing kies je? Weeg K7, het energiebudget, de hoogste temperatuur en de praktische inpassing af.

d Welke twee beperkingen van het model kunnen je conclusie veranderen, en hoe test je ze?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Simulatie	Drie dagen, laatste dag geëvalueerd; P_verw alleen 's nachts; water als extra C.
Resultaten	Tabel volledig en juist, met eenheden.
Afweging	K7, energie (17 W · 9 h ≈ 150 Wh tegenover ±50 Wh per dag), temperatuur overdag en plaats/gewicht afgewogen.
Kritiek	Eén knoop als bovengrens; koppeling water-lucht en trage massa; een proef met de logger voorgesteld.

●●● Uitdagen Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

4.12 De logistische oplossing afleiden

●●● Uitdagen · 8 · Analyseren · 30 min

Het handboek gaf de oplossing van $\dot{N} = rN(1 - N/K)$ met een schets van de afleiding. Maak ze volledig.

a Toon dat $\dfrac{K}{N(K-N)} = \dfrac{1}{N} + \dfrac{1}{K-N}$ en leid daarmee $N(t)$ af voor $0 < N_0 < K$.

b Toon dat $N(t)$ een buigpunt heeft waar $N = K/2$, op $t^* = \dfrac{1}{r}\ln\dfrac{K - N_0}{N_0}$. Bereken t^* en $\dot{N}(t^*)$ voor de algen ($r = 0{,}704$ per dag, $K = 7{,}68 \cdot 10^5$, $N_0 = 1900$).

c Wat verandert er in de afleiding als $N_0 > K$? Is de formule dan nog geldig?

4.13 De fout van Euler, exact

●●● Uitdagen · 9 · Analyseren · 30 min

Voor $\dot{y} = -y/\tau$ kan je de Euler-benadering exact opschrijven: $y_n = (1 - h/\tau)^n\, y_0$ op $t = nh$.

a Toon met $\ln(1-x) = -x - \tfrac{1}{2}x^2 - \dots$ dat $\dfrac{y_n}{y(t)} \approx 1 - \dfrac{t\,h}{2\tau^2}$ voor kleine h/τ.

b Leid daaruit de fout van het station af (het verschil met buiten is $28\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$) op $t = 3\,\mathrm{h}$, en vergelijk met de kolom fout/h van euler.py.

c Voor welke t is de absolute fout het grootst (bij vaste h)? Interpreteer.

d Wat zegt $(1 - h/\tau)^n$ als $h > 2\tau$?

4.14 Onderzoek: een stijf stelsel

Uitdagen · 9 · Onderzoeken · 45 min

Het station ($\tau = 3\,\mathrm{h}$, $K = 0{,}020$ °C/W) wordt verwarmd met constant 1000 W; zijn sensor volgt met $\tau_\mathrm{s} = 60\,\mathrm{s}$ (hoofdstuk 39). Met y de stijging boven buiten en y_m de meting: $\tau\,\dot{y} = -y + K u$ en $\tau_\mathrm{s}\,\dot{y}_\mathrm{m} = y - y_\mathrm{m}$.

a Simuleer twee uur met Euler voor dt = 10, 60, 110 en 130 s en druk y en y_m af.

b Verklaar het resultaat met de stabiliteitsgrens. Welke tijdconstante beslist, en waarom?

c De **impliciete** Euler gebruikt de helling aan het *eind* van de stap: $y_{n+1} = y_n + hf(y_{n+1})$. Toon dat die voor $\dot{y} = -y/\tau$ geeft $y_{n+1} = y_n/(1 + h/\tau)$, en dat ze voor elke $h > 0$ stabiel is.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Code	Correct stelsel, beide toestanden tegelijk bijgewerkt (met de oude waarden).
Analyse	Grens 2τ_s = 120 s herkend; de snelste tijdconstante beslist, al is ze oninteressant.
Impliciet	Afleiding correct; |1/(1 + h/τ)| < 1 voor elke h > 0.

4.15 Open modelleervraag: algen oogsten

●●● Uitdagen · 8 · Onderzoeken · 50 min

In hoofdstuk 31 kweekt het station algen voor zuurstof. Stel dat ze logistisch groeien zoals in het testreservoir (r = 0,70 per dag, K = 7,7 · 10^5 per mL) in een vat van 60 L, en dat je ze oogst.

a Continu oogsten met een fractie E per dag: $\dot{N} = rN(1 - N/K) - EN$. Zoek de evenwichten en de voorwaarde op E opdat de kweek niet uitsterft.

b De oogst per dag is E · N*. Welke E geeft de grootste oogst (hoofdstuk 2)? Hoeveel cellen per dag is dat voor het hele vat?

c Eén keer per dag oogsten is praktischer: elke dag een fractie f weghalen, daartussen logistisch groeien. Welke f is best (simuleer)? Vergelijk met continu.

d Waarom zegt de K van het testreservoir weinig over een echte algenreactor? Welke grootheden zou je eerst meten?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Model	Evenwichten 0 en K(1 − E/r); voorwaarde E < r; stabiliteit besproken.
Optimum	E = r/2, N* = K/2, oogst rK/4, per vat omgerekend.
Simulatie	Dagelijkse oogst correct gemodelleerd; optimum gevonden en vergeleken.
Kritiek	K hangt af van licht (en voeding, CO_2); r en K meten in de reactor zelf.

4.16 Programmeeronderzoek: hoe klein moet de stap zijn?

Uitdagen · 9 · Programmeren · 45 min

Je weet niet altijd wat de exacte oplossing is. Dan schat je de numerieke fout door de stap te halveren. Gebruik kas.py (C = 30 kJ/K, a = 0,30 m²) en bekijk de temperatuur om 14:00.

a Bereken T(14:00) met stappen van 60, 30, 15, 7,5, 3,75, … minuten (zeven stappen). Maak een tabel.

b Toon dat het verschil tussen twee opeenvolgende resultaten telkens ongeveer halveert. Wat zegt dat?

c Bij orde 1 is $T(h) \approx T^* + ch$. Leid af dat $T^* \approx 2\,T(h/2) - T(h)$ (extrapolatie van Richardson) en schat zo de exacte waarde.

d Welke stap volstaat voor een fout onder 0,05 °C? Waarom rekent de Pi toch met 1 minuut?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Code	Stappen correct gehalveerd, telkens tot 14:00 gesimuleerd.
Orde	Halverende verschillen herkend als orde 1.
Richardson	Afleiding en toepassing correct.
Keuze	Stap met onderbouwde marge; stabiliteit (τ ≈ 30 min) mee in rekening gebracht.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Ik kan een veranderingsproces vertalen in een differentiaalvergelijking dy/dt = f(y, t) met een beginwaarde, als balans van wat erin komt en eruit gaat, en de eenheden en evenwichten ervan interpreteren.
- Ik kan een richtingsveld lezen en schetsen en er oplossingskrommen in tekenen.
- Ik kan een oplossing controleren door ze in te vullen, en exponentiële groei en verval, de afkoelingswet van Newton, de RC-kring en de logistische vergelijking oplossen door scheiden van veranderlijken.
- Ik kan tijdconstante, halverings- en verdubbelingstijd, groeisnelheid en draagkracht berekenen en uit metingen schatten.
- Ik kan de methode van Euler afleiden uit de raaklijn en toepassen, met de hand en in Python, ook op een stelsel.
- Ik kan de fout van Euler tegenover de stapgrootte verklaren (orde 1) en de stabiliteitsgrens $h < 2\tau$ afleiden en gebruiken.
- Ik kan een simulatie vergelijken met metingen en uit de residuen afleiden of een parameter slecht gekozen is of een mechanisme ontbreekt.
- Ik kan een eerste warmtemodel van de meetkas simuleren en er een onderbouwde ontwerpbeslissing mee nemen.

WERKBOEK · HOOFDSTUK 5

Vectoren en matrices

Richtingen in de ruimte en veel vergelijkingen tegelijk: het rekenwerk achter krachten, netwerken en constructies

Je oefent eerst het rekenen met vectoren, matrices en de methode van Gauss met de hand. Daarna pas je ze toe op arbeid, zonlicht, momenten, netwerken en een vakwerk, ook in Python. De uitdagingen vragen bewijzen, een onderzoek naar de conditie van een ijking en een vakwerk dat niet werkt. Opdracht 5.13 is de Habitat-opdracht.

6× oefenen · 8× toepassen · 4× uitdagen · ± 460 min

W Wiskundig modelleren · K Krachten, beweging en constructies · L Elektriciteit en elektronica



Drie tuidraden, drie krachten in drie richtingen: samen duwen ze de mast recht naar beneden.

●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

5.1 Rekenen met vectoren

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

Gegeven $\vec{a} = (2;\ -1;\ 3)$ en $\vec{b} = (1;\ 4;\ -2)$.

a Bereken $\vec{a} + \vec{b}$ en $3\vec{a} - 2\vec{b}$.

b Bereken $|\vec{a}|$, $|\vec{b}|$ en de eenheidsvector $\hat{a}$.

c Bereken $\vec{a} \cdot \vec{b}$ en de hoek tussen $\vec{a}$ en $\vec{b}$.

d Bereken de projectie van $\vec{b}$ op $\vec{a}$ (als getal en als vector).

5.2 Het vectorproduct

Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

Opnieuw $\vec{a} = (2;\ -1;\ 3)$ en $\vec{b} = (1;\ 4;\ -2)$.

a Bereken $\vec{a} \times \vec{b}$ en controleer dat het loodrecht staat op $\vec{a}$ en op $\vec{b}$.

b Controleer $|\vec{a} \times \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2$.

c Bereken de oppervlakte van de driehoek met hoekpunten $P = (0;\ 0;\ 0)$, $Q = (2;\ 0;\ 0)$, $R = (0;\ 3;\ 4)$.

5.3 Matrices vermenigvuldigen

Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ en $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

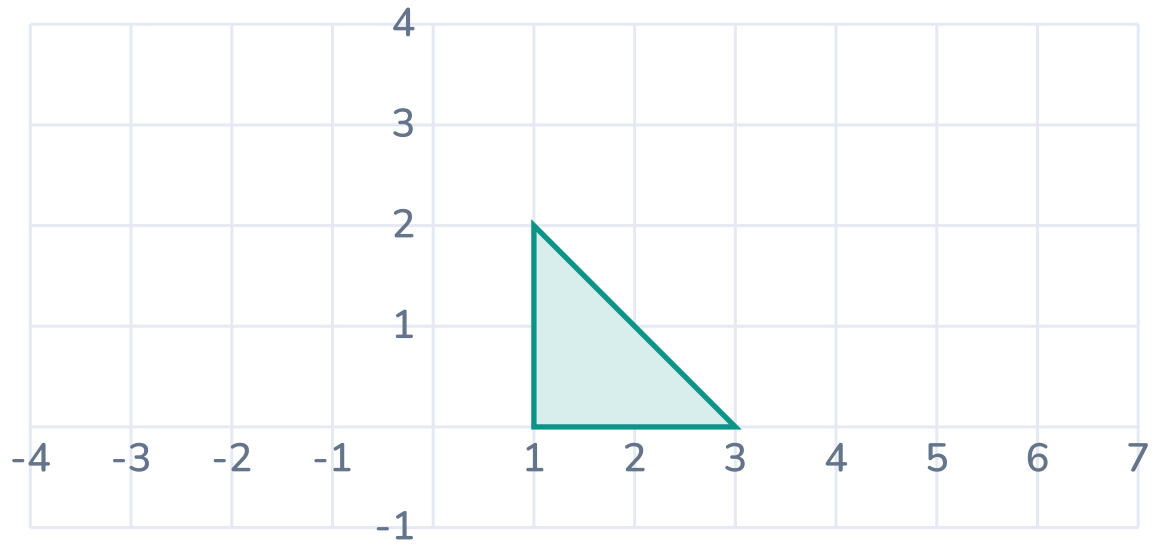
a Welke afmetingen hebben AB en BA? Bereken beide.

b Bereken $\det(AB)$ en $(AB)^{-1}$, en controleer met $(AB)(AB)^{-1} = I$.

5.4 Transformaties tekenen

Oefenen · 6 · Tekenen · 20 min

Pas op de driehoek vier matrices toe: $M_1 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $M_2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1{,}5 \end{pmatrix}$, $M_3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $M_4 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.



De driehoek met hoekpunten (1; 0), (3; 0) en (1; 2).

a Bereken de beelden van de drie hoekpunten voor elke matrix en teken de vier beelddriehoeken in het rooster.

matrix	(1; 0)	(3; 0)	(1; 2)

b Beschrijf elke transformatie in woorden.

c De oorspronkelijke driehoek heeft oppervlakte 2. Bereken met de determinant de oppervlakte van elk beeld. Wat betekent het teken?

5.5 Het graanprobleem uit de Negen hoofdstukken

Oefenen · 6 · Rekenen · 20 min

Drie bundels graan van de beste soort, twee van de middelste en één van de slechtste leveren 39 dou; twee, drie en één leveren 34 dou; één, twee en drie leveren 26 dou (het eerste probleem van hoofdstuk 8 van de Jiuzhang suanshu).

a Schrijf het stelsel als aangevulde matrix.

b Los het op met de methode van Gauss, met de hand. Toon elke rijbewerking.

c Controleer je oplossing door ze in te vullen.

5.6 Hoeveel oplossingen?

Oefenen · 6 · Begrijpen · 15 min

(a) $x + y + z = 6, x - y + z = 2, 2x + y - z = 1$. (b) $x + y + z = 6, x + y + z = 4, x - y = 0$. (c) $x + y + z = 6, x - y + z = 2, 2x + 2z = 8$.

a Welk stelsel heeft één oplossing, welk geen, welk oneindig veel? Toon het met Gauss.

b Geef voor elk stelsel de meetkundige betekenis (drie vlakken in de ruimte) en de waarde van de determinant.

Toepassen

meerdere stappen, in een context

5.7 Het kasdak openen

Toepassen · 7 · Rekenen · 20 min

Het schuifpaneel van de kasmodule (10 kg) schuift 0,60 m omhoog over rails onder 25° (hoofdstuk 7 en 8 van I). De riem trekt met 60 N.

a Schrijf de verplaatsing $\vec{s}$ en de zwaartekracht $\vec{G}$ als vectoren (x horizontaal, y omhoog) en bereken W_G.

b Bereken de arbeid van de riem als hij evenwijdig met de rails trekt, en als hij onder 10° boven de rails trekt.

c Waar gaat het verschil naartoe? Is een schuine riem slechter?

5.8 De zon op het paneel door het jaar

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

Het zonnepaneel van de module staat onder 60° op het zuiden, het jaaroptimum voor Brussel is 39° (hoofdstuk 6 van I). De zon staat om 12:00 zonnetijd in het zuiden op een hoogte h = 90° − 50,8° + δ, met δ = 0° op 21 maart, +23,44° op 21 juni en −23,44° op 21 december.

a Schrijf $\hat{s}$ en de normaal $\hat{n}$ van een paneel onder een hoek β op het zuiden als vectoren. Toon met het scalair product dat om 12:00 $\cos\theta = \cos(h + \beta - 90°)$.

b Vul de tabel in voor β = 60° en β = 39°.

datum	h	cos θ (60°)	cos θ (39°)

c Op 21 juni om 15:00 is $\hat{s} = (-0{,}649;\ -0{,}251;\ 0{,}718)$. Bereken $\cos\theta$ voor beide hellingen.

d Waarom koos hoofdstuk 6 van I toch 60°? Gebruik je tabel.

5.9 Het dakraam van de meetkas

Toepassen · 7 · Rekenen · 20 min

Het dakraam van de meetkas (0,60 × 0,60 m, 1,2 kg) draait om een scharnier achteraan. De duwstang duwt verticaal omhoog op 0,12 m van het scharnier (hoofdstuk 12 van F). Neem het scharnier als oorsprong, x horizontaal naar voren, y omhoog.

a Bereken met $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ het moment van het gewicht om het scharnier als het raam dicht is, en als het 20° open staat.

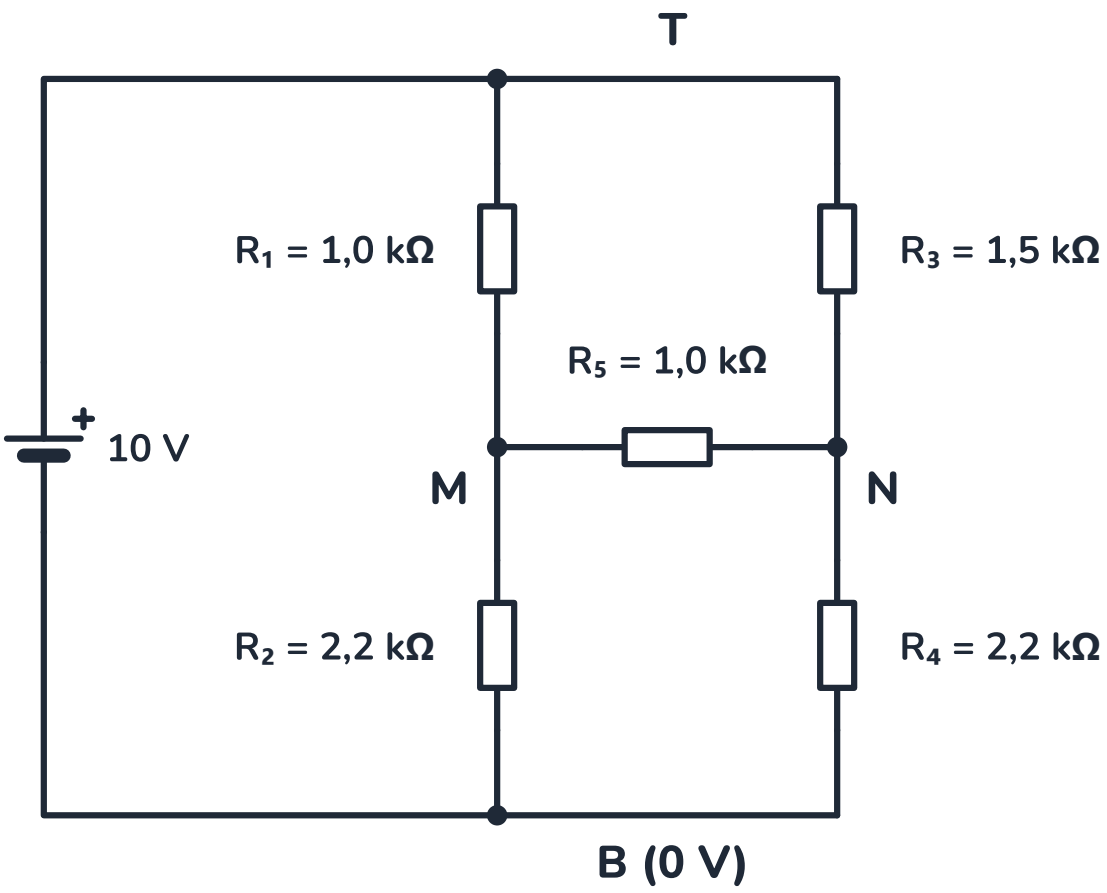
b Hoe groot moet de verticale duwkracht in beide standen zijn? Vergelijk met de 29,5 N van hoofdstuk 12 van F.

c Waarom hangt die kracht niet af van de openingshoek? Zou dat zo blijven als de stang loodrecht op het raam duwt?

5.10 De brug van hoofdstuk 21 met twee knopen

Toepassen · 7 · Rekenen · 20 min

De brug van hoofdstuk 21 van I: R_1 = 1,0 kΩ, R_2 = 2,2 kΩ, R_3 = 1,5 kΩ, R_4 = 2,2 kΩ, R_5 = 1,0 kΩ op 10 V. T ligt op 10 V, B op 0 V.



De brug van opdracht 21.14 van Intermediate.

a Stel de knooppuntvergelijkingen op voor M en N als $G\vec{v} = \vec{i}$ (in mS, V en mA).

b Los het stelsel met de hand op (Gauss of de inverse van een 2 × 2-matrix) en bereken de stroom door R_5.

c gauss.py loste dezelfde brug op met drie maasstromen. Waarom heeft de knooppuntenmethode hier minder onbekenden?

5.11 De sensorkast op drie meter, als matrix

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

De 5 V-rail van de klimaatmodule voedt de sensorkast boven het kweekbed: 3,0 m kabel met aders van 0,14 mm², 156 mA bij de piek (hoofdstuk 21 van I). Vanuit de sensorkast loopt 2,0 m dezelfde kabel verder naar een lichtsensor op het kasdak (25 mA). Rekenwaarde: de rail staat vast op 5,00 V; reken met de weerstand van plus- en minader samen.

a Bereken de weerstand van beide kabelstukken en stel het stelsel G v = i op voor de sensorkast K en de lichtsensor L.

b Los op. Welke spanning krijgen de sensoren?

c Je trekt ook een kabel van 4,0 m rechtstreeks van de rail naar de lichtsensor (een ring). Stel het nieuwe stelsel op en los het op. Wat verandert er?

5.12 Gauss in Python, en waarom je rijen verwisselt

Toepassen · 7 · Programmeren · 30 min

Je schrijft zelf een functie gauss(A, b) en onderzoekt wat de rijverwisseling doet.

a Schrijf gauss(A, b, spil=True) met eliminatie, rijverwisseling (als spil=True) en terug invullen. Test op het graanprobleem.

b Los $\begin{pmatrix} 10^{-17} & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ op met en zonder rijverwisseling. De exacte oplossing is bijna $(1;\ 1)$. Wat gebeurt er?

c Verklaar het resultaat met de afronding van een float (ongeveer 16 cijfers).

5.13 Habitat: de voedingslijnen van de module toetsen

Toepassen · 7 · Habitat · 60 min

Gebruik netwerk.py uit het handboek (het 12,8 V-net van de klimaatmodule). Ontwerpregel: hoogstens 3 % spanningsval (0,38 V) in de kabel naar een verbruiker bij normaal bedrijf, ook als de ringkabel breekt. Standaarddoorsneden: 1,5 - 2,5 - 4 - 6 - 10 - 16 mm²; koper weegt 8,96 g/cm³.

a Voeg een lastgeval toe: de dakmotor blokkeert (10 A). Wat is de spanning aan de motor en aan de rail?

b Welke kabel moet dikker om de 3 %-regel te halen als de ring breekt? Kies de kleinste doorsnede die volstaat.

c Hoeveel koper (in gram) zit er nu in alle kabels samen, en hoeveel komt erbij met je keuze?

d Schrijf een advies van 5 à 8 regels voor het ontwerp van het net, met getallen.

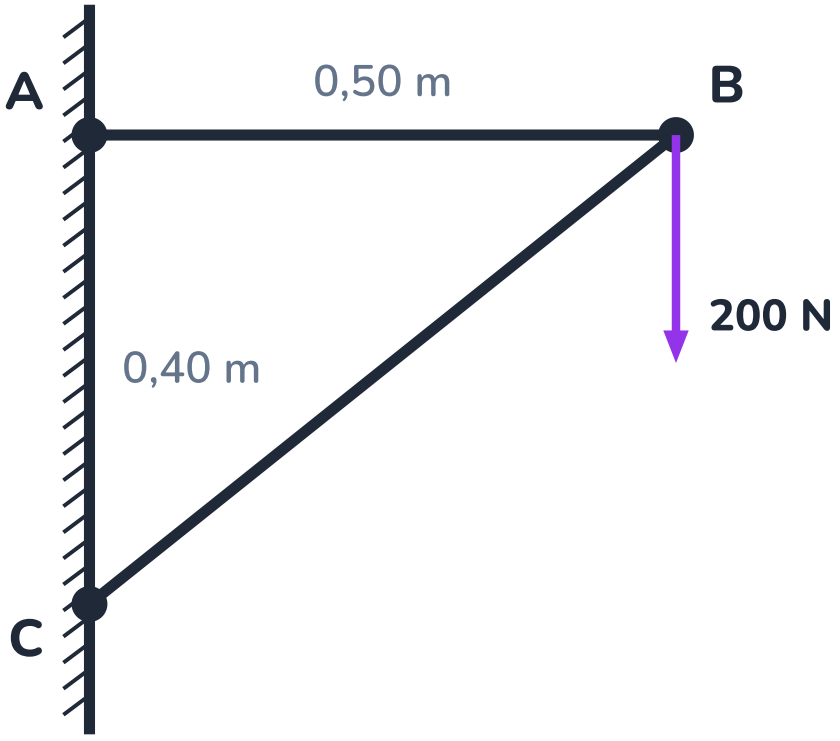
ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Model	Lastgeval en kabelbreuk correct in het stelsel gezet (last D = 10 A; tak L2-V weggelaten).
Toets	Spanningsvallen per kabel berekend tegenover 0,38 V; de zwakke kabel gevonden.
Keuze	Kleinste doorsnede die volstaat, met koperverbruik als afweging.
Advies	Onderbouwd met getallen; ring, dakmotor en zekering besproken.

5.14 Een wandconsole als stelsel

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

Een console aan de wand draagt in B een omvormer van 20 kg (200 N als rekenwaarde). A en C zijn scharnieren aan de wand.



Een console met een horizontale staaf AB en een schuine staaf CB; last 200 N in B.

a Geef de eenheidsvectoren van B naar A en van B naar C. Stel het evenwicht van knoop B op als 2 × 2-stelsel en los op.

b Welke staaf staat op trek, welke op druk? Controleer met het momentenevenwicht om C.

c Hoeveel vergelijkingen en onbekenden heeft het volledige vakwerk (met de reacties in A en C)? Is het statisch bepaald?

Uitdagen Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

5.15 Twee formules bewezen

Uitdagen · 8 · Analyseren · 30 min

Het handboek gebruikte twee verbanden tussen de componenten en de meetkunde van vectoren. Bewijs ze.

a Bewijs $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}|\,|\vec{b}|\cos\theta$ met de cosinusregel. Leid daaruit de ongelijkheid van Cauchy-Schwarz af: $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}|\,|\vec{b}|$.

b Bewijs de identiteit van Lagrange $|\vec{a} \times \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2|\vec{b}|^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2$ door beide kanten in componenten uit te schrijven, en leid er $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}|\,|\vec{b}|\sin\theta$ uit af.

c Toon dat $\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$.

5.16 Rotaties en de somformules

Uitdagen · 8 · Analyseren · 25 min

$R(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix}$ draait tegen de klok in over φ.

a Bereken $R(\alpha)\,R(\beta)$. Leid uit $R(\alpha)R(\beta) = R(\alpha+\beta)$ de somformules voor $\cos(\alpha+\beta)$ en $\sin(\alpha+\beta)$ af.

b Toon dat $\det R(\varphi) = 1$ en $R(\varphi)^T R(\varphi) = I$. Wat is dus $R(\varphi)^{-1}$?

c Toon met $|\vec{x}|^2 = \vec{x}^T\vec{x}$ dat een rotatie lengtes bewaart.

5.17 Onderzoek: de conditie van een ijking

Uitdagen · 9 · Onderzoeken · 50 min

Een TMP36 op de 10-bits ADC geeft ongeveer N = 102,4 + 2,048 T, met ruis van een halve ADC-stap. Je ijkt hem met twee referentiepunten rond 20 °C op een zekere afstand van elkaar, en gebruikt de ijking daarna om 35 °C te meten.

a Schrijf een simulatie: kies twee ijkpunten, meet ze met ruis en afronding, los het 2 × 2-stelsel op voor a en b, meet daarmee 35 °C. Herhaal 2000 keer per afstand (0,5 tot 40 °C).

b Maak een tabel: afstand, aandeel onbruikbare ijkingen, 95 %-grens van de fout, conditiegetal.

afstand (°C)	onbruikbaar	95 % onder (°C)	conditiegetal

c Verklaar het verband tussen afstand, conditiegetal en fout. Welke ijking raad je aan voor de meetkas?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Simulatie	Ruis en afronding correct; singuliere gevallen opgevangen; reproduceerbaar (seed).
Resultaten	Tabel volledig; trend herkend.
Verklaring	Conditiegetal en afstand gekoppeld; extrapolatie naar 35 °C als versterker.
Advies	Ijkpunten over het meetbereik (bv. ijswater en 40 °C), meer punten en kleinste kwadraten (hoofdstuk 41).

5.18 Een vakwerk dat niet werkt

Uitdagen · 8 · Analyseren · 30 min

Een vierkant van staven (0,50 × 0,50 m) met knopen A, B, C, D, een scharnier in A en een rol in B. Je vergelijkt drie varianten: zonder diagonaal, met diagonaal AC, en met beide diagonalen.

a Tel voor elke variant de vergelijkingen en de onbekenden. Voorspel wat er gebeurt.

b Bouw de matrices in Python (gebruik de opbouw van het handboek) en bereken hun rang met np.linalg.matrix_rank.

c Interpreteer: wat betekent een rang kleiner dan het aantal onbekenden, of minder vergelijkingen dan onbekenden? Wat doet een ingenieur in elk geval?

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

Ik kan vectoren in 2D en 3D noteren, optellen, met een getal vermenigvuldigen, hun lengte en eenheidsvector berekenen, en krachten in de ruimte ontbinden en samenstellen.	▢ ▢ ▢
Ik kan het scalair product berekenen en gebruiken voor hoeken, projecties, loodrechte stand, arbeid en de invalshoek van zonlicht, en de formule $\|a\|\|b\| \cos \theta$ afleiden.	▢ ▢ ▢
Ik kan het vectorproduct berekenen en gebruiken voor een normaal, een oppervlakte en een moment $r \times F$, met de juiste draaizin.	▢ ▢ ▢
Ik kan een matrix interpreteren als lineaire transformatie (rotatie, schaal, afschuiving), haar determinant als oppervlaktefactor lezen, en matrices vermenigvuldigen en inverteren.	▢ ▢ ▢
Ik kan een stelsel lineaire vergelijkingen als matrixvergelijking schrijven en oplossen met de methode van Gauss, met de hand, in eigen code en met numpy.	▢ ▢ ▢
Ik kan het conditiegetal van een stelsel interpreteren en slecht geconditioneerde situaties herkennen, zoals een ijking met twee dicht bij elkaar liggende punten.	▢ ▢ ▢
Ik kan een elektrisch netwerk opstellen en oplossen met de knooppuntenmethode ($G\,v = i$), en de uitkomst toetsen met Kirchhoff en een vermogensbalans.	▢ ▢ ▢
Ik kan het evenwicht van een vakwerk als stelsel opstellen, oplossen en interpreteren (trek, druk, reacties), en een voedingsnet van Habitat doorrekenen en beoordelen.	▢ ▢ ▢

WERKBOEK · HOOFDSTUK 6

Statistiek en meetonzekerheid

Van ruis op één meting tot een onderbouwd besluit: hoe zeker weet je wat je gemeten hebt?

Je oefent eerst kansen, gemiddelden, intervallen en foutenpropagatie met gegevens van Habitat, past ze toe op alarmen, sensoren en proeven (met de tweede teelt van de lampproef als Habitat-opdracht), en eindigt met afleidingen, simulaties, een meetplan en een debat over de grens van 0,05. Voor de code-opdrachten heb je Python met numpy en scipy nodig.

6× oefenen · 6× toepassen · 5× uitdagen · ± 442 min

W Wiskundig modelleren · O Onderzoeken en meten · A Data en AI



Twaalf vakjes, twee lamptypes, één vraag: is de nieuwe lamp echt beter, of was het toeval?

●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

6.1 Kansen met de normale verdeling

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

De SHT31 in de sensorkast van de module geeft bij een constante temperatuur waarden die normaal verdeeld zijn rond de echte waarde, met $\sigma = 0{,}04\,^{\circ}\mathrm{C}$ (voorbeeldmeting).

a Hoe groot is de kans dat één meting meer dan 0,10 °C van de echte waarde afwijkt (in een van beide richtingen)?

b Binnen welk symmetrisch interval rond de echte waarde valt 95 % van de metingen? En 99,7 %?

c De module logt één waarde per minuut. Hoe vaak per dag verwacht je een meting die meer dan 0,10 °C afwijkt?

6.2 Een ijking controleren met een interval

Oefenen · 6 · Rekenen · 20 min

De pH-module van de klimaatmodule (hoofdstuk 15 van I) staat in een bufferoplossing van pH 7,00. Acht metingen: 7,04 · 6,98 · 7,06 · 7,01 · 6,97 · 7,03 · 7,05 · 7,00.

a Bereken het gemiddelde, s en de standaardfout.

b Bereken het 95 %-betrouwbaarheidsinterval van het gemiddelde.

c Is er een aanwijzing dat de module scheef meet? Leg uit met het interval.

6.3 t of z, en wat gebeurt er met n?

Oefenen · 6 · Begrijpen · 12 min

Drie meetsituaties in het station.

a (a) Vier metingen van de vultijd van een reservoir, σ onbekend. (b) 400 metingen van de NTC. (c) Een sensor waarvan de fabrikant σ opgeeft, één meting. Kies telkens z of t (en ν), en leg uit.

b Een interval met 5 metingen is ±0,8 °C. Hoe breed wordt het ongeveer met 20 metingen (zelfde s)? Reken het exact met t en vergelijk met de ruwe schatting via √n.

6.4 Onzekerheden doorrekenen

Oefenen · 6 · Rekenen · 20 min

Het vermogen van één zonnepaneel is $P = \eta\, G\, A$ met $A = l \cdot b$. Gegeven: $l = (1{,}650 \pm 0{,}003)\ \mathrm{m}$, $b = (1{,}000 \pm 0{,}003)\ \mathrm{m}$, $\eta = 0{,}21 \pm 0{,}01$, $G = (900 \pm 30)\ \mathrm{W/m^2}$ (alle $\pm$ zijn standaardonzekerheden).

a Bereken A en u(A).

b Bereken P en u(P). Welke bron domineert?

c Hoe groot zou u(P) zijn als je de relatieve fouten lineair optelt (zoals in hoofdstuk 1 van I)?

6.5 De resolutie van drie temperatuursensoren

Oefenen · 6 · Rekenen · 10 min

Afronden op een stap q geeft (met wat ruis) een uniforme fout met $\sigma = q/\sqrt{12}$.

a Bereken σ van de afrondingsfout voor: de TMP36 op een 10-bits ADC van 5 V (10 mV/°C); een logger die op 0,1 °C afrondt; de SHT31, die de temperatuur als 16-bits getal S geeft met T = −45 + 175 · S / 65535 (°C).

b Waarom is de afrondingsfout van een perfect constante, ruisvrije temperatuur géén toevallige fout?

6.6 Juist of fout: intervallen en p-waarden

Oefenen · 7 · Begrijpen · 15 min

Een proef gaf voor het verschil in versgewicht een 95 %-interval van [3; 27] g en p = 0,02.

(a) Er is 95 % kans dat het echte verschil tussen 3 en 27 g ligt. (b) Als de lamp geen effect had, dan was een resultaat als dit of extremer zeldzaam (2 %). (c) Er is 2 % kans dat de lamp geen effect heeft. (d) Het effect is groot. (e) Een nieuwe proef met hetzelfde ontwerp geeft zeker weer $p < 0{,}05$. Zeg telkens juist of fout, met een zin uitleg.

Toepassen

Toepassen

meerdere stappen, in een context

6.7 Bijsturen door ruis

Toepassen · 7 · Rekenen · 15 min

De pH van de voedingsoplossing is 5,80; de module stuurt bij als een meting onder 5,50 komt (hoofdstuk 15 van I). De pH-meting ruist met $\sigma = 0{,}08$ per meting, en er wordt om de 2 s gemeten.

a Bereken de kans per meting op een valse 'te zuur'-melding, en het verwachte aantal per dag.

b Het programma beslist voortaan op het gemiddelde van 15 metingen (30 s). Herbereken.

c Waarom is een vals 'te zuur' hier erger dan een vals CO_2-alarm?

6.8 Wat is de proefeenheid?

Toepassen · 7 · Analyseren · 20 min

Vier proefopzetten uit Habitat. Geef telkens de proefeenheid, het echte aantal herhalingen per groep, en of de conclusie deugt.

(a) Twee lampen boven de twee helften van het kweekbed, 24 planten per helft; t-toets op 24 + 24 planten. (b) De groeiproef van hoofdstuk 27 van F: 12 bakjes met eigen druppelaar, geloot, 3 per behandeling. (c) Eén NTC wordt 400 keer gemeten om 'de ruis van het type NTC' te bepalen. (d) Vijf sensoren van merk A en vijf van merk B, elk 20 keer gemeten; toets op 100 + 100 metingen.

6.9 Monte Carlo voor het zonnepaneel

Toepassen · 7 · Programmeren · 20 min

Neem de gegevens van opdracht 6.4 (vermogen van een zonnepaneel).

a Schrijf een Monte Carlo-programma met numpy dat P = η G A 100 000 keer berekent met normaal verdeelde invoer, en u(P) en het 95 %-gebied afdrukt.

b Vergelijk met je resultaat uit opdracht 6.4. Is lineariseren hier goed genoeg?

6.10 Twee soorten druppelaars

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

Voor de meetkas twijfelt het team tussen twee druppelaars. Het debiet van 8 exemplaren van type A en 7 van type B, gemeten bij dezelfde druk:

type	debiet (mL/min)
A (8 stuks)	32,1 · 30,8 · 33,5 · 31,2 · 29,9 · 32,8 · 31,5 · 30,6
B (7 stuks)	34,2 · 33,1 · 35,8 · 32,9 · 34,6 · 33,4 · 36,1

a Bereken per type het gemiddelde en s.

b Voer de Welch-toets uit (α = 0,05, tweezijdig): t, ν, besluit.

c Geef het 95 %-interval van het verschil. Doet het verschil ertoe als elke plant 150 mL per dag nodig heeft en het debiet de pomptijd bepaalt?

6.11 Gepaard of niet? De DHT11 opnieuw

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

In hoofdstuk 1 van I hingen een DHT11 en een referentiethermometer een dag lang naast elkaar:

uur	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
referentie (°C)	12,6	13,4	14,7	16,6	19,4	22,4	25,2	27,0	26,7	25,1	22,6	19,5
DHT11 (°C)	14	14	16	18	20	24	26	28	27	26	23	21

a Voer een Welch-toets uit op de twee kolommen alsof het onafhankelijke groepen waren. Besluit?

b Voer een gepaarde t-toets uit op de verschillen DHT11 − referentie. Besluit?

c Verklaar waarom de twee toetsen zo verschillen. Welke is juist?

6.12 Habitat: de tweede teelt van de lampproef

Toepassen · 8 · Habitat · 45 min

Het team herhaalt de lampproef in de winter met exact hetzelfde ontwerp (nieuwe loting, blind gewogen). De vakjesgemiddelden:

vakjesgemiddelde (g)	1	2	3	4	5	6
oude lamp	186,6	198,3	186,2	205,7	209,2	198,2
nieuwe lamp	202,8	208,6	204,2	199,7	202,4	208,4

Eerste teelt (handboek): verschil 15,00 g met standaardfout 5,78 g ($\nu = 9{,}9$).

a Voer de Welch-toets uit op de tweede teelt: verschil, standaardfout, ν, p en 95 %-interval.

b Combineer beide teelten: neem het gemiddelde van de twee verschillen. Wat is de standaardfout daarvan (onafhankelijke teelten)? Geef een 95 %-interval (gebruik $\nu \approx 16$).

c Pas de vooraf vastgelegde beslisregel toe op het gecombineerde resultaat. Verandert het besluit?

d Schrijf een advies van 6 à 10 regels voor de bewoners: wat weten we nu over de nieuwe lamp, hoe zeker, en wat kost het?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Toets	Welch correct (gemiddelden, s, standaardfout, ν, p) en een interval met de juiste t*.
Combineren	Standaardfout van een gemiddelde van twee onafhankelijke verschillen correct: $\sqrt{(se_1^2 + se_2^2)/2}$.
Besluit	Beslisregel letterlijk toegepast; onderscheid tussen significant en relevant.
Advies	Effect met interval, energie (5 % meer stroom) en kosten meegewogen; eerlijk over wat onzeker blijft.

●●● Uitdagen Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

6.13 Waar komt de 16 vandaan? Afleiden en simuleren

●●● Uitdagen · 8 · Analyseren · 35 min

Hoofdstuk 2 van I gaf de vuistregel $n \approx 16\,(s/\delta)^2$ per groep voor 80 % vermogen bij $\alpha = 0{,}05$.

a Leid de formule af met de normale verdeling. Waar komen 1,960 en 0,842 vandaan?

b Hoe verandert de factor voor 90 % vermogen? En voor α = 0,01?

c Schrijf een simulatie die voor σ = 11, δ = 20 en n = 5, 6 en 7 het vermogen schat (duizenden gesimuleerde proeven, Welch-toets). Vergelijk met de formule.

6.14 Onderzoek: toetsen tot het lukt

●●● Uitdagen · 9 · Onderzoeken · 50 min

Een onderzoeker test een lamp die in werkelijkheid niets doet. Hij weegt na elke drie planten per groep, toetst, en stopt zodra p < 0,05 (hoogstens 30 planten per groep). Zijn collega legt n = 30 vooraf vast.

a Schrijf een simulatie (numpy en scipy) die beide werkwijzen 4000 keer uitvoert en telt hoe vaak ze een 'effect' vinden.

b Verklaar het verschil. Waarom is de kans op een vals effect bij de eerste werkwijze groter dan 5 %, hoewel elke afzonderlijke toets 5 % heeft?

c Hoe beschermt voorregistratie hiertegen? Mag je nooit tussentijds kijken?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Simulatie	Correcte opzet onder H0, beide werkwijzen, reproduceerbaar (seed), genoeg herhalingen.
Verklaring	Meerdere kansen op een vals alarm per proef; de toetsen zijn gecorreleerd maar niet gelijk.
Voorregistratie	Legt n en analyse vast; tussentijds kijken mag met een vooraf vastgelegde, gecorrigeerde regel.

6.15 Ontwerp: het meetplan van de reservoirtemperatuur

●●● Uitdagen · 8 · Ontwerpen · 45 min

Het brein van het station wil de temperatuur van het voedingsreservoir kennen tot op ±0,1 K (uitgebreide onzekerheid, k = 2) voor de warmtebalans. Je hebt de NTC-deler (ruis 1,2 ADC-stap per meting, 0,087 K per stap), de geijkte R25 (u = 30 Ω) en B (u = 15 K), en een referentiethermometer met u = 0,05 K voor een nieuwe ijking.

a Stel het onzekerheidsbudget op voor één meting en voor het gemiddelde van n metingen. Haal je ±0,1 K?

bron	type	u (K)

b Welke maatregel(en) stel je voor om de eis te halen, en wat kost elk ervan?

c Hoe controleer je na installatie of het plan werkt?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Budget	Alle bronnen met type en u; kwadratisch opgeteld; ruis gedeeld door √n, ijking niet.
Maatregel	Richt zich op de grootste bron; kwantitatief onderbouwd.
Controle	Vergelijking met een referentie in meerdere punten; herhaalbaar.

6.16 Twee sensoren samen: het gewogen gemiddelde

●●● Uitdagen · 8 · Analyseren · 25 min

In het reservoir hangen de NTC ($T_1 = 20{,}12\,^\circ\mathrm{C}$, $u_1 = 0{,}07\,\mathrm{K}$) en een digitale sensor ($T_2 = 19{,}95\,^\circ\mathrm{C}$, $u_2 = 0{,}20\,\mathrm{K}$). De fouten zijn onafhankelijk.

a Zoek het gewicht w in $T = w\,T_1 + (1-w)\,T_2$ waarvoor $u(T)$ minimaal is (afgeleide!). Toon dat w evenredig is met $1/u_1^2$.

b Bereken T en u(T). Is de gecombineerde meting beter dan de beste sensor alleen?

c Liggen de twee metingen verenigbaar? Toets het verschil.

6.17 Debat: moet de grens van 0,05 weg?

●●● Uitdagen · 8 · Argumenteren · 45 min

In 2018 stelden 72 onderzoekers voor om de grens voor 'significant' te verstrengen tot 0,005. In 2019 riepen meer dan 800 wetenschappers in Nature op om 'statistisch significant' als ja-neegrens helemaal te laten vallen en intervallen en effecten te rapporteren. Anderen vinden een vaste grens juist nodig tegen wensdenken.

a Bereid met je groep één standpunt voor (verstrengen, afschaffen, behouden). Gebruik minstens twee argumenten uit dit hoofdstuk (meervoudig toetsen, onderscheidingsvermogen, effectgrootte, winner's curse, voorregistratie).

b Welke regel zou jij invoeren voor de beslissingen van het brein van het station (lampen, sensoren, alarmen)? Is dat dezelfde als voor een wetenschappelijk tijdschrift?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Argumenten	Minstens twee inhoudelijke argumenten uit het hoofdstuk, correct gebruikt.
Tegenargument	Het sterkste argument van de andere kant eerlijk weergegeven en beantwoord.
Toepassing	Een concrete, werkbare regel voor Habitat, met het verschil tussen onderzoek en een technische beslissing.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Ik kan een kansverdeling (discreet of continu) gebruiken om kansen, verwachting en standaardafwijking te berekenen, en een kans als oppervlakte onder een kansdichtheid lezen.
- Ik kan met de normale verdeling kansen berekenen (z-waarde, de 68-95-99,7-regel) en uitleggen waarom een zeldzame gebeurtenis bij veel metingen toch geregeld optreedt.
- Ik kan de standaardfout $s/\sqrt{n}$ afleiden uit de variantie van een som, de centrale limietstelling met een simulatie tonen en beslissen hoeveel metingen je middelt.
- Ik kan een betrouwbaarheidsinterval met de z- en de t-verdeling berekenen en juist interpreteren.
- Ik kan onzekerheden door een formule heen rekenen met partiële afgeleiden (kwadratisch optellen, type A en B, uitgebreide onzekerheid) en het resultaat met een Monte Carlo-simulatie controleren.
- Ik kan een Welch-t-toets met de hand en in Python uitvoeren en de p-waarde, de fouten van type I en II en het onderscheidingsvermogen juist uitleggen.
- Ik kan uitleggen wat een p-waarde niet zegt, en effectgrootte, meervoudig toetsen, optional stopping, pseudoreplicatie en voorregistratie in een oordeel over onderzoek betrekken.
- Ik kan een vergelijkende proef ontwerpen (proefeenheid, steekproefgrootte, loting in blokken, blind meten) en uit de resultaten een onderbouwd besluit nemen.

WERKBOEK · HOOFDSTUK 7

Sinusoïden, complexe getallen en fasoren

Een sinus is een draaiende wijzer; met complexe getallen reken je ermee zoals met gewone getallen

Je oefent eerst sinusoïden lezen en rekenen met complexe getallen en fasoren, past ze daarna toe op spanningen, trillingen, metingen, impedanties en de omvormer van het station (Habitat-opdracht 7.12), en eindigt met bewijzen, aliasing, het synchroniseren met het net en een debat over de vraag of imaginaire getallen 'bestaan'. Voor de code-opdrachten heb je Python met numpy nodig.

6× oefenen · 7× toepassen · 5× uitdagen · ± 447 min

W Wiskundig modelleren · L Elektriciteit en elektronica · K Krachten, beweging en constructies



De omvormer maakt van 48 V gelijkspanning een sinus van 325 V piek, vijftig keer per seconde.

●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

7.1 Een sinusoïde ontleden

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

Een signaalgenerator geeft $u(t) = 12\sin(2000\pi t + \pi/6)$ V (t in s).

a Geef de amplitude, de hoekfrequentie, de frequentie en de periode.

b Schrijf u(t) als een cosinus met de fase in graden.

c Op welk tijdstip na t = 0 bereikt u voor het eerst haar maximum?

7.2 Rekenen met complexe getallen

Oefenen · 6 · Rekenen · 20 min

$z_a = 2 - 3j$ en $z_b = -1 + 4j$.

a Bereken $z_a + z_b$, $z_a - z_b$, $z_a z_b$ en $\bar{z}_a$.

b Bereken z_a / z_b in de vorm $a + bj$.

c Bereken $|z_b|$ en $\arg z_b$ in graden. In welk kwadrant ligt z_b?

7.3 Van en naar poolvorm

Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

Reken zonder complexe functies op je rekenmachine; controleer daarna eventueel.

a Schrijf $-3 + 3j$ in poolvorm.

b Schrijf $5\angle -120^\circ$ in de vorm $a + bj$.

c Bereken $(-3 + 3j) \cdot 5\angle -120^\circ$ en $\dfrac{5\angle -120^\circ}{-3 + 3j}$ in poolvorm.

7.4 Van tijd naar fasor en terug

Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

Referentie: $\cos \omega t$ met $\omega = 100\pi\ \mathrm{rad/s}$; fasoren met de amplitude als lengte.

a Geef de fasoren van $u_1 = 10\cos(\omega t - 30°)$, $u_2 = 4\sin \omega t$ en $u_3 = -6\cos \omega t$, in poolvorm en als $a + bj$.

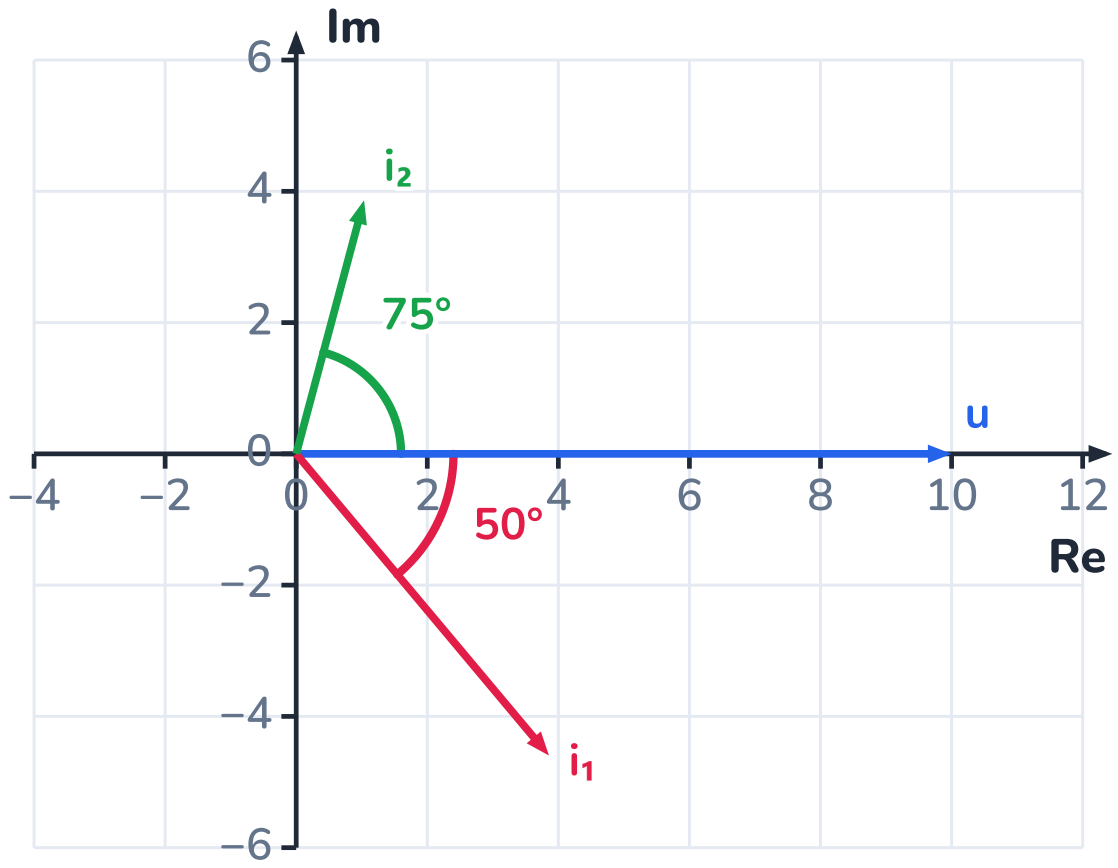
b Welke signalen horen bij de fasoren $3j$ en $2 - 2j$?

c Geef de fasor van $\dfrac{\mathrm{d}u_1}{\mathrm{d}t}$ en schrijf het signaal uit.

7.5 Voorijlen of naijlen?

Oefenen · 6 · Begrijpen · 12 min

Lees het fasordiagram (50 Hz, de wijzers draaien tegen de klok in).



Drie fasoren bij 50 Hz: de spanning u en twee stromen i_1 en i_2.

a Welke stroom ijlt voor op u, welke na? Met hoeveel graden?

b Hoeveel milliseconden na de piek van u komt de piek van i_1? En die van i_2?

c Welk soort toestel zou i_2 kunnen trekken, en welk i_1?

7.6 Euler in de praktijk

Oefenen · 7 · Rekenen · 15 min

Gebruik $e^{j\varphi} = \cos\varphi + j\sin\varphi$.

a Bereken $e^{j\pi/2}$, $e^{j\pi}$, $e^{j2\pi}$ en $e^{-j\pi/3}$.

b Toon aan dat $\cos\varphi = \dfrac{e^{j\varphi} + e^{-j\varphi}}{2}$.

c Bereken j^j. Tip: $j = e^{j\pi/2}$. Wat is er bijzonder aan het resultaat?

Toepassen

meerdere stappen, in een context

7.7 Twee spanningen in serie

Toepassen · 7 · Rekenen · 15 min

Twee sinusvormige spanningen van 50 Hz staan in serie: $u_1 = 20\cos\omega t$ en $u_2 = 15\cos(\omega t - 90°)$ (V).

a Bereken de fasor van u = u_1 + u_2 en schrijf u(t).

b Controleer je resultaat op t = 0 en op t = 5 ms.

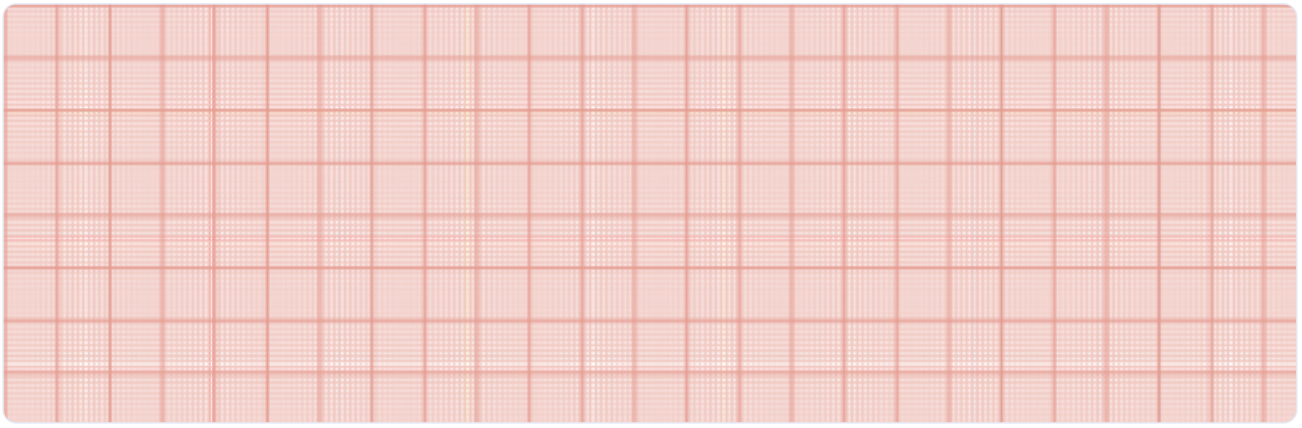
c Een voltmeter meet effectieve waarden. Wat wijst hij aan over u_1, over u_2 en over beide samen?

7.8 Fasordiagram en tijdbeeld tekenen

Toepassen · 7 · Tekenen · 25 min

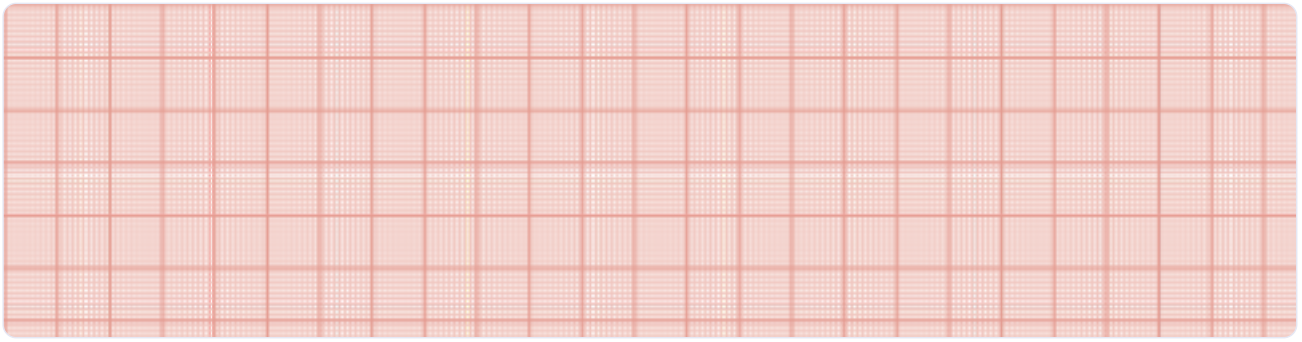
Drie stromen komen samen in een knooppunt: $i_1 = 3\cos\omega t$, $i_2 = 2\cos(\omega t + 90°)$ en $i_3 = 2\cos(\omega t - 150°)$ (A).

a Teken de drie fasoren op schaal (1 A = 2 cm) en construeer hun som kop aan staart. Meet lengte en hoek van de som.



b Bereken de som met complexe getallen en vergelijk met je tekening.

c Schets de vier signalen over één periode in één grafiek (ωt van 0 tot 360°).



7.9 Van versnelling naar uitwijking

Toepassen · 7 · Rekenen · 15 min

Een versnellingsmeter op de ventilatie-unit meet na onderhoud $a(t) = 0{,}8\cos(2\pi \cdot 25\,t)\ \mathrm{m/s^2}$.

a Bereken met fasoren (delen door jω) de snelheid en de uitwijking, met amplitude en fase.

b Een richtlijn voor trillingen van kleine machines noemt een effectieve trilsnelheid tot ongeveer 1,8 mm/s 'goed'. Hoe scoort de unit?

7.10 Een fasor uit een meetreeks

Toepassen · 8 · Programmeren · 30 min

Je schrijft zelf de functie die het handboek gebruikte om amplitude en fase uit metingen te halen.

a Maak met numpy 0,1 s van een signaal 2,5 cos(2π · 50 t + 40°) met normale ruis (σ = 0,3), bemonsterd op 2 kHz. Schrijf een functie fasor(x, t, f) en druk amplitude en fase af.

b Neem nu 0,105 s in plaats van 0,1 s. Wat gebeurt er met de fout, en waarom?

c Hoe zou je met dezelfde functie de fase tussen de spanning en de stroom van een toestel meten?

7.11 Twee ventilatoren die zweven

Toepassen · 7 · Analyseren · 20 min

In de technische ruimte hangen de ventilator van de omvormer (1450 tpm) en die van de batterijkast (1500 tpm) op hetzelfde rek.

a Met welke frequentie zweeft het gebrom? Hoe lang duurt één aanzwelling?

b Leg met twee wijzers uit waarom het geluid aanzwelt en wegsterft.

c Stel twee manieren voor om de hinder weg te nemen.

7.12 Habitat: de ontwerpbelasting van de omvormer

Toepassen · 8 · Habitat · 45 min

Het energiebeheer van het station laat hoogstens deze toestellen tegelijk draaien (230 V, 50 Hz; stromen ijlen na, behalve bij de verwarming):

belasting	P (W)	$\cos\varphi$	I (A)	hoek
noodverwarming	2000	1,00		
drukpomp drinkwater	750	0,81		
koelkast	150	0,70		
rest (licht, elektronica, WTW, Pi)	300	0,95		
samen				

a Bereken per toestel de schijnbare belasting S = P/cos φ, de stroom en zijn hoek. Vul de tabel aan.

toestel	S (VA)	I (A)	hoek (°)

b Tel de stromen op als fasoren. Hoe groot is de totale stroom, onder welke hoek, en welke schijnbare belasting ziet de omvormer?

c Vergelijk met de gewone som van de stromen. Welke fout maak je zo, en is dat een veilige fout?

d Het dossier kiest een omvormer van 4,0 kVA continu en 8 kVA gedurende 5 s. Beoordeel die keuze; houd rekening met de aanloopstroom van de pomp (zes keer de nominale stroom, bijna zuiver inductief).

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Fasoren	Elke stroom correct als fasor (grootte en hoek, teken van de hoek), in poolvorm en als a + bj.
Som	Complexe som correct; modulus en hoek met atan2; S = U · I|.
Interpretatie	Verschil met de gewone som verklaard; begrijpt dat de gewone som een veilige bovengrens is.
Keuze	Marge onderbouwd met getallen, aanloopstroom meegenomen, koppeling naar de 48 V-kant (stroom).

7.13 Impedanties uitrekenen

Toepassen · 7 · Rekenen · 20 min

Een condensator van 100 nF, een spoel van 10 mH en een weerstand van 1,0 kΩ.

a Bereken de impedantie van de condensator bij 50 Hz en bij 10 kHz, en die van de spoel bij 50 Hz.

b De weerstand en de condensator staan in serie aan een sinusvormige spanning van 5,0 V amplitude en 1,0 kHz. Bereken de stroom (amplitude en fase) en de spanning over de condensator.

Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

7.14 Goniometrie uit Euler

Uitdagen · 8 · Analyseren · 25 min

Met $e^{j(\alpha+\beta)} = e^{j\alpha}e^{j\beta}$ en $(e^{j\varphi})^n = e^{jn\varphi}$ vind je de goniometrische formules terug zonder ze te onthouden.

a Leid de somformules voor $\cos(\alpha+\beta)$ en $\sin(\alpha+\beta)$ af door beide kanten uit te werken en reële en imaginaire delen gelijk te stellen.

b Leid met De Moivre $\cos 3\varphi = 4\cos^3\varphi - 3\cos\varphi$ af.

c Toon met Euler aan dat $\cos^2\varphi = \frac{1}{2}(1+\cos 2\varphi)$, en gebruik het om te verklaren waarom het vermogen $u\,i$ in een weerstand met de dubbele frequentie schommelt.

7.15 Onderzoek: aliasing als draaiende wijzer

Uitdagen · 8 · Onderzoeken · 40 min

Een goedkope logger meet de netspanning (via een veilige meettransformator) maar 60 keer per seconde.

a Hoeveel graden draait de wijzer van 50 Hz tussen twee metingen? Welke draai 'ziet' de logger, en welke frequentie lijkt het signaal te hebben?

b Controleer met een Python-programma: vergelijk de metingen van cos(2π · 50 t) met die van de schijnbare frequentie.

c Bij welke bemonsteringsfrequenties zou het 50 Hz-signaal als 0 Hz (een constante) verschijnen? Waarom is dat gevaarlijk voor een meting?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Redenering	Draai per meting correct; schijnbare draai tussen −180° en 180°; frequentie met teken.
Programma	Metingen van beide signalen vallen samen; resultaat correct geïnterpreteerd.
Veralgemening	fs = 50/k Hz gevonden; gevaar van een schijnbaar constant signaal uitgelegd.

7.16 Ontwerp: de synchronisatiecontrole van de omvormer

Uitdagen · 9 · Ontwerpen · 50 min

Voor de omvormer op het net inschakelt, moet het brein van het station controleren dat hij in de pas loopt. Koppelspoel 2,0 mH (X = 0,63 Ω); nominale stroom 17,4 A (4,0 kVA); de omvormer verdraagt kort 35 A.

a Leid af dat het vermogen naar het net $P = \frac{U_1 U_2}{X} \sin\delta$ is, met U_1 de omvormer, U_2 het net en δ het faseverschil.

b Hoe groot mag het faseverschil bij het inschakelen hoogstens zijn om onder 35 A te blijven (gelijke spanningen)? En het spanningsverschil bij δ = 0?

c Ontwerp de controle: welke grootheden meet je, met welke methode (denk aan de fasor uit metingen), welke grenzen, en hoe lang wacht je tot je inschakelt?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Afleiding	P = U_1U_2 sin δ / X correct afgeleid met fasoren (Re van U_2 maal de toegevoegde stroom).
Grenzen	Faseverschil en spanningsverschil correct berekend uit X en de toegelaten stroom.
Ontwerp	Meet frequentie, fase en amplitude van beide spanningen (fasor over hele periodes); grenzen en wachttijd onderbouwd; veilige toestand bij twijfel.

7.17 Debat: bestaan imaginaire getallen?

●●● Uitdagen · 8 · Argumenteren · 40 min

Descartes noemde ze denkbeeldig, Cardano nutteloos. Toch rekent elk elektriciteitsnet, elke gsm en elke MRI-scanner ermee, en in de kwantummechanica staat j in de basisvergelijking. Maar een stroommeter wijst nooit '3j ampère' aan.

a Verdedig één van de standpunten: (a) complexe getallen zijn een handige rekentruc, meer niet; (b) ze beschrijven iets echts. Gebruik minstens twee voorbeelden uit dit hoofdstuk.

b Bestaan negatieve getallen of de wortel uit twee 'echt'? Wat zegt dat over je antwoord op de vorige vraag?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Argumenten	Minstens twee voorbeelden uit het hoofdstuk (fasor, impedantie, Euler, trilling) correct gebruikt.
Tegenargument	Het sterkste argument van de andere kant eerlijk weergegeven.
Reflectie	Vergelijking met andere getalsoorten; onderscheid tussen een meetbare grootheid en een model.

7.18 Het gemiddelde vermogen met fasoren

●●● Uitdagen · 8 · Analyseren · 30 min

Een toestel krijgt $u = \hat{U}\cos\omega t$ en neemt $i = \hat{I}\cos(\omega t - \varphi)$.

a Bereken het gemiddelde van $p = u\,i$ over één periode met een integraal (hoofdstuk 3). Tip: productformule of Euler.

b Toon aan dat dat gelijk is aan $\frac{1}{2}\,\mathrm{Re}(U\bar{I})$ met de fasoren $U = \hat{U}$ en $I = \hat{I}\,\mathrm{e}^{-j\varphi}$, en aan $U_{\mathrm{eff}} I_{\mathrm{eff}} \cos\varphi$.

c Reken na voor de pomp uit het handboek (325 V, 5,70 A, 36°).

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

Ik kan van een sinusoïdaal signaal amplitude, periode, frequentie, hoekfrequentie en fase bepalen, ook uit een oscilloscoopbeeld, en een tijdverschil omrekenen naar een faseverschil.	▢▢▢
Ik kan een sinus en een cosinus uitleggen als projecties van een draaiende wijzer, en afleiden als een draaiing over 90° met een factor ω.	▢▢▢
Ik kan twee sinusoïden van dezelfde frequentie optellen als vectoren en de amplitude en fase van de som berekenen.	▢▢▢
Ik kan rekenen met complexe getallen in de vorm a + bj en in poolvorm (optellen, vermenigvuldigen, delen, toegevoegde, modulus, argument met het juiste kwadrant).	▢▢▢
Ik kan de formule van Euler afleiden en gebruiken, en complexe getallen in Python (cmath, numpy) inzetten.	▢▢▢
Ik kan sinusoïden als fasoren voorstellen en er sommen en afgeleiden mee berekenen, en een fasor uit bemonsterde metingen halen.	▢▢▢
Ik kan zwevingen en aliasing verklaren met wijzers die met verschillende snelheden draaien.	▢▢▢
Ik kan de impedantie van R, L en C als complex getal afleiden en gebruiken voor een eenvoudige kring, en een gedwongen trilling met een fasor oplossen.	▢▢▢
Ik kan voor de netomvormer van het station amplitude, frequentie en fase vastleggen en de stroom bij een gemengde belasting met fasoren berekenen.	▢▢▢

WERKBOEK · HOOFDSTUK 8

Beweging in twee dimensies

Van een druppel uit de sproeier tot een drone in de wind: beweging als vector

Je oefent eerst vectoren afleiden, worpen zonder lucht, relatieve snelheden en de cirkelbeweging. Daarna pas je ze toe op de drone, een waterstraal, videodata en een hellende bocht, en rek je de simulatie uit het handboek op. De uitdagingen vragen afleidingen (omhullende en bereik vanaf een hoogte), een dimensieanalyse met simulaties, een geostationaire baan en het ontwerp van een meting aan de sproeier. Opdracht 8.13 is de Habitat-opdracht.

6× oefenen · 8× toepassen · 4× uitdagen · ± 470 min

K Krachten, beweging en constructies · W Wiskundig modelleren



Elke druppel volgt zijn eigen baan: de grote vliegen het verst, de kleine remt de lucht af.

●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

8.1 Een baan uit r(t)

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

Een bal volgt $\vec{r}(t) = (3{,}0\,t;\ 4{,}0\,t - 4{,}9\,t^2)$ (in m, t in s), vanaf de grond.

a Bereken $\vec{v}(t)$ en $\vec{a}(t)$. Wat is $\vec{v}$ en de snelheid op $t = 0{,}50$ s?

b Wanneer en op welke hoogte bereikt de bal zijn top? Waar landt hij?

c Schrijf de baan als $y(x)$.

8.2 Van de tafel

Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

Een knikker rolt van een tafel van 0,80 m hoog en landt 1,20 m van de voet van de tafel. Geen lucht.

a Bereken de valtijd en de beginsnelheid.

b Met welke snelheid en onder welke hoek met de vloer landt de knikker?

c Hoe ver landt hij als hij twee keer zo snel van de tafel rolt? En als de tafel twee keer zo hoog is?

8.3 Een schuine worp

Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

Een bal vertrekt vanaf de grond met 15 m/s onder 35° en landt op dezelfde hoogte. Geen lucht.

a Bereken de vliegtijd, de hoogte van de top en het bereik.

b Onder welke andere hoek landt de bal op dezelfde plaats? Welke baan duurt het langst?

c Wat is de snelheid in de top, en de versnelling?

8.4 Waar of niet waar?

Oefenen · 6 · Begrijpen · 15 min

Beoordeel elke uitspraak en verklaar in één of twee zinnen.

a (a) In de top van een schuine worp is de snelheid nul. (b) Een druppel die in de wind valt, heeft tegenover de grond een schuine eindsnelheid. (c) Een voorwerp dat met constante snelheid een cirkel beschrijft, versnelt niet.

b (d) Met luchtweerstand draagt 45° het verst. (e) Een pakket dat een drone loslaat, valt tegenover de grond recht naar beneden. (f) De middelpuntzoekende kracht moet je in een vrijlichaamsdiagram apart tekenen, naast de andere krachten.

8.5 De rivier oversteken

Oefenen · 6 · Rekenen · 20 min

Een bootje vaart met 3,0 m/s tegenover het water over een rivier van 60 m breed; het water stroomt met 1,5 m/s.

a De stuurman richt recht naar de overkant. Hoe lang duurt de oversteek, hoe ver drijft het bootje af, en hoe snel beweegt het tegenover de oever?

b Onder welke hoek moet hij stroomopwaarts richten om recht over te steken? Hoe lang duurt het dan?

c Teken voor beide gevallen de snelheidsdriehoek.

8.6 Het wiel van het robotje

Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

Het inspectierobotje (hoofdstuk 33 van I) rijdt 0,20 m/s op wielen van Ø 65 mm; de motor draait via een tandwielkast 1:48.

a Bereken de hoeksnelheid van het wiel (rad/s en toeren per minuut) en de omlooptijd.

b Hoe snel draait de motoras? Hoe groot is de centripetale versnelling van een steentje in het profiel van de band, tegenover de as?

c In de bocht van zijn lus (R = 0,15 m) houdt het robotje 0,20 m/s aan. Bereken zijn centripetale versnelling en de kracht op het robotje van 0,8 kg. Welke kracht levert die?

Toepassen

Toepassen — meerdere stappen, in een context

8.7 Naar het depot, met zuidwestenwind

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

De drone vliegt 12 m/s tegenover de lucht naar het depot, 6,0 km recht ten noorden. De wind komt nu uit het zuidwesten met 5,0 m/s (de lucht beweegt naar het noordoosten).

a Schrijf $\vec{w}$ in componenten (x oost, y noord).

b Welke koers houdt de drone aan op de heenweg? Hoe snel gaat hij over de grond, en hoe lang duurt de heenvlucht?

c Idem voor de terugweg. Vergelijk de totale tijd met windstil weer (16,7 min).

8.8 Een pakket op een platform

Toepassen · 7 · Rekenen · 20 min

Je gooit een zakje zaden van 1,0 m hoog naar een plat dak dat 6,0 m verder en 2,0 m hoger ligt dan je hand, met 10 m/s. Geen lucht.

a Bereken beide hoeken waaronder het zakje de rand van het dak (6,0 m; 2,0 m) raakt.

b Bereken voor beide de tijd tot de dakrand. Bij welke hoek komt het zakje van boven op het dak, bij welke nog stijgend?

c Wat is de kleinste snelheid waarmee je de dakrand nog haalt, en onder welke hoek?

8.9 Loslaten uit een stijgende drone

Toepassen · 7 · Rekenen · 20 min

Een drone laat op 30 m hoogte een pakket los terwijl hij met (10; 2,0) m/s vliegt (x vooruit, y omhoog). Geen lucht.

a Wat is de beginsnelheid van het pakket tegenover de grond en tegenover de drone?

b Wanneer en waar landt het pakket? Met welke snelheid?

c Waar is de drone dan (hij vliegt eenparig verder)? Beschrijf de beweging van het pakket gezien vanuit de drone.

8.10 De beste hoek voor een druppel van 2 mm

Toepassen · 7 · Programmeren · 25 min

Gebruik de functie baan() uit baan.py (handboek). De sproeier: 19,0 m/s, mondje 0,30 m hoog, druppel van 2 mm (vt = 6,49 m/s).

a Schrijf een programma dat het bereik berekent voor hoeken van 10° tot 55° en de beste hoek zoekt.

b Hoeveel bereik verlies je met 25° in plaats van de beste hoek? Is dat de moeite?

8.11 Videoanalyse van een tennisbal

Toepassen · 7 · Analyseren · 30 min

Een tennisbal wordt schuin weggegooid en gefilmd; uit de video (bv. met Tracker) haal je om de 0,1 s de plaats. Voorbeeldmeting:

t (s)	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
x (m)	0,000	0,910	1,798	2,664	3,515	4,356	5,178	5,988
y (m)	1,798	2,511	3,114	3,604	3,991	4,270	4,444	4,524

t (s)	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4
x (m)	6,781	7,564	8,334	9,092	9,834	10,565	11,280
y (m)	4,500	4,384	4,169	3,865	3,466	2,976	2,396

a Bereken met centrale differenties v_x en v_y op $t = 0{,}1$ s tot $1{,}3$ s.

t (s)	vx (m/s)	vy (m/s)

b Bereken met de tweede differentie $(x_{i+1} - 2x_i + x_{i-1})/\Delta t^2$ ook a_x en a_y. Wat is hun gemiddelde?

c Wijst de meting op luchtweerstand? Waaraan zie je dat? Waarom is a_y zo onrustig?

8.12 De hellende bocht van een wielerbaan

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

Een wielrenner neemt een bocht met straal R die onder een hoek θ helt. Neem aan dat er geen wrijving nodig is.

a Teken het vrijlichaamsdiagram (renner met fiets als één punt) en toon aan dat $\tan\theta = \dfrac{v^2}{gR}$.

b Bereken θ voor R = 25 m en 15 m/s (54 km/h).

c Waarom hellen de bochten van een autosnelweg maar een paar procent?

8.13 Habitat: het beregeningsplan van de moestuin

Toepassen · 7 · Habitat · 60 min

De moestuin van 9,0 × 9,0 m krijgt vier kwartcirkelsproeiers (handboek). Rekenwaarden: overdruk aan het mondje Δp, snelheidscoëfficiënt 0,95, pomp met een rendement van 30 %. Uit de simulatie (druppels tot 3 mm, 25°, 0,30 m hoog): bereik 8,0 m bij 1,5 bar, 9,0 m bij 2,0 bar, 9,8 m bij 2,5 bar (model). Een droge zomerdag vraagt 5 mm water; in een droge week zonder regen 30 mm.

a Kies een spuitmond (1,5 / 2,0 / 2,5 mm) en een druk zodat de straal 9 m haalt. Bereken v_0 en Q per sproeier.

b Bereken de neerslag in mm/h en de sproeitijd per dag voor 5 mm. Hoeveel regenwater gaat er in een droge week door?

c Bereken het hydraulisch en het elektrisch vermogen van de pomp en de energie per dag.

d Schrijf voor het brein van het station een regel van 3 à 5 zinnen: wanneer mag er gesproeid worden (tijdstip, wind, regen)?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Keuze	Druk en mondje samen kloppen met 9 m straal; v_0 uit $\frac{1}{2}\rho v^2 = \Delta p$ met 0,95; $Q = A\, v_0$.
Water	Neerslag = 4Q / 81 m²; tijd voor 5 mm; weekvolume in liter.
Energie	$\Delta p \cdot Q$ per sproeier, gedeeld door het pomprendement; Wh per dag.
Regel	Windgrens met getal (bv. 3 m/s: 2 à 3 m verschuiving), vroeg in de ochtend, niet na regen; meetbaar voor de sensoren.

8.14 Regen op het treinraam

Toepassen · 7 · Analyseren · 15 min

Een trein rijdt 120 km/h door windstille regen. De regendruppels maken op het zijraam strepen die 76° met de verticaal maken.

a Teken de snelheidsdriehoek: druppel tegenover de grond, trein tegenover de grond, druppel tegenover de trein.

b Bereken de valsnelheid van de druppels. Hoe groot zijn ze ongeveer (gebruik de tabel van het handboek)?

Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

8.15 Twee afleidingen: omhullende en bereik vanaf een hoogte

Uitdagen · 8 · Analyseren · 35 min

Zonder lucht, beginsnelheid v_0, vertrek in de oorsprong (of op hoogte h).

a Schrijf de baan als $y = x\,u - \dfrac{g x^2}{2v_0^2}(1+u^2)$ met $u = \tan\alpha$. Voor een vaste x: welke u geeft de grootste y? Toon dat die grootste y de omhullende $y = \dfrac{v_0^2}{2g} - \dfrac{g x^2}{2v_0^2}$ is.

b Een worp vanaf hoogte h landt op $y = -h$. Gebruik de omhullende om het grootste bereik te vinden en toon dat $R_{\max} = \dfrac{v_0}{g}\sqrt{v_0^2 + 2gh}$.

c Toon dat de beste hoek dan voldoet aan $\tan\alpha = \dfrac{v_0}{\sqrt{v_0^2+2gh}}$, kleiner dan 45°. Bereken hoek en bereik voor de sproeier zonder lucht (19,0 m/s, 0,30 m).

8.16 Onderzoek: één kromme voor alle druppels

Uitdagen · 9 · Onderzoeken · 50 min

De vergelijking $\dot{\vec{v}} = \vec{g} - \dfrac{g}{v_e^2}|\vec{v}|\vec{v}$ bevat alleen g en v_e. Hypothese: het bereik hangt alleen af van de hoek en van v_0/v_e, als je het uitdrukt in $L = v_e^2/g$.

a Toon met dimensieanalyse dat $R\,g/v_e^2 = F(v_0/v_e,\ \alpha)$. Schrijf de vergelijking in de dimensieloze tijd $\tau = gt/v_e$ en snelheid $\vec{u} = \vec{v}/v_e$.

b Toets de hypothese met een simulatie: bereken $R\,g/v_e^2$ bij 30° voor v_0/v_e = 0,5 tot 4 en drie verschillende v_e.

c Interpreteer: vanaf welke v_0/v_e wijkt het bereik sterk af van de parabool? Wat betekent dat voor een sproeier en voor een kogel uit een geweer (v_e van een kogel ±100 m/s en meer)?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Afleiding	Correct dimensieloos gemaakt; enkel v_0/v_e en α blijven over.
Simulatie	Correct (Heun, landing geïnterpoleerd, kleine stap), reproduceerbaar.
Toets	Kolommen vergeleken; hypothese aanvaard of verworpen met getallen.
Interpretatie	Grens rond $v_0/v_e \approx 1$; toepassing op sproeier en kogel.

8.17 Een satelliet die stilhangt

Uitdagen · 8 · Rekenen · 25 min

Een geostationaire satelliet draait boven de evenaar mee met de aarde en staat voor ons stil aan de hemel (tv, weer). De aarde draait tegenover de sterren één keer in 86 164 s (een sterrendag). GM = 3,986 · 10^{14} m³/s², straal aan de evenaar 6378 km.

a Leid uit $GMm/r^2 = m\omega^2 r$ de derde wet van Kepler voor cirkelbanen af: $T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} r^3$.

b Bereken de straal, de hoogte en de snelheid van de geostationaire baan. Waarom een sterrendag en niet 24 h?

c Brussel draait zelf ook mee: bereken de snelheid en de centripetale versnelling van een punt op 50,8° noorderbreedte (straal 6371 km). Welk deel van g is dat?

8.18 Ontwerp: een bekertest voor de sproeier

Uitdagen · 8 · Ontwerpen · 45 min

Het model van het handboek zegt dat de sproeier ongeveer 9 m ver reikt. Voor je vier sproeiers koopt, wil je dat meten. Sproeifabrikanten doen dat met bekers op een rij op de grond: na een vaste tijd meet je hoeveel water er in elke beker zit. Je hebt 25 plastic bekers (Ø 10 cm), een maatcilinder van 25 mL, een manometer, een windmeter en een stopwatch.

a Ontwerp de opstelling: stand van de sproeier (vol rond of kwartcirkel?), plaats en onderlinge afstand van de bekers, duur van de test, weersomstandigheden. Schat hoeveel water er gemiddeld in een beker komt.

b Hoe haal je uit de metingen de straal van de sproeier en het neerslagprofiel (mm/h tegen de afstand)? Hoe controleer je met een massabalans dat je niets vergeten bent?

c Hoe gebruik je het resultaat om het model uit het handboek te toetsen of bij te stellen?

d Noem vier foutenbronnen en hoe je ze klein houdt.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Opstelling	Kwartcirkel om het water te concentreren; bekers op de middellijn van de sector, om de 0,5 m tot voorbij de verwachte straal; 30 min; windstil.
Schatting	Volume in de testtijd verdeeld over de sector; mL per beker berekend en vergeleken met de maatcilinder.
Verwerking	Straal = laatste beker met water; profiel; massabalans $\Sigma\, h \cdot (\pi/2)\, r\, \Delta r = Q\, t$.
Model	Waar de straal eindigt, welke druppels daar landen; bijsturen (druppelgrootte, snelheidscoëfficiënt).
Fouten	Wind, verdamping, spatten, druk; telkens een maatregel.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Ik kan plaats, snelheid en versnelling als vectoren schrijven, v en a per component afleiden uit r(t), en de versnelling ontbinden in een tangentiële en een normale component (met de kromtestraal). ▢▢▢
- Ik kan de horizontale en de schuine worp zonder luchtweerstand oplossen: baan, top, vliegtijd, bereik, landingssnelheid, en de twee hoeken die hetzelfde doel raken. ▢▢▢
- Ik kan verklaren waarom luchtweerstand de twee componenten koppelt, een baan met kwadratische weerstand simuleren met Heun, en de eindsnelheid en de lengteschaal v^2/g gebruiken om een resultaat te beoordelen. ▢▢▢
- Ik kan uit een druk de uitstroomsnelheid en het debiet van een sproeier schatten en met een simulatie het bereik, de beste hoek en het effect van wind bepalen. ▢▢▢
- Ik kan snelheden optellen en aftrekken bij relatieve beweging (snelheid tegenover de grond = snelheid tegenover de lucht + wind), onder meer om een drone of boot tegen wind of stroming in te sturen. ▢▢▢
- Ik kan de eenparige cirkelbeweging beschrijven met ω, T en f, de middelpuntzoekende versnelling v^2/R afleiden en de kracht aanwijzen die ze levert. ▢▢▢

WERKBOEK · HOOFDSTUK 9

Impuls en botsingen

Wat een botsing doet, hangt af van hoe lang ze duurt: van karretjes tot raketten en pakketten aan een parachute

Je oefent eerst impuls, stoot, terugstoot en eenvoudige botsingen. Daarna verwerk je een botsingsproef, meet je de snelheid van een kogel, los je botsingen in het vlak op, beoordeel je een kreukelzone en rek je de waterraket uit. De uitdagingen vragen afleidingen (energieverlies, zwaartekrachtverlies van een raket), een simulatieonderzoek naar neutronen en het ontwerp van een verpakking voor een ei. Opdracht 9.12 is de Habitat-opdracht.

6× oefenen · 7× toepassen · 4× uitdagen · ± 505 min

K Krachten, beweging en constructies · W Wiskundig modelleren



Een pakket van 2 kg valt van 40 m: zonder parachute met bijna 18 m/s, met parachute met minder dan 5 m/s.

●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

9.1 Een tennisservice

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

Een tennisbal van 57 g wordt bij de opslag in 4,0 ms van (bijna) stilstand tot 50 m/s geslagen.

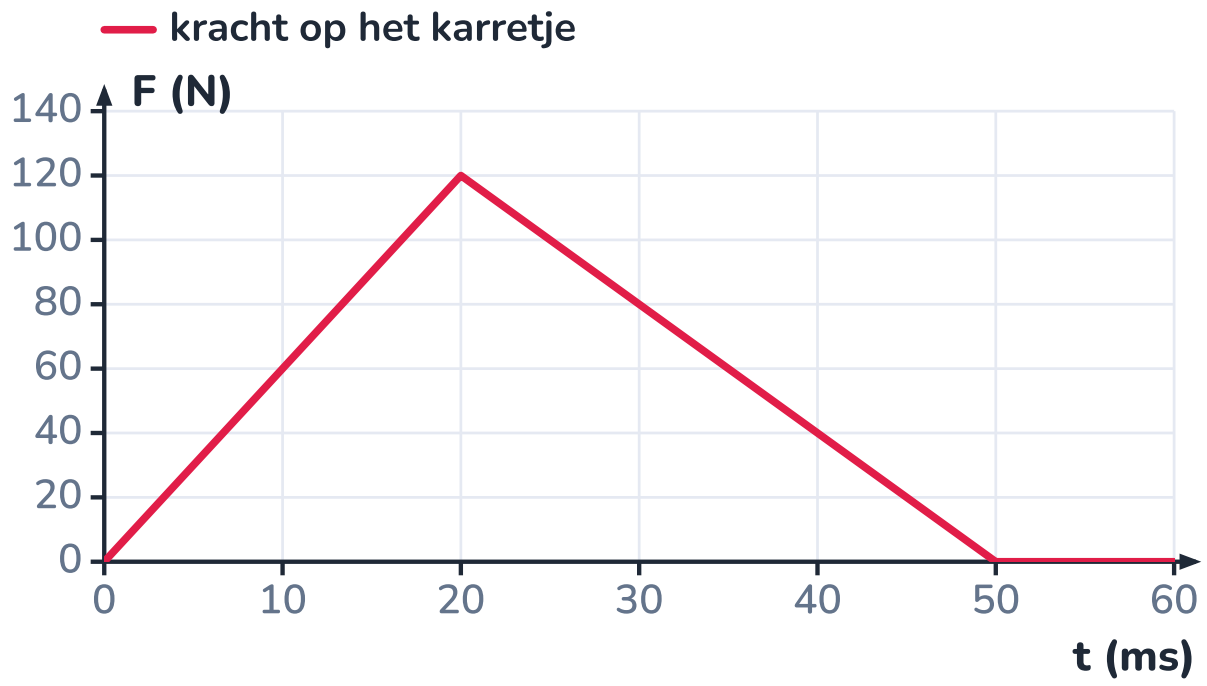
a Bereken de impuls na de slag, de stoot en de gemiddelde kracht van het racket.

b De bal komt met 30 m/s loodrecht op een muur en kaatst terug met 20 m/s. Bereken de stoot van de muur (grootte en richting).

9.2 Stoot uit een grafiek

Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

Een karretje van 0,50 kg staat stil op een rail zonder wrijving en krijgt de getekende stoot.



De kracht op een karretje van 0,50 kg dat stilstond.

a Bereken de stoot als oppervlakte onder de grafiek.

b Hoe snel rijdt het karretje na 50 ms? En na 20 ms?

c Hoe groot is de gemiddelde kracht over de 50 ms?

9.3 Een zandzak op het ijs

Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

Een schaatser van 60 kg staat stil op glad ijs en gooit een zandzak van 5,0 kg horizontaal weg met 4,0 m/s.

a Met welke snelheid glijdt de schaatser weg?

b Hoeveel arbeid leverde hij? Welk deel van de energie kreeg de zak?

c Waar is het zwaartepunt van schaatser en zak 2,0 s na de worp?

9.4 Twee karretjes haken in

Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

Karretje A (1,2 kg) rijdt met 0,80 m/s naar rechts, karretje B (0,80 kg) met 0,30 m/s naar links. Ze haken met klittenband aan elkaar.

a Bereken de gemeenschappelijke snelheid na de botsing (grootte en richting).

b Hoeveel kinetische energie ging verloren? Waar is ze naartoe?

9.5 Waar of niet waar?

Oefenen · 6 · Begrijpen · 15 min

Beoordeel elke uitspraak en verklaar in één of twee zinnen.

a (a) Bij een volledig inelastische botsing gaat alle kinetische energie verloren. (b) Een raket in de ruimte versnelt omdat haar gassen zich afzetten tegen de lucht. (c) Een airbag verkleint de stoot op je hoofd.

b (d) Als een bal tegen een muur kaatst, blijft de impuls van de bal behouden. (e) Twee voorwerpen met dezelfde impuls hebben dezelfde kinetische energie. (f) Een drone die een pakket loslaat, stijgt even op.

9.6 De raketvergelijking toepassen

Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

Een bovenste trap met waterstof en zuurstof heeft een uitstroomsnelheid van 4,4 km/s.

a Welke Δv haalt ze als 80 % van haar massa stuwstof is?

b Welke massaverhouding is nodig voor Δv = 3,0 km/s? Welk deel is dan stuwstof?

c Hoeveel stuwkracht levert ze als ze 250 kg stuwstof per seconde verbruikt?

Toepassen

meerdere stappen, in een context

9.7 Een botsingsproef verwerken

Toepassen · 7 · Labo · 30 min

Drie botsingen op een rail, B staat telkens stil, snelheden naar rechts positief (voorbeeldmeting):

poging	m_A (kg)	m_B (kg)	v_A (m/s)	v'_A (m/s)	v'_B (m/s)
1	0,750	0,250	0,499	0,257	0,710
2	0,250	0,750	0,502	−0,210	0,242
3	0,750	0,250	0,491	0,372	0,372

a Bereken voor elke poging de impuls en de kinetische energie voor en na, en de restitutiecoëfficiënt.

poging	p voor	p na	Ek voor (mJ)	Ek na (mJ)	e

b Welke poging was met klittenband? Met welke koppeling werden de andere gedaan? Leg uit waarom A bij poging 2 terugrijdt.

c De bewegingssensor meet op ±0,004 m/s. Is het verschil tussen p voor en p na significant?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Berekening	Impuls en energie correct met teken; e als relatieve snelheden.
Interpretatie	Klittenband herkend (e = 0, zelfde snelheid); terugkaatsen verklaard doordat A lichter is dan B.
Onzekerheid	Onzekerheid op p geschat (m · 0,004 per snelheid) en vergeleken.

9.8 De ballistische slinger

Toepassen · 7 · Rekenen · 20 min

Om de snelheid van een pijltje te meten, schiet je het in een blok hout van 2,0 kg dat als slinger aan twee touwen hangt. Het pijltje (10 g) blijft steken; het blok zwaait 5,0 cm omhoog.

a Welke twee fasen onderscheid je, en welke behoudswet gebruik je in elke fase? Waarom niet omgekeerd?

b Bereken de snelheid van blok met pijltje net na de botsing en de snelheid van het pijltje.

c Welk deel van de kinetische energie van het pijltje wordt warmte?

9.9 Biljart in het vlak

Toepassen · 7 · Rekenen · 20 min

Een biljartbal met 3,0 m/s botst elastisch en schuin op een even zware bal in rust. Na de botsing gaat bal 1 onder 40° met zijn oorspronkelijke richting verder.

a Onder welke hoek gaat bal 2 weg? Bereken beide snelheden.

b Controleer de impuls per component en de energie.

c Teken de impulsdriehoek op schaal.

9.10 Een kreukelzone beoordelen

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

Een auto van 1500 kg botst met 30 km/h op een vaste paal. Stel een constante vertraging.

a Bereken vertraging (in g) en botsduur als de voorkant 0,20 m, 0,40 m of 0,60 m plooit.

plooien (m)	a (m/s²)	a (g)	Δt (ms)

b Hoeveel energie moet de kreukelzone opnemen? Hoe groot is de gemiddelde kracht bij 0,40 m?

c Waarom kan een ontwerper de kreukelzone niet gewoon zo zacht mogelijk maken?

9.11 De waterraket optimaliseren

Toepassen · 7 · Programmeren · 30 min

Gebruik waterraket.py uit het handboek.

a Zoek voor 3, 4, 5 en 6 bar de beste vulling en de bijhorende hoogte. Schrijf de code.

b Verschuift de beste vulling met de druk? Hoeveel hoogte levert elke extra bar op?

c Wat verandert er als je het mondstuk halveert (Ø 10,75 mm)? Voorspel eerst, simuleer dan.

9.12 Habitat: de drop voorbereiden

Toepassen · 7 · Habitat · 60 min

Een pakket van 2,0 kg (doos 30 cm) moet op het afzetpunt naast de moestuin landen. De drone hangt op 40 m. Ontwerpeisen: landingssnelheid hoogstens 5,0 m/s, inhoud hoogstens 30 g, het pakket landt binnen 5 m van het kruis. Rekenwaarden: parachute cd 0,8 op de nominale oppervlakte, lucht 1,2 kg/m³, schuim hoogstens 70 % indrukbaar. De windmeter meldt 4 m/s uit het westen.

a Bereken de kleinste parachutediameter (verwaarloos eerst de doos, controleer dan met de doos erbij).

b Dimensioneer het schuim: dikte en plateauspanning over de bodem.

c Waar laat de drone het pakket los? Schat de valtijd met de eindsnelheid (40 m / 4,7 m/s) en de drift; vergelijk met de simulatie (3 m/s: 22 m, 5 m/s: 37 m).

d Noem drie risico's van de drop en een maatregel voor elk. Welke regel geldt voor afwerpen in de EU?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Parachute	Eindsnelheid ≤ 5 m/s correct omgerekend naar A en D; de doos meegerekend.
Verpakking	Remweg voor 29 g netto; dikte met 70 %; plateauspanning uit F = m · 30 g.
Drift	Loslaatpunt boven de wind op ±w · t; onzekerheid besproken.
Risico's	Concreet (parachute gaat niet open, windvlaag, mensen op het terrein) met maatregel; open categorie verbiedt afwerpen.

9.13 De drone met een zwaarder pakket

Toepassen · 7 · Rekenen · 20 min

Iemand wil met dezelfde drone (8,0 kg, 4 rotoren van 0,56 m) een pakket van 3,0 kg meegeven.

a Bereken de geïnduceerde snelheid en het vermogen om te hangen (figure of merit 0,65, motoren 85 %).

b Met hoeveel procent stijgt het vermogen tegenover 2,0 kg? Waarom meer dan de massa?

c Welke rotordiameter zou nodig zijn om met 11 kg hetzelfde vermogen te vragen als nu met 10 kg?

Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

9.14 Energieverlies bij een botsing afgeleid

Uitdagen · 8 · Analyseren · 35 min

Twee voorwerpen botsen frontaal: m_1, v_1 en m_2, v_2, met restitutiecoëfficiënt e.

a Leid uit impulsbehoud en $v_2' - v_1' = -e(v_2 - v_1)$ de snelheden v_1' en v_2' af. Controleer met $e = 1$ en $e = 0$.

b Schrijf de snelheden als $v_{zw}+$ een deel dat alleen van de relatieve snelheid afhangt, en toon dat $E_k = \frac{1}{2}Mv_{zw}^2 + \frac{1}{2}\mu v_{rel}^2$ met $\mu = \dfrac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$.

c Leid af: $\Delta E_k = \frac{1}{2}\mu\,(v_1 - v_2)^2(1 - e^2)$. Controleer met poging 3 van de proef in het handboek.

9.15 Onderzoek: hoeveel botsingen remmen een neutron af?

Uitdagen · 9 · Onderzoeken · 50 min

Bij een elastische botsing van een neutron met een kern (massagetal A) in rust, isotroop verstrooid in het zwaartepuntstelsel, is de energie na de botsing $E' = E\,\dfrac{(1+\alpha)+(1-\alpha)\cos\theta}{2}$ met $\alpha = \left(\dfrac{A-1}{A+1}\right)^2$ en $\cos\theta$ gelijkmatig verdeeld tussen −1 en 1.

a Toon dat αE de kleinste energie na een botsing is. Welke botsing is dat? Vergelijk met het handboek.

b Schrijf een Monte-Carlosimulatie: laat 20 000 neutronen van 2 MeV botsen tot ze onder 0,025 eV zitten, voor waterstof, deuterium en koolstof. Rapporteer gemiddelde, kleinste en grootste aantal botsingen.

c Vergelijk met de tabel van het handboek. Waarom is het aantal botsingen geen vast getal? Welke moderator kies je als je ook weet dat waterstof neutronen invangt en deuterium bijna niet?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Afleiding	cos θ = −1 geeft αE: frontale botsing, zoals 1 − 4A/(1 + A)² = α.
Simulatie	Correct, reproduceerbaar (vaste seed), gevectoriseerd of met een lus.
Resultaten	Gemiddelden dicht bij 18, 25, 115; spreiding gerapporteerd.
Interpretatie	Toeval van de hoek; afweging vertraging tegenover invangst (zwaar water, grafiet).

9.16 Zwaartekrachtverlies en trappen

Uitdagen · 8 · Analyseren · 35 min

Een raket stijgt verticaal op met een constante massadebiet en uitstroomsnelheid v_e; verwaarloos de lucht.

a Toon dat $m\,\mathrm{d}v/\mathrm{d}t = \dot{m}\,v_e - mg$ leidt tot $v(t_b) = v_e \ln\dfrac{m_0}{m_1} - g\,t_b$.

b Een trap met $v_e = 3{,}0\,\mathrm{km/s}$ en $m_0/m_1 = 4{,}0$ brandt 150 s. Hoeveel snelheid gaat verloren aan de zwaartekracht? Wat als ze dezelfde stuwstof in 75 s verbrandt?

c Waarom branden echte raketten dan niet in een paar seconden op? Noem twee redenen.

9.17 Ontwerp: de eivalproef

Uitdagen · 8 · Ontwerpen · 90 min

Ontwerp een verpakking die een rauw ei (60 g) heel houdt als ze van 3,0 m hoog op een betonvloer valt. Materiaal: 10 rietjes, 1 m plakband, een A4-blad, een plastic zakje, 2 elastiekjes, katoen. Rekenwaarde: een ei breekt bij ongeveer 25 N als de kracht over een klein stukje schaal komt (met marge). De verpakking mag samen met het ei hoogstens 150 g wegen.

a Bereken de snelheid bij de grond, de stoot op het ei en de kleinste remweg van het ei zodat de kracht onder 25 N blijft.

b Vergelijk twee strategieën met getallen: (a) langer remmen (kreukelzone van rietjes, katoen), (b) trager vallen (parachute uit het zakje). Hoe groot moet de parachute zijn voor 3 m/s?

c Schets je ontwerp met maten en leg uit hoe het de kracht verdeelt en de remweg haalt.

d Test, noteer het resultaat en verbeter één keer. Wat leerde de test dat de berekening niet zei?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Berekening	v, J, remweg en duur correct; eis vertaald naar een remweg.
Strategieën	Kreukelzone en parachute vergeleken met getallen; beperkingen (opengaan op 3 m) besproken.
Ontwerp	Schets met maten; remweg en spreiding van de kracht zichtbaar; massa onder 150 g.
Test en verbetering	Resultaat eerlijk gerapporteerd; één gerichte verbetering met reden.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Ik kan impuls als vector gebruiken, de tweede wet schrijven als F = dp/dt, en de stoot berekenen als oppervlakte onder F(t), ook uit meetwaarden met de trapeziumregel.
- Ik kan het behoud van impuls afleiden uit de derde wet, toepassen op botsingen, terugstoot en explosies, en controleren met een botsingsproef.
- Ik kan elastische en inelastische botsingen in één dimensie oplossen, de restitutiecoëfficiënt en het energieverlies berekenen, en botsingen in het vlak met vectoren behandelen.
- Ik kan de raketvergelijking van Tsiolkovski afleiden, er massaverhoudingen en trappen mee beoordelen, en een waterraket simuleren.
- Ik kan straalkracht F = ṁ v toepassen op een sproeier en op de rotoren van een drone (impulstheorie, vermogen om te hangen).
- Ik kan met stoot en remweg verklaren hoe een kreukelzone, gordel, airbag of verpakking de krachten verkleint, en een parachute en verpakking voor een pakket dimensioneren.

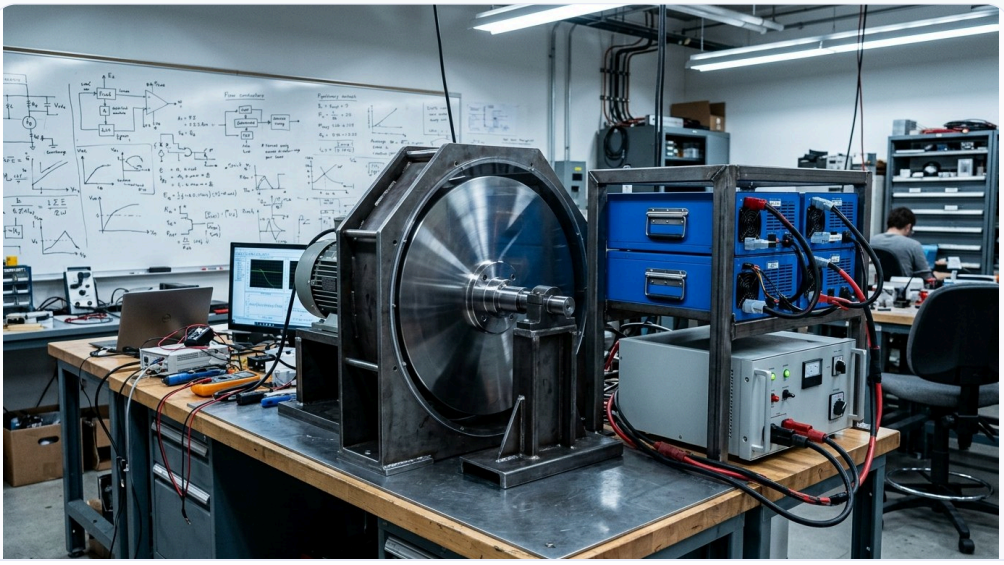
Rotatie

Van riemschijf tot vliegwiel en pirouette: wat een draaiende massa doet en bewaart

Je oefent eerst hoekgrootheden, traagheidsmomenten, τ = Iα en rotatie-energie. Daarna pas je ze toe op een emmer aan een haspel, een eigen meting, het vallende dakraam, een draaistoel en een reactiewiel, en fit je het verlies van een vliegwiel. De uitdagingen vragen afleidingen (bol en bolschil), een onderzoek naar een bal die glijdt en dan rolt, en de precessie van een fietswiel. Opdracht 10.12 is de Habitat-opdracht.

6× oefenen · 7× toepassen · 4× uitdagen · ± 475 min

K Krachten, beweging en constructies · E Energie · W Wiskundig modelleren



Een vliegwiel en een batterij bewaren allebei energie. Het ene houdt zich met staal bij elkaar, het andere met chemie.

●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

10.1 Van toerental naar snelheid

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

De wielen van het inspectierobotje (Ø 65 mm) draaien onbelast 187,5 tpm (hoofdstuk 33 van I).

a Bereken ω in rad/s, de snelheid van het robotje en de centripetale versnelling van een punt op de band.

b Het robotje trekt in 0,40 s op van stilstand tot 0,20 m/s. Bereken α van het wiel (constant) en het aantal toeren in die tijd.

c Een propeller van de drone (Ø 0,56 m) draait 3500 tpm. Bereken de snelheid van de tip in m/s en km/h.

10.2 Traagheidsmomenten uit de tabel

Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

Gebruik de tabel van het handboek.

a Een wiel van het robotje als volle schijf (30 g, Ø 65 mm), en als ring met dezelfde massa. Welke verhouding?

b Het vliegwiel van de gyrobus: 1500 kg, Ø 1,6 m, als volle schijf. Hoeveel energie bij 3000 tpm, in MJ en kWh?

c Een dikwandige buis (R_1 = 4,0 cm, R_2 = 5,0 cm, 2,0 kg). Vergelijk met een volle cilinder en een dunne buis met dezelfde buitenstraal.

10.3 De verschuivingsstelling

Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

Een dunne staaf van 1,0 m en 0,60 kg.

a Bereken I om een as loodrecht door het midden, door een uiteinde, en door een punt op 25 cm van een uiteinde.

b Om welke evenwijdige as is I het kleinst? Waarom geldt dat voor elk voorwerp?

c Toon met een integraal dat I om een uiteinde $ML^2/3$ is, zonder Steiner.

10.4 Een slijpschijf loopt uit

Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

Een slijpschijf (volle schijf, 1,8 kg, Ø 20 cm) draait 3000 tpm. Na het uitschakelen staat ze na 40 s stil (constante vertraging).

a Bereken I, de hoekvertraging en het wrijvingsmoment.

b Hoeveel toeren maakt de schijf nog? Hoeveel energie wordt warmte?

10.5 Rollen en glijden

Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

Een volle bol, een volle cilinder en een dunne ring rollen zonder slippen van een hoogte van 0,80 m.

a Bereken hun snelheid onderaan.

b Welk deel van de energie is voor elk voorwerp rotatie-energie?

c Waarom mag je hier energiebehoud gebruiken, terwijl er toch wrijving nodig is om te rollen?

10.6 Waar of niet waar?

Oefenen · 6 · Begrijpen · 15 min

Beoordeel elke uitspraak en verklaar in één of twee zinnen.

a (a) Alle punten van een draaiend wiel hebben dezelfde snelheid. (b) Een voorwerp heeft één traagheidsmoment. (c) Een grote cilinder rolt sneller van een helling dan een kleine van hetzelfde materiaal.

b (d) Een kunstschaatser die haar armen intrekt, krijgt er energie bij zonder dat iemand arbeid levert. (e) Een vliegwiel van koolstofvezel slaat meer energie op dan een even zwaar van staal omdat koolstofvezel zwaarder is. (f) Een helikopter zonder staartrotor zou tegen zijn rotor in draaien.

Toepassen

Toepassen

meerdere stappen, in een context

10.7 Een emmer aan een haspel

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

Een emmer water van 10 kg hangt aan een touw rond een haspel (straal 0,10 m, $I = 0{,}20\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$, wrijving verwaarloosbaar). Je laat de slinger los.

a Teken de krachten op de emmer en de momenten op de haspel. Stel de vergelijkingen op.

b Bereken de versnelling van de emmer en de spankracht in het touw.

c Hoe snel valt de emmer na 8,0 m, en hoe snel draait de haspel dan? Controleer met energie.

10.8 Eigen meting: een traagheidsmoment

Toepassen · 7 · Labo · 30 min

Een fietswiel ligt horizontaal op een as met straal 12 mm; een gewicht van 80 g valt 0,80 m. Voorbeeldmeting van de valtijd: zonder blokjes 11,27 s; met twee blokjes van 150 g op 8 cm van de as 12,39 s; op 12 cm 13,85 s.

a Leid de formule $I = m\,r^2(g\,t^2/(2h) - 1)$ af.

b Bereken I voor de drie metingen en controleer het verschil met 2 m d².

opstelling	t (s)	I (kg·m²)	ΔI gemeten	2 m d²

c Een fout van 0,05 s op de tijd: hoe groot is de fout op I? Wat zou je verbeteren?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Afleiding	Twee vergelijkingen (gewicht en wiel) en a = r α correct gecombineerd.
Verwerking	I per opstelling; verschil vergeleken met 2 m d².
Fout	Relatieve fout op I ≈ 2 × die op t; verbeteringen (langere val, meer herhalingen, lichtpoort, wrijving compenseren).

10.9 Een demper voor het dakraam

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

Het dakraam van de meetkas (I = 0,144 kg·m² om het scharnier, 1,2 kg, 0,60 m) valt van 20° dicht (handboek).

a Toon dat de voorrand bij de start versnelt met (3/2) g cos θ.

b Een rubberen aanslag op de voorrand drukt 5 mm in. Schat de gemiddelde kracht op het frame bij het dichtslaan.

c Een gasveertje vlak bij het scharnier remt het raam af met een constant moment. Hoe groot moet dat moment zijn om de voorrand met hoogstens 0,5 m/s te laten neerkomen?

10.10 Een pirouette

Toepassen · 7 · Rekenen · 20 min

Een kunstschaatser draait met gestrekte armen 1,5 toer per seconde; haar traagheidsmoment is dan 3,5 kg·m², met de armen tegen het lichaam 1,0 kg·m².

a Hoe snel draait ze met de armen in?

b Bereken haar rotatie-energie voor en na. Waar komt het verschil vandaan?

c Het ijs oefent een klein wrijvingsmoment van 0,5 N·m uit. Hoe lang zou haar snelle pirouette duren?

10.11 Het verlies van een vliegwiel fitten

Toepassen · 7 · Programmeren · 30 min

De stalen demonstrator (I = 2,408 kg·m²) wordt op 6000 tpm gebracht en losgelaten; het toerental wordt elke kwartier gelogd (voorbeeldmeting):

t (h)	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00	2,25	2,50
n (tpm)	6000	5916	5832	5752	5672	5593	5516	5441	5367	5293	5220

t (h)	2,75	3,00	3,25	3,50	3,75	4,00	4,25	4,50	4,75	5,00
n (tpm)	5151	5079	5012	4944	4877	4812	4748	4684	4622	4560

a Bereken uit het logboek het verliesvermogen P = −dE/dt (centrale differenties) en fit P = a (ω/ω₀) + b (ω/ω₀)³ met kleinste kwadraten.

b Vergelijk a en b met de rekenwaarden van het handboek (5 W en 10 W). Wat verandert als de vacuümpomp uitvalt?

10.12 Habitat: een vliegwiel voor het station?

Toepassen · 7 · Habitat · 60 min

Een leverancier biedt een vliegwielopslag aan met een koolstofvezelring: 5 kWh bruikbaar, 250 kW vermogen, systeemmassa 1000 kg, stilstandsverlies 2 % per uur, 100 000 cycli. Habitat heeft 2,46 kWh bruikbaar in LiFePO4 (±28 kg, ±3000 cycli), een netomvormer van 4 kVA (8 kVA gedurende 5 s), een drukpomp met een korte aanloop van ±6,3 kVA, en 's nachts ±1,2 à 1,4 kWh verbruik in de module (hoofdstuk 20 van I).

a Bereken voor beide opslagtechnieken de specifieke energie (Wh/kg) en het verlies over één nacht van 12 h zonder laden.

b Beoordeel de drie taken van het handboek (pomp, wolk, nacht) voor dit aanbod. Is 250 kW nuttig voor Habitat?

c Bereken hoeveel jaar de batterij meegaat bij één cyclus per dag, en het vliegwiel bij 100 cycli per dag.

d Schrijf een advies van 5 à 8 regels aan het brein van het station, met getallen, en één situatie waarin je het advies zou herzien.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Rekenwerk	Wh/kg (5 en 88); nachtverlies (±21 % tegenover ±0,05 %); levensduur in jaren.
Beoordeling	Per taak onderbouwd; vermogen tegenover energie onderscheiden; 250 kW is 60 keer de omvormer.
Advies	Duidelijk besluit met getallen en één voorwaarde om het te herzien (kou, veel korte cycli, afgelegen site).
Eerlijkheid	Dezelfde grenzen voor beide (bruikbare energie, systeemmassa, tijd).

10.13 Een reactiewiel met een grens

Toepassen · 7 · Rekenen · 20 min

Dezelfde satelliet (40 kg·m²) en hetzelfde reactiewiel (0,050 kg·m²) als in het handboek; het wiel mag hoogstens 6000 tpm draaien, de motor levert hoogstens 0,10 N·m.

a Wat is de grootste hoeksnelheid die de satelliet met dit wiel kan krijgen?

b De satelliet moet zich 180° draaien: eerst versnellen met het grootste moment, dan even hard remmen. Hoe lang duurt dat, en hoe snel draait het wiel op zijn snelst? Wordt de grens van 6000 tpm gehaald?

c Welke grens beslist hier: het moment of het toerental? Hoe snel zou de draai kunnen met een onbeperkt sterke motor?

Uitdagen — Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

10.14 Bol en bolschil met een integraal

Uitdagen · 8 · Analyseren · 35 min

Leid de traagheidsmomenten van de volle bol en de dunne bolschil af, met straal R en massa M.

a Snij de volle bol in schijven loodrecht op de as, op hoogte z en met dikte $\mathrm{d}z$. Toon dat $I = \dfrac{\pi\rho}{2}\displaystyle\int_{-R}^{R}(R^2 - z^2)^2\,\mathrm{d}z = \tfrac{2}{5}MR^2$.

b Leid voor de bolschil af: $I = \tfrac{2}{3}MR^2$ (tip: $I_x + I_y + I_z = 2\int r^2\,\mathrm{d}m$ voor een symmetrisch voorwerp, of snij in ringen).

c Controleer de bol numeriek: bereken de integraal met de trapeziumregel in Python.

10.15 Onderzoek: van glijden naar rollen

Uitdagen · 9 · Onderzoeken · 50 min

Een bowlingbal (volle bol) wordt met 8,0 m/s weggegooid zonder te draaien. Hij glijdt eerst; de wrijving (μ = 0,10) remt hem af en laat hem tegelijk draaien, tot hij rolt zonder slippen.

a Stel de vergelijkingen op voor $v(t)$ en $\omega(t)$ tijdens het glijden. Toon dat het rollen begint na $t = \dfrac{2v_0}{7\mu g}$, met $v = \frac{5}{7}v_0$, voor elke μ.

b Bereken de tijd, de afstand en welk deel van de kinetische energie warmte wordt.

c Verklaar $\frac{5}{7}$ met het impulsmoment om het contactpunt met de grond. Wat verandert er voor een ring of een cilinder?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Model	Wrijving μmg tegen de beweging; tegelijk moment μmgR dat ω laat groeien.
Afleiding	Rolvoorwaarde v = Rω opgelost; resultaat onafhankelijk van μ.
Rekenwerk	Tijd, afstand en energieverlies correct.
Inzicht	Impulsmoment om het contactpunt behouden; algemeen $v = v_0/(1 + k)$.

10.16 De precessie van een fietswiel

Uitdagen · 8 · Analyseren · 30 min

Een fietswiel (I = 0,10 kg·m² om zijn as, 2,0 kg) draait 5,0 toer per seconde. Je hangt het aan een touwtje aan het ene uiteinde van de as, 0,15 m van het wiel; de as staat horizontaal.

a Teken $\vec{L}$, het gewicht en het moment om het ophangpunt. Leg uit waarom het wiel niet valt maar horizontaal gaat ronddraaien.

b Toon met $\mathrm{d}\vec{L} = \vec{\tau}\,\mathrm{d}t$ dat de as ronddraait met $\Omega = \dfrac{mgd}{I\omega}$. Bereken Ω en de tijd voor één toer.

c Wat gebeurt er als het wiel langzamer gaat draaien? Waar houdt het model op te kloppen?

10.17 Ontwerp: een vliegwiel van koolstofvezel voor 1 kWh

Uitdagen · 9 · Ontwerpen · 60 min

Ontwerp de rotor van een vliegwielopslag met 1,0 kWh bruikbare energie: een dunne ring van koolstofvezel (toelaatbare spanning 1000 MPa in de omtreksrichting, 1600 kg/m³), gebruikt tussen de helft en het volle toerental. De buitenmaat mag hoogstens 0,70 m zijn (de deur van de technische ruimte is 0,80 m).

a Kies een straal. Bereken de grootste randsnelheid, het toerental, de massa van de ring en een doorsnede (breedte × hoogte).

b Welk deel van de energie haal je eruit tussen de helft en het volle toerental? Hoeveel energie zit er in het vliegwiel bij vol toerental? Vergelijk met de energie in TNT (4,2 MJ/kg).

c Waarom maakt de straal voor de massa niet uit, maar wel voor het toerental? Welke straal kies je, en waarom?

d Vergelijk met LiFePO4 (110 Wh/kg nominaal, 80 % bruikbaar) en noem twee onderdelen die de systeemmassa van het vliegwiel nog zwaar maken.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Rotor	$v = \sqrt{(\sigma/\rho)}$, $\omega = v/R$, massa uit $\sigma/(2\rho)$ en 75 % bruikbaar, doorsnede uit $m = 2\pi R\, A\, \rho$.
Energie	75 % tussen ½ω en ω; volle energie 4,8 MJ ≈ 1 kg TNT: omhulling nodig.
Keuze	Straal onderbouwd: groot genoeg voor een haalbaar toerental, klein genoeg voor de deur; massa onafhankelijk van R.
Vergelijking	Batterijmassa berekend; behuizing, lagers, motor en vacuüm genoemd.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Ik kan hoek, hoeksnelheid en hoekversnelling in radialen gebruiken, omrekenen naar toerentallen en naar de snelheid en versnelling van een punt ($v = \omega r$, tangentieel αr, centripetaal $\omega^2 r$). ▢▢▢
- Ik kan het traagheidsmoment definiëren vanuit de kinetische energie, het met een integraal afleiden voor een staaf, een ring en een schijf, en de verschuivingsstelling gebruiken. ▢▢▢
- Ik kan $\tau = I\alpha$ afleiden en toepassen, ook op een aandrijving met een overbrenging (gereduceerd traagheidsmoment). ▢▢▢
- Ik kan rotatie-energie, arbeid $\tau\theta$ en vermogen $\tau\omega$ berekenen en verklaren welk voorwerp het snelst van een helling rolt. ▢▢▢
- Ik kan de energie in een vliegwiel en de grens door de materiaalsterkte ($\sigma = \rho v^2$ in een ring) berekenen, een vliegwiel simuleren en het eerlijk vergelijken met een batterij. ▢▢▢
- Ik kan impulsmoment als $L = I\omega$ en als $r \times p$ gebruiken, $dL/dt = \tau$ toepassen en het behoud ervan verklaren bij een pirouette, een baan, een reactiewiel en een drone. ▢▢▢

WERKBOEK · HOOFDSTUK 11

Trillingen en resonantie

Van veer en slinger tot windturbine: waarom dingen trillen, hoe hard, en hoe je ze stilhoudt

Je oefent eerst eigenfrequenties, slingers, inzakking en demping, en je leest een Campbell-diagram. Daarna meet je zelf aan een veer en een slinger, reken je aan een wasmachine en een auto, simuleer je een resonantiekromme en maak je een trillingsplan voor het station (opdracht 11.11). De uitdagingen gaan over een gestemde massademper voor de mast, de slinger bij grote uitwijking, het ontwerp van een trillingsopnemer en voetgangers als negatieve demping.

6× oefenen · 6× toepassen · 4× uitdagen · ± 505 min

K Krachten, beweging en constructies · W Wiskundig modelleren · L Elektriciteit en elektronica



De windturbine van het station staat op een eigen mast, vijftien meter van de woonmodule. In dit hoofdstuk ontdek je waarom.

●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

11.1 Een massa aan een veer

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

Een massa van 0,40 kg hangt aan een veer met k = 60 N/m. Je trekt ze 3,0 cm onder haar evenwicht en laat los.

a Bereken de eigenfrequentie, de periode en hoeveel de veer in evenwicht is uitgerekt.

b Bereken de grootste snelheid, de grootste versnelling en de trillingsenergie.

c Je hangt twee zulke veren onder elkaar (serie) en daarna naast elkaar (parallel). Wat wordt de frequentie telkens?

11.2 Slingers

Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

Gebruik g = 9,81 m/s² op aarde en 1,62 m/s² op de maan.

a Hoe lang is een slinger met een periode van 2,0 s (één tik per seconde)?

b Welke periode heeft diezelfde slinger op de maan?

c Een meetlat van 1,00 m slingert om een uiteinde. Bereken de periode en de lengte van de 'gewone' slinger met dezelfde periode.

11.3 Inzakken en trillen

Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

Gebruik $f_0 \approx 15{,}8/\sqrt{\delta}$ met δ de statische inzakking in mm.

a Een koelkast zakt 2,0 mm in op haar rubberen voeten. Schat haar eigenfrequentie.

b Een auto zakt 15 cm in als je hem op zijn wielen zet. Schat de eigenfrequentie van de carrosserie. Waarom kiezen autobouwers ongeveer deze waarde?

c Hoeveel moet een machine inzakken voor een eigenfrequentie van 5 Hz? En voor 1 Hz?

d Waarom mag je deze vuistregel niet gebruiken voor de mast van de windturbine?

11.4 Demping uit een meting

Oefenen · 6 · Analyseren · 20 min

Een sensorarm in de meetkas krijgt een tik en dooft uit. Opeenvolgende toppen van de uitwijking (mm): 12,0, 9,8, 8,0, 6,6, 5,4. De periode is 0,12 s.

a Bereken het logaritmisch decrement over de vier perioden samen, en de dempingsverhouding ζ.

b Bereken Q. Na hoeveel perioden is de amplitude gehalveerd?

c Waarom neem je de verhouding over vier perioden in plaats van tussen twee opeenvolgende toppen?

11.5 Waar of niet waar?

Oefenen · 6 · Begrijpen · 15 min

Beoordeel elke uitspraak en verklaar in één of twee zinnen.

a (a) De Tacoma Narrows Bridge stortte in omdat de wind precies op haar eigenfrequentie blies. (b) Een slinger met een zwaardere massa heeft een langere periode. (c) Bij resonantie loopt de beweging 90° achter op de kracht.

b (d) Een machine isoleer je het best met zo stijf mogelijke rubberen voeten. (e) Meer demping verlaagt altijd de kracht die naar de vloer gaat. (f) Een stijvere mast is voor een windturbine altijd beter.

11.6 Een Campbell-diagram lezen

Oefenen · 6 · Rekenen · 20 min

Een andere turbine (Ø 5,6 m, drie bladen) draait van 60 tot 200 tpm. Haar mast heeft een eerste eigenfrequentie van 2,5 Hz en een tweede van 14 Hz.

a Bereken de 1P- en 3P-banden in bedrijf.

b Bij welke toerentallen raken 1P en 3P de twee eigenfrequenties? Welke liggen in het werkgebied?

	f_1 = 2,5 Hz	f_2 = 14 Hz

c Welke strategie (stijf-stijf, zacht-stijf, zacht-zacht) zou je kiezen, en tussen welke waarden moet f_1 dan liggen (10 % marge)?

Toepassen

Toepassen — meerdere stappen, in een context

11.7 Eigen meting: veer en slinger

Toepassen · 7 · Labo · 50 min

Meet de veerconstante van een schroefveer op twee manieren (uitrekken en trillen) en de periode van een slinger bij verschillende lengtes. Een smartphone met een app die de versnellingsmeter uitleest, geeft de periode heel nauwkeurig als je hem als massa gebruikt.

a Veer: meet voor vijf massa's de verlenging in rust en de tijd voor 10 trillingen.

m (kg)	verlenging (mm)	10 T (s)	T (s)	T^2 (s^2)

b Bepaal k uit beide grafieken en de meebewegende massa van de veer uit het snijpunt. Vergelijk met de gewogen massa van de veer gedeeld door drie.

c Slinger: meet T voor L = 0,25; 0,50; 0,75 en 1,00 m (kleine uitwijking) en bepaal g uit de helling van T^2 tegen L.

d Meet bij L = 1,00 m ook T bij 10°, 30°, 60°. Vergelijk met de figuur van het handboek.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Meting	Tien perioden per meting, start bij een doorgang door het evenwicht, eenheden in de tabel.
Verwerking	Twee grafieken met rechte en helling; k twee keer bepaald; snijpunt geïnterpreteerd als meebewegende massa.
Slinger	g uit de helling $4\pi^2/g$ met een relatieve fout; effect van grote hoeken zichtbaar.
Besluit	Verschillen tussen de methoden verklaard (afleesfout, massa van de veer, luchtweerstand, amplitude).

11.8 Een wasmachine centrifugeert

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

De trommel van een wasmachine (met kuip en motor 30 kg) hangt aan veren van samen 40 kN/m, met demping $\zeta = 0{,}1$. Een prop natte was zorgt voor een onbalans van 0,5 kg op 0,25 m. De machine centrifugeert op 1400 tpm.

a Bereken de eigenfrequentie van de kuip in Hz en in tpm.

b Bereken de uitwijking van de kuip bij 1400 tpm, en bij het doorlopen van de resonantie als de trommel daar zou blijven draaien.

c Hoe groot is de onbalanskracht bij 1400 tpm, en welk deel daarvan gaat naar de behuizing?

d Waarom verdeelt een wasmachine eerst de was op een laag toerental voor ze versnelt?

11.9 Een resonantiekromme simuleren

Toepassen · 7 · Programmeren · 35 min

Een model van de mast met een extra demper: $k = 9839\,\mathrm{N/m}$, $m = 233{,}5\,\mathrm{kg}$, $\zeta = 0{,}05$, en een kracht van 100 N amplitude.

a Schrijf een programma dat voor een reeks frequenties de beweging simuleert (Heun) tot de vrije trilling uitgestorven is, en de amplitude van de evenwichtstoestand bepaalt.

b Vergelijk met de formule van het handboek. Hoe lang moet je minstens simuleren, en waarom?

c Bepaal uit de kromme de breedte van de piek op $1/\sqrt{2}$ van de top. Toon dat $\zeta \approx \Delta f / (2 f_0)$.

11.10 Een auto op een ribbelweg

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

Een onverharde weg golft: ze gaat sinusvormig 1,0 cm op en neer rond haar gemiddelde, met een golflengte van 5,0 m. De carrosserie van een auto heeft een eigenfrequentie van 1,3 Hz op haar veren, met ζ = 0,3. De weg beweegt de wielen op en neer; de carrosserie volgt via de veren.

a Bij welke snelheid rijdt de auto in resonantie? Hoe groot is de beweging van de carrosserie dan?

b Hoe groot is ze bij 90 km/h?

c Een chauffeur zegt: 'over zo'n weg moet je snel rijden, dan voel je het minder.' Klopt dat? Wat is het nadeel?

11.11 Habitat: een trillingsplan voor het station

Toepassen · 7 · Habitat · 60 min

Het team wil twee dingen vastleggen. (1) Iemand stelt voor de mast 'voor de zekerheid' te maken uit een dikkere buis van 273,0 × 6,3 mm (497 kg, I = 4696 cm^4). (2) Het station krijgt misschien een warmtepomp (hoofdstuk 16). Neem als rekenwaarden: de buitenunit weegt 60 kg, staat op vier voeten naast de woonmodule en haar compressor draait met een frequentieregelaar tussen 30 en 90 Hz. Gebruik de catalogus van het handboek.

type (voorbeeldcatalogus)	stijfheid per voet	grootste last per voet	opbouw
A	25 kN/m	60 N	zacht rubber, drukbelast
B	40 kN/m	100 N	rubber, drukbelast
C	90 kN/m	250 N	rubber, drukbelast
D	250 kN/m	600 N	hard rubber, drukbelast
E	45 kN/m	250 N	rubber op afschuiving (duurder)

a Bereken de eerste eigenfrequentie van de mast met de dikkere buis (gondel 150 kg, E = 210 GPa). Vergelijk met 1P bij 80 tpm. Wat besluit je?

b Kies voeten voor de warmtepomp: bereken voor elk type f_n, de inzakking, T bij 30 Hz en bij 90 Hz, en of de last per voet past.

type	f_n (Hz)	inzakking (mm)	T bij 30 Hz	T bij 90 Hz	last past?

c Welke eisen stel je aan de aansluitingen van de warmtepomp (leidingen, kabels) opdat de voeten hun werk kunnen doen?

d Schrijf een trillingsplan van 6 à 8 regels voor het dossier: mast, regels voor de turbine, voeten voor pomp en warmtepomp, en wat het brein bewaakt.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Mast	f_1 met k = 3EI/L³ en de meebewegende massa; vergelijking met 1P; besluit onderbouwd (marge 5 % is te klein).
Voeten	Alle types doorgerekend; overbelasting herkend; keuze met T bij de laagste frequentie.
Aansluitingen	Flexibele stukken in leidingen en kabels; geen stijve verbinding naast de voeten.
Plan	Kort, met getallen, en met een bewakingstaak voor het brein.

11.12 Door de resonantie

●●○ Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

De mast van de turbine: $f_1 = 1{,}033\,\text{Hz}$, $\zeta = 0{,}005$, onbalans $U = 0{,}05\,\text{kg m}$, $k = 9839\,\text{N/m}$. In zwakke wind draait de rotor zonder last.

a Na hoeveel seconden haalt de trilling de helft van haar evenwichtsamplitude als de rotor precies op het kritische toerental blijft draaien?

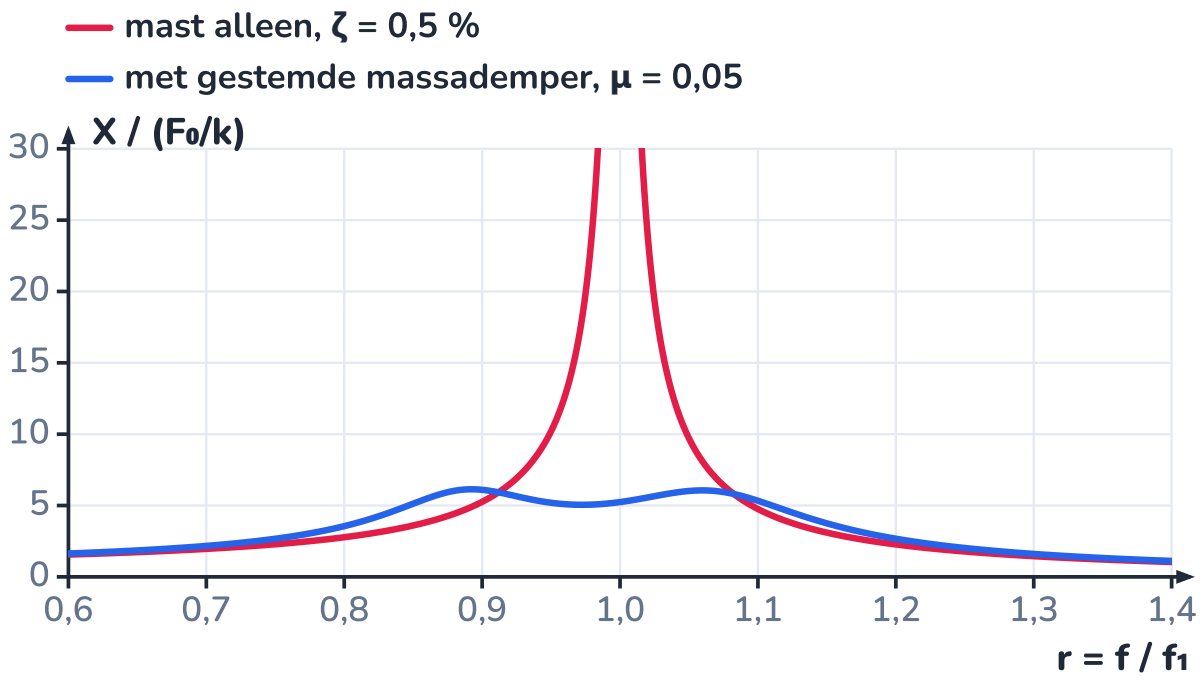
b Hoe groot is die evenwichtsamplitude? Welke horizontale kracht moet de mast dan heen en weer leveren?

c Welk buigmoment en welke spanning geeft dat aan de voet ($W = 221\,\text{cm}^3$, hoofdstuk 12)? Hoeveel wisselingen per dag? Waarom is dat een probleem, ook al is de spanning klein?

11.13 Een gestemde massademper voor de mast

●●● Uitdagen · 8 · Analyseren · 45 min

Een gestemde massademper is een kleine massa $m_\mathrm{d} = \mu m$ aan een veer met demper, bovenin de mast. De regels van Den Hartog geven de beste afstemming: $f_\mathrm{d} = f_1/(1+\mu)$ en $\zeta_\mathrm{d} = \sqrt{3\mu/(8(1+\mu)^3)}$; de hoogste amplitude van de mast wordt dan ongeveer $\sqrt{1+2/\mu}$ keer de statische. De figuur is berekend met twee vrijheidsgraden (mast en demper).



Met de demper splitst de scherpe piek in twee lage bulten.

a Kies $\mu = 0{,}05$. Bereken de massa, de frequentie en de veerconstante van de demper, en ζ_d.

b Hoe hoog is de piek met en zonder demper? Met welke 'gelijkwaardige' demping ζ komt dat overeen?

c Een slinger in de mast kan als demper dienen. Hoe lang moet hij zijn? Past dat?

d Waarom werkt de demper alleen rond één frequentie, en waarom is dat voor deze mast toch nuttig?

11.14 Onderzoek: de slinger bij grote uitwijking

Uitdagen · 9 · Onderzoeken · 50 min

De vergelijking $\ddot{\theta} = -(g/L)\sin\theta$ heeft geen oplossing met elementaire functies.

a Schrijf een programma dat met Heun de periode berekent voor een uitwijking θ_0 (tip: de tijd tot θ voor het eerst nul wordt, is een kwart periode).

b Bereken T/T_0 voor 5° tot 90° en vergelijk met $1 + \theta_0^2/16$. Tot welke hoek wijkt de reeks minder dan 0,1 % af?

c Toon met energiebehoud dat $T = 4\int d\theta/\dot{\theta}$ van 0 tot θ_0, met $\dot{\theta} = \sqrt{(2g(\cos\theta - \cos\theta_0)/L)}$. Waarom is die integraal numeriek lastig?

d Een slingeruurwerk loopt met 5° uitwijking goed. Hoeveel seconden per dag loopt het achter als de uitwijking 6° wordt?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Programma	Heun correct voor een tweedeordesysteem; nulpunt geïnterpoleerd; kleine stap.
Resultaten	Tabel met T/T_0; vergelijking met de reeks; grens van 0,1 % gevonden.
Afleiding	Energiebehoud correct; de singulariteit bij $\theta = \theta_0$ benoemd.
Toepassing	Verschil in periode omgezet naar seconden per dag.

11.15 Ontwerp: een trillingsopnemer voor de gondel

●●● Uitdagen · 8 · Ontwerpen · 50 min

Een trillingsopnemer is zelf een massa aan een veer in een behuizing. Beweegt de behuizing met $y = Y\cos\omega t$, dan beweegt de massa ten opzichte van de behuizing met amplitude $Z = Y\dfrac{r^2}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}$. De gondel trilt tussen 0,5 en 15 Hz.

a Toon dat voor $r \gg 1$ geldt $Z \approx Y$ (de opnemer meet de uitwijking) en voor $r \ll 1$ geldt $Z \approx Y\omega^2/\omega_n^2$ (hij meet de versnelling).

b Welk type kies je voor de gondel? Met $\zeta = 0{,}7$: hoe hoog moet f_n minstens zijn opdat de fout onder 5 % blijft tot 15 Hz?

c Waarom is $\zeta = 0{,}7$ een gunstige keuze?

d Een MEMS-versnellingsmeter heeft een eigenfrequentie van enkele kHz. Welke andere eisen stel je (bereik, bemonstering, montage)?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Afleiding	Beide grensgevallen correct uit de formule.
Keuze	Versnellingsmeter gekozen; f_n berekend met $\zeta = 0{,}7$.
Demping	Vlakke amplitude en kleine faseverschuiving bij $\zeta \approx 0{,}7$ uitgelegd.
Eisen	Bereik, bemonstering (Nyquist), stijve montage, temperatuur, kabel.

11.16 Voetgangers als negatieve demping

Uitdagen · 9 · Analyseren · 40 min

Na de sluiting van de Millennium Bridge mat men dat een voetganger op een zijwaarts bewegende brug een kracht geeft die evenredig is met de snelheid van het dek, in de richting van die snelheid: ongeveer $c_\mathrm{p} = 300\,\mathrm{N\,s/m}$ per persoon. Neem een (fictieve) voetgangersbrug met een zijwaartse mode van 0,80 Hz, een modale massa van 120 t en $\zeta = 0{,}7\,\%$.

a Schrijf de bewegingsvergelijking met N voetgangers als een extra demper $-Nc_\mathrm{p}$. Bij welk aantal wordt de totale demping nul?

b Hoeveel voetgangers mogen er op na het plaatsen van dempers die ζ op 20 % brengen?

c In werkelijkheid staat niet elke voetganger op de plaats waar de mode het grootst is. Leg uit waarom het kritische aantal voor een mode met de vorm van een halve sinus ongeveer het dubbele wordt.

d Waarom is dit geen resonantie, maar zelfexcitatie, net als bij Tacoma Narrows?

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Ik kan de bewegingsvergelijking van een massa-veersysteem opstellen, oplossen en de eigenfrequentie berekenen, ook uit een statische inzakking of een trekproef.
- Ik kan de slinger (klein en groot, fysisch) beschrijven en uitleggen waarom elk stabiel evenwicht voor kleine uitwijkingen harmonisch trilt.
- Ik kan demping beschrijven met de dempingsverhouding ζ, het logaritmisch decrement en de kwaliteitsfactor Q, en ze uit een meting halen, ook met Python.
- Ik kan de gedwongen trilling analyseren (amplitude, fase, drie gebieden, opbouwtijd) en resonantie herkennen en vermijden.
- Ik kan een Campbell-diagram opstellen en lezen voor een draaiende machine (1P, 3P) en er ontwerpregels uit afleiden.
- Ik kan trillingsisolatie ontwerpen met de transmissibiliteit ($r > \sqrt{2}$, $f_n \le f/3$) en dempers kiezen uit een catalogus.

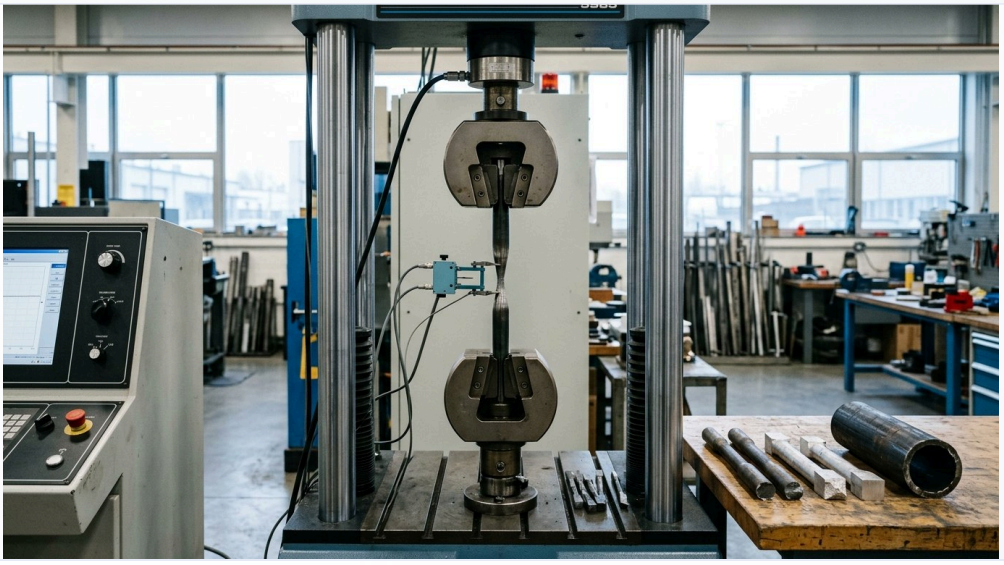
Sterkteleer

Wat er in een staaf, een balk en een mast gebeurt als je ze belast, en hoe dik ze moeten zijn

Je oefent eerst spanning, rek, veiligheid, traagheidsmomenten, doorbuiging en knik in één stap. Daarna meet je zelf de stijfheid van een lat, reken je aan een geprinte sensorhouder, verwerk je een trekproef, verklaar je waarom het kasframe sleufgaten heeft, dimensioneer je flens en fundering van de windturbinemast (opdracht 12.12) en laat je een persoon over de vloerbalk wandelen. De uitdagingen gaan over de lichtste balk, knik met een kromme staaf, een tapse mast en een knikproef met spaghetti.

7× oefenen · 6× toepassen · 4× uitdagen · ± 505 min

K Krachten, beweging en constructies · M Materie en chemie · D Ontwerpen en maken



Een trekproef: de staaf wordt langer, dunner in het midden, en breekt. Uit die ene proef haal je de getallen waarmee dit hoofdstuk rekent.

●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

12.1 Spanning en rek

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

Een trekstang Ø 10 mm van 2,0 m draagt 8,0 kN.

a Bereken de spanning, de rek en de verlenging als de stang uit staal is (E = 210 GPa).

b Hoeveel verlengt ze als ze uit aluminium is (E = 70 GPa)?

c Welke kracht mag een stalen stang S235 van die diameter dragen met een veiligheidsfactor 1,5 op de vloeigrens?

12.2 E uit een meting

Oefenen · 6 · Analyseren · 15 min

Een staaldraad Ø 0,50 mm hangt 2,00 m lang aan een haak, met een kleine voorbelasting die hem strak trekt. Extra gewichten geven deze verlengingen:

a Bereken de doorsnede en bepaal E uit de helling van ΔL tegen F: F (N) = 10, 20, 30, 40; ΔL (mm) = 0,51, 1,01, 1,54, 2,03.

b Welke spanning heeft de draad bij 40 N? Waarom mag je die veilig gebruiken voor pianodraad, maar niet voor een koperdraad van dezelfde dikte?

12.3 Een tank hijsen

Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

De drinkwatertank van het station (hoofdstuk 2) weegt vol 530 kg; leeg wordt hij bij de plaatsing aan vier draadstangen van staal klasse 4.6 (vloeigrens 240 MPa) gehesen, samen met een stalen frame: 130 kg. Rekenregels voor hijswerk: een dynamische factor 1,5 (schokken bij het optrekken) en een veiligheidsfactor 3 op de vloeigrens. Spanningsdoorsnede van de schroefdraad: M6 20,1 mm², M8 36,6 mm², M10 58,0 mm².

a Welke kracht komt op één stang? Welke spanningsdoorsnede is nodig, en welke maat kies je?

b Mag je dezelfde stangen gebruiken om de volle tank te hijsen?

12.4 Een T-profiel

Oefenen · 6 · Rekenen · 20 min

Een T-profiel heeft een flens van 100 × 10 mm bovenaan en een lijf van 10 × 90 mm eronder (totale hoogte 100 mm).

a Zoek de hoogte van het zwaartepunt boven de onderkant.

b Bereken I om de horizontale as door het zwaartepunt met de verschuivingsstelling.

c Bereken W voor de bovenkant en de onderkant. Waar treedt de grootste buigspanning op, en is dat bij een balk op twee steunen trek of druk?

12.5 Opleggingen tellen

Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

Een aluminium koker 20 × 20 × 1,5 mm (I = 6373 mm^4, E = 70 GPa) van 0,60 m draagt 50 N.

a Bereken de grootste doorbuiging als de koker (a) aan één kant ingeklemd is met de last aan het vrije uiteinde, (b) op twee steunen ligt met de last in het midden, (c) aan beide kanten ingeklemd is met de last in het midden.

b Welke factor ligt er tussen (a) en (c)? Wat leer je daaruit voor het ontwerp van een frame?

12.6 Knik in vier gevallen

Oefenen · 6 · Rekenen · 20 min

Een aluminium koker 20 × 20 × 1,5 mm (A = 111 mm², I = 6373 mm^4, E = 70 GPa, Rp0,2 = 170 MPa) van 1,0 m staat op druk.

a Bereken de kniklast van Euler voor de vier gevallen van de tabel.

opleggingen	Lk (mm)	Fk (N)

b Bereken de kracht waarbij de koker zou vloeien (A · Rp0,2). Voor welk geval is Euler niet meer te vertrouwen? Waarom?

12.7 Waar of niet waar?

Oefenen · 6 · Begrijpen · 15 min

Beoordeel elke uitspraak en verklaar in één of twee zinnen.

a (a) S355 buigt minder door dan S235 onder dezelfde last. (b) Een buis is sterker bij buiging dan een volle staaf met dezelfde massa. (c) De neutrale lijn ligt altijd in het midden van de hoogte.

b (d) Een staaf die twee keer zo lang is, knikt bij de helft van de kracht. (e) Een veiligheidsfactor 1,5 betekent dat het onderdeel 1,5 keer te zwaar is. (f) Een bros materiaal krijgt een grotere veiligheidsfactor.

Toepassen

meerdere stappen, in een context

12.8 Eigen meting: een lat als uitkraging

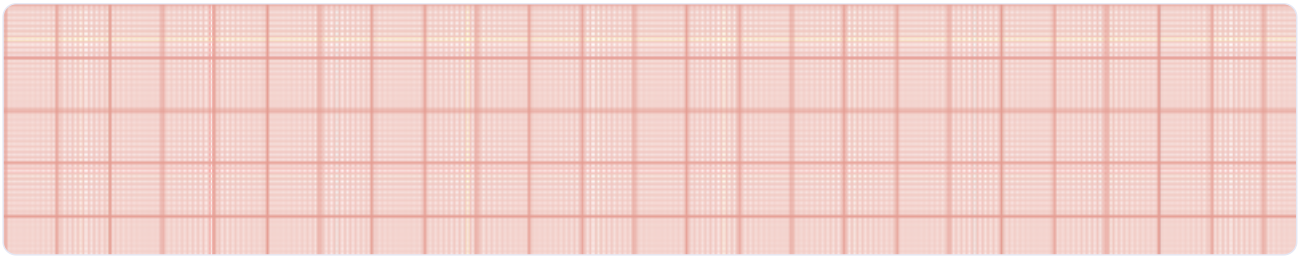
Toepassen · 7 · Labo · 45 min

Klem een lat met één uiteinde vast aan een tafel, zodat 0,80 m uitsteekt. Hang gewichten aan het vrije uiteinde en meet de doorbuiging. Meet b en h van de lat op drie plaatsen.

a Voorspel met $\delta = FL^3/(3EI)$ en $E = 11$ GPa de doorbuiging voor 0,2 en 0,5 kg. Meet daarna voor vijf massa's.

m (kg)	F (N)	voorspeld δ (mm)	gemeten δ (mm)

b Bepaal E uit de helling. Vergelijk met de proef van het handboek (lat op twee steunen).



c Waarom geeft een uitkraging vaak een te kleine E? Hoe verbeter je de opstelling?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Voorspelling	Formule correct met $I = bh^3/12$ en L tot het aangrijpingspunt; eenheden.
Meting	Vijf punten, nul gecontroleerd na ontlasten, lineair gebied.
Verwerking	E uit de helling, niet uit één punt; vergelijking met de balk op twee steunen.
Kritiek	Inklemming niet perfect (de lat draait een beetje in de klem), eigen gewicht, afleesfout, h^3.

12.9 Een geprinte sensorhouder

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

De sensorhouder SH-1 van de meetkas (hoofdstuk 32 van F) is in PETG geprint: een arm van 6 mm breed en 5 mm hoog draagt een ring op 50 mm van de koker. De sensor zelf weegt bijna niets, maar bij het water geven stoot iemand er met 20 N tegen, aan de ring, loodrecht op de arm. Rekenwaarde voor geprint PETG: 40 MPa langs de lijnen, 20 MPa tussen de lagen.

a Bereken het moment aan de voet van de arm en de spanning als de stoot (a) in de richting van de 5 mm, (b) in de richting van de 6 mm werkt.

b De arm is liggend geprint, zodat de lagen evenwijdig aan de arm lopen. Welke sterkte geldt dan? Is de arm sterk genoeg met een veiligheidsfactor 2?

c Hoe hoog moet de arm zijn (breedte 6 mm) voor een spanning van hoogstens 20 MPa? Welke andere oplossingen zijn er?

12.10 Een trekproef verwerken

Toepassen · 7 · Analyseren · 30 min

Een proefstaaf aluminium (Ø 10,0 mm, meetlengte 50,0 mm) wordt uitgetrokken. De extensometer geeft (voorbeeldmeting; de laatste kolom is het moment van de breuk):

F (kN)	3,14	6,28	9,42	12,57	13,74	14,53	15,32	16,10	16,89	17,67	18,06	15,71
ΔL (mm)	0,029	0,057	0,086	0,119	0,147	0,193	0,301	0,551	1,126	2,405	3,527	5,000

a Reken om naar spanning en rek en teken het spanning-rekdiagram.

b Bepaal E uit het rechte begin, Rp0,2 met de verschoven rechte, Rm en de rek bij breuk.

c Voldoet het materiaal aan de minimumeisen voor 6063-T6 (Rp0,2 ≥ 170 MPa, Rm ≥ 215 MPa)?

12.11 Waarom het kasframe sleufgaten heeft

Toepassen · 7 · Rekenen · 20 min

Een aluminium koker van het kasframe (20 × 20 × 1,5 mm, 1,20 m, A = 111 mm², I = 6373 mm⁴) wordt tussen twee stijve steunen vastgezet bij −5 °C. In de zomer wordt hij 45 °C. Uitzettingscoëfficiënt $23 \cdot 10^{-6}$ per K (hoofdstuk 6 van F).

a Hoeveel zou de koker vrij langer worden? Welke spanning ontstaat als hij niet mag uitzetten?

b Welke drukkracht is dat? Vergelijk met de kniklast (scharnierend, 1,20 m). Wat gebeurt er?

12.12 Habitat: flens en fundering van de windturbinemast

Toepassen · 7 · Habitat · 60 min

De mast (buis 244,5 × 5,0 mm, 12,0 m) staat met een voetflens op 8 ankerbouten M20 klasse 8.8 op een steekcirkel van Ø 340 mm, gelijk verdeeld (de eerste op 22,5° van de windrichting). Karakteristieke lasten aan de voet: $M = 30{,}3\,\mathrm{kN\,m}$, $V = 3{,}55\,\mathrm{kN}$, gewicht mast en gondel $4{,}95\,\mathrm{kN}$. Bout M20: spanningsdoorsnede 245 mm², treksterkte 800 MPa; de Eurocode laat $0{,}9 \cdot 800 \cdot 245/1{,}25$ toe. Beton: 24 kN/m³.

a Toon dat voor n bouten op een cirkel de grootste boutkracht $F = M\,d_{\max}/\sum d_i^2$ is (d: afstand tot de as door het midden, loodrecht op de wind). Bereken ze met $M_{\mathrm{Ed}} = 1{,}5\,M$ en vergelijk met het toegelaten.

b Een betonblok van 2,0 × 2,0 × 1,0 m of 2,5 × 2,5 × 1,0 m: bereken voor beide de kantelveiligheid om een onderrand en de excentriciteit e = M/N van de kracht op de grond (moment aan de onderkant van het blok).

c Welk blok kies je? Bereken de grootste gronddruk N/A · (1 + 6e/B).

d Waarom worden ankerbouten van een windturbinemast voorgespannen? Denk aan hoofdstuk 11.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Bouten	Formule afgeleid (lineaire verdeling, momentenevenwicht); boutkracht berekend en getoetst.
Fundering	Moment aan de onderkant met V · 1,0 m; kantelveiligheid en excentriciteit voor beide blokken.
Keuze	Blok met e binnen B/6 (geen opwippende rand) gekozen; gronddruk berekend.
Inzicht	Voorspanning tegen vermoeiing en losdraaien door de wisselende belasting (1P, 3P) uitgelegd.

12.13 Een persoon wandelt over de vloerbalk

Toepassen · 7 · Programmeren · 30 min

Gebruik de functie balk() uit balk.py van het handboek (reservoir midden op 1,00 m).

a Laat de persoon (785 N) in stappen van 5 cm van 0,20 m tot 2,20 m wandelen en bewaar telkens het grootste moment en de grootste doorbuiging.

b Waar is het moment het grootst, en waar de doorbuiging? Waarom liggen die plaatsen niet op dezelfde plek?

Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

12.14 Ontwerp: de lichtste stijve balk

Uitdagen · 8 · Ontwerpen · 45 min

Je zoekt een balk met een gegeven lengte en een gegeven buigstijfheid EI, zo licht mogelijk. Neem aan dat de doorsnede een vaste vorm heeft (bv. een vierkante koker met wand = 5 % van de zijde) en alleen groter of kleiner geschaald wordt.

a Toon dat voor een geschaalde vorm $I = cA^2$ geldt, en dat de massa bij gegeven EI evenredig is met $\rho/\sqrt{E}$.

b Bereken de 'materiaalindex' $\sqrt{E}/\rho$ voor staal, aluminium, vuren en koolstofvezelcomposiet. Welk materiaal geeft de lichtste stijve balk?

materiaal	E (GPa)	ρ (kg/m³)	√E/ρ

c Waarom zie je dan toch zoveel stalen balken? Noem drie andere eisen.

d Waarom geldt voor een trekstaaf (gegeven EA) een andere index, E/ρ?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Afleiding	I = cA² voor een geschaalde vorm; massa ∝ ρA ∝ ρ/√E.
Tabel	Indices correct; hout en koolstofvezel winnen, staal verliest.
Afweging	Afmetingen (hout wordt dik), sterkte, prijs, verbindingen, brandveiligheid, duurzaamheid.
Trekstaaf	EA lineair in A: massa ∝ ρ/E.

12.15 Knik met een kromme staaf

Uitdagen · 8 · Analyseren · 40 min

Geen staaf is perfect recht. De steigerbuis van de weermast (Ø 48,3 × 3,2 mm, 6,0 m, $F_k = 6670\,\text{N}$) heeft een beginkromming met pijl $e_0 = L/300 = 20\,\text{mm}$ in het midden.

a Een drukkracht N vergroot de pijl: $e = e_0/(1 - N/F_k)$. Leg uit waarom (tip: het moment $N\,e$ buigt de staaf verder).

b Bereken de grootste spanning $\sigma = N/A + Ne/W$ bij de werkelijke drukkracht (1313 N). $A = 453\,\text{mm}^2$, $W = 4797\,\text{mm}^3$.

c Bij welke kracht bereikt die spanning de vloeigrens (235 MPa)? Vergelijk met Euler en met de knikkromme van het handboek.

12.16 Een tapse mast

Uitdagen · 9 · Programmeren · 45 min

De spanning in de windturbinemast is onderaan het grootst en bovenaan bijna nul (handboek). Een tapse buis, onder breed en boven smal, zou materiaal besparen. Wanddikte 5 mm, lasten als in het handboek (1,5 kN op de kop, $q_p c_f = 700$ N/m² op de mast, factor 1,5).

a Schrijf een programma dat voor een buis met een lineair veranderende diameter het moment, de spanning, de doorbuiging van de kop en de massa berekent ($w'' = M/(EI(z))$, twee keer integreren).

b Vergelijk de rechte buis 244,5 mm met een tapse buis van 300 naar 190 mm en van 280 naar 140 mm, ook op de eigenfrequentie (Rayleigh met de vorm onder een kopkracht).

c Welke eisen moet je nog opnieuw controleren voor de tapse mast? Denk aan hoofdstuk 11.

12.17 Onderzoek: spaghetti knikken

Uitdagen · 8 · Onderzoeken · 50 min

Zet een staaf droge spaghetti rechtop op een keukenweegschaal en druk er langzaam van boven op tot ze uitbuigt. De grootste waarde op de weegschaal is de kniklast. Voorbeeldmeting (Ø 1,8 mm): lengte (mm) 100, 150, 200, 250 → kniklast (N) 1,51, 0,71, 0,37, 0,23.

a Welk verband verwacht je tussen kniklast en lengte? Zet log F uit tegen log L en bepaal de helling.

b Welke opleggingen heb je (onderaan op de weegschaal, bovenaan je vinger)? Bereken E van droge spaghetti.

c Waarom breekt spaghetti bijna altijd in drie of meer stukken, en niet in twee?

d Ontwerp een eigen meting: welke lengtes, hoeveel herhalingen, hoe hou je de uiteinden scharnierend?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Verband	$F \propto 1/L^2$ verwacht; helling in de log-log-grafiek ±−2.
Berekening	Kniklengte L (beide scharnierend benaderd); E uit $F\,L^2/(\pi^2\,I)$ met $I = \pi d^4/64$.
Uitleg	Na de eerste breuk trillen de twee helften met een grote kromming (een golf van buiging): een tweede breuk.
Opzet	Minstens vier lengtes, drie herhalingen, uiteinden in een klein putje, langzaam belasten, de hoogste waarde noteren.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Ik kan normaalspanning, rek en de elasticiteitsmodulus gebruiken om te berekenen hoeveel een staaf rekt en welke doorsnede ze nodig heeft.
- Ik kan een spanning-rekdiagram lezen (elastisch, vloeien, versteviging, insnoering, breuk) en taaie en brosse materialen onderscheiden.
- Ik kan een veiligheidsfactor, een toelaatbare spanning en de partiële factoren van de Eurocode verklaren en toepassen.

Ik kan dwarskracht en buigmoment van een balk bepalen, de buigspanning My/I afleiden en traagheidsmomenten van doorsneden berekenen, ook met de verschuivingsstelling.

Ik kan de doorbuiging van een balk berekenen met de elastische lijn, met formules voor standaardgevallen en numeriek in Python.

Ik kan de kniklast van Euler afleiden en toepassen met de juiste kniklengte en slankheid, en een mast volledig dimensioneren.

WERKBOEK · HOOFDSTUK 13

Vakwerken en constructieanalyse

Driehoek na driehoek: de kracht in elke staaf, met de hand, als matrix en als eindige elementen

Je oefent eerst tellen, knopen, nulstaven, sneden en tekens. Daarna reken je de paneelsteun van hoofdstuk 5 met de hand na, schrijf je een invloedslijn met een programma, onderzoek je wind en asymmetrische sneeuw op het spant, bouw en test je een brug, zet je zonnepanelen op het dak (opdracht 13.11) en los je een eerste eindige-elementenmodel met de hand op. De uitdagingen gaan over een tussenwand met speling, de beste hoogte van een brug, kritische vormen en het menselijke model van de Forth Bridge.

6× oefenen · 6× toepassen · 4× uitdagen · ± 550 min

K Krachten, beweging en constructies · W Wiskundig modelleren · D Ontwerpen en maken



Acht spanten, ongeveer om de 0,60 m, dragen het dak van de woonmodule. Elke staaf is een lat van 45 mm dik: genoeg, omdat ze alleen trek of druk krijgt.

●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

13.1 Tellen

●○○ Oefenen · 6 · Begrijpen · 15 min

Beoordeel elk vakwerk met m + r = 2k en met je gezond verstand.

a (a) Een driehoek op twee scharnieren. (b) Een vierkant met één diagonaal, op een scharnier en een rol. (c) Hetzelfde, maar de rol staat op een helling, zodat de lijn van haar reactie precies door het scharnier gaat.

b (d) De Pratt-brug van het handboek zonder de verticaal U3L3. (e) Het Fink-spant met een extra knoop H midden in de onderrand en een verticaal van de nok naar H. (f) Het Fink-spant op twee scharnieren.

13.2 Een muurkraan

Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

In de technische ruimte hangt een kleine muurkraan om de filters van de waterzuivering te wisselen: een horizontale arm van 1,20 m, scharnierend aan de muur, en een schuine schoor van het uiteinde naar een punt 0,90 m lager aan de muur. Aan het uiteinde hangt 2,0 kN.

a Teken de knoop aan het uiteinde vrij en bereken de krachten in arm en schoor. Welke is trek, welke druk?

b Wat gebeurt er met de krachten als de schoor lager aan de muur komt (1,50 m)? En hoger (0,30 m)?

13.3 Nulstaven zoeken

Oefenen · 6 · Begrijpen · 15 min

Gebruik de twee regels van het handboek.

a Welke staven van de Pratt-brug van het handboek zijn nulstaven als er alleen een last in L2 hangt? Werk van de rechterkant naar het midden.

b Waarom mag je die staven toch niet weglaten? Geef twee redenen.

13.4 Eén staaf met een snede

Oefenen · 6 · Rekenen · 20 min

De Howe-brug van het handboek (zelfde maten en lasten als de Pratt, maar de diagonalen stijgen naar het midden).

a Snij door het tweede vak (tussen x = 2 en 4 m). Welke drie staven snij je?

b Bereken de kracht in de diagonaal en in de bovenrand van dat vak. Vergelijk met de Pratt.

13.5 Trek of druk?

Oefenen · 6 · Begrijpen · 15 min

Voorspel zonder te rekenen, en verklaar met een van de redeneringen van het handboek.

a (a) de bovenrand van een balkon dat als vakwerk uit een gevel steekt; (b) de onderrand van het Fink-spant als er een zware windzuiging op het dak werkt; (c) de kabel van een tuibrug.

b (d) Een ontwerper wil de onderrand van het spant vervangen door een staalkabel. Is dat verstandig? (e) En de bovenrand?

13.6 Van staafkracht naar profiel

Oefenen · 6 · Rekenen · 20 min

De onderrand van de Pratt-brug draagt in het midden 53,3 kN trek; de bovenrand 60 kN druk over een vaklengte van 2,0 m (rekenwaarden). Staal S235.

a Welke doorsnede heeft de onderrand minstens nodig?

b Een koker 60 × 60 × 4 mm (met scherpe hoeken gerekend) als bovenrand: is hij veilig tegen knik (Lk = 2,0 m, knikkromme c)? En een volle vierkante staaf met dezelfde oppervlakte?

Toepassen Toepassen

meerdere stappen, in een context

13.7 De paneelsteun met de hand

Toepassen · 7 · Rekenen · 30 min

De steun van het zonnepaneel uit hoofdstuk 5: knopen A (0; 0), B (−0,50; 0), C (0; 0,20), D (−0,50; 1,066) m; staven AC, CD, BD, AB, BC; scharnier in A, rol in B. Bij storm werkt in C en in D elk (214,3; 1,1) N (wind en gewicht samen).

a Met welke knoop begin je? Waarom?

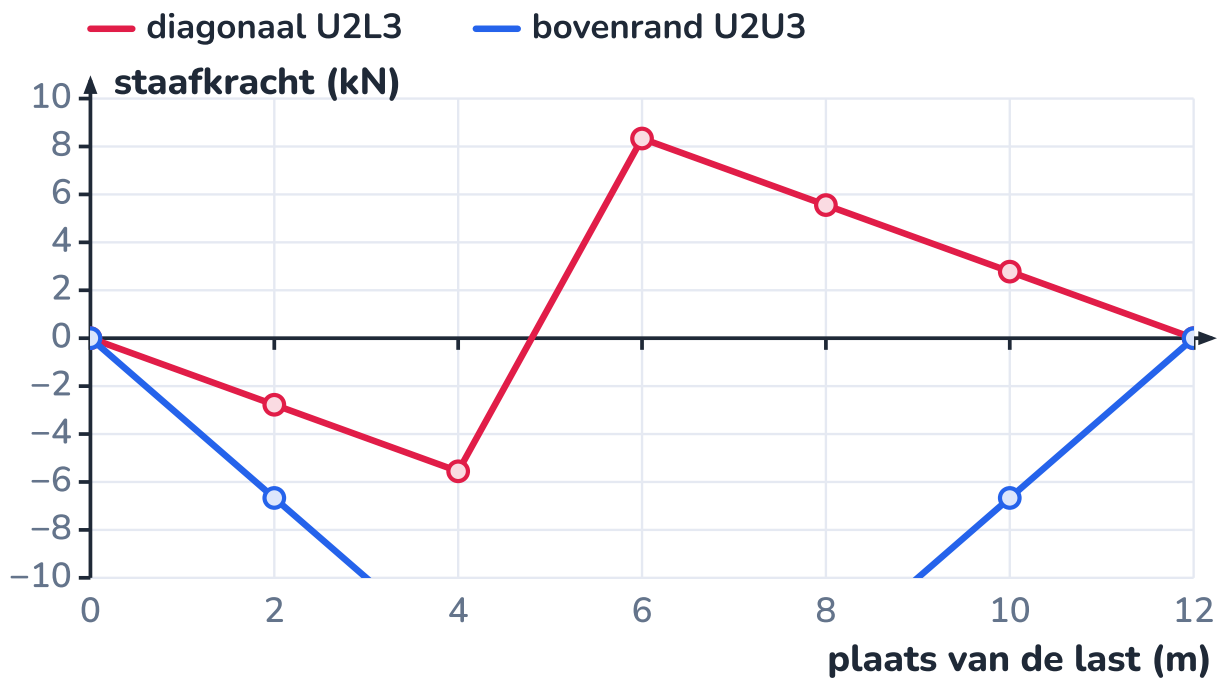
b Bereken knoop na knoop alle staafkrachten (zonder eerst de reacties).

c Bereken de reacties en vergelijk alles met de uitvoer van hoofdstuk 5.

13.8 Een invloedslijn

Toepassen · 7 · Programmeren · 30 min

Gebruik de functie vakwerk() uit vakwerk.py met de Pratt-brug van het handboek (knopen, staven en steunen zoals in de figuur).



Invloedslijnen voor een last die over de onderknopen rijdt (de uitkomst van het programma).

a Laat één last van 10 kN van L1 naar L5 rijden en druk telkens de kracht in diagonaal U2L3 en in bovenrand U2U3 af.

b Teken de invloedslijnen. Wanneer is de diagonaal op trek, wanneer op druk? Waar moet een vrachtwagen staan voor de grootste kracht in U2U3?

c Waarom is dat belangrijk voor een diagonaal die als slanke trekstaaf ontworpen is?

13.9 Wind en asymmetrische sneeuw op het spant

Toepassen · 7 · Analyseren · 30 min

Een storm geeft zuiging op beide dakvlakken. Rekenwaarde (vereenvoudigd, als verticale last): $0{,}80\,\mathrm{kN/m^2}$ dakvlak omhoog. In deze combinatie telt het eigengewicht met factor 1,0 (het is gunstig) en de wind met 1,5; zonder sneeuw.

a Bereken de netto lijnlast op de bovenrand (kN per m horizontaal) en de knooplasten.

b Bereken de staafkrachten met vakwerk.py. Welke staven wisselen van teken tegenover het sneeuwgeval?

c Wat betekent dat voor de onderrand (knik!) en voor de opleggingen?

13.10 Labo: een brug uit ijsstokjes

Toepassen · 7 · Labo · 100 min

Bouw in groep een vakwerkbrug van 50 cm overspanning uit hoogstens 60 ijsstokjes en houtlijm. Ze wordt in het midden belast met een emmer die je langzaam met zand vult, tot ze bezwijkt.

a Ontwerp de brug (Pratt, Howe of Warren) en bereken met vakwerk.py de staafkracht per newton last in elke staaf.

b Meet vooraf: hoeveel trekkracht houdt één stokje (lijmnaad) en hoeveel drukkracht voor het knikt? Voorspel welke staaf eerst bezwijkt en bij welke last.

staaf	kracht per N last	sterkte (N)	bezwijklast (N)

c Test, noteer de bezwijklast en welke staaf of verbinding bezweek. Vergelijk met de voorspelling en verklaar de verschillen.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Ontwerp	Statisch bepaald vakwerk, schets met maten, krachten per N last berekend.
Voorspelling	Sterkte van trek, druk (knik) en verbinding apart gemeten; zwakste schakel voorspeld.
Uitvoering	Nette knopen, rechte staven, gelijkmatige belasting, veilig testen (bril, geen voeten onder de emmer).
Reflectie	Verschil met de voorspelling verklaard (lijmnaden, knopen die geen scharnier zijn, scheve staven, lasten buiten de knopen).

13.11 Habitat: zonnepanelen op het zuidvlak

Toepassen · 7 · Habitat · 50 min

Het zuidvlak van het dak (in het model het rechtervlak, knopen C, E, B) kan zonnepanelen dragen. Met montagerails wegen ze 0,15 kN/m² dakvlak (rekenwaarde). Het team wil weten of de spanten dat zonder aanpassing kunnen.

a Bereken de extra lijnlast op het rechtervlak (rekenwaarde met 1,35) en de nieuwe knooplasten.

b Bereken de staafkrachten met vakwerk.py (sneeuw symmetrisch) en de nieuwe benutting van de bovenrand EB (druk en buiging).

c Welke andere vragen moet het team nog stellen voor de panelen op het dak mogen? Denk aan wind, sneeuw en bevestiging.

d Schrijf een advies van 4 à 6 regels voor het dossier.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Lasten	Extra last per m horizontaal met 1/cos 30° en 1,35; knooplasten correct verdeeld.
Berekening	Staafkrachten en de benutting van de bovenrand met druk en buiging.
Kritische vragen	Windzuiging op de panelen (optillen), sneeuw die van de panelen glijdt of zich ophoopt, bevestiging in de spanten, niet in de panlatten.
Advies	Duidelijk besluit met getallen en de voorwaarden.

13.12 Een staaf tussen twee muren

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

Een staaf bestaat uit een stuk staal (100 mm², 600 mm, E = 210 GPa) en een stuk aluminium (100 mm², 400 mm, E = 70 GPa), na elkaar tussen twee vaste muren. Op de verbinding werkt een kracht van 5,0 kN langs de staaf.

a Waarom kan je de reacties niet met evenwicht alleen vinden?

b Stel het model op met twee elementen en drie knopen (twee vast). Bereken de verplaatsing van de verbinding en de twee reacties.

c Welke muur krijgt het meest? Leg uit met de stijfheden.

Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

13.13 Een tussenwand met speling

Uitdagen · 9 · Programmeren · 45 min

Onder knoop F staat een tussenwand. De bovenkant van de wand komt tot een speling s onder de onderrand. Zolang F minder zakt dan s, draagt de wand niets; daarna wel. Gebruik de functie los() uit fem_vakwerk.py.

a Hoeveel zakt F bij de volle rekenlast zonder wand? Waarom is dat de maatstaf voor de speling?

b Schrijf een programma dat in twee stappen rekent: eerst de last opvoeren tot F de wand raakt, daarna de rest van de last met de wand als steun. Bereken de kracht op de wand en in FC voor een speling van 0; 0,5; 1,0 en 1,5 mm.

c Welke speling adviseer je, rekening houdend met kruip van het hout, slip in de nagelplaten en het zetten van de wand?

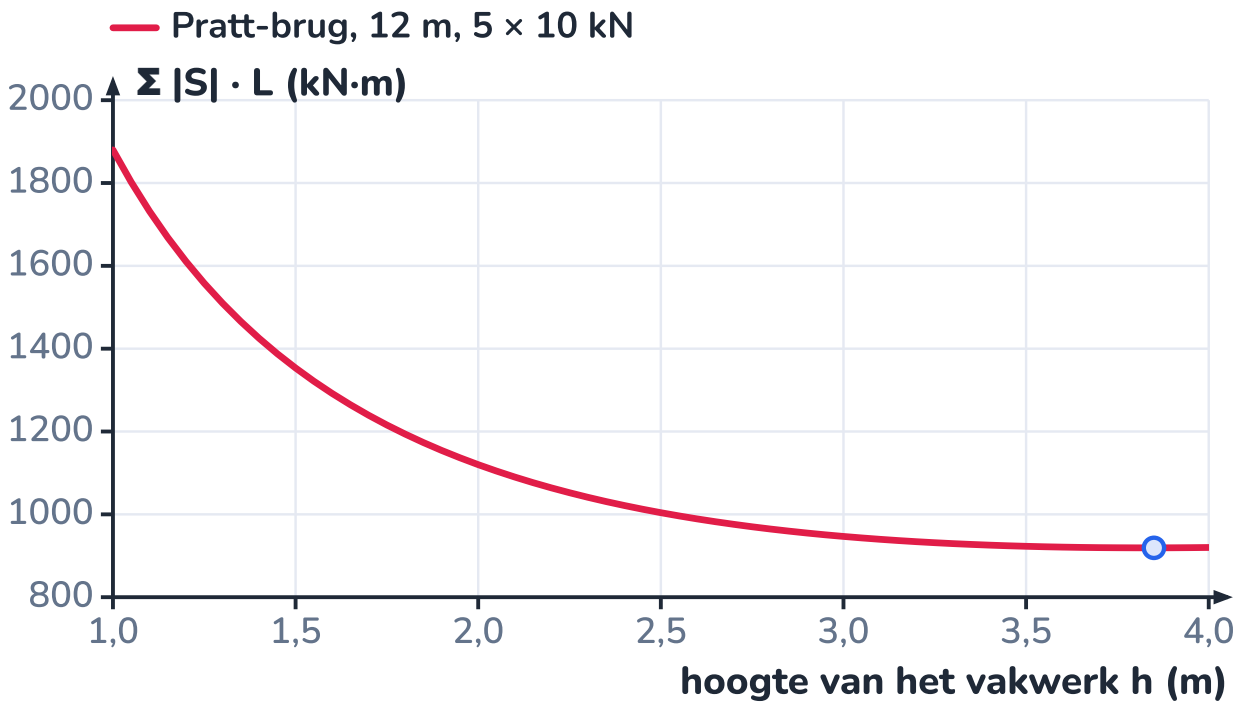
ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Model	Twee lineaire stappen correct gekoppeld (contact op het ogenblik dat F de speling heeft doorlopen).
Programma	Resultaten voor vier spelingen; teken van FC gevolgd.
Interpretatie	Speling groter dan de totale doorbuiging op lange termijn (kruip ×1,6, slip, zetting).
Advies	Concreet getal (bv. 10 à 15 mm) met een beweeglijke bevestiging van de wand aan het spant.

13.14 Ontwerp: de beste hoogte voor een vakwerkbrug

Uitdagen · 8 · Ontwerpen · 45 min

Hoe hoger een Pratt-brug, hoe kleiner de randkrachten (M/h), maar hoe langer de verticalen en diagonalen. Als maat voor het staal neem je Σ |S| · L over alle staven (evenredig met het volume als elke staaf dezelfde toelaatbare spanning heeft). Brug: 12 m, 6 vakken, 10 kN in elke onderknoop.



Σ |S| · L tegenover de hoogte, berekend met vakwerk.py voor 61 hoogtes.

a Leg uit waarom de kromme een minimum heeft.

b Lees de beste hoogte af. Welke verhouding h/L is dat?

c Waarom bouwt men in werkelijkheid vaak lager (h/L ≈ 1/8 à 1/10)? Noem drie redenen.

d Hoe zou het optimum veranderen als drukstaven ook op knik gecontroleerd worden?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Uitleg	Randen ∝ 1/h, vullingsstaven ∝ lengte; hun som heeft een minimum.
Aflezing	h en h/L correct.
Werkelijkheid	Knik van lange staven, hoogte onder de rijbaan, wind, esthetiek, doorbuiging, transport.
Knik	Lange drukstaven vragen meer materiaal: het optimum schuift naar lager.

13.15 Kritische vormen en een bijna platte driehoek

Uitdagen · 8 · Analyseren · 35 min

Twee staven van 1,0 m lang (horizontale projectie) hangen tussen twee scharnieren aan de muren en komen samen in een knoop in het midden, een hoogte h onder de lijn tussen de scharnieren (een 'hangmat'). In de knoop hangt 2,0 kN.

a Bereken de staafkracht voor h = 0,5; 0,2; 0,1; 0,05 en 0,01 m.

h (m)	S (kN)

b Wat gebeurt er bij h = 0? Hoe ziet de matrix A van dat vakwerk eruit, en wat is haar determinant?

c Waarom geeft een programma bij een bijna kritische vorm wel een antwoord, maar een gevaarlijk antwoord? Denk aan de conditie van een matrix (hoofdstuk 5).

13.16 Onderzoek: het menselijke model van de Forth Bridge

Uitdagen · 8 · Onderzoeken · 60 min

Bouw het model van Baker na (figuur van het verhaal): twee leerlingen op een stoel, armen gestrekt naar een bezemsteel die schuin van de stoelpoot naar hun hand loopt; aan elke steel hangt een touw naar een plank in het midden, waarop een zak van 30 kg ligt. Afmetingen van één kant: hand 0,80 m voor de schouder, 0,60 m boven het punt waar de steel de stoel raakt. Een bagageweger in het touw tussen hand en schouder meet de armkracht.

a Teken de knoop 'hand' vrij en voorspel de kracht in de arm en in de steel.

b Meet de armkracht en vergelijk. Wat voel je in je armen, je rug en de stoel?

c Waarom zitten er in Bakers model gewichten aan de buitenkant? Wat gebeurt er zonder?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Model	Knoop 'hand' met drie krachten: last (halve zak), arm (trek, horizontaal), steel (druk, schuin).
Meting	Veilig opgezet (lage hoogte, iemand die de plank opvangt), armkracht gemeten en vergeleken.
Verklaring	Afwijkingen verklaard: de arm is niet precies horizontaal, de steel steunt niet in een scharnier, de mensen leunen.
Ankers	Momentenevenwicht om de stoel: zonder tegengewicht kantelen de mensen voorover.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Ik kan nagaan of een vakwerk statisch bepaald is (m + r = 2k en een regelmatige matrix) en een mechanisme, een overtallig vakwerk en een kritische vorm herkennen.
- Ik kan staafkrachten berekenen met de knooppuntenmethode, nulstaven herkennen en het resultaat controleren.
- Ik kan met de snedemethode de kracht in één staaf berekenen en ze interpreteren als M/h en V/sin θ.
- Ik kan zonder te rekenen voorspellen welke staven trek en welke druk dragen, en dat vertalen naar de vorm van de staven.
- Ik kan een vakwerk algemeen oplossen met een programma en een dakspant doorrekenen met lasten volgens de Eurocode, tot en met de keuze van de doorsneden.
- Ik kan het idee van de eindige-elementenmethode uitleggen (element, assembleren, randvoorwaarden, oplossen, nabewerken) en toepassen op een staaf en een vakwerk, ook als dat statisch onbepaald is.

WERKBOEK · HOOFDSTUK 14

Gassen en de gaswetten

Wat de lucht in het station doet: van botsende moleculen tot een ventilatie die klopt

Je oefent eerst het rekenen met de ideale gaswet, snelheden van moleculen, partiële drukken en het dauwpunt. In de tweede trede meet je zelf (Boyle en het dauwpunt), reken je aan de kweekruimte en een zuurstoffles, schrijf je code en leg je de luchtbewaking vast (opdracht 14.12, de Habitat-opdracht). De uitdagingen vragen afleidingen, een onderzoek naar Van der Waals, een ontwerp en een debat.

6× oefenen · 6× toepassen · 5× uitdagen · ± 550 min

Energie · Materie en chemie · Leven en systemen



Een klein kastje aan de wand meet wat je niet ziet: CO_2, zuurstof, luchtvochtigheid en luchtdruk. Het brein van het station beslist ermee hoeveel verse lucht er binnenkomt.

Oefenen

Oefenen — één stap, direct toepassen

14.1 Druk, temperatuur en hoeveelheid omrekenen

Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

Reken om en toon je stappen. Gebruik R = 8,314 J/(mol·K) en 1013 hPa voor de luchtdruk.

a Een bandenmeter toont 2,5 bar. Wat is de absolute druk in bar en in kPa?

b Een fles van 10 L bevat zuurstof bij 150 bar (absoluut) en 15 °C. Hoeveel mol en hoeveel kg is dat (ideaal gas)?

c Hoeveel moleculen zitten er in 1,0 cm³ lucht bij 20 °C en 1013 hPa?

d Een weerballon bevat 5,0 m³ helium bij 1013 hPa en 15 °C. Hoe groot is hij op 10 km hoogte (265 hPa, −50 °C)?

14.2 De ideale gaswet in het station

Oefenen · 6 · Rekenen · 20 min

De kweekruimte is 2,40 × 2,00 × 2,40 m (hoofdstuk 14 van I). Lucht: M = 28,97 g/mol.

a Bereken de massa lucht in de kweekruimte bij 20 °C en 1013 hPa.

b Buitenlucht van −8 °C komt binnen en warmt op tot 20 °C bij constante druk. Met welke factor neemt haar volume toe?

c Hoeveel kg lucht per uur blaast een ventilatie van 100 m³/h (gemeten bij 20 °C) binnen? Hoeveel is dat per dag?

d Waarom mag je bij het omrekenen van een temperatuurverschil °C en K door elkaar gebruiken, maar bij p/T niet?

14.3 Hoe snel zijn moleculen?

Oefenen · 6 · Rekenen · 20 min

Gebruik $v_{\text{rms}} = \sqrt{3RT/M}$ en $v_{\text{p}} = \sqrt{2RT/M}$.

a Bereken v_rms bij 20 °C voor H_2 (2,016 g/mol), He (4,003), H_2O (18,02), N_2 en CO_2.

gas	M (g/mol)	v_rms (m/s)

b Bij welke temperatuur heeft stikstof dezelfde v_rms als waterstof bij 20 °C?

c Een ballon met helium loopt sneller leeg dan een met lucht, door dezelfde piepkleine gaatjes. Leg uit met de kinetische gastheorie en schat de verhouding van de lektempo's.

14.4 Partiële druk en ppm

Oefenen · 6 · Rekenen · 20 min

Luchtdruk 1013 hPa, 20 °C, tenzij anders vermeld.

a Bereken de partiële druk van CO_2 bij 420, 1000 en 5000 ppm, in Pa.

b Reken 5000 ppm CO_2 om naar mg/m³.

c Hoe groot is de partiële druk van zuurstof op 2000 m (795 hPa)? Welk percentage op zeeniveau geeft dezelfde partiële druk?

d Een sensor meldt 19,8 % O_2 bij een luchtdruk van 985 hPa; hij is geijkt bij 1013 hPa en meet de partiële druk. Wat is het echte percentage?

14.5 Luchtvochtigheid en dauwpunt

Oefenen · 6 · Rekenen · 20 min

Gebruik de formule van Magnus: $p_s = 611{,}2\,\mathrm{e}^{17{,}62\,t/(243{,}12+t)}$ Pa.

a Bereken p_s en de verzadigde absolute vochtigheid bij 0, 10, 20 en 30 °C.

t (°C)	p_s (Pa)	ρ_s (g/m³)

b Bereken het dauwpunt van lucht van 24 °C en 65 %.

c Een SHT31 staat naast een warme spanningsregelaar en meet 23,0 °C en 45 %, terwijl de lucht 21,0 °C is. Wat is de echte RV? Wat is het dauwpunt volgens de sensor en in werkelijkheid?

14.6 Waar of niet?

●○○ Oefenen · 6 · Begrijpen · 15 min

Zeg of de uitspraak klopt en verbeter ze als ze niet klopt. Eén zin uitleg per uitspraak.

a In een fles van 200 bar bewegen de moleculen sneller dan in de kamer.

b Bij dezelfde temperatuur hebben een CO_2- en een H_2-molecule gemiddeld dezelfde kinetische energie.

c In een afgesloten ruimte met mensen wordt zuurstofgebrek het eerst gevaarlijk.

d Lucht met 100 % RV bij 5 °C bevat meer waterdamp dan lucht met 50 % bij 20 °C.

e De manometer op een CO_2-fles toont hoeveel CO_2 er nog in zit.

●●○ Toepassen Toepassen

meerdere stappen, in een context

14.7 Labo: de wet van Boyle met een spuit

●●○ Toepassen · 7 · Labo · 50 min

Meet zoals in de proef van het handboek (spuit van 60 mL, gesloten bij 40 mL, absolute druksensor). Wacht bij elke stand tot de druk stabiel is. Een voorbeeldmeting om mee te rekenen als je niet kan meten:

V op de spuit (mL)	60	55	50	45	40	35	30	25	20
p (hPa)	693	753	821	906	1014	1146	1321	1556	1894
$p \cdot V$ (hPa·L)	41,6	41,4	41,0	40,8	40,6	40,1	39,6	38,9	37,9
$p \cdot (V + V_d)$ (hPa·L)	43,7	43,7	43,6	43,6	43,7	43,6	43,7	43,7	43,7

a Maak een tabel van V, p, 1/p en p·V met je eigen metingen (of de voorbeeldmeting).

V (mL)	p (hPa)	1/p	p · V

b Bepaal met kleinste kwadraten de rechte 1/p = aV + b. Bereken de dode ruimte V_d = b/a en C = 1/a.

c Hoeveel mol lucht zat er in spuit, slangetje en sensor? Hoe lang is het slangetje als het een binnendiameter van 3 mm heeft en de sensor 0,5 mL bevat?

d Wat gebeurt er met je meting als je snel duwt en meteen afleest? Hoe zou de grafiek er dan uitzien?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Meting	Minstens acht standen, heen en terug, stabiel afgelezen, luchtdruk van de dag genoteerd.
Verwerking	1/p tegen V, rechte met kleinste kwadraten, V_d en C met eenheden.
Interpretatie	Dode ruimte herkend als systematische fout; n en de lengte van het slangetje berekend.
Kritiek	Opwarmen bij snel duwen (niet isotherm), lekken bij hoge druk, onzekerheid van de schaal.

14.8 Labo: het dauwpunt met een glas ijswater

Toepassen · 7 · Labo · 45 min

Voer de proef van het handboek uit. Meet eerst de lucht (temperatuur en RV), bepaal dan drie keer het dauwpunt met de beker (verschijnen en verdwijnen van de waas).

a Noteer je metingen.

poging	T bij waas (°C)	T bij verdwijnen (°C)	gemiddelde (°C)

b Bereken het dauwpunt uit de temperatuur en de RV van de lucht met Magnus, met een onzekerheid (de hygrometer: ±3 % RV).

c Vergelijk. Ligt het verschil binnen de onzekerheid? Welke systematische fouten kan de beker hebben?

d Bereken omgekeerd de RV uit je gemeten dauwpunt. Welke methode is volgens jou nauwkeuriger?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Meting	Drie pogingen, verschijnen en verdwijnen, langzaam afgekoeld en geroerd.
Berekening	Magnus correct, onzekerheid via de extreme waarden (48 ± 3 %).
Vergelijking	Verschil besproken tegenover de onzekerheid; wand van de beker, zichtbaarheid, adem.
Omgekeerd	RV uit het dauwpunt: ps(td)/ps(t), met de gevoeligheid besproken.

14.9 Werken in de kweekruimte met de deur dicht

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

Een bewoner oogst sla in de kweekruimte (11,5 m³) met de deur dicht. Bij licht werk ademt hij 1,5 keer het gemiddelde uit (1,0 kg CO_2 per dag). De ventilatie van de kweekruimte (11 m³/h, hoofdstuk 14 van I) draait. De planten nemen 1,5 g CO_2 per uur op; de lucht begint op 800 ppm (verrijkt). Buitenlucht: 420 ppm.

a Bereken de CO_2-productie van de bewoner in m³/h en de netto bron met de planten erbij.

b Stel de balans op. Bereken het evenwicht, de tijdconstante en het tijdstip waarop 1000 ppm overschreden wordt.

c De ventilatie valt uit. Na hoeveel minuten passeert de CO_2 5000 ppm?

d Wat moet de regeling doen als iemand de kweekruimte binnengaat?

14.10 Een zuurstoffles als reserve: ideaal en echt

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

Voor noodgevallen wil het station een fles medische zuurstof van 10 L waterinhoud bij 200 bar (absoluut) en 20 °C. Volgens het model van Peng en Robinson is Z = 0,918 voor zuurstof bij 200 bar en 20 °C. Een zieke bewoner krijgt 2 L/min (gemeten bij 1013 hPa en 20 °C) via een neusbril.

a Hoeveel mol en hoeveel liter (bij 1013 hPa en 20 °C) zuurstof bevat de fles volgens de ideale gaswet, en volgens het echte gas?

b Hoe lang gaat de fles mee bij 2 L/min? Hoe weet je bij deze fles wel hoeveel er nog in zit?

c Hoeveel zou de zuurstof het percentage in de woonmodule verhogen als de hele fles vrijkwam? Is dat gevaarlijk?

14.11 Code: hoeveel moleculen zijn sneller dan …?

Toepassen · 7 · Programmeren · 30 min

Het deel van de moleculen met een snelheid boven v_0 is de integraal van de verdeling van Maxwell en Boltzmann van v_0 tot oneindig. Zo'n staart bepaalt hoeveel water verdampt, hoe snel een reactie gaat (hoofdstuk 25) en of een planeet haar gassen houdt.

a Schrijf een functie f_mb(v, T, M) en een functie die het deel boven v_0 berekent met de trapeziumregel (hoofdstuk 3). Controleer dat de hele integraal 1 is.

b Bereken het deel van de stikstofmoleculen boven 1000 m/s bij −8, 20 en 60 °C. Wat valt op?

c Controleer je antwoord bij 20 °C met een Monte-Carlo-simulatie (zoals doos.py).

14.12 Habitat: de luchtbewaking van het station vastleggen

Toepassen · 7 · Habitat · 60 min

Het team moet de luchtbewaking in het stationsdossier vastleggen. Vertrek van het ontleedblad, de voorbeelden over de woonmodule en de simulatie lucht.py. Buitenlucht: 420 ppm. Twee bewoners; soms een derde persoon op bezoek (onderhoud).

a Bereken het ventilatiedebiet dat nodig is voor < 1000 ppm met twee en met drie personen (zelfde productie per persoon). Kiest het team 100 m³/h goed?

b Maak een tabel: grootheid, sensor, plaats, meetritme, waarschuwing, alarm, actie van het brein.

grootheid	sensor en plaats	ritme	waarschuwing	alarm	actie

c Beschrijf twee storingen die de bewaking moet herkennen (een sensor die vastloopt, een sensor die afdrijft) en hoe het brein ze opmerkt.

d Pas lucht.py aan voor drie personen overdag en rapporteer de hoogste CO_2. Volstaat de stand van 150 m³/h?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Debiet	Qmin = G/(580 ppm) voor twee en drie personen (79 en 118 m³/h); besluit met marge en de 150 m³/h-stand.
Tabel	Alle grootheden (CO_2, O_2 + druk, T/RV, CO_2 bij de fles), zinvolle plaats en grenzen uit het hoofdstuk.
Storingen	Vastlopen (dezelfde waarde te lang, vergelijken met S2), afdrijven (buitenlucht 420 ppm, 20,95 %), redundantie.
Simulatie	Correct aangepast, resultaat gerapporteerd en geïnterpreteerd.

●●● Uitdagen Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

14.13 Afleiding: de barometrische hoogteformule

●●● Uitdagen · 8 · Analyseren · 30 min

Een dun laagje lucht met dikte dh en oppervlakte A is in evenwicht: de druk onder duwt harder dan de druk boven, het verschil draagt het gewicht van het laagje.

a Toon dat $\mathrm{d}p/\mathrm{d}h = -\rho g$ en met de ideale gaswet $\mathrm{d}p/\mathrm{d}h = -\dfrac{Mg}{RT}\,p$.

b Los op voor een constante temperatuur (scheiden van veranderlijken, hoofdstuk 4). Bereken de schaalhoogte $H = RT/(Mg)$ bij 15 °C.

c Op welke hoogte is de partiële druk van zuurstof gelijk aan die van 19,5 % op zeeniveau? Vergelijk met de standaardatmosfeer (601 m).

d Het station moet later ook werken op een afgelegen plek, bv. op 2500 m. Wat moet er dan aan de luchtbewaking veranderen?

14.14 Onderzoek: Van der Waals en de kritische toestand van CO_2

●●● Uitdagen | 9 | Analyseren | 50 min

Voor CO_2 is $a = 0{,}3640\,\mathrm{Pa\,m^6/mol^2}$ en $b = 4{,}267 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{m^3/mol}$. Schrijf de vergelijking van Van der Waals per mol: $p = \dfrac{RT}{v-b} - \dfrac{a}{v^2}$ met $v = V/n$.

a In het kritisch punt heeft de isotherm een buigpunt met horizontale raaklijn: $\partial p/\partial v = 0$ en $\partial^2 p/\partial v^2 = 0$. Leid $v_c = 3b$, $T_c = 8a/(27Rb)$ en $p_c = a/(27b^2)$ af.

b Bereken T_c en p_c voor CO_2 en vergelijk met 31,0 °C en 73,8 bar.

c Teken (in Python) de isothermen voor 0, 20, 31 en 50 °C tussen v = 0,06 en 0,6 L/mol. Wat is er vreemd aan de isotherm van 20 °C?

d Bereken met Van der Waals de druk van 2,0 kg CO_2 in 3,0 L bij 20 °C. Waarom klopt die niet met de 57 bar op de fles?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Afleiding	Beide voorwaarden correct uitgewerkt en opgelost naar vc, Tc, pc.
Getallen	Tc ≈ 304 K, pc ≈ 74 bar, vergeleken.
Isothermen	Grafiek correct; lus onder Tc herkend als onfysisch gebied (Maxwell-constructie).
Fles	Druk berekend; uitgelegd dat in het tweefasengebied de dampspanning geldt.

14.15 De zuurstofcel en het weer

Uitdagen · 8 · Analyseren · 30 min

De zuurstofcel van S1 geeft een spanning evenredig met de partiële druk van O_2: in buitenlucht bij 1013 hPa 12,0 mV. De BME280 meet de luchtdruk. In een stormnacht zakt de luchtdruk van 1015 naar 965 hPa. Het alarm staat op 19,5 %.

a Welk percentage toont de cel zonder correctie om 965 hPa, als de lucht in orde is?

b Bij welke luchtdruk zou een ongecorrigeerde cel vals alarm geven?

c Schrijf de formule die het brein moet gebruiken om het echte percentage uit de spanning en de druk te halen.

d De cel verliest per jaar ongeveer 2 % van haar gevoeligheid. Hoe groot is de fout na 18 maanden zonder ijken? Stel een ijkprocedure voor.

14.16 Ontwerp: ventilatie tegenover vocht in de winter

Uitdagen · 8 · Ontwerpen · 50 min

Op koude dagen droogt de ventilatie de woonmodule uit (RV ±23 % bij −8 °C). Het team overweegt: (A) minder ventileren, (B) een bevochtiger van 300 W die water verdampt, (C) een WTW met enthalpiewisselaar die 50 % van het verschil in waterdampdruk tussen afgevoerde en toegevoerde lucht terugwint, (D) niets doen.

a Bereken de RV binnen bij −8 °C voor A (79 m³/h, de CO_2-grens) en C (100 m³/h).

b Hoeveel water per dag moet B verdampen om 40 % te halen bij 100 m³/h? Hoeveel energie kost dat (2450 kJ/kg)?

c Welke risico's heeft elke optie (CO_2, condens, legionella, energie, onderhoud)?

d Kies en schrijf een advies van vijf regels voor het dossier.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Berekening A en C	Dampbalans met en zonder terugwinning correct; RV bij −8 °C.
Bevochtiger	Benodigde waterdamp en energie correct; vergelijking met het energiebudget.
Risico's	CO_2 bij A, legionella en kalk bij B, condens op koude plekken, energie.
Advies	Onderbouwd, met getallen, en met wat het brein moet bewaken.

14.17 Debat: CO_2-bemesting in een bewoond station

Uitdagen · 8 · Argumenteren · 45 min

Stelling: 'Het station moet stoppen met CO_2 uit een fles te doseren en in de plaats de uitgeademde lucht van de woonmodule door de kweekruimte leiden.' Gebruik de getallen uit dit hoofdstuk en uit hoofdstuk 14 van I: de bewoners maken 2 kg CO_2 per dag, de planten nemen 24 g per dag op, de afgevoerde lucht van de woonmodule bevat 600 à 900 ppm.

a Verzamel drie argumenten voor en drie tegen, elk met een getal.

b Bereken welk debiet afgevoerde lucht van 850 ppm de kweekruimte (11,5 m³, planten 1,5 g/h) op 800 ppm houdt.

c Neem een standpunt in en verdedig het in vijf zinnen.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Argumenten	Voor en tegen, onderbouwd met getallen (hoeveelheden, tijdstippen, veiligheid).
Berekening	Balans correct: debiet uit G_planten / (c_in – c).
Standpunt	Helder, weegt veiligheid, planten en energie af, erkent een tegenargument.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Ik kan druk, volume, temperatuur en hoeveelheid van een gas omrekenen en de ideale gaswet pV = nRT = NkT toepassen, ook op het station.
- Ik kan de wet van Boyle met een meting toetsen en een systematische fout (de dode ruimte) uit de gegevens halen.
- Ik kan de druk van een gas afleiden uit de botsingen van moleculen en het verband tussen temperatuur en kinetische energie gebruiken.
- Ik kan de verdeling van Maxwell en Boltzmann interpreteren en er de meest waarschijnlijke, de gemiddelde en de rms-snelheid mee berekenen.
- Ik kan met molfracties, ppm en partiële drukken rekenen (wet van Dalton) en de invloed van hoogte en luchtdruk uitleggen.
- Ik kan een massabalans voor CO_2, O_2 en waterdamp opstellen en er een ventilatiedebiet mee ontwerpen.
- Ik kan relatieve vochtigheid, absolute vochtigheid en dauwpunt berekenen (Magnus) en condens op een oppervlak voorspellen.
- Ik kan uitleggen wanneer een gas niet meer ideaal is (compressibiliteitsfactor, Van der Waals, kritisch punt) en wat dat betekent voor een gasfles.

WERKBOEK · HOOFDSTUK 15

De hoofdwetten van de thermodynamica

Energie verdwijnt nooit, maar ze verliest wel aan waarde: wat dat betekent voor motoren, centrales en het station

Je oefent eerst de tekens van de eerste hoofdwet, arbeid in pV-diagrammen, de vier processen, rendementen en entropie. In de tweede trede meet je het warmte-equivalent van arbeid, reken je aan een diesel, een Stirling-motor en een centrale, integreer je een gemeten indicatordiagram en maak je de jaarbalans en het Sankey-diagram van het station (opdracht 15.12, de Habitat-opdracht). De uitdagingen vragen afleidingen, een onderzoek naar entropie en toeval, een debat en een ontwerp.

6× oefenen · 7× toepassen · 5× uitdagen · ± 580 min

Energie · Wiskundig modelleren



Wat uit een koeltoren opstijgt, is geen rook maar waterdamp: de warmte die een centrale moet lozen omdat de tweede hoofdwet het zo wil.

Oefenen

Oefenen — één stap, direct toepassen

15.1 Tekens in de eerste hoofdwet

Oefenen · 6 · Begrijpen · 15 min

Gebruik $\Delta U = Q - W$ met $Q > 0$ als warmte naar het systeem gaat en $W > 0$ als het systeem arbeid levert. Vul in (J).

a Een gas krijgt 500 J warmte en zet uit, waarbij het 200 J arbeid levert.

b Een fietspomp perst lucht samen met 80 J arbeid; de lucht geeft 30 J warmte af aan de pomp.

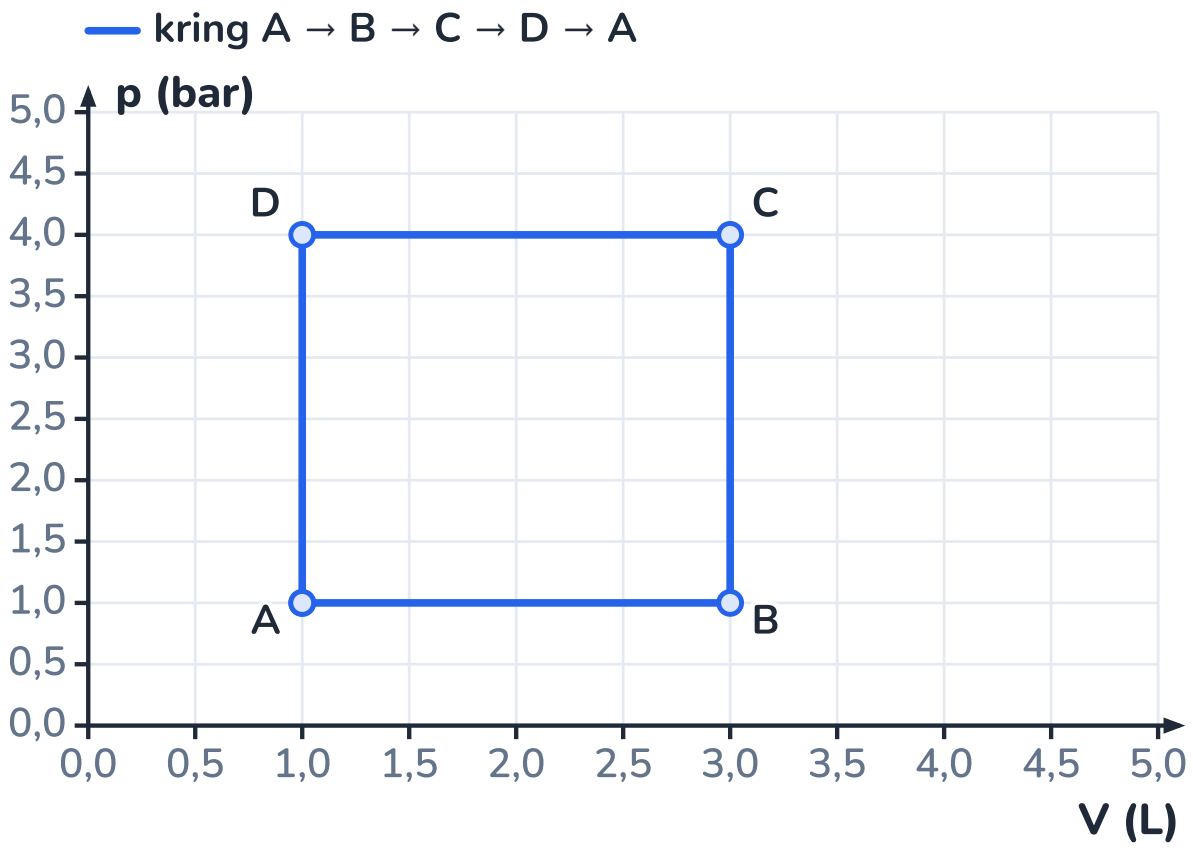
c Een gas zet adiabatisch uit en levert 150 J arbeid.

d Een kringproces neemt 1200 J warmte op en geeft 900 J af. Hoeveel arbeid levert het, en wat is ΔU over één ronde?

15.2 Arbeid uit een pV-diagram

Oefenen · 6 · Rekenen · 20 min

Een gas doorloopt de rechthoekige kring in de figuur (1 bar = 10^5 Pa, 1 L = 10^{-3} m³).



Een gas doorloopt de kring A → B → C → D → A.

a Bereken de arbeid door het gas op elk van de vier stukken.

stuk	soort proces	W (J)

b Hoeveel netto arbeid per ronde? Loopt de kring als motor of als warmtepomp?

c Als het een ideaal gas is: in welk hoekpunt is de temperatuur het hoogst, en hoeveel keer hoger dan in A?

15.3 De vier processen voor één mol lucht

Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Eén mol lucht ($c_v = \frac{5}{2}R$, $c_p = \frac{7}{2}R$, $\gamma = 1{,}4$) start bij 300 K. Bereken Q, W en ΔU (J).

a Isochoor opwarmen tot 400 K.

b Isobaar opwarmen tot 400 K.

c Isotherm uitzetten tot het dubbele volume.

d Adiabatisch uitzetten tot het dubbele volume. Wat is de eindtemperatuur?

15.4 Rendementen

Oefenen · 6 · Rekenen · 20 min

Bereken het Carnot-rendement (temperaturen in kelvin!) en vergelijk met het echte rendement als dat gegeven is.

a Een kerncentrale: stoom van 285 °C, koelwater van 25 °C; echt 33 %.

b Een thermo-elektrische generator op een houtkachel: 250 °C tegenover 30 °C; echt ±4 %.

c Een motor die de warmte van de oceaan (25 °C aan het oppervlak, 5 °C op 1000 m diep) gebruikt (OTEC).

d Waarom verhoogt het rendement meer als je de koude kant 10 K kouder maakt dan als je de hete kant 10 K warmer maakt?

15.5 Entropie berekenen

Oefenen · 6 · Rekenen · 20 min

Gebruik $\Delta S = Q/T$ (constante T), $\Delta S = mc\ln(T_2/T_1)$ en $\Delta S = nR\ln(V_2/V_1)$.

a 0,5 kg water van 20 °C wordt opgewarmd tot 100 °C. Bereken ΔS van het water.

b Daarna verdampt het bij 100 °C (2257 kJ/kg). Bereken ΔS.

c 2 mol gas zet isotherm uit van 10 L tot 50 L. Bereken ΔS van het gas. Als het gebeurt door een klep te openen naar een lege ruimte (vrije expansie, Q = 0), wat is dan ΔS van het gas en van de omgeving?

15.6 Kan dit?

Oefenen · 6 · Begrijpen · 15 min

Zeg telkens of het kan volgens de hoofdwetten, en waarom (een zin).

a Een schip vaart op de warmte van het zeewater: het pompt water binnen, haalt er warmte uit en loost het ijskoud.

b In een warme kamer zet je de deur van de koelkast open om de kamer te koelen.

c Een verkoper belooft een warmtepomp die bij 0 °C buiten 20 kW warmte levert voor 1 kW stroom, met water van 35 °C.

d Een zonnepaneel zet 22 % van het licht om in elektriciteit, meer dan een 'Carnot-rendement' zou toelaten met een omgeving van 20 °C en een paneel van 50 °C.

15.7 Labo: arbeid wordt warmte met loodhagel

●●○ Toepassen · 7 · Labo · 50 min

Voer de proef met de loodhagel uit het handboek uit (of met koperhagel, c = 385 J/(kg·K)). Werk in een team: één persoon keert, één telt, één meet.

a Noteer de temperatuur na 0, 25, 50, 75 en 100 keer omkeren, en de valhoogte.

aantal	T (°C)	ΔT (K)	ΔT ideaal (K)

b Zet ΔT uit tegen het aantal en bepaal de helling. Vergelijk met gh/c.

c Welk deel van de arbeid wordt warmte van de hagel? Noem drie oorzaken van het verschil en hoe je ze kleiner maakt.

d Waarom hangt de temperatuurstijging niet af van de massa hagel? Waarom geeft koper een kleinere stijging?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Meting	Vijf punten, valhoogte gecorrigeerd voor de dikte van de laag, beginwaarde na evenwicht.
Verwerking	Grafiek met rechte, helling vergeleken met gh/c.
Interpretatie	Verhouding berekend; verliezen naar buis en lucht, afkoelen tijdens meten, onvolledige val.
Veiligheid	Lood in een gesloten zakje, handschoenen, handen wassen.

15.8 Een dieselmotor samenpersen

●●○ Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

Een cilinder van een dieselmotor bevat 0,50 L lucht van 1,0 bar en 20 °C. De compressieverhouding is 18. Neem aan dat het samenpersen adiabatisch is (γ = 1,4).

a Bereken de druk en de temperatuur aan het eind van het samenpersen.

b Bereken de arbeid die de zuiger op de lucht verricht.

c De motor draait met 2000 tpm en heeft 4 cilinders; een cilinder perst één keer samen per twee omwentelingen. Welk vermogen gaat naar het samenpersen alleen? Waar komt die energie terug?

15.9 Een Stirling-motor met cijfers

Toepassen · 7 · Rekenen · 30 min

Een Stirling-motor bevat 0,050 mol helium (c_v = 3/2 R) tussen 900 K en 300 K; het volume verdubbelt op de hete isotherm. De kring: isotherm uitzetten bij 900 K, isochoor afkoelen tot 300 K, isotherm samenpersen bij 300 K, isochoor opwarmen tot 900 K.

a Bereken de netto arbeid per cyclus.

b Bereken het rendement zonder regenerator (alle warmte bij het isochore opwarmen komt uit de bron).

c Bereken het rendement met een perfecte regenerator en vergelijk met Carnot.

d Waarom gebruikt men helium (of waterstof) in plaats van lucht?

15.10 Code: arbeid uit een gemeten indicatordiagram

Toepassen · 7 · Programmeren · 35 min

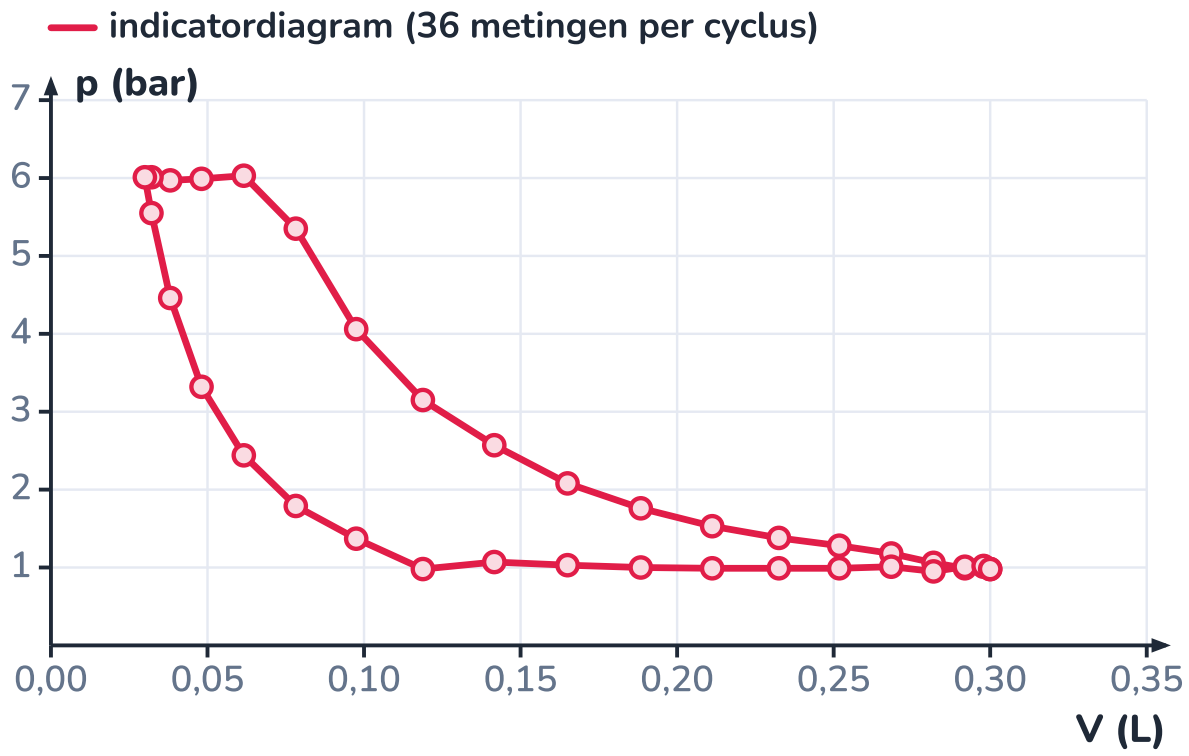
Een drukopnemer en een hoeksensor op een kleine luchtcompressor leveren 36 punten (V, p) per omwenteling (het bestand indicator.csv bij het codeblad 'Een kringproces numeriek integreren' in het handboek, kolommen V_L;p_bar). De compressor draait met 1450 tpm. De metingen:

V (L)	0,300	0,298	0,292	0,282	0,268	0,252	0,233	0,211	0,188	0,165	0,142	0,119

p (bar)	0,98	1,01	0,99	1,06	1,18	1,28	1,38	1,53	1,76	2,08	2,57	3,15

V (L)	0,098	0,078	0,062	0,048	0,038	0,032	0,030	0,032	0,038	0,048	0,062	0,078
p (bar)	4,06	5,35	6,03	5,99	5,97	6,01	6,01	5,55	4,46	3,32	2,44	1,79

V (L)	0,098	0,119	0,142	0,165	0,188	0,211	0,233	0,252	0,268	0,282	0,292	0,298
p (bar)	1,37	0,98	1,07	1,03	1,00	0,99	0,99	0,99	1,01	0,95	1,01	1,02



Gemeten druk en volume in een kleine compressor, 36 punten per omwenteling.

a Lees het bestand in en bereken de netto arbeid per cyclus met de trapeziumregel. Let op: sluit de kring.

b Is de arbeid positief of negatief, en wat betekent dat? Hoeveel mechanisch vermogen vraagt de compressor aan het gas?

c Waarom geeft een meting met maar 36 punten per cyclus een fout, en in welke richting? Hoe controleer je dat?

15.11 Een centrale en haar koelwater

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

Een STEG-centrale (gas- en stoomturbine) levert 400 MW elektrisch met een rendement van 58 %. De stoomturbine loost haar warmte via een condensor aan rivierwater. Een warmtekrachtkoppeling zou de stoom laten condenseren bij 90 °C voor een warmtenet; dan daalt de elektriciteit tot 360 MW.

a Hoeveel warmte gaat naar de condensor (neem aan dat 10 % van de brandstofenergie met de rookgassen weggaat)?

b Hoeveel rivierwater per seconde als het 7 °C mag opwarmen?

c Met warmtekrachtkoppeling: hoeveel warmte kan het warmtenet krijgen (zelfde rookgasverlies), en welk deel van de brandstof wordt dan nuttig gebruikt?

15.12 Habitat: de jaarbalans en het Sankey-diagram

Toepassen · 7 · Habitat · 70 min

Gebruik jaar.py uit het handboek en de tabel met de jaarstromen. Het team wil weten wat drie keuzes veranderen: (1) 2,0 kWp extra zonnepanelen, (2) een windturbine op een plek met gemiddeld 5,0 m/s in plaats van 4,0 m/s (de windenergie wordt dan 1,89 keer zo groot, volgens de vermogenscurve), (3) de verwarming zuiniger maken: een warmtepomp met een seizoensgemiddelde COP van 4 (hoofdstuk 16).

a Pas jaar.py aan voor elke keuze afzonderlijk en noteer het tekort (net) en het overschot per jaar.

variant	net (kWh)	overschot (kWh)	maanden met tekort

b Teken met sankey() of met de hand het Sankey-diagram van de elektriciteitsketen voor de beste variant.

c Waarom helpt extra zon zo weinig tegen het tekort in december? Reken het na met de maandwaarden.

d Schrijf een advies van vijf regels voor het dossier.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Code	Varianten correct ingevoerd (kWp, windfactor, warmte/4), resultaten per maand gecontroleerd.
Tabel	Net, overschot en tekortmaanden voor alle varianten.
Sankey	Banden evenredig, labels met kWh, in = uit.
Advies	Winter als knelpunt herkend; combinatie van maatregelen onderbouwd met getallen.

15.13 Waarom stoken we? Emden nagerekend

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

In het handboek bleef de inwendige energie van de lucht in de woonmodule gelijk bij het opwarmen van 15 naar 20 °C. Reken dat precies na (ideaal gas, $U = n\,c_v\,T$, $V = 62{,}4\ m^3$, $p = 1013\ hPa$).

a Bereken n en U van de lucht in de module bij 15 °C en bij 20 °C.

b Hoeveel mol lucht is naar buiten gegaan, en hoeveel inwendige energie namen die moleculen mee?

c Waar is de warmte van de verwarming dan wel gebleven? Maak een energiebalans.

Uitdagen — Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

15.14 Afleiding: de adiabaat en de relatie van Mayer

Uitdagen · 8 · Analyseren · 30 min

Vertrek van de eerste hoofdwet $\mathrm{d}U = \delta Q - p\,\mathrm{d}V$ en $U = nc_vT$ voor een ideaal gas.

a Leid $c_p = c_v + R$ af door een isobaar proces te bekijken.

b Leid pV^γ = constant af voor een adiabatisch proces. Werk eerst in T en V, zet dan om.

c Toon dat de arbeid bij een adiabatisch proces $W = \dfrac{p_1V_1 - p_2V_2}{\gamma - 1}$ is, (a) uit de eerste hoofdwet en (b) door $\int p\,\mathrm{d}V$ uit te rekenen.

d De geluidssnelheid in een gas is $\sqrt{\gamma p/\rho}$ (geluid is zo snel dat de drukgolf adiabatisch is). Bereken ze in lucht bij 20 °C, en met $\gamma = 1$ (Newton dacht isotherm). Welke klopt met 343 m/s?

15.15 Het rendement bij maximaal vermogen

Uitdagen · 9 · Analyseren · 45 min

Een Carnot-motor levert geen vermogen: de warmte moet zonder temperatuurverschil stromen. Een echte motor krijgt warmte van een bron bij T_h via een warmtewisselaar: $\dot{Q}_\mathrm{h} = K\,(T_\mathrm{h} - T_\mathrm{hw})$, en geeft af aan T_c: $\dot{Q}_\mathrm{c} = K\,(T_\mathrm{cw} - T_\mathrm{c})$ (dezelfde geleiding K). Tussen T_hw en T_cw werkt hij omkeerbaar, met rendement $\eta = 1 - T_\mathrm{cw}/T_\mathrm{hw}$.

a Toon dat $T_{\mathrm{hw}} = \dfrac{T_{\mathrm{h}}(1-\eta)+T_{\mathrm{c}}}{2(1-\eta)}$ en schrijf het vermogen $P = \eta\,\dot{Q}_{\mathrm{h}}$ als functie van η.

b Toon (stel $u = 1-\eta$ en leid af) dat P maximaal is bij $\eta = 1-\sqrt{T_{\mathrm{c}}/T_{\mathrm{h}}}$.

c Controleer numeriek met Python voor 600 K en 300 K, K = 100 W/K.

d Waarom bouwen ingenieurs toch centrales die iets beter doen dan dit rendement?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Afleiding	Stationaire balans correct (Q̇c = (1 − η) Q̇h), Thw opgelost, P(η) opgeschreven.
Optimum	Afgeleide naar u correct, u = √(Tc/Th).
Code	Numeriek maximum gevonden en vergeleken.
Interpretatie	Afweging kosten van de warmtewisselaar tegenover brandstof; η tussen CA en Carnot.

15.16 Onderzoek: entropie en toeval

Uitdagen · 8 · Programmeren · 40 min

Het model van Paul en Tatjana Ehrenfest (1907): N moleculen in twee helften van een doos. Elke stap kies je één willekeurige molecule en zet je ze in de andere helft. In het begin zitten ze allemaal links.

a Simuleer 2000 stappen voor N = 100 en rapporteer hoe het aantal links verloopt.

b Wat is het gemiddelde en de spreiding na het inschommelen? Vergelijk met N/2 en √N/2.

c Het model is omkeerbaar: elke stap kan ongedaan gemaakt worden. Waarom keert het systeem toch (bijna) nooit terug naar 'alles links'? Wat zegt dat over de tweede hoofdwet?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Code	Correcte stap: kans links/N dat een linkse molecule gekozen wordt.
Resultaat	Nadering tot 50, schommelingen ±5 herkend.
Interpretatie	Onomkeerbaarheid als statistiek: 2^N schikkingen, 'alles links' is er één.

15.17 Debat: elektrisch verwarmen is 100 % efficiënt

Uitdagen · 8 · Argumenteren · 40 min

Stelling van een bewoner: 'Onze noodverwarming zet 100 % van de stroom om in warmte. Beter kan niet, dus een warmtepomp is overbodig.' Gebruik de eerste en de tweede hoofdwet, en de jaarbalans van het station.

a Wat klopt er aan de stelling (eerste hoofdwet)?

b Wat klopt er niet (tweede hoofdwet)? Bereken hoeveel warmte een ideale warmtepomp met 1 kWh stroom kan leveren bij 0 °C buiten en 35 °C water.

c Neem een standpunt in voor het station, met twee getallen uit de jaarbalans.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Eerste hoofdwet	Alle elektrische energie wordt warmte: 'rendement' 100 %.
Tweede hoofdwet	Elektriciteit is hoogwaardig; COP van Carnot berekend (±8,8); verspilling van exergie.
Standpunt	Getallen: verwarming en net-tekort in de winter; afweging kosten en complexiteit.

15.18 Ontwerp: de restwarmte van het station benutten

Uitdagen · 8 · Ontwerpen · 50 min

Het station verliest warmte op plaatsen waar ze misschien nuttig kan zijn: het douchewater (2 bewoners × 40 L per dag, van 38 °C naar de afvoer), de ventilatielucht (al met WTW), de omvormer en de batterijen (±500 kWh per jaar), de koelkast (haar condensor). Een douchewater-warmtewisselaar (een koperen buis rond de afvoer) haalt ±50 % van het temperatuurverschil tussen afvoerwater en koud leidingwater (10 °C) terug.

a Hoeveel warmte (kWh per jaar) gaat met het douchewater verloren, en hoeveel kan de warmtewisselaar terugwinnen?

b Waarom is de warmte van de omvormer in de winter nuttig en in de zomer lastig? Stel een oplossing voor.

c Maak een ontwerpschets van één maatregel, met de plaats in het station en wat het brein moet meten.

d Welke maatregel levert per euro het meeste op? Schat en beargumenteer.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Berekening	Douchewater: m c ΔT per dag en per jaar; 50 % terug.
Omvormer	Winst in de winter, last in de zomer; oplossing (ventilatie of plaats) onderbouwd.
Ontwerp	Schets met plaats, stromen en metingen.
Afweging	Kosten, eenvoud, onderhoud en opbrengst vergeleken.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Ik kan inwendige energie, warmte en arbeid onderscheiden en de eerste hoofdwet ΔU = Q − W met de juiste tekens toepassen.
- Ik kan de arbeid van een gas berekenen als W = ∫p dV en ze aflezen als oppervlakte in een pV-diagram, en uitleggen waarom Q en W van het pad afhangen.
- Ik kan de vier processen (isochoor, isobaar, isotherm, adiabatisch) berekenen en de adiabaat pV^γ = constant afleiden.
- Ik kan het rendement van een kringproces berekenen, het Carnot-rendement afleiden en een echte cyclus (Otto, Stirling) ermee vergelijken.
- Ik kan de tweede hoofdwet in woorden en met entropie formuleren en entropieveranderingen berekenen voor eenvoudige gevallen.
- Ik kan uitleggen waarom een centrale warmte moet lozen, en de ordes van grootte van rendement en koelwater schatten.
- Ik kan een jaarlijkse energiebalans opstellen en als Sankey-diagram tonen, en er ontwerpbeslissingen uit afleiden.

WERKBOEK · HOOFDSTUK 16

Warmtepompen en koelen

Warmte bergop pompen: hoe een koelkast en een warmtepomp werken, en wat ze het station besparen

Je oefent eerst de energiebalans, de COP en de grens van Carnot, het lezen van een kringproces en het vergelijken van koudemiddelen. In de tweede trede meet je de COP van een koelkast, reken je een kringproces door bij vorst, bereken je een seizoens-COP in Python, vergelijk je bodem en lucht en controleer je de omvormer. Opdracht 16.12 is de Habitat-opdracht: de warmtepomp van het station kiezen en verantwoorden. De uitdagingen vragen een afleiding, een onderzoek met het model, een ontwerp en een debat.

6× oefenen | 7× toepassen | 4× uitdagen | ± 555 min

E Energie | M Materie en chemie | D Ontwerpen en maken



Een buitenunit haalt warmte uit lucht van −5 °C en brengt ze op 35 °C in het verwarmingswater van het station.

●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

16.1 COP en energiebalans

●○○ Oefenen | 6 | Rekenen | 15 min

Gebruik $Q_h = Q_c + W$, $COP_h = Q_h/W$ en $COP_c = Q_c/W$.

a Een warmtepomp levert 12 kWh warmte met 3,0 kWh stroom. Bereken COP_h en de warmte uit de buitenlucht.

b Een koelkast haalt 1,2 kWh per dag uit haar binnenkant met een COP_c van 1,5. Hoeveel stroom verbruikt ze, en hoeveel warmte geeft ze af aan de keuken?

c Toon dat COP_h = COP_c + 1 voor dezelfde machine.

16.2 De grens van Carnot

Oefenen · 6 · Rekenen · 20 min

Bereken de grens van Carnot (temperaturen in kelvin) en een realistische COP als de helft daarvan.

a Buitenlucht 7 °C, vloerverwarming 35 °C (verwarmen).

b Buitenlucht −10 °C, radiatoren 60 °C (verwarmen).

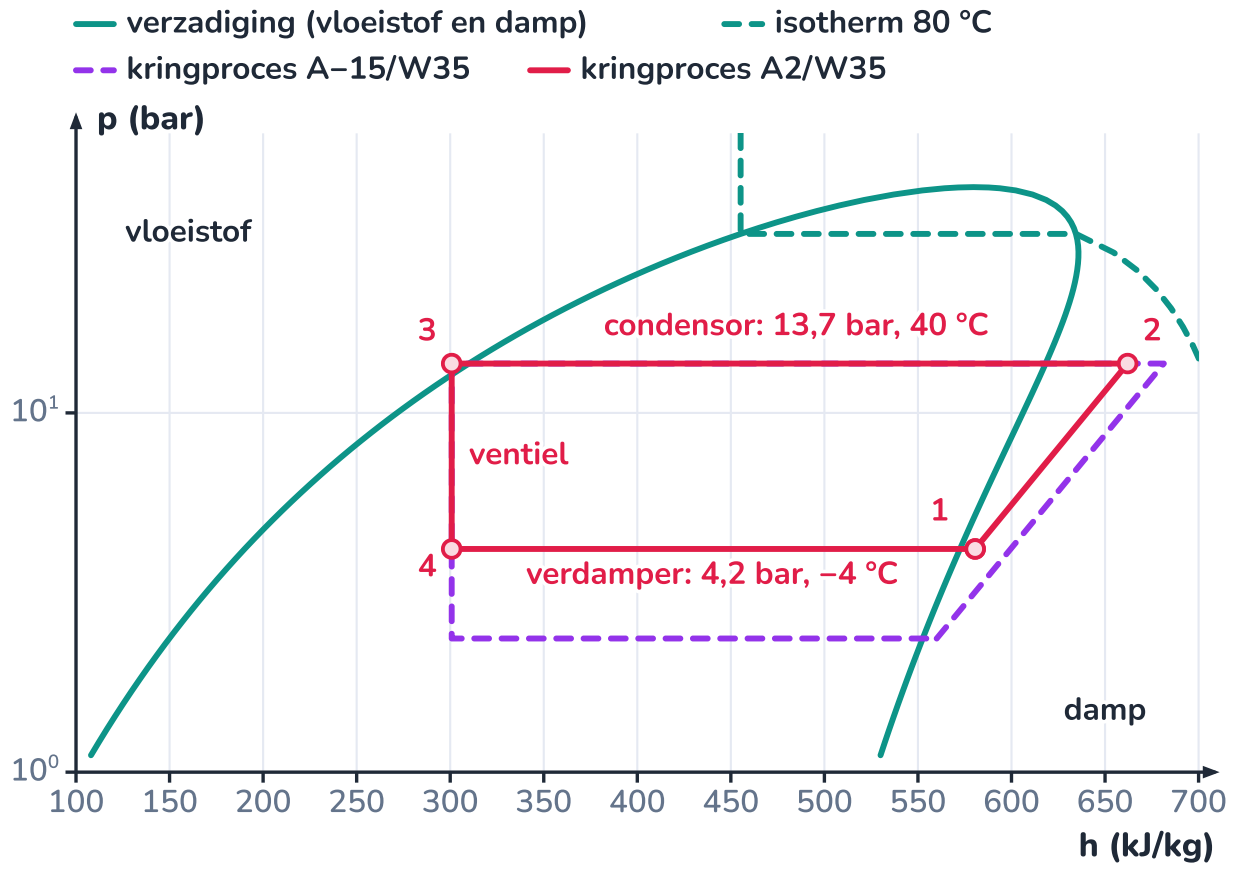
c Diepvries: binnen −18 °C, keuken 22 °C (koelen).

d Een airco koelt een kamer van 26 °C met buitenlucht van 35 °C.

16.3 Het kringproces lezen

Oefenen · 6 · Tekenen · 20 min

Gebruik het drukenthalpiediagram met het kringproces A2/W35 (volle lijn).



Het kringproces A2/W35 in het drukenthalpiediagram van propaan.

a Welk onderdeel hoort bij elk stuk: 1 → 2, 2 → 3, 3 → 4, 4 → 1?

b Lees de twee drukken en de enthalpieën h_1, h_2 en h_3 af (ongeveer), en bereken de COP.

c Waarom is 3 → 4 een verticale lijn?

d Teken in het diagram hoe het kringproces verandert als het water 55 °C moet worden (de verdamper blijft gelijk).

16.4 Koudemiddelen vergelijken

Oefenen · 6 · Begrijpen · 15 min

Gebruik de tabel met koudemiddelen uit het handboek.

a Een kleine airco met R410A lekt 1,0 kg. Met hoeveel kg CO_2 komt dat overeen? En met R290?

b Waarom is CO_2 (R744) moeilijk als koudemiddel voor een warmtepomp die 35 °C water maakt? Denk aan het kritisch punt.

c Waarom staat de koelkring met propaan buiten, en wat zijn de regels rond de buitenunit?

16.5 Graaddagen en jaarverbruik

Oefenen · 6 · Rekenen · 20 min

Een gewone woning verliest 180 W/K. Neem de normale graaddagen van Synergrid (basis 16,5 °C, Ukkel): 2187 per jaar. De warmtepomp haalt een SCOP van 3,8, een gasketel een rendement van 95 %.

a Schat de warmtevraag per jaar met de graaddagenmethode.

b Hoeveel kWh stroom verbruikt de warmtepomp? Hoeveel kWh aardgas de ketel?

c Aardgas (0,20 kg CO_2 per kWh) tegenover stroom (rekenwaarde 0,15 kg CO_2 per kWh): hoeveel CO_2 per jaar voor elk?

d Waarom geeft de graaddagenmethode voor het station veel te veel (hoofdstuk 15)?

16.6 Waar of niet?

Oefenen · 6 · Begrijpen · 15 min

Zeg of de uitspraak klopt en verbeter ze als ze niet klopt.

a Een warmtepomp werkt niet meer onder 0 °C, want dan zit er geen warmte meer in de lucht.

b In de verdamper wordt het koudemiddel warmer dan de buitenlucht.

c Het expansieventiel koelt het koudemiddel door er warmte uit te halen.

d Hoe groter de warmtepomp, hoe beter.

Toepassen

meerdere stappen, in een context

16.7 Labo: de COP van een koelkast meten

Toepassen · 7 · Labo · 60 min

Voer de proef van het handboek uit met een kleine koelkast en een energiemeter. Meet ook de temperatuur van het rooster achteraan (condensor) en, als het kan, van de verdamper binnenin.

a Noteer je metingen.

meting	tijd (h)	energie (kWh)	T water begin (°C)	T water eind (°C)

b Bereken de warmte uit het water, het extra verbruik en de COP_c. Hoeveel warmte gaf de koelkast af aan het lokaal?

c Bereken de grens van Carnot met de temperaturen van verdamper en condensor. Welk deel haalt de koelkast?

d Noem drie fouten in de meting en hoe ze de COP beïnvloeden.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Meting	Referentiemeting leeg en meting met water, zelfde duur; temperaturen begin en eind.
Berekening	Q = m c ΔT, extra verbruik, COP_c, warmte naar het lokaal (Q + W).
Carnot	Temperaturen in kelvin, verhouding echt/Carnot.
Kritiek	Flessen en lucht koelen mee af, deur, niet-stationaire toestand, onzekerheid energiemeter.

16.8 Een kringproces bij vorst doorrekenen

Toepassen · 7 · Rekenen · 30 min

De warmtepomp werkt bij −7 °C buiten (A−7/W35): het koudemiddel verdampt bij −13 °C en condenseert bij 40 °C. Het model geeft: $p_e = 3{,}12\,\text{bar}$, $p_c = 13{,}72\,\text{bar}$, $h_1 = 569{,}8$, $h_2 = 671{,}6$, $h_3 = h_4 = 300{,}8\,\text{kJ/kg}$; dichtheid van de damp aan de zuigkant $6{,}73\,\text{kg/m}^3$.

a Bereken q_c, w, q_h en de COP van het kringproces. Vergelijk met A2/W35 (COP 4,43).

b Hoeveel koudemiddel (g/s) en welk compressorvermogen zijn nodig voor 2,5 kW warmte?

c Hoeveel liter damp per seconde moet de compressor aanzuigen? Vergelijk met A2/W35 voor dezelfde 2,5 kW. Wat betekent dat voor het maximale vermogen?

16.9 Code: een seizoens-COP met de binmethode

Toepassen · 7 · Programmeren · 35 min

Vereenvoudigd rekenjaar in vijf klassen (bins) voor het station, met de COP van WP-1 met de stooklijn:

buitentemperatuur (°C)	−6	−2	2	6	10
uren per jaar	180	520	900	1100	900
COP (model)	3,45	3,77	4,19	5,46	6,91

Warmtevraag per uur: Q = max(0; 50 · (20 − T) − 533) W.

a Schrijf een programma dat per bin de warmte en de elektriciteit berekent en daarna de SCOP (zonder hulpenergie).

b Welke bin levert de meeste warmte? Waarom niet de koudste?

c Tel 20 W circulatiepomp bij voor alle uren met warmtevraag. Hoeveel daalt de SCOP?

16.10 Bodem of lucht?

Toepassen · 7 · Analyseren · 30 min

Het team twijfelt tussen WP-1 (lucht) en een pekel-waterwarmtepomp met een horizontale collector op 1,5 m. Neem aan dat de pekel 3 K kouder is dan de grond. Grond: gemiddeld 11,5 °C, amplitude 8,0 K aan het oppervlak, d = 2,83 m, koudst half januari aan het oppervlak.

a Bereken de grondtemperatuur op 1,5 m begin februari (dag 35) en half maart (dag 75).

b Bereken met het model de COP bij water van 35 °C op die momenten, en vergelijk met lucht van 3 °C (een gewone februaridag).

c De warmtevraag van het station is maar 897 kWh per jaar. Loont een bodemcollector? Weeg af met twee argumenten.

16.11 Past het op de omvormer?

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

Een bewoner wil in de winter ook een elektrische kookplaat van 1,5 kW (cos φ = 1) gebruiken terwijl de warmtepomp op vol vermogen draait (1,16 kW, cos φ 0,98), samen met de koelkast (0,15 kW, 0,70) en de rest (0,30 kW, 0,95). De drukpomp (0,75 kW, 0,81) kan elk moment aanslaan. Omvormer 4,0 kVA.

a Bereken P, Q en S zonder en met de drukpomp.

situatie	P (kW)	Q (kvar)	S (kVA)

b Hoeveel stroom trekt de omvormer bij 46 V uit de batterij in het zwaarste geval?

c Stel een regel voor die het brein toepast.

16.12 Habitat: kies een warmtepomp voor het station

Toepassen · 7 · Habitat · 80 min

Het team moet de keuze van de warmtepomp vastleggen in het dossier. Gebruik seizoen.py, de COP- en vermogenslijnen en de jaarbalans van hoofdstuk 15. Randvoorwaarden: warmteverlies 50 W/K, ontwerp −8 °C, koudegolf −15 °C, noodverwarming 2 kW als reserve, omvormer 4,0 kVA, buitenunit op dempers type E, zo min mogelijk stroom in december en januari.

a Welk vermogen moet de warmtepomp minstens hebben bij −15 °C (zonder winst), en welk vermogen heeft WP-1 daar? Is het bivalentiepunt voldoende laag?

b Pas seizoen.py aan voor een aanvoer van 45 °C bij −8 °C (radiatoren in plaats van vloerverwarming) en rapporteer de SCOP en het jaarverbruik.

c Stel een fiche op voor het dossier: type, koudemiddel, vermogen, COP-lijn, stooklijn, buffervat, jaarverbruik, piekvermogen, plaats, dempers, regels voor de noodverwarming.

d Wat moet het brein meten om te weten of de warmtepomp goed werkt? Noem minstens vier grootheden en een alarm.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Vermogen	Ontwerpvermogen 1750 W bij −15 °C vergeleken met de capaciteit (2486 W); bivalentiepunt onder −15 °C.
Simulatie	Stooklijn correct aangepast; lagere SCOP en hoger verbruik gerapporteerd en verklaard.
Fiche	Volledig, met getallen uit het hoofdstuk en een onderbouwde plaats.
Bewaking	Aanvoer- en retourtemperatuur, elektrisch vermogen, geleverde warmte (COP live), buitentemperatuur, ontdooibeurten; alarm bij te lage COP of te lage aanvoer.

16.13 IJs op de verdamper en het dauwpunt

●●○ Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

De lamellen van de verdamper zijn ongeveer 4 K kouder dan de lucht. Gebruik de formule van Magnus (hoofdstuk 14) voor het dauwpunt boven water. Drie winterdagen: (a) 4 °C en 90 % RV, (b) 0 °C en 85 %, (c) −10 °C en 80 %.

a Bereken voor elke dag het dauwpunt van de lucht en de temperatuur van de lamellen. Condenseert er water, en bevriest het?

dag	dauwpunt (°C)	lamellen (°C)	condens?	ijs?

b Bereken hoeveel waterdamp (g/m³) de lucht hoogstens verliest als ze afkoelt tot de lamellentemperatuur, voor de drie dagen. Welke dag geeft het meeste ijs?

c Waarom is de 'knik' in de COP-lijn rond 0 à 5 °C en niet bij de koudste temperaturen?

●●● Uitdagen — Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

16.14 Afleiding: de COP van Carnot uit de entropie

●●● Uitdagen · 8 · Analyseren · 25 min

Een warmtepomp neemt per cyclus Q_c op bij T_c, krijgt arbeid W en geeft Q_h af bij T_h. Zelf keert ze terug naar dezelfde toestand.

a Schrijf de entropiebalans van de omgeving en leid $\mathrm{COP}_\mathrm{h} \le T_\mathrm{h}/(T_\mathrm{h}-T_\mathrm{c})$ af.

b Toon dat de minimale arbeid om warmte Q_h te leveren gelijk is aan $Q_\mathrm{h}\,(1 - T_\mathrm{c}/T_\mathrm{h})$. Wat is de betekenis van die factor (hoofdstuk 15, exergie)?

c Bereken de minimale arbeid om het station bij −8 °C een uur te verwarmen (1400 W, binnen 20 °C). Vergelijk met WP-1.

16.15 Onderzoek: waar gaat de COP verloren?

●●● Uitdagen · 9 · </> Programmeren · 50 min

Gebruik kringproces.py. Vertrek van A2/W35 zoals in het handboek (verdampen bij −4 °C, condenseren bij 40 °C, η_is = 0,70) en onderzoek telkens één verandering.

a Bereken de COP van het kringproces met η_is = 0,70; 0,80 en 1,00 (een ideale compressor).

b Maak de warmtewisselaars beter: verdampen bij −2 °C en condenseren bij 38 °C (elk 2 K dichter bij lucht en water). Hoeveel wint dat?

c Vergelijk alles met Carnot tussen lucht en water (2 en 35 °C). Maak een 'verliesboom': welk deel van het verschil gaat naar de warmtewisselaars, de compressor en het smoren?

d Waarop zou jij als ontwerper eerst inzetten, en waarom?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Code	cyclus() correct aangeroepen met de verschillende parameters.
Resultaten	COP-waarden juist en in een tabel.
Verliesboom	Ideale kring (η_is = 1) tussen −4 en 40 °C tegenover Carnot tussen dezelfde temperaturen: het smoorverlies; daarna de compressor; daarna de temperatuurverschillen.
Afweging	Kosten en grootte van de wisselaars tegenover de compressor, met getallen.

16.16 Ontwerp: het station koelen in de zomer

Uitdagen · 8 · Ontwerpen · 50 min

Hoofdstuk 15 toonde dat het station in de zomer ±1600 kWh interne winst moet kwijtraken; op een hete dag (30 °C) wordt het binnen te warm. WP-1 kan met haar 4-wegklep omkeren en de vloerverwarming koel water geven (18 °C, niet kouder: anders condensatie op de vloer). Op zo'n dag is de warmtevraag negatief: het station wint 50 W/K × 6 K plus 533 W interne winst plus ±400 W zon door de ramen (schatting).

a Hoeveel koelvermogen is nodig om het station op 24 °C te houden bij 30 °C buiten?

b Schat de COP van koelen met Carnot (verdampen 5 K onder het water, condenseren 8 K boven de lucht) en de helft daarvan. Hoeveel stroom per uur?

c Waarom mag het koelwater niet onder het dauwpunt van de binnenlucht zakken? Welk dauwpunt heeft lucht van 24 °C en 60 %?

d Stel twee maatregelen voor die de koelvraag kleiner maken voor je koelt, en een regel voor het brein.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Koelvermogen	Transmissie + interne winst + zon correct opgeteld.
COP	Carnot met de koudemiddeltemperaturen, realistische COP, stroom per uur.
Condens	Dauwpunt berekend (Magnus), aanvoer minstens 1-2 K erboven; RV-sensor als bewaking.
Maatregelen	Zonwering, nachtventilatie (koele nachtlucht), minder interne winst; regel met dauwpunt.

16.17 Debat: een warmtepomp voor een afgelegen station

Uitdagen · 8 · Argumenteren · 40 min

Het station moet later ook op een afgelegen, kouder plek werken (f01), zonder net en met bevoorrading om de 30 dagen. Stelling: 'Daar is een warmtepomp te riskant: als ze uitvalt, bevriest het station. Gewoon elektrisch verwarmen met extra zonnepanelen is robuuster.'

a Verzamel drie argumenten voor en drie tegen, met getallen uit dit hoofdstuk en hoofdstuk 15.

b Bereken hoeveel extra zonnepanelen (kWp, aan 60°) elektrisch verwarmen in december zou vragen tegenover de warmtepomp, met de warmtevraag van december uit het rekenjaar en 1,25 Wh per Wp per dag.

c Neem een standpunt in, met een plan voor als de warmtepomp uitvalt.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Argumenten	Voor en tegen, met getallen: stroom, piek, onderhoud, reservedelen, koudemiddel.
Berekening	Decemberwarmte, stroom met en zonder warmtepomp, panelen uit 1,25 Wh/Wp/dag.
Standpunt	Helder, met een reserveplan (noodverwarming, buffer, onderdelen, bewaking).

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Ik kan de energiebalans van een warmtepomp en een koelmachine opstellen en de COP berekenen, en toetsen aan de grens van Carnot.
- Ik kan het koelkringproces uitleggen: wat er in de verdamper, de compressor, de condensor en het expansieventiel gebeurt met druk, temperatuur en fase.
- Ik kan een kringproces in een drukenthalpiediagram lezen en tekenen, en er de warmte, de arbeid en de COP uit halen.
- Ik kan koudemiddelen vergelijken op dampspanning, GWP en veiligheid.
- Ik kan uitleggen hoe de COP afhangt van de bron- en de aanvoertemperatuur, en een seizoens-COP berekenen met de binmethode.
- Ik kan lucht, bodem en water als warmtebron vergelijken, en het temperatuurverloop in de bodem gebruiken.

Ik kan een warmtepomp kiezen voor een gebouw en ze in kWh per jaar en in piekvermogen vergelijken met elektrische verwarming.



WERKBOEK · HOOFDSTUK 17

Warmteoverdracht kwantitatief

Van wandlagen tot een digitale tweeling met twee tijdschalen

Je oefent eerst verliespaden en eenheden, combineert daarna opslag en metingen en ontwerpt uiteindelijk een toetsbare thermische tweeling.

4× oefenen · 4× toepassen · 4× uitdagen · ± 380 min

E Energie · W Wiskundig modelleren · P Programmeren en computationeel denken



Dezelfde installatie heeft een snel reagerende luchttemperatuur en veel trager water en bouwmateriaal.

●○○ Oefenen Oefenen

één stap, direct toepassen

17.1 Eenheden en tekens

●○○ Oefenen · 6 · Begrijpen · 25 min

Een wand verliest energie aan koudere buitenlucht.

a Onderscheid q, Q en Q met een tijdstip erboven (warmtestroom). Geef eenheden.

b T neemt van binnen naar buiten af. Verklaar het minteken in Fourier.

17.2 Dikte en oppervlakte

Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Een plaat heeft d = 0,10 m, λ = 0,040 W/(m·K), A = 8,0 m² en ΔT = 20 K.

a Bereken R en vermogen.

b Bepaal het vermogen als de dikte verdubbelt en de oppervlakte halveert.

17.3 Convectie of straling

Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Een klein oppervlak A = 0,50 m² op 40 °C ziet grote omgeving en lucht op 20 °C, ε = 0,90, hconv = 5,0 W/(m²K).

a Bereken beide vermogens met absolute temperaturen.

b Leg uit waarom $40^4 - 20^4$ fout is.

17.4 Tijdconstante uit capaciteit

Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Een kast heeft C = 120 kJ/K, H = 10 W/K; buiten 5 °C, start 25 °C, verwarming uit.

a Bereken τ en T na één τ.

b Bereken de tijd tot 10 °C.

Toepassen — Toepassen

meerdere stappen, in een context

17.5 Parallelle bruggen

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

Een wand van 30 m² heeft 85 % met U = 0,20 en 15 % met U = 0,70 W/(m²K). Binnen 20 °C, buiten −8 °C.

a Bereken Ueff en verlies; vergelijk met de wand zonder brug.

b Toon waarom een oppervlaktegewogen gemiddelde van R' geen correcte U geeft.

17.6 Ventilatiebudget

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

Een ruimte ventileert 80 m³/h; ρ = 1,2 kg/m³ en cp = 1005 J/(kgK), ΔT = 25 K. De warmtewisselaar haalt 80 %.

a Bereken verlies met en zonder terugwinning.

b Bereken energiebesparing over 12 uur en benoem een weggelaten term.

17.7 Twee balansen, één totale energie

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

Module: Ca = 80000 J/K, Cb = 1100000 J/K, H = 20,2 W/K, G = 30 W/K. Ta = 18 °C, Tbuf = 24 °C, Tb = 4 °C, P = 500 W.

a Bereken beide afgeleiden in K/h.

b Controleer de totale energiestroom en verklaar het teken van de bufferafgeleide.

17.8 Parameterproef doorrekenen

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

Een rekenproef geeft met 300 W een rustverschil van 15 K. Na uitschakelen halveert het verschil elke 2 h.

a Vind H, τ en C.

b De buitenlucht warmt tijdens de proef op. Leg de mogelijke fout uit en verbeter de proef.

Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

17.9 Euler heeft een stabiliteitsgrens

Uitdagen · 9 · Programmeren · 25 min

Gebruik de twee-knoopcode uit het handboek; de modes staan in de echte uitvoer.

a Leid de Eulerfactor $1+s\Delta t$ af en bepaal een theoretische bovengrens voor Δt.

b Vergelijk 5, 10, 60 en 600 s voor een 24 h-proef. Noteer verschil tegen 5 s en controleer ook de eerste tien minuten.

c Leg uit waarom een nauwkeurige eindwaarde nog geen nauwkeurige respons bewijst.

17.10 Een model dat niet te identificeren is

●●● Uitdagen · 9 · Onderzoeken · 50 min

Je meet alleen Ta in rust, met onbekende zonnewinst; Tbuf wordt niet gelogd.

a Beschrijf minstens drie parametercombinaties of storingen die dezelfde luchttemperatuur kunnen geven.

b Ontwerp een proefreeks die H, Ca, G en Cb beter onderscheidt; leg meetduur en extra sensoren uit.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Model	Systeemgrens, knopen, eenheden en energiebalansen correct.
Bewijs	Rekenwaarden, stapgroottecontrole en onafhankelijke meetreeks expliciet.
Ontwerp	Capaciteit en vermogen onderscheiden; veiligheid en grenzen benoemd.

17.11 Habitat: ontwerp de thermische tweeling

Uitdagen · 9 · Habitat · 80 min

Het stationreferentiemodel blijft 50 W/K en 540 kJ/K. De klimaatmodule krijgt het twee-knoopmodel; verwarming maximaal 800 W. Setpoint 20 °C; ontwerp buiten −8 °C. Neem geen zon of interne winst als gegarandeerd.

a Bereken rustvraag van module en station en reserve van de moduleconvector.

b Teken knopen, verliespaden en warmtebronnen zonder de module tweemaal mee te rekenen.

c Beschrijf invoer, uitvoer, meetperiode, validatie en veilige terugval bij een ongeldige voorspelling.

d Bepaal hoeveel bufferenergie 5 K afkoeling vrijmaakt en waarom dit geen onbeperkte reserve is.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Model	Systeemgrens, knopen, eenheden en energiebalansen correct.
Bewijs	Rekenwaarden, stapgroottecontrole en onafhankelijke meetreeks expliciet.
Ontwerp	Capaciteit en vermogen onderscheiden; veiligheid en grenzen benoemd.

17.12 Een isolatieclaim beoordelen

Uitdagen · 9 · Argumenteren · 25 min

Een leverancier schrijft: 'De waterbuffer halveert het jaarlijkse warmteverlies en de reflectiefolie vervangt 160 mm isolatie.'

Beoordeel beide claims met balans, stralingspad en tijdschalen. Geef aan welke meting nodig is.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

Je leidt geleidingsweerstanden af uit de wet van Fourier.

Je combineert geleiding, convectie en straling met een geldige systeemgrens.

- Je bouwt en simuleert een warmtemodel met één en twee knopen.
- Je schat parameters uit een proef en toetst het model op andere data.
- Ik gebruik het model om vermogen, buffer en regeling van Habitat te beoordelen.

WERKBOEK · HOOFDSTUK 18

Stroming van vloeistoffen en gassen

Van continuïteit tot een leidingnet met een werkelijk werkpunt

Je oefent behoud en eenheden, combineert daarna drukverlies en pompcurve en eindigt met een meetbaar ontwerp voor Habitat.

4× oefenen · 4× toepassen · 4× uitdagen · ± 425 min

E Energie · K Krachten, beweging en constructies · W Wiskundig modelleren



Een goed totaaldebiet moet ook in vier bruikbare gootstromen terechtkomen.

Oefenen

Oefenen — één stap, direct toepassen

18.1 Debiet omzetten

Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

In 40 s vang je 3,0 L op uit een slang D = 12 mm.

Bereken Q in L/min en m³/s en de gemiddelde snelheid.

18.2 Twee diameters

Oefenen · 6 · Begrijpen · 25 min

Stationair water stroomt zonder aftakking uit een 20 mm-buis in een 10 mm-buis.

Bepaal de snelheidsverhouding en het effect op de druk bij horizontale verliesloze stroming.

18.3 Regime bepalen

Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Water $\nu = 10^{-6}$ m²/s, D = 5 mm; vergelijk v = 0,10 en 1,0 m/s.

Bereken Re en selecteer een passend verliesmodel.

18.4 Drukhoogte en vermogen

Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Een pomp voegt H = 20,0 m toe bij Q = 8,0 L/min. Water $\rho = 1000$ kg/m³.

Bereken druk en hydraulisch vermogen.

Toepassen

meerdere stappen, in een context

18.5 Darcyverlies in een slang

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

L = 6,0 m, D = 10 mm, Q = 3,0 L/min; glad, water $\nu = 10^{-6}$ m²/s, totaal K = 4.

a Bereken v, Re, f en hL.

b Voeg 2 m geometrische hoogte toe en bereken PH.

18.6 Poiseuille en Darcy zijn consistent

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

Ontwikkelde laminaire stroming heeft Darcyfactor f = 64/Re.

a Leid met Re = ρvD/μ en Q = vπD²/4 af dat Q = πD⁴Δp/(128μL).

b Verklaar waarom dit niet het NFT-hoofdaanvoermodel is.

18.7 Een hoger werkpunt zoeken

Toepassen · 7 · Programmeren · 25 min

Gebruik leidingnet.py met 16 mm-aanvoer. Verhoog de statische hoogte naar 2,0 m.

a Bereken het werkpunt en het gootdebiet met bissectie.

b Waarom garandeert een maximale pomphoogte 3 m geen 4,8 L/min?

18.8 Opvangmeting met onzekerheid

Toepassen · 7 · Labo · 45 min

Volume 4,00 ± 0,05 L, tijd 50,0 ± 0,5 s. Dit zijn onafhankelijke standaardonzekerheden.

a Bereken Q en relatieve standaardonzekerheid.

b Ontwerp herhalingen die toevallige fout verlagen en systematische fout zichtbaar houden.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Hydraulica	Continuïteit, drukhoogte en Darcyverlies met juiste eenheden en factor.
Werkpunt	Pomp- en systeemcurve samen gebruikt; schone en ongunstige toestand getoetst.
Verificatie	Debietproef, druk/niveau, onzekerheid en onderhoudsgrens concreet.

18.9 Filter als storingssignaal

●●● Uitdagen | 9 | Onderzoeken | 50 min

Schone 16 mm-aanvoer heeft K = 2; vuilscenario K = 20. Pomp B blijft gelijk.

a Bereken beide werkpunten en procentuele debietdaling.

b Ontwerp detectie die vervuiling, laag niveau en lage voedingsspanning onderscheidt.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Hydraulica	Continuïteit, drukhoogte en Darcyverlies met juiste eenheden en factor.
Werkpunt	Pomp- en systeemcurve samen gebruikt; schone en ongunstige toestand getoetst.
Verificatie	Debietproef, druk/niveau, onzekerheid en onderhoudsgrens concreet.

18.10 Parallelle verdeling reconstrueren

●●● Uitdagen | 9 | Analyseren | 25 min

Vier takken hebben kwadratische coëfficiënten k, 2k, 3k, 4k. Gemeten totaal 4,8 L/min.

a Bereken elke takstroom.

b Beschrijf inregelen en effect op totaal Q.

18.11 Habitat: aanvoer met meetbaar onderhoud

Uitdagen · 9 · Habitat · 80 min

Behoud vier NFT-goten met doel 1,2 L/min, het 60 L-reservoir en 12 V-pomp B. Aanvoer 16 mm, 2,5 m, hoogte 1,5 m. Drinkwatertank 500 L blijft apart.

a Teken aanvoer, verdeelstuk, retour, filter, vlotter en meetplaatsen; benoem de systeemgrens.

b Toets schoon en ongunstig werkpunt; geef een onderhoudscriterium met meetonzekerheid.

c Bereken pompverbruik bij 10 min per uur en geef maatregelen voor veiligheid en beschikbaarheid.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Hydraulica	Continuïteit, drukhoogte en Darcyverlies met juiste eenheden en factor.
Werkpunt	Pomp- en systeemcurve samen gebruikt; schone en ongunstige toestand getoetst.
Verificatie	Debietproef, druk/niveau, onzekerheid en onderhoudsgrens concreet.

18.12 Toerentalregeling beoordelen

Uitdagen · 9 · Ontwerpen · 50 min

Bij geometrisch gelijk gedrag van een centrifugaalpomp gelden ongeveer $Q \propto n$, $H \propto n^2$, $P \propto n^3$.

a Leid de vermogensverhouding bij 80 % toerental af.

b Waarom wordt Q bij vaste hoogte 1,5 m niet automatisch 80 %?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Hydraulica	Continuïteit, drukhoogte en Darcyverlies met juiste eenheden en factor.
Werkpunt	Pomp- en systeemcurve samen gebruikt; schone en ongunstige toestand getoetst.
Verificatie	Debietproef, druk/niveau, onzekerheid en onderhoudsgrens concreet.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Ik gebruik massa- en volumebehoud met een correcte systeemgrens.
- Je leidt Bernoulli af en voegt pomp en verliezen toe.
- Je bepaalt Reynoldsgetal en kiest een geldig drukverliesmodel.
- Je berekent en toetst het snijpunt van pomp- en systeemcurve.
- Je dimensioneert het waternet van Habitat met metingen en onderhoud.

WERKBOEK · HOOFDSTUK 19

Elektrische en magnetische velden, inductie

Van Coulomb tot Faraday: velden die kracht zetten, energie opslaan en stroom opwekken

Je oefent eerst velden, potentiaal, condensatoren, magnetische velden, de Lorentzkracht, flux en de transformator met één stap. Daarna pas je ze toe op veldlijnen in Python, supercondensatoren, de Hall-sensor, kortsluitkrachten, een inductieproef, een magneetklep, een valbuis en de generator van de windturbine (Habitat-opdracht 19.15). De uitdagingen: een transformator ontwerpen, een homogeen veld met Helmholtzspoelen, de rem van de turbine en een debat over veilige spanning. Voor de code-opdrachten heb je Python met numpy nodig.

7× oefenen · 8× toepassen · 4× uitdagen · ± 567 min

L Elektriciteit en elektronica · K Krachten, beweging en constructies · W Wiskundig modelleren



Magneten die langs koperen spoelen draaien: zo maakt de windturbine van het station stroom.

●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

19.1 Twee ladingen op een lijn

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

Een lading van +3,0 nC staat in $x = 0$, een lading van −1,0 nC in $x = 4{,}0\,\text{cm}$.

a Hoe groot is de kracht tussen de twee ladingen? Trekken ze elkaar aan of stoten ze af?

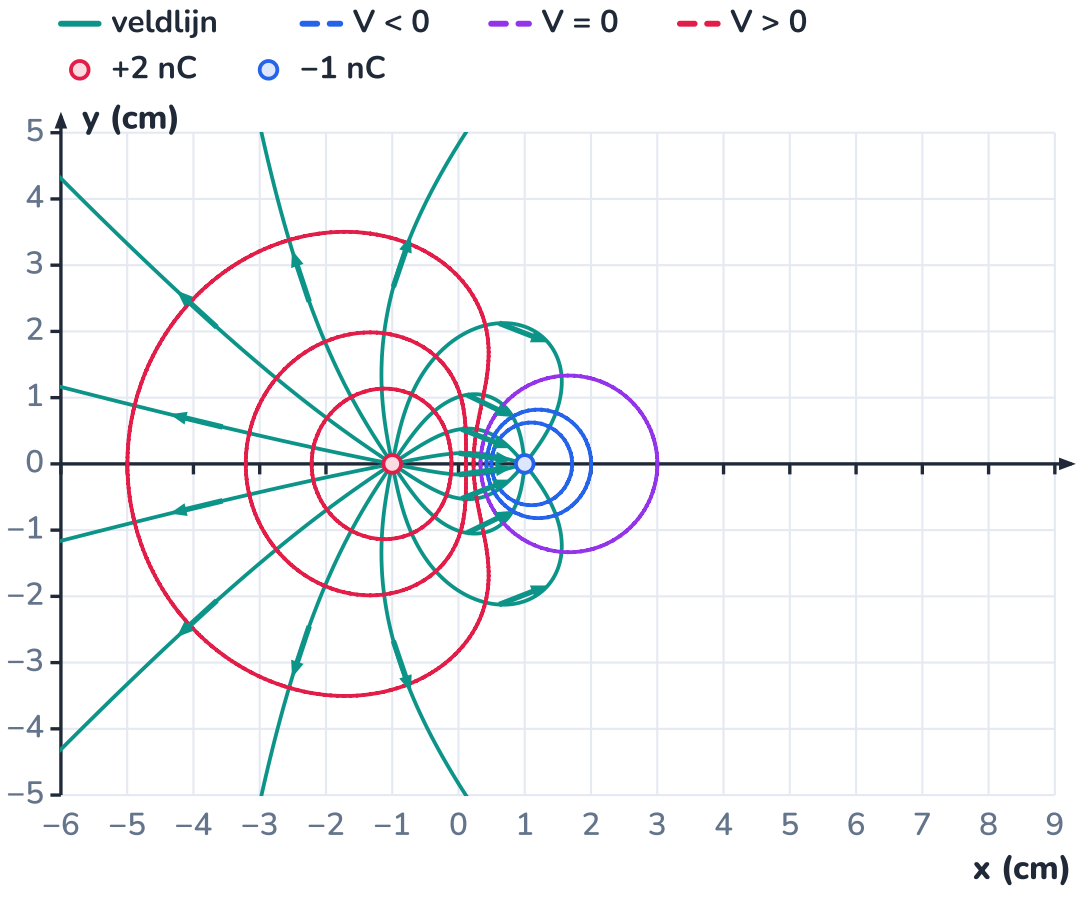
b Bereken het veld (grootte en richting) in $x = -2{,}0\,\text{cm}$.

c In welk punt van de x-as is het veld nul? Leg uit waarom het daar ligt en niet tussen de ladingen.

19.2 Veldlijnen en equipotentiaallijnen lezen

Oefenen · 6 · Begrijpen · 15 min

De figuur toont veldlijnen en equipotentiaallijnen van twee ladingen.



+2 nC in (−1, 0) cm en −1 nC in (1, 0) cm, berekend zoals in het handboek. Stippellijnen: −600, −300, 0, 300, 600 en 1200 V.

a Hoe zie je aan de veldlijnen dat de linkerlading groter is? Hoeveel lijnen eindigen op de rechterlading, en waarom precies zoveel?

b Waar ligt ongeveer het punt waar het veld nul is? Hoe zie je dat in de figuur, en controleer met een berekening.

c Waarom snijden veldlijnen en equipotentiaallijnen elkaar loodrecht? Hoeveel arbeid kost het om een lading langs de lijn van 0 V te verplaatsen?

d De lijn van 0 V is een cirkel rond de negatieve lading. Toon aan dat alle punten met V = 0 voldoen aan $r_1 = 2\, r_2$ (r_1 en r_2: afstand tot de linker- en de rechterlading).

19.3 De vlakke condensator

Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

Twee metalen platen van 10 cm × 10 cm staan 1,0 mm uit elkaar in lucht, aan 100 V.

a Bereken de capaciteit, de lading op elke plaat, het veld tussen de platen en de opgeslagen energie.

b Je schuift er een plaat polypropyleen van 1,0 mm tussen, terwijl de bron aangesloten blijft. Wat verandert er aan C, Q, E en W?

c Tot welke spanning mag je de condensator in lucht laden?

19.4 Het veld van een kabel en een spoel

Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{T\,m/A}$; aardmagnetisch veld ±50 µT.

a Een losse geleider van de 48 V-kabel voert 90 A. Hoe groot is het veld op 2,0 cm en op 1,0 m? Vergelijk met het aardveld.

b Een spoel van 500 windingen, 25 cm lang, voert 0,40 A. Hoe groot is het veld in het midden (lange spoel)?

c Welke stroom geeft in dezelfde spoel 10 mT?

19.5 De Lorentzkracht als vectorproduct

Oefenen · 7 · Rekenen · 20 min

Gebruik $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ en $\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$ in componenten (hoofdstuk 5).

a Een elektron beweegt met $\vec{v} = (2{,}0 \cdot 10^6;\ 0;\ 0)\ \text{m/s}$ in $\vec{B} = (0;\ 0;\ 0{,}010)\ \text{T}$. Bereken de kracht als vector en de straal van de cirkelbaan.

b Een draadstuk $\vec{L} = (0;\ 0{,}10;\ 0)\ \text{m}$ met $I = 5{,}0\ \text{A}$ ligt in $\vec{B} = (0{,}20;\ 0;\ 0{,}10)\ \text{T}$. Bereken $\vec{F}$ en controleer dat ze loodrecht op $\vec{L}$ en op $\vec{B}$ staat.

19.6 Flux en inductiespanning

Oefenen · 7 · Rekenen · 15 min

Een spoel van 200 windingen met een oppervlakte van 12 cm² staat loodrecht op een veld van 0,40 T.

a Hoe groot is de flux door één winding, en NΦ?

b Het veld valt gelijkmatig weg in 20 ms. Hoe groot is de gemiddelde emk?

c Het veld blijft, maar je draait de spoel in 10 ms een kwartslag tot ze evenwijdig met het veld staat. Gemiddelde emk?

d Een staaf van 0,50 m beweegt met 2,0 m/s loodrecht door hetzelfde veld. Welke emk staat over de staaf?

19.7 De ideale transformator

Oefenen · 6 · Rekenen · 12 min

Een transformator maakt 12 V uit 230 V; de primaire heeft 1100 windingen.

a Hoeveel windingen heeft de secundaire (ideaal)?

b Aan de secundaire hangt een weerstand die 60 W opneemt. Bereken de secundaire en de primaire stroom.

c Welke weerstand 'ziet' het net aan de primaire kant? Controleer met $P = U^2/R$.

Toepassen

Toepassen — meerdere stappen, in een context

19.8 Veldlijnen van twee ongelijke ladingen

Toepassen · 7 · Programmeren · 35 min

Pas veldlijnen.py van het handboek aan voor +2,0 nC in (−1 cm; 0) en −1,0 nC in (1 cm; 0).

a Start zestien veldlijnen op 1 mm van de positieve lading (niet precies op de as) en tel hoeveel er op de negatieve lading eindigen. Voorspel de uitkomst eerst.

b Zoek het punt op de x-as waar het veld nul is met bisectie op E_x, en vergelijk met de theorie.

c Waarom mag je geen veldlijn starten die precies door dat nulpunt gaat?

19.9 Waarom een supercondensator geen hoge spanning verdraagt

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

Een datasheet van een supercondensator vermeldt: 10 F, 2,7 V, inwendige weerstand 25 mΩ, 3,4 g. Neem voor de dubbellaag d ≈ 0,5 nm en $\varepsilon_r \approx 8$, en actieve kool met ±1500 m²/g.

a Hoeveel koolstof zou er minstens in zitten (twee elektroden in serie)?

b Bereken de energie, de energiedichtheid in Wh/kg en de stroom bij kortsluiting. Vergelijk met een LiFePO4-cel (±110 Wh/kg).

c Een ontwerper wil 48 V bufferen met deze cellen. Hoeveel in serie, en welke capaciteit heeft het geheel? Welk probleem ontstaat als de cellen niet precies gelijk zijn?

19.10 De Hall-sensor

Toepassen · 7 · Rekenen · 20 min

De ACS712-05B geeft 2,5 V bij 0 A en 185 mV per ampère, tot ±5 A; hij hangt aan een ADC van 10 bit op 5 V.

a Welke spanning geeft hij bij −3,0 A en bij +5,0 A? Welke ruwe ADC-waarden horen daarbij?

b Hoe groot is de stroomstap per ADC-stap? Waarom kies je voor een pomp van 1 A deze versie en niet de 20 A-versie van het handboek?

c Met ruis van ±2 ADC-stappen: hoeveel metingen moet je middelen om de stroom op 10 mA nauwkeurig te kennen (hoofdstuk 6)?

19.11 Kortsluiting in de batterijkabels

Toepassen · 7 · Rekenen · 20 min

De plus- en minkabel van de 48 V-batterij liggen naast elkaar, hartafstand 12 mm. Bij een kortsluiting vlak bij de batterij kan een LiFePO4-batterij enkele kA leveren; neem als rekenwaarde 5,0 kA.

a Leid de kracht per meter tussen twee evenwijdige stroomdraden af (veld van de ene, Lorentzkracht op de andere).

b Bereken ze bij 90 A en bij 5,0 kA. Trekken de kabels elkaar aan of stoten ze af?

c Wat betekent dat voor de bevestiging van de kabels, en voor de plaats van de hoofdzekering?

19.12 Inductie met een magneet en een spoel

Toepassen · 8 · Labo · 60 min

Voer de proef van het handboek uit (spoel van ±300 windingen, neodymiummagneet, oscilloscoop of meetinterface met minstens 5000 metingen per seconde) en toets het model.

valhoogte (cm)	eerste piek (V)	tweede piek (V)	tijd tussen de pieken (ms)	oppervlakte eerste puls (mV·s)	oppervlakte tweede puls (mV·s)
5					
10					
20					

a Laat de magneet van 5, 10 en 20 cm vallen en vul de tabel aan. Bereken de oppervlakten met de trapeziumregel.

b Toon met je metingen dat de piek ongeveer evenredig is met de snelheid $\sqrt{(2gh)}$. Hoe goed klopt dat?

c Toon aan dat de oppervlakte van elke puls niet van de valhoogte afhangt. Wat is de betekenis ervan?

d Wat verandert er als je de spoel kortsluit met 10 Ω? Verklaar met de wet van Lenz en een energiebalans.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Meting	Pulsen correct gemeten en getriggerd; tabel volledig met eenheden; oppervlakte met de trapeziumregel.
Model	Piek evenredig met √h getoetst (grafiek of verhouding); oppervlakte = NΦmax herkend als invariant.
Verklaring	Lenz en energiebalans correct: de stroom remt de magneet, de verloren bewegingsenergie wordt warmte.
Kritiek	Afwijkingen verklaard (magneet geen punt, buiswrijving, bemonsteringsfrequentie, trigger).

19.13 Het relais uitschakelen

Toepassen · 8 · Analyseren · 25 min

Een relaisspoel van 12 V heeft als rekenwaarden $R = 160\,\Omega$ en $L = 0{,}40\,\mathrm{H}$; het relais valt af onder 20 % van de nominale stroom. Een MOSFET (tot 55 V) schakelt het.

a Bereken de stroom, de tijdconstante en de energie in de spoel.

b Welke spanning zou er zonder vrijloopdiode ontstaan als de MOSFET de stroom in 1 µs lineair onderbreekt? Wat gebeurt er echt?

c Hoe lang duurt het afvallen met een vrijloopdiode (0,7 V), en met een diode en een zener van 24 V in serie? Welke spanning ziet de MOSFET dan?

19.14 De valbuis

Toepassen · 8 · Analyseren · 30 min

Een neodymiummagneet van 20 g valt door drie rechtopstaande buizen van 1,00 m met dezelfde afmetingen. Na enkele centimeter valt hij met een constante snelheid (behalve in pvc).

buis (1,00 m, zelfde maten)	valtijden (s)
pvc	0,46 · 0,45 · 0,46
aluminium (legering, σ = 3,2 · 10^7 S/m)	4,3 · 4,2 · 4,4
koper (σ = 5,96 · 10^7 S/m)	8,1 · 7,9 · 8,0

a Bereken de eindsnelheid in koper en in aluminium. Waarom is de valtijd in pvc ongeveer die van een vrije val?

b Waarom valt de magneet in metaal met een constante snelheid? Stel een krachtenevenwicht op, als de remkracht evenredig is met v.

c Vergelijk de verhouding van de eindsnelheden met die van de geleidbaarheden. Welk verband stel je voor?

d Hoeveel vermogen wordt in de koperen buis omgezet, en in wat? Wat verwacht je als de buis in de lengte een smalle spleet heeft?

19.15 Habitat: de generator van de windturbine

Toepassen · 8 · Habitat · 50 min

Het handboek koos voor de windturbine (80 tot 300 tpm, 3,0 kW) een generator met 8 poolparen en een emk van 0,55 V lijnspanning per tpm. Een leverancier biedt twee andere uitvoeringen aan: A met 6 poolparen en 0,55 V/tpm, B met 8 poolparen en 0,25 V/tpm ('48 V-uitvoering'). De batterij werkt tussen 44 en 56 V.

a Bereken voor het handboek, A en B het frequentiebereik.

uitvoering	p	f bij 80 tpm (Hz)	f bij 300 tpm (Hz)

b Bereken voor B de gelijkspanning na de brug (1,35 U) bij 80 en 300 tpm, en de gelijkstroom en fasestroom bij 3,0 kW.

c Onder welk toerental kan een neerwaartse omzetter met uitvoering B de batterij niet meer laden? Wat is daarvoor nodig?

d Welke uitvoering raad je aan? Weeg af: veiligheid, stroom in de kabel van ±30 m (mast en afstand tot de module), omzetter, rimpel.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Frequentie	f = pn/60 correct voor de drie uitvoeringen.
Spanning en stroom	Udc = 1,35 · 0,25 · n, Idc = P/Udc en de fasestroom √(2/3) · Idc correct.
Omzetter	Grens van de neerwaartse omzetter gevonden (Udc = 56 V) en opwaarts-neerwaarts als oplossing genoemd.
Afweging	Keuze onderbouwd met getallen: 120 V-grens, stroom en kabelverlies, complexiteit van de omzetter.

●●● Uitdagen Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

19.16 Ontwerp: een veiligheidstransformator

●●● Uitdagen · 8 · Ontwerpen · 50 min

Ontwerp een transformator 230 V naar 2 × 12 V (twee gelijke secundaire spoelen), 50 VA samen, op een EI-kern met een middenbeen van 8 cm² en een wikkelvenster van 4,0 cm². Eisen: $\hat{B} \leq 1{,}2$ T, stroomdichtheid 3 A/mm², ongeveer 8 % extra secundaire windingen voor de spanningsval onder last, vulfactor van het venster hoogstens 0,40.

a Bereken de windingen van de primaire en van elke secundaire.

b Kies de draaddoorsneden en controleer of alles in het venster past.

c Waarom mag je de twee secundaire spoelen in serie (24 V) of parallel (12 V, dubbele stroom) zetten, en waar moet je daarbij op letten?

d Welke veiligheidsmaatregelen horen bij een veiligheidstransformator?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Windingen	N_1 uit 4,44 f N A B̂, N_2 met de verhouding en 8 % extra.
Draad en venster	Doorsneden uit de stroomdichtheid; kopersom tegenover 0,40 · venster gecontroleerd.
Schakelen	Serie en parallel correct, met de wikkelzin (begin en eind) als voorwaarde.
Veiligheid	Dubbele isolatie, thermische beveiliging of zekering, geaarde of dubbel geïsoleerde behuizing.

19.17 Helmholtzspoelen: een homogeen veld

Uitdagen · 9 · Analyseren · 45 min

Om een magnetometer te ijken heb je een homogeen veld nodig. Twee gelijke ronde spoelen (straal R, N windingen, stroom I in dezelfde zin) staan op dezelfde as, op afstand d van elkaar.

a Leid met Biot-Savart het veld af op de as van één winding, op afstand z van haar middelpunt: $B = \dfrac{\mu_0 I R^2}{2(R^2+z^2)^{3/2}}$.

b Toon aan dat de tweede afgeleide van het totale veld in het midden nul is als $d = R$ (de eerste is nul door de symmetrie).

c Bereken het veld in het midden voor $d = R$ en toon dat $B = (4/5)^{3/2}\mu_0 N I / R$. Hoe groot is het voor $N = 100$, $I = 1{,}0\ \mathrm{A}$, $R = 10\ \mathrm{cm}$?

d Controleer met Python hoe homogeen het veld is op R/4 en R/2 van het midden, voor d = 0,5R, R en 1,5R.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Biot-Savart	Symmetrie gebruikt: alleen de axiale component blijft, dl ⊥ r, factor R/r.
Afleiding	Tweede afgeleide correct en d = R als voorwaarde gevonden.
Getal	(4/5)^(3/2) en het veld in mT correct.
Controle	Programma werkt; conclusie over het homogene gebied getrokken.

19.18 Ontwerp: rem en dumpbelasting van de windturbine

●●● Uitdagen · 9 · Ontwerpen · 60 min

Neem de generator van het handboek (8 poolparen, fase-emk 95,3 V effectief bij 300 tpm, dus 0,379 V·s per rad/s elektrisch). Per fase, als rekenwaarden: zelfinductie 8,0 mH en weerstand 0,50 Ω. Bij een kortsluitrem verbind je de drie fasen met elkaar; de stroom wordt dan alleen beperkt door die spoelen.

a Toon aan dat de kortsluitstroom per fase $I = \dfrac{k\omega_e}{\sqrt{R^2 + (\omega_e L)^2}}$ is en het remkoppel $M = \dfrac{3I^2R}{\omega_m}$ (met $\omega_e = p\,\omega_m$).

b Bereken stroom en remkoppel bij 75, 150 en 300 tpm. Bij welk toerental is het koppel maximaal?

n (tpm)	I (A)	M (N·m)

c Het aerodynamische koppel is bij 300 tpm ongeveer 106 N·m, en groter bij meer wind. Wat besluit je over de kortsluitrem?

d Ontwerp de dumpbelasting aan de gelijkspanningskant: weerstand voor 3,0 kW bij de gelijkspanning van 300 tpm, vermogen, en een nuttige bestemming voor de warmte. Stel een volgorde op: wat gebeurt er bij overtoeren, bij een volle batterij en bij storm?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Model	Stroom uit emk en impedantie per fase, koppel uit het vermogen in de weerstanden.
Getallen	Tabel correct; maximum bij ωeL = R (±75 tpm) gevonden.
Inzicht	Begrijpt dat de kortsluitrem bij hoge snelheid zwakker wordt en een weggelopen rotor niet stopt.
Ontwerp	Dumpweerstand correct gedimensioneerd, warmte nuttig gebruikt, volgorde van de maatregelen logisch en veilig.

19.19 Debat: veilige laagspanning of dunne kabels?

Uitdagen · 8 · Argumenteren · 40 min

De generator van het handboek geeft tot 223 V gelijk (bij overtoeren meer): geen zeer lage spanning. Uitvoering B van opdracht 19.15 blijft onder 120 V maar vraagt dikkere kabels en een complexere omzetter. Het station wordt onderhouden door twee bewoners zonder elektricien in de buurt.

a Verdedig één standpunt: (a) het hele gelijkstroomdeel van het station blijft zeer lage spanning (onder 120 V), ook als het meer koper en een duurdere omzetter kost; (b) hogere spanning is aanvaardbaar met de juiste maatregelen. Gebruik minstens drie getallen uit dit hoofdstuk en hoofdstuk 20.

b Welke maatregelen maken een installatie boven 120 V veilig genoeg? Welke daarvan hangen af van de bewoners, en welke niet?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Argumenten	Minstens drie correcte getallen (spanning, stroom, kabelverlies, 120 V-grens, overtoeren).
Tegenargument	Het sterkste argument van de andere kant eerlijk weergegeven.
Maatregelen	Technische en organisatorische maatregelen onderscheiden; beseft dat techniek betrouwbaarder is dan gedrag.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Ik kan het elektrisch veld van puntladingen als vectorsom berekenen (Coulomb, superpositie) en veldlijnen en equipotentiaallijnen lezen, tekenen en numeriek berekenen. ▢▢▢
- Ik kan de potentiaal uit het veld afleiden (integraal) en omgekeerd (E = −dV/dx), en rekenen met een homogeen veld, de elektronvolt en doorslag. ▢▢▢
- Ik kan C = εA/d afleiden met de wet van Gauss, er een condensator mee ontwerpen en verklaren waarom een supercondensator zoveel capaciteit heeft maar weinig spanning verdraagt. ▢▢▢
- Ik kan het magnetisch veld van een rechte draad (Biot-Savart en Ampère) en van een spoel berekenen, ook voor een kabel met heen- en terugleiding. ▢▢▢
- Ik kan de Lorentzkracht als vectorproduct berekenen voor een lading en een stroomdraad, een cirkelbaan beschrijven en het Hall-effect verklaren en berekenen. ▢▢▢
- Ik kan de wet van Faraday toepassen op een veranderend veld, een bewegende geleider en een draaiende spoel (e = NBAω sin ωt), en met de wet van Lenz de richting en de energiebalans verklaren. ▢▢▢
- Ik kan zelfinductie en de energie in een spoel berekenen, en het uitschakelen van een inductieve last met een vrijloopdiode en een zener doorrekenen. ▢▢▢
- Ik kan een ideale transformator berekenen (spanning, stroom, impedantie, U = 4,44 f N A B̂) en de verliezen verklaren. ▢▢▢
- Ik kan uitleggen hoe een driefasige generator met permanente magneten werkt en voor de windturbine van het station frequentie, spanning en gelijkgerichte spanning bepalen. ▢▢▢

WERKBOEK · HOOFDSTUK 20

Wisselstroom

Impedantie, resonantie en vermogen: rekenen aan het net en aan de omvormer van het station

Je oefent eerst effectieve waarden, impedanties, fasordiagrammen, vermogens en driefasig rekenen, en ruimt enkele misvattingen op. Daarna reken je resonantiekringen door (ook in Python en in het labo), compenseer je een koelkast, ontleed je een gemodificeerde sinus en reken je de omvormer van het station bij andere belastingen door (Habitat-opdracht 20.12). De uitdagingen: het constante vermogen van drie fasen, een uitgangsfilter ontwerpen, een debat over gelijk- of wisselstroom en de arbeidsfactor van een laptoplader.

6× oefenen · 8× toepassen · 4× uitdagen · ± 580 min

L Elektriciteit en elektronica · W Wiskundig modelleren · E Energie



Drie fasen, vijftig keer per seconde omgekeerd: zo reist energie door Europa.

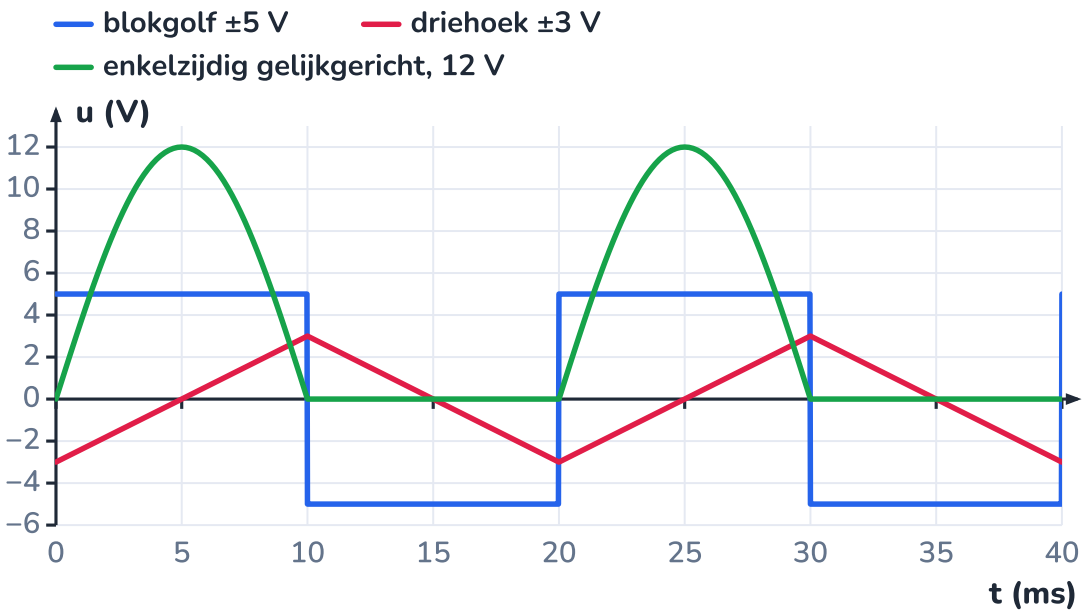
Oefenen

●○○ Oefenen — één stap, direct toepassen

20.1 Effectieve waarden

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 20 min

Bereken de effectieve waarden met de definitie (een integraal over één periode), niet met een tabel.



Drie periodieke spanningen met een periode van 20 ms.

a Een sinus met amplitude 12 V en de blokgolf van ±5 V uit de figuur.

b De driehoek van ±3 V. Tip: bereken het gemiddelde van u^2 over een kwart periode, waar $u = 3 \cdot 4t/T$.

c De enkelzijdig gelijkgerichte sinus van 12 V (de ene halve periode sinus, de andere nul).

d De noodverwarming neemt 2,0 kW bij 230 V. Hoe groot is de effectieve stroom en de piekstroom?

20.2 Reactanties en een RL-kring

Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

Een spoel van 0,10 H en een condensator van 10 µF.

a Bereken de reactantie van beide bij 50 Hz en bij 1 kHz.

b De spoel heeft 40 Ω draadweerstand en hangt aan 230 V, 50 Hz. Bereken Z (poolvorm), de stroom en de faseverschuiving.

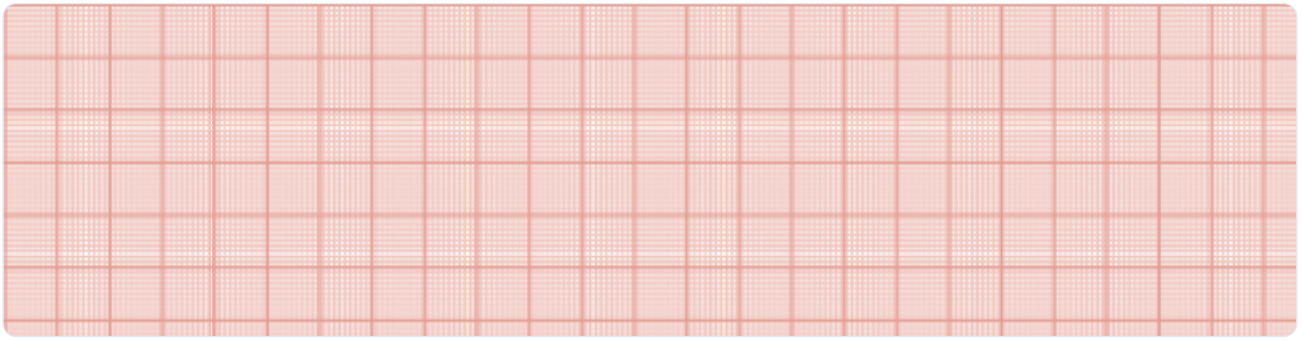
20.3 Het fasordiagram van een RC-kring

Oefenen · 7 · Tekenen · 25 min

Een weerstand van 1,0 kΩ en een condensator van 1,0 µF staan in serie aan 10 V effectief.

a Bij welke frequentie is $|Z_C| = R$? Bereken voor die frequentie I, U_R en U_C (grootte en hoek, met U als referentie).

b Teken het fasordiagram op schaal (1 V = 1 cm): U, U_R, U_C en de richting van I. Controleer dat $U_R + U_C = U$.



c Herhaal de berekening bij de dubbele frequentie. Wat verandert er aan de verdeling van de spanning?

20.4 Actief, reactief en schijnbaar vermogen

Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

Een toestel neemt 2,5 A bij 230 V; de stroom ijlt 30° na op de spanning.

a Bereken S, P, Q en de arbeidsfactor. Schrijf het complexe vermogen als P + jQ.

b Het toestel draait 6 uur per dag. Hoeveel kWh telt een kWh-meter, die actieve energie meet?

c Is het toestel inductief of capacitief? Welk toestel zou het kunnen zijn?

20.5 Drie verwarmingselementen

●○○ Oefenen | 7 | Rekenen | 20 min

Drie verwarmingselementen van 2,0 kW / 230 V worden op een driefasig net aangesloten.

a Ster op 3N × 400 V: welke spanning krijgt elk element, welke stroom loopt in elke fase en in de nulgeleider?

b Eén element valt uit. Hoe groot wordt de stroom in de nulgeleider? Teken de wijzers.

c Een installateur schakelt de elementen per vergissing in driehoek op 3N × 400 V. Wat gebeurt er?

d Op een Belgisch net van 3 × 230 V zet je ze in driehoek. Bereken de lijnstroom.

20.6 Misvattingen over wisselstroom

●○○ Oefenen | 6 | Begrijpen | 15 min

Juist of fout? Verbeter wat fout is, met een kort argument of een getal.

a (a) De effectieve waarde van een wisselspanning is haar gemiddelde waarde.

b (b) In een serie-RLC-kring kan de spanning over de condensator nooit groter zijn dan de bronspanning.

c (c) Reactief vermogen kost niets, dus je hoeft er geen rekening mee te houden.

d (d) Een condensator neemt aan 230 V, 50 Hz geen stroom, want er gaat geen lading door de isolator.

Toepassen

meerdere stappen, in een context

20.7 Serie-RLC: resonantie en bandbreedte

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

Een spoel van 47 mH en een condensator van 22 nF staan in serie met 150 Ω (alle weerstand samen), aan 5,0 V effectief.

a Bereken f_0, $\sqrt{L/C}$, Q en de bandbreedte.

b Bereken de stroom en de spanningen over R, L en C bij resonantie. Welke condensator kies je qua spanning?

c Toon aan dat de halfvermogenpunten liggen waar $\omega L - 1/(\omega C) = \pm R$, en dat hun afstand R/L is (in rad/s).

20.8 Een RLC-kring doormeten

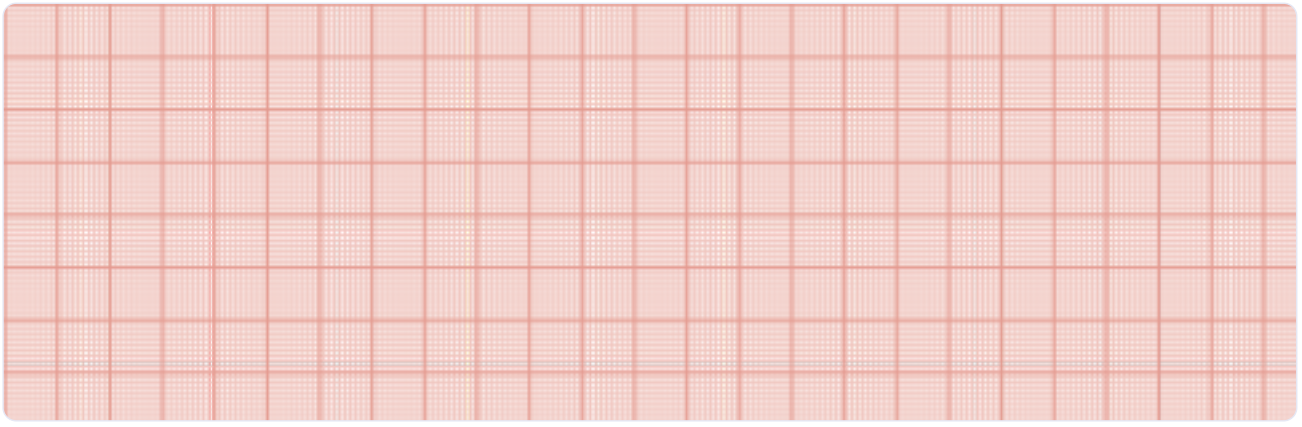
Toepassen · 8 · Labo · 90 min

Voer de proef van het handboek uit met je eigen onderdelen. Meet vooraf L, C en de weerstand van de spoel, en de uitgangsweerstand van je functiegenerator (meestal 50 Ω).

a Meet de stroomamplitude (via de 10 Ω) bij minstens 15 frequenties en zet ze in een tabel.

f (Hz)	U over 10 Ω (mV)	I (mA)	faseverschil (°)

b Teken de resonantiekromme met een logaritmische frequentieas en teken het model erdoor. Bepaal f_0 en de bandbreedte uit je meting.



c Meet U_C bij resonantie en bereken Q op twee manieren (U_C/U_g en $f_0/\Delta f$). Verklaar de verschillen met het model.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Meting	Genoeg punten, dichter bij het maximum; amplitude en fase correct afgelezen; eenheden.
Grafiek	Logaritmische as, model en meting in één figuur, f_0 en Δf correct bepaald.
Q op twee manieren	U_C/U_g en $f_0/\Delta f$ berekend en vergeleken, met de generatorweerstand in R.
Kritiek	Afwijkingen verklaard: verliezen van de spoel bij kHz, toleranties, belasting door de scoop, generatorspanning die zakt.

20.9 De bandbreedte numeriek

Toepassen · 7 · Programmeren · 25 min

Neem de kring van opdracht 20.7 (47 mH, 22 nF, 150 Ω) en een bron van 5,0 V.

a Schrijf een programma dat f_0, de bandbreedte en U_C numeriek bepaalt, zonder de formules voor Q te gebruiken.

b Herhaal met de 50 Ω van een functiegenerator erbij. Wat verandert er, en wat niet?

20.10 De koelkast compenseren?

Toepassen · 7 · Rekenen · 20 min

De koelkast van het station neemt 150 W met cos φ = 0,70 (hoofdstuk 7), 230 V, 50 Hz.

a Bereken S, Q en de stroom.

b Welke condensator brengt de arbeidsfactor naar 0,95? Hoeveel daalt de stroom?

c Levert het energie op? Voor wie wel iets? Is het de moeite?

20.11 Een gemodificeerde sinus ontleden

Toepassen · 8 · Analyseren · 30 min

Een goedkope omvormer geeft een gemodificeerde sinus van ±325 V die in elke halve periode 5 ms aan staat (zoals in het handboek).

a Bereken de effectieve waarde, de piekfactor (piek/effectief) en wat een gemiddelde-meter aanwijst.

b Leid de amplitude van de grondgolf af: $b_1 = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} u(x)\sin x\,\mathrm{d}x$. Hoeveel effectieve spanning zit in de grondgolf, en hoeveel in de rest?

c Een koelkastcompressor is ontworpen voor een zuivere sinus van 230 V. Wat verwacht je als hij op deze omvormer draait?

20.12 Habitat: de omvormer bij andere belastingen

Toepassen · 8 · Habitat · 50 min

Het brein moet voor elke toestand weten of de omvormer (4,0 kVA continu, 8 kVA gedurende 5 s, 93 %) en de batterij het aankunnen. Het filter van de omvormer levert altijd 166 var capacitief (0,72 A). Gebruik de toestellen van hoofdstuk 7 en de aanloop van het handboek (zes keer de stroom, cos φ = 0,5).

a Nacht: alleen koelkast en rest. Bereken P, Q, S en de arbeidsfactor van de belasting, en daarna met de filtercondensator erbij (wat de brug ziet).

b Bereken de batterijstroom 's nachts bij 48 V. De omvormer verbruikt zonder last 25 W (rekenwaarde): hoeveel procent van de nachtstroom is dat?

c Winteravond, batterij op 44 V: de verwarming, de koelkast en de rest draaien, en de pomp slaat aan. Bereken S, P en de batterijstroom. Mag het?

d Stel een regel voor het energiebeheer voor die de omvormer en de batterij beschermt, met getallen.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Fasoren en vermogen	P, Q en S correct met S = U I*; de filtercondensator juist als −166 var meegeteld.
Batterijstroom	Alleen P (en de nullast) uit de batterij; I = P/(ηU) bij de juiste spanning.
Aanloop	Aanloop als fasor opgeteld, grens van 8 kVA en de batterijstroom getoetst.
Regel	Een concrete, meetbare regel (drempels in VA of A, tijden) die volgt uit de berekening.

20.13 De kabel van de windturbine

Toepassen · 7 · Rekenen · 15 min

De windturbine levert 3,0 kW bij 165 V lijnspanning en 11,0 A per fase; de kabel is 30 m lang.

a Bereken het verlies en de spanningsval per geleider met 2,5 mm² en met 6 mm².

b De ontwerpregel van het station is hoogstens 3 % verlies. Welke doorsnede kies je?

20.14 Het uitgangsfilter onder de loep

Toepassen · 8 · Analyseren · 30 min

Het LC-filter van de omvormer (1,0 mH met 0,05 Ω, 10 µF) uit het handboek.

a Bereken de kwaliteitsfactor van de kring zonder last en met 16 Ω last (bij resonantie ligt de last parallel met C).

b Een toestel neemt een stroom met een component bij 1550 Hz (een harmonische, hoofdstuk 21). Waarom is dat gevaarlijk bij een lichte belasting?

c Hoeveel spanning valt er bij 17,4 A (4,0 kVA) over de spoel? Welk percentage van 230 V is dat?

●●● Uitdagen Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

20.15 Vermogen in één en in drie fasen

●●● Uitdagen · 8 · Analyseren · 35 min

Een eenfasige belasting krijgt $u = \sqrt{2}\,U\cos\omega t$ en neemt $i = \sqrt{2}\,I\cos(\omega t - \varphi)$.

a Leid af: $p(t) = UI\cos\varphi + UI\cos(2\omega t - \varphi)$.

b Drie gelijke belastingen op drie fasen (fasen 0, $-120°$, $+120°$). Toon aan dat de som van de drie momentane vermogens constant $3UI\cos\varphi$ is.

c Een eenfasige omvormer van 4,0 kVA heeft een tussenkring op 400 V die hoogstens 5 % van top tot top mag schommelen. Welke capaciteit, en welke energie zit erin?

20.16 Ontwerp: het uitgangsfilter van de omvormer

●●● Uitdagen · 9 · Ontwerpen · 60 min

Ontwerp het LC-filter van de omvormer (4,0 kVA, 230 V, brug op 20 kHz). Eisen: (1) bij 20 kHz minstens 40 dB demping; (2) de condensatorstroom zonder last hoogstens 5 % van de nominale stroom; (3) de spanningsval over de spoel bij nominale stroom hoogstens 3 %; (4) geen resonantiepiek hoger dan een factor 10 zonder last. Gebruik een dempingstak: een weerstand in serie met een extra condensator, parallel aan de filtercondensator.

a Vertaal de eisen 1 tot 3 in grenzen voor L, C en f_0.

b Kies waarden (standaardreeks) voor L, C, de dempcondensator en de dempweerstand, en verantwoord.

c Controleer alle eisen met een Python-programma (|H| over 100 Hz tot 100 kHz, zonder last). Hoeveel vermogen verliest de dempweerstand bij 50 Hz?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Eisen	Correct vertaald: C ≤ 12 µF, L ≤ 1,26 mH, f_0 ≤ 2 kHz.
Keuze	Waarden uit de standaardreeks, met de dempingstak binnen de stroomeis; R ongeveer √(L/C).
Controle	Programma rekent de impedanties correct; piek, demping bij 20 kHz en nullaststroom getoetst.
Afweging	Verlies in de dempweerstand en de trade-off tussen demping en filterwerking besproken.

20.17 Debat: gelijkstroom of wisselstroom voor het station?

Uitdagen · 8 · Argumenteren · 40 min

Het station heeft een 48 V-batterij, zonnepanelen (gelijkstroom), een windturbine (wisselstroom van wisselende frequentie) en toestellen voor 230 V~. Sommige ontwerpers pleiten voor een 'gelijkstroomhuis': alle toestellen op 48 V of 380 V gelijk, geen omvormer. Anderen houden vast aan 230 V~.

a Verdedig één standpunt met minstens drie argumenten uit dit hoofdstuk en hoofdstuk 19 (getallen!).

b Wat zou Edison vandaag over het station zeggen, en wat Tesla?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Argumenten	Minstens drie correcte, gekwantificeerde argumenten (omvormerverlies, kabelverlies, veiligheid, beschikbaarheid van toestellen, reactief vermogen, 100 Hz-rimpel).
Tegenargument	Het sterkste argument van de andere kant eerlijk weergegeven.
Historisch	Verbinding met de stroomoorlog: wat toen doorslaggevend was, en wat vermogenselektronica veranderd heeft.

20.18 Onderzoek: de arbeidsfactor van een laptoplader

Uitdagen · 9 · Onderzoeken · 50 min

Een laptoplader zonder PFC (arbeidsfactorcorrectie) richt de netspanning gelijk op een condensator. Hij neemt alleen stroom als de netspanning boven de condensatorspanning komt: korte pulsen rond elke top. Model: pulsen in de vorm $\cos^2$, 2,5 ms breed, in fase met de toppen; 70 W opgenomen.

a Bereken met Python de piekstroom, de effectieve stroom, P, S en de arbeidsfactor.

b De stroompulsen liggen precies in fase met de spanning. Waarom is de arbeidsfactor toch geen 1? Wat is de verschuivingsfactor (cos φ van de grondgolf)?

c Bereken de harmonischen van de stroom (3, 5, 7). Waarom kan een condensator deze arbeidsfactor niet verbeteren, en wat doet een lader met PFC anders?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Programma	Correcte berekening van P als gemiddelde van u · i en van de effectieve waarden.
Begrip	Onderscheid tussen verschuiving (cos φ) en vervorming correct uitgelegd.
Harmonischen	Fasor per harmonische berekend; uitgelegd dat alleen de grondgolf vermogen draagt.
Oplossing	PFC beschreven als een omzetter die een sinusvormige stroom afdwingt.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Ik kan de effectieve waarde van een periodieke spanning afleiden met een integraal, en uitleggen wat verschillende meters bij een niet-sinusvormige spanning aanwijzen. ▢▢▢
- Ik kan de impedantie van R, L en C en van combinaties ervan berekenen met complexe getallen, en een toestel als vervangschema met R en L voorstellen. ▢▢▢
- Ik kan een serie- en een parallelle RLC-kring doorrekenen: resonantiefrequentie, kwaliteitsfactor, bandbreedte, spanningsoverhoging, en het verloop van |Z| en de fase tegenover de frequentie. ▢▢▢
- Ik kan een resonantiekromme meten met een functiegenerator en een oscilloscoop, en de meting vergelijken met een model in Python. ▢▢▢
- Ik kan het momentane vermogen afleiden en actief, reactief en schijnbaar vermogen berekenen (S = U I*), ook voor een samengestelde belasting (vermogensdriehoek). ▢▢▢
- Ik kan de arbeidsfactor berekenen, een compensatiecondensator dimensioneren en beoordelen of compensatie zinvol is. ▢▢▢
- Ik kan fase- en lijnspanning in een driefasig net berekenen, ster- en driehoekschakeling toepassen, en uitleggen waarom het net drie fasen heeft. ▢▢▢
- Ik kan voor de omvormer van het station de stroom aan de 48 V-kant, de 100 Hz-rimpel en het effect van een aanlopende motor berekenen, en een onderbouwde beslissing over compensatie nemen. ▢▢▢

WERKBOEK · HOOFDSTUK 21

Filters en signaalverwerking

Ruis beperken terwijl betekenis en reactietijd behouden blijven

Je begint met RC en dB, analyseert dan samples en digitale filters en ontwerpt uiteindelijk een veilig, traceerbaar Habitat-signaalpad.

4× oefenen · 4× toepassen · 4× uitdagen · ± 405 min

L Elektriciteit en elektronica · W Wiskundig modelleren · P Programmeren en computationeel denken



Een filterontwerp wordt met zowel amplitude als reactietijd gecontroleerd.

●○○ Oefenen Oefenen

één stap, direct toepassen

21.1 Een kantelpunt berekenen

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Laagdoorlaat R = 10 kΩ en C = 1 µF.

Bereken τ, fc en overdracht bij 1, 15,9 en 159 Hz.

21.2 Decibel omkeren

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Een filter heeft −12 dB amplitudeniveau.

Bereken de amplitudeverhouding en bij gelijke impedanties de vermogensverhouding.

21.3 Laag- of hoogdoorlaat

Oefenen · 6 · Begrijpen · 25 min

Je wil (a) langzame temperatuur meten met snelle ruis; (b) een kleine trilling zien bovenop een DC-offset.

Kies filtersoort voor beide situaties en benoem een verlies van nuttige informatie.

21.4 Aliasing herkennen

Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Sinus f = 73 Hz, sampletempo 100 Hz.

Bereken aliasfrequentie. Wat verandert bij fs = 200 Hz?

Toepassen

Toepassen · meerdere stappen, in een context

21.5 Twee RC-trappen

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

Twee onbelaste en met buffers gescheiden identieke laagdoorlaten hebben fc = 20 Hz.

a Bereken totale amplitude en fase bij 20 en 200 Hz.

b Waarom mogen twee passieve trappen zonder buffer niet zomaar worden vermenigvuldigd?

21.6 Groot venster, grote vertraging

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

NTC witte ruis σ = 0,10 K; N = 28 onafhankelijke metingen op 1 Hz zoals de onzekerheidsanalyse van e06.

a Bereken de ruis na middelen en de online groepsvertraging.

b Waarom wordt de totale standaardonzekerheid niet 0,019 K?

21.7 Een exponentieel filter uitvoeren

Toepassen · 7 · Programmeren · 25 min

Vorige y = 20,0 °C; nieuwe x = 21,0 °C; Δt = 2 s, τ = 8 s.

a Bereken α en nieuwe y; schrijf een functie die dt als argument krijgt.

b Verklaar de fout bij een vast α wanneer het loggerinterval verdubbelt.

21.8 Een spectrum met bekende componenten

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

Maak x = sin(2π·10t) + 0,5sin(2π·40t), fs = 200 Hz, N = 200, t = arange(N)/fs.

a Bereken rfft en rfftfreq, en normaliseer amplitudes met 2/N. Geef frequentieafstand en pieken.

b Herhaal met N = 180 en verklaar het verschil.

Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

21.9 Een onherstelbaar opnameprobleem

Uitdagen · 9 · Onderzoeken · 50 min

Een logger neemt eenmaal per seconde een 490,196 Hz-storing op. Je ziet een golf van ongeveer vijf seconden.

a Bewijs algebraïsch dat een digitaal laagdoorlaatfilter niet kan vaststellen of de bron 0,196 of 490,196 Hz was.

b Ontwerp een diagnoseproef met gewijzigde samplefrequentie en/of ingangfilter.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Signaalpad	Analoog filter vóór ADC, samplefrequentie en digitale decimatie duidelijk.
Afweging	Ruisvermindering en vertraagde detectie beide kwantitatief getoetst.
Veiligheid	Ruwe grenscontrole en sensorvaliditeit behouden; geen alarmverlies door middelen.

21.10 Ontwerp op een storingsbudget

Uitdagen · 9 · Ontwerpen · 50 min

Nuttig signaal tot 1 Hz; sinusruis 100 mV bij 500 Hz mag na analoog filter maximaal 1 mV zijn. Eén RC; sampletempo 2000 Hz.

a Bepaal maximale fc en beoordeel verlies op 1 Hz.

b Waarom bewijst dit geen bescherming tegen alle PWM-harmonischen?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Signaalpad	Analoog filter vóór ADC, samplefrequentie en digitale decimatie duidelijk.
Afweging	Ruisvermindering en vertraagde detectie beide kwantitatief getoetst.
Veiligheid	Ruwe grenscontrole en sensorvaliditeit behouden; geen alarmverlies door middelen.

21.11 Habitat: filteren zonder blind alarm

Uitdagen · 9 · Habitat · 80 min

NTC σruis≈0,10 K, thermische sensorτ=60 s. A3 heeft 64 Hz-voorfilter; CO_2-waarschuwing op minuutgemiddelde, 5000 ppm-alarm op geldige losse metingen.

a Teken per sensor de analoge acquisitie, digitale bewerking en alarmtak.

b Toets NTC-voorstel $\Delta t=1$ s en τfilter=5 s op ruis en stapvertraging.

c Beschrijf ontbrekende samples, ADC-verzadiging en een alarmtest met een korte hoge CO_2-puls.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Signaalpad	Analoog filter vóór ADC, samplefrequentie en digitale decimatie duidelijk.
Afweging	Ruisvermindering en vertraagde detectie beide kwantitatief getoetst.
Veiligheid	Ruwe grenscontrole en sensorvaliditeit behouden; geen alarmverlies door middelen.

21.12 Een mooie lijn kritisch beoordelen

Uitdagen · 9 · Argumenteren · 25 min

Een collega toont alleen een glad temperatuurverloop en zegt dat dit nauwkeuriger is dan alle ruwe waarden.

Geef een onderbouwde beoordeling met precisie, bias, vertraging en traceerbaarheid.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Je leidt RC-laag- en hoogdoorlaat af met complexe impedanties.
- Je rekent amplitudes in decibel en leest Bodecurves.
- Je verklaart Fouriercomponenten en aliasing met sampletijdstippen.
- Je vergelijkt gemiddelde en exponentieel filter op ruis en vertraging.
- Je ontwerpt een sensorpad dat alarmen en traceerbaarheid behoudt.

WERKBOEK · HOOFDSTUK 22

Operationele versterkers

Millivolt betrouwbaar omzetten naar een weegwaarde

Je rekent ideale schakelingen, toetst daarna bruggen en werkelijke fouten en ontwerpt uiteindelijk een verifieerbare oogstmeting.

4× oefenen · 4× toepassen · 4× uitdagen · ± 380 min

Elektriciteit en elektronica · Onderzoeken en meten



De bakmassa, mechanische montage en elektronica horen allemaal bij de kalibratie.

●○○ Oefenen Oefenen

één stap, direct toepassen

22.1 Een ideale ingang

●○○ Oefenen · 6 · Begrijpen · 25 min

Een opamp is lineair, met negatieve terugkoppeling, u+ = 1,5 V.

Geef u– en de ideale ingangsstromen. Leg uit waarom dit geen echte kortsluiting is.

22.2 Inverterende gain

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Ri = 12 kΩ, Rf = 60 kΩ; u+ op massa, ui = –0,30 V; voeding ±9 V.

Bereken gain, uo en ingangsstroom.

22.3 Niet-inverterend kiezen

Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Ui = 0,20 V moet naar 1,00 V; Rg = 10 kΩ.

Bereken Rf en verklaar het verschil met een spanningsvolger.

22.4 Comparator en ruis

Oefenen · 6 · Begrijpen · 25 min

Een sensor ruist ±20 mV rond 2,50 V; comparator heeft één drempel.

Verklaar chatter en stel een gemotiveerde hysteresisband voor.

Toepassen

meerdere stappen, in een context

22.5 Exacte kwartbrug

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

R1 = 350,7 Ω, R2 = R3 = R4 = 350 Ω; Uex = 5 V; Ud = UR−UL.

a Bereken exact Ud en vergelijk met Uexδ/4.

b Wat gebeurt als alle vier R dezelfde factor krijgen?

22.6 Hysterese afleiden

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

Ui op −; + via 100 kΩ naar 2,5 V en via 1 MΩ naar uitgang. UL=0, UH=5 V.

Leid beide drempels af uit knooppuntwet en geef de richting van elke schakelactie.

22.7 Een meetbudget in kilogram

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

5 kg-weegcel, 2 mV/V, 5 V-excitatie, gain 401; ADC 10 bit/5 V. Offset voor tare 25 µV.

a Bereken brug- en uitgangsgevoeligheid, code-equivalent en offset-equivalent.

b Waarom is code-equivalent niet hetzelfde als onzekerheid?

22.8 Grote-signaalbandbreedte

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

Een sinusuitgang heeft piek 2,0 V bij 10 kHz; opamp SR = 0,10 V/µs.

Bereken vereiste slew rate en maximale frequentie zonder slewbegrenzing.

Uitdagen Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

22.9 Tare is niet calibreren

Uitdagen · 9 · Onderzoeken · 50 min

Een weegschaal toont na tare 1,04 kg op een 1,00 kg-gewicht en 4,16 kg op 4,00 kg.

a Diagnosticeer offset of gain en bereken een correctie.

b Ontwerp een ijking die hysterese en drift zichtbaar maakt.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Schakeling	Gelijkstromen, common-mode en terugkoppelrichting correct.
Meetketen	Gain, rails, ADC-bereik, ruis en kalibratie in één budget.
Bewijs	Referentiemassa's, tare, herhaalbaarheid en overbelastingsproef concreet.

22.10 Een versterker buiten haar bereik

Uitdagen · 9 · Analyseren · 25 min

Een brug heeft Ud = 8 mV maar beide ingangen liggen op 4,95 V bij 5 V-voeding. Je kent alleen de nominale gain.

a Leg uit waarom een plausibele uitgang geen betrouwbare meting bewijst.

b Noem datasheet-/proefcontroles en een veilig foutsignaal.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Schakeling	Gelijkstromen, common-mode en terugkoppelrichting correct.
Meetketen	Gain, rails, ADC-bereik, ruis en kalibratie in één budget.
Bewijs	Referentiemassa's, tare, herhaalbaarheid en overbelastingsproef concreet.

22.11 Habitat: een traceerbare oogstweegschaal

Uitdagen · 9 · Habitat · 80 min

Ontwerpvoorstel 5 kg/2 mV/V/350 Ω, 5 V-excitatie, G=401 en referentie0,50 V. Oogstbak heeft 0,35 kg tare; grootste netto oogst 3,0 kg.

a Controleer maximale bruto-output en brugvermogen.

b Werk nul-, gain-, ruis- en overbelastingstest uit en teken het signaalpad.

c Schrijf een meetrecord met ruwe code, massa, tare, tijdzone en kwaliteitsvlag.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Schakeling	Gelijkstromen, common-mode en terugkoppelrichting correct.
Meetketen	Gain, rails, ADC-bereik, ruis en kalibratie in één budget.
Bewijs	Referentiemassa's, tare, herhaalbaarheid en overbelastingsproef concreet.

22.12 Meer bits of betere mechanica

Uitdagen · 9 · Argumenteren · 25 min

Een collega wil de 10 bit-ADC door 24 bit vervangen en belooft 0,001 g nauwkeurigheid op 5 kg.

Beoordeel de claim met minstens vier foutbronnen en een meetbare vervolgstap.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Ik gebruik de ideale opampregels onder hun geldigheidsvoorwaarden.
- Je leidt inverterende en niet-inverterende gain af.
- Je berekent comparatorhysterese en onderscheidt lineaire versterking van schakelen.
- Je rekent een Wheatstonebrug en instrumentatieversterker door.
- Je maakt een ADC-, onzekerheids- en kalibratiebudget voor een krachtsensor.

E EXPERT · DEEL E4 · ELEKTROTECHNIEK EN ELEKTRONICA

WERKBOEK · HOOFDSTUK 23

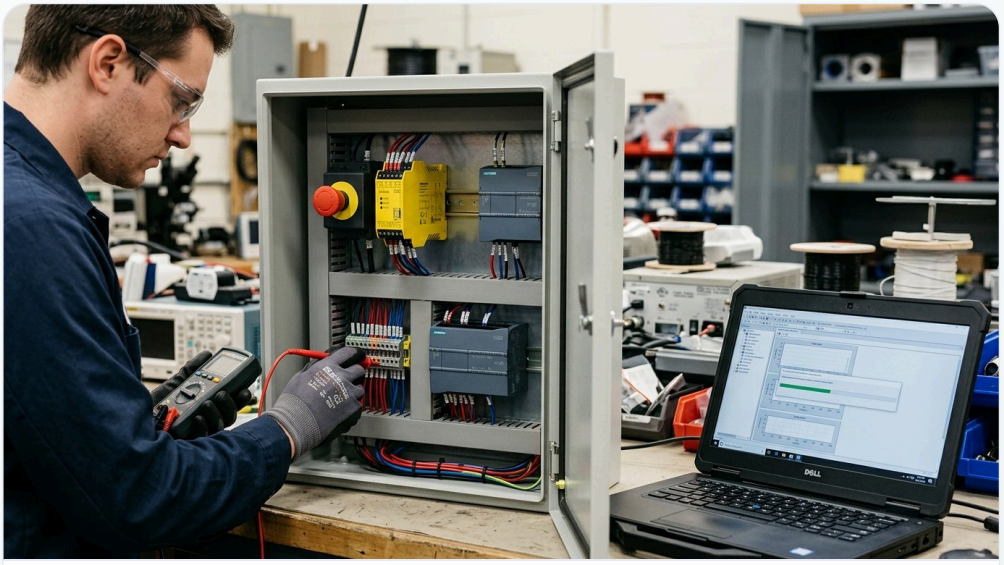
Digitale logica

Van waarheidstabel tot stopdominant geheugen

Je begint bij functies en bits, combineert die met timing en eindigt bij een toetsbaar hardwarestopconcept.

4× oefenen · 4× toepassen · 4× uitdagen · ± 415 min

L Elektriciteit en elektronica · P Programmeren en computationeel denken · W Wiskundig modelleren



Een fysieke stop blijft werken wanneer de centrale computer geen nieuwe instructies uitvoert.

●○○ Oefenen Oefenen

één stap, direct toepassen

23.1 Poorten invullen

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Ingangen A=1,B=0.

Geef EN, OF, XOF, NEN en NOF en leg één resultaat uit.

23.2 De Morgan toetsen

●○○ Oefenen · 6 · Analyseren · 25 min

F=NIET(A OF B).

Maak de vier-rijentabel en schrijf een equivalent product.

23.3 Een opteller uitvoeren

Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

A=1,B=1,Cin=0.

Bereken S/Cout met poortformules en controleer rekenkundig.

23.4 Tellerfrequentie

Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Een vierbit-teller verhoogt elke stijgende klokflank op2 kHz.

Geef bit0/bit3-frequentie en tijd tot volledige cyclus.

Toepassen

meerdere stappen, in een context

23.5 Karnaugh vereenvoudigen

Toepassen · 7 · Tekenen · 25 min

F=1 op mintermen ABC=001,011,101,111.

a Maak een3-variabelen-Karnaughkaart in Gray-volgorde en vereenvoudig.

b Toets alle rijen tegen de eindfunctie.

23.6 Een mux gebruiken

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

Vier databits A/B/C/D worden met selectiebits S1S0 gekozen in die volgorde00/01/10/11.

Schrijf Y als som van producten en geef Y bij S1S0=10.

23.7 D versus klok

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

Stijgende klokflanken op1,3,5,7 ms. D is0 tot2,4 ms,1 tot6,4 ms, daarna0; Q start0.

Teken Q en verklaar waarom de verandering op2,4 ms niet onmiddellijk zichtbaar wordt.

23.8 Een poortbesparing toetsen

Toepassen · 7 · Programmeren · 25 min

Vergelijk F1=A+AB en F2=A.

a Schrijf een exhaustieve Python-test met product((0,1),repeat=2).

b Welke informatie ontbreken zulke tests over de fysieke kring?

●●● Uitdagen Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

23.9 Een hazard analyseren

●●● Uitdagen | 9 | Onderzoeken | 50 min

F=AB+¬AC met B=C=1; A wisselt. De directe en geïnverteerde paden hebben verschillende vertraging.

a Leg uit hoe een0-puls ontstaat en wat de consensus-term BC doet.

b Ontwerp een analyzerproef en leg uit welke conclusie niet volgt uit één foutloze proef.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Logica	Waarheidstabel, toestandsgeheugen en stopprioriteit correct.
Hardwaregrens	Softwareverzoek kan de veiligheidsvrijgave niet overbruggen.
Verificatie	Opstart, draadbreuk, vastgehouden reset en onverwachte herstart expliciet getest.

23.10 De resetknop blijft ingedrukt

Uitdagen · 9 · Analyseren · 25 min

Het stopmodel gebruikt resetflank; een programmeur vervangt dat door resetniveau.

a Geef een scenario dat onbedoelde herstart toelaat.

b Schrijf een flankdetector en beschrijf de opstartvoorwaarde.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Logica	Waarheidstabel, toestandsgeheugen en stopprioriteit correct.
Hardwaregrens	Softwareverzoek kan de veiligheidsvrijgave niet overbruggen.
Verificatie	Opstart, draadbreuk, vastgehouden reset en onverwachte herstart expliciet getest.

23.11 Habitat: softwarefaalproef

Uitdagen · 9 · Habitat · 80 min

Een gevaarlijke verwarmingstak moet stoppen wanneer de Pi hangt met aanvraag=1. Gebruik functionele vergrendeling, thermische grens en hardwarevrijgave.

a Maak een toestandtabel en geef een reeks met stop, loslaten, ongeldige reset, geldige reset en nieuw verzoek.

b Beschrijf fysieke scheiding en foutinjecties voor acceptatie.

c Leg uit welke stationfuncties niet automatisch uitgeschakeld mogen worden door een algemene noodstop.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Logica	Waarheidstabel, toestandsgeheugen en stopprioriteit correct.
Hardwaregrens	Softwareverzoek kan de veiligheidsvrijgave niet overbruggen.
Verificatie	Opstart, draadbreuk, vastgehouden reset en onverwachte herstart expliciet getest.

23.12 Processor uit bouwstenen

Uitdagen · 9 · Ontwerpen · 60 min

Ontwerp een onderwijsprocessor met4-bit-registers R0/R1, ALU voor optellen en EN,2-bit-functiecode en resultaatregister.

a Teken datapad en besturing; beschrijf een klokvolgorde voor R0←R0+R1.

b Benoem carryoverflow en de timinggrens.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Logica	Waarheidstabel, toestandsgeheugen en stopprioriteit correct.
Hardwaregrens	Softwareverzoek kan de veiligheidsvrijgave niet overbruggen.
Verificatie	Opstart, draadbreuk, vastgehouden reset en onverwachte herstart expliciet getest.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Ik gebruik Booleaanse algebra en waarheidstabellen.
- Je vereenvoudigt functies met Karnaughkaarten en toetst hun equivalentie.
- Je beschrijft opteller, multiplexer, flipflop, register en teller.
- Je verklaart timing, metastabiliteit en een eenvoudig processordatapad.
- Je specificeert een hardwarematige stop die softwarefouten en onverwachte herstart opvangt.

WERKBOEK · HOOFDSTUK 24

Vermogenselektronica en elektrische machines

Buck, boost, MPPT en motorbrug binnen hun grenzen

Je begint met ideale omzettingen, voegt rimpel en broncurves toe en werkt naar een verifieerbaar energienet met warmte- en stroomgrenzen.

4× oefenen · 4× toepassen · 4× uitdagen · ± 425 min

L Elektriciteit en elektronica · E Energie · R Regelen en robotica



Elk bron- en lastpad heeft eigen stroom-, spannings- en temperatuurgrenzen.

●○○ Oefenen Oefenen

één stap, direct toepassen

24.1 Buckverhouding

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Een ideale CCM-buck krijgt 24 V en moet 9 V leveren.

Bereken D en ideale ingangsstroom bij Io = 4 A.

24.2 Boostverhouding

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Ideale CCM-boost 12→48 V.

Bereken D en Ii bij Po=96 W en η=0,90.

24.3 Maximum is geen Voc

Oefenen · 6 · Begrijpen · 25 min

Een paneel heeft openklemspanning 42 V en kortsluitstroom 10 A.

Waarom is 420 W geen bewezen maximumvermogen?

24.4 Rendement en verlies

Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Een omzetter neemt 500 W op en levert 470 W.

Bereken η, verlies en temperatuurstijging bij Rθ=1,2 K/W.

Toepassen

Toepassen · meerdere stappen, in een context

24.5 Volt-seconden bewijzen

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

Ideale CCM-buck: uLaan=Ui−Uo,uLuit=−Uo.

Leid Uo=DUi af en leg uit wat DCM verandert.

24.6 Rimpel en piekstroom

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

Buck 48→12 V, Io=8 A, fs=50 kHz, L=100 µH, C=470 µF; ESR voorlopig 0.

Bereken D, ΔIL, minimum/piek en capacitieve rimpel.

24.7 Koude strings

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

Vier panelen in serie; Voc bij 25 °C=42 V per paneel;αVoc=−0,0028/K; laagste celtemperatuur −15 °C; marge 3 %.

Bereken koude string-Voc inclusief marge en beoordeel een 200 V-limiet.

24.8 BLDC-sectoren

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

Motor 4 poolparen, 1500 tpm; zes sectoren per elektrische omwenteling.

a Bereken elektrische frequentie, sectorfrequentie en sectorduur.

b Waarom werkt sensorloze back-EMF-bepaling bij stilstand moeilijk?

24.9 P&O onder veranderende zon

●●● Uitdagen | 9 | Onderzoeken | 60 min

Een bronspanningsstap verhoogt de eigen curvevermogen met 20 W, maar in hetzelfde interval daalt de bestraling zodat er 100 W minder gemeten wordt.

a Geef de P&O-conclusie en verklaar waarom die verkeerd kan zijn.

b Ontwerp een simulatie of test die statisch zoeken, schaduw en snelle zonvariatie apart beoordeelt.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Balans	Vermogen en spoelvolt-seconden consequent; CCM/grenzen benoemd.
Ontwerp	Koude Voc, stroom, rimpel, warmte en beveiliging gekwantificeerd.
Test	MPPT, verzadiging, bronvariatie en veilige energietoestanden afzonderlijk getoetst.

24.10 Warmteafvoer onder foutconditie

●●● Uitdagen | 9 | Ontwerpen | 50 min

Moduleverlies 40 W, Ta = 40 °C, Rθjc = 0,50, Rθcs = 0,20, Rθsa = 0,80 K/W. Ventilatoruitval verdubbelt Rθsa.

a Bereken Tj normaal en na uitval; ontwerp een deratingregel.

b Welke onafhankelijke hardwaregrenzen zijn nodig?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Balans	Vermogen en spoelvolt-seconden consequent; CCM/grenzen benoemd.
Ontwerp	Koude Voc, stroom, rimpel, warmte en beveiliging gekwantificeerd.
Test	MPPT, verzadiging, bronvariatie en veilige energietoestanden afzonderlijk getoetst.

24.11 Habitat: de regelaars dimensioneren

Uitdagen · 9 · Habitat · 90 min

Extra PV 4,20 kWp naar 44–56 V; bestaande 1,40 kWp/12 V blijft apart. Wind 59–223 V DC, 3 kW; η = 0,97. Omvormer 4,0 kVA continu en 8 kVA gedurende 5 s.

a Bereken maximale PV- en windlaadstromen bij 44 V en 3/4,2 kW; onderscheid gelijktijdige bronstroom van omvormerlaststroom.

b Maak een schema met bronregelaars, BMS, zekeringen, rem/dump, lastbeheer en hardwarestop.

c Werk volle batterij en de combinatie van 4,48 kVA uit; formuleer tests en benodigde componentgegevens.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Balans	Vermogen en spoelvolt-seconden consequent; CCM/grenzen benoemd.
Ontwerp	Koude Voc, stroom, rimpel, warmte en beveiliging gekwantificeerd.
Test	MPPT, verzadiging, bronvariatie en veilige energietoestanden afzonderlijk getoetst.

24.12 Hogere PWM-frequentie

Uitdagen · 9 · Analyseren · 25 min

Halfgeleider U = 48 V, I = 20 A, totale schakeltijd rise+fall = 100 ns; schakelfrequentie 20 kHz of 100 kHz.

Bereken overlapverlies en bespreek de winst en prijs van een hogere frequentie.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

Je leidt ideale CCM-buck- en boostverhoudingen af uit volt-seconden.	☐ ☐ ☐
Je bepaalt stroom, rimpel, verlies en thermische marges.	☐ ☐ ☐
Je beschrijft sinus-PWM en de DC-naar-AC-omvormer.	☐ ☐ ☐
Je implementeert MPPT en toetst onder variërende broncondities.	☐ ☐ ☐
Je beschrijft BLDC-commutatie en dimensioneert PV-, wind- en railstromen met beveiliging.	☐ ☐ ☐

WERKBOEK · HOOFDSTUK 25

Thermochemie en reactiesnelheid

Reactiewarmte, activeringsbarrières en een compostvat in de winter

Je oefent tekens en sommen, leidt kinetische parameters af en onderzoekt daarna modelfouten en wintergedrag van het vat.

4× oefenen · 4× toepassen · 4× uitdagen · ± 475 min

M Materie en chemie · E Energie · W Wiskundig modelleren



Een wintervat wordt pas warm wanneer biologische warmteproductie het verlies overtreft.

●○○ Oefenen Oefenen

één stap, direct toepassen

25.1 Enthalpieteken en schaal

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

A→B heeft ΔH=−80 kJ per mol geschreven reactie.

Bereken ΔH voor 0,35 mol en voor de omgekeerde reactie met dezelfde hoeveelheid.

25.2 Hess optellen

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

A→C: +40 kJ/mol; C→B: −95 kJ/mol.

Bepaal A→B en B→A; laat de tussenstof verdwijnen.

25.3 Bindingsbalans

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

$H_2+Cl_2 \rightarrow 2HCl$; Dwaarden 436, 243 en 431 kJ/mol.

Schat ΔH en leg het teken van beide sommen uit.

25.4 Snelheid met coëfficiënten

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

2 A→B; [A] daalt van 0,100 naar 0,076 mol/L in 60 s, constant volume.

Bereken gemiddelde verdwijning van A, reactiesnelheid en toename van [B].

●●○ Toepassen Toepassen

meerdere stappen, in een context

25.5 Een eerste-ordeconstante

●●○ Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

c0=0,080 mol/L; na 300 s is c=0,050 mol/L.

Bereken k, halveringstijd en c na 600 s.

25.6 Activeringsenergie uit twee temperaturen

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

k1=0,0010 s^{-1} bij 293,15 K; k2=0,0020 s^{-1} bij 303,15 K.

Leid Ea af en controleer het teken.

25.7 Reactieorde is gemeten

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

Bij verdubbeling van A stijgt r met factor twee; bij verdubbeling van B blijft r gelijk.

Geef de snelheidswet en verklaar waarom de totale reactievergelijking de orde niet vastlegt.

25.8 Katalyse en oppervlakte scheiden

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

Een verkleinde vaste stof reageert sneller; tegelijk is een enzym toegevoegd.

Ontwerp een proef die beide effecten apart meet.

25.9 Fitten met een verkeerd eindplateau

●●● Uitdagen | 9 | </> Programmeren | 60 min

Een sensor meet cgemeten=cwerkelijk+0,005 mol/L, maar je fit ln(cgemeten) lineair.

Simuleer de dataset, toon het residupatroon en verbeter het model.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Balans	Massa-, energie- en dimensiecontrole; rekenwaarden van gemeten eigenschappen onderscheiden.
Model	Arrheniusgebied, zuurstof, vocht, remming en parameteronzekerheid benoemd.
Bewijs	Replicaten, residuen en ruimtelijke temperatuurmetingen; geen hygiëneclaim op één modelcurve.

25.10 Compostwarmte als gekoppeld systeem

●●● Uitdagen | 9 | </> Programmeren | 75 min

Gebruik het getoonde compostmodel, H=1 W/K en H=4 W/K.

a Reproduceer de twee curven, halveer dt en controleer totale vrijgekomen energie.

b Verklaar waarom de hoogste temperatuur niet door alleen k20 wordt bepaald.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Balans	Massa-, energie- en dimensiecontrole; rekenwaarden van gemeten eigenschappen onderscheiden.
Model	Arrheniusgebied, zuurstof, vocht, remming en parameteronzekerheid benoemd.
Bewijs	Replicaten, residuen en ruimtelijke temperatuurmetingen; geen hygiëneclaim op één modelcurve.

25.11 Habitat: een winteronderzoek

●●● Uitdagen · 9 · Habitat · 90 min

120 L geïsoleerd vat buiten de kweekruimte; C/N 25–35. Kerntemperatuur blijft 6 °C bij 0 °C buiten.

a Maak een meetplan dat thermische en biologische oorzaken onderscheidt.

b Geef de beslisgrenzen voor gebruik van de compost.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Balans	Massa-, energie- en dimensiecontrole; rekenwaarden van gemeten eigenschappen onderscheiden.
Model	Arrheniusgebied, zuurstof, vocht, remming en parameteronzekerheid benoemd.
Bewijs	Replicaten, residuen en ruimtelijke temperatuurmetingen; geen hygiëneclaim op één modelcurve.

25.12 Thermochemie is geen productiesnelheid

Uitdagen · 9 · Ontwerpen · 50 min

Een reactorreactie geeft 150 kJ/mol vrij; de gewenste omzetstroom is 0,020 mol/s. De koeling voert 2,0 kW af.

Bereken warmteproductie en beoordeel stationair bedrijf; geef een veilig model voor start en stilzetten.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Balans	Massa-, energie- en dimensiecontrole; rekenwaarden van gemeten eigenschappen onderscheiden.
Model	Arrheniusgebied, zuurstof, vocht, remming en parameteronzekerheid benoemd.
Bewijs	Replicaten, residuen en ruimtelijke temperatuurmetingen; geen hygiëneclaim op één modelcurve.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Je berekent reactie-enthalpie met vormingsenthalpieën, Hess en bindingsschattingen. ☐ ☐ ☐
- Je bepaalt een snelheidswet uit metingen en toetst een eerste-ordemodel. ☐ ☐ ☐
- Je verklaart concentratie-, temperatuur-, oppervlakte- en katalysatoreffecten. ☐ ☐ ☐
- Je leidt een Arrheniusverhouding af en berekent Ea. ☐ ☐ ☐
- Je koppelt reactiesnelheid aan warmteverlies en voorraad in Habitat. ☐ ☐ ☐

WERKBOEK · HOOFDSTUK 26

Chemisch evenwicht

Van Q en K naar buffers die een eindige verstoring opvangen

Je rekent eerst Q, pH en oplosbaarheid, vervolgens echte voorraden en tenslotte de chemische en biologische grenzen van een Habitat-buffer.

4× oefenen · 4× toepassen · 4× uitdagen · ± 470 min

M Materie en chemie · B Leven en systemen · W Wiskundig modelleren



Een buffer wordt eerst buiten de voedingsinstallatie op capaciteit en compatibiliteit getoetst.

●○○ Oefenen Oefenen

één stap, direct toepassen

26.1 Dynamisch of stilstaand?

●○○ Oefenen · 6 · Begrijpen · 25 min

In een gesloten vat veranderen [A] en [B] niet meer bij A⇌B.

Wat kun je zeggen over heen- en terugreactie; betekent het dat alle A op is?

26.2 Q en K vergelijken

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

A⇌B; K=4; [A]=0,20 en [B]=0,40 mol/L, ideaal.

Bereken Q en de richting van netto omzetting.

26.3 Zuurconstantelogaritme

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

$K_a = 2{,}0 \cdot 10^{-6}$; $[H] = 3{,}0 \cdot 10^{-6}$ mol/L, ideaal bij 25 °C.

Bereken pKa en pH en leg hun verschillende rollen uit.

26.4 Een oplosbaarheidswortel

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

$MX(s) \rightleftharpoons M^+ + X^-$; $K_{sp} = 4{,}0 \cdot 10^{-12}$, geen overige reacties/ionen.

Bereken s in zuiver water en het ionproduct bij $[M] = [X] = 10^{-5}$ mol/L.

●●○ Toepassen — Toepassen

meerdere stappen, in een context

26.5 Zwak zuur exact en benaderd

●●○ Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

CT = 0,010 mol/L; $K_a = 10^{-4}$; waterbijdrage klein.

Bereken h met de kwadratische vergelijking en met $\sqrt{(K_a C_T)}$; beoordeel de benadering.

26.6 Buffer na een basestap

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

pKa=5,00; HA=0,030 mol en A=0,010 mol in 1 L; voeg 0,005 mol OH^- toe, volume-effect verwaarloosbaar.

Bereken pH vóór en na; verklaar welke voorraad kleiner wordt.

26.7 Gemeenschappelijk ion

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

AgCl-model $K_{sp}=1{,}8\cdot10^{-10}$; oplossing heeft 0,010 mol/L Cl^-, geen complexen verondersteld.

Bereken vrij Ag^+ bij verzadiging en vergelijk met zuiver water; noem een modelbeperking.

26.8 Temperatuur en snelheid

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

Voorwaartse reactie is exotherm; hogere T versnelt beide richtingen.

Leg uit waarom sneller reageren niet noodzakelijk een hoger evenwichtsproductgehalte geeft.

Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

26.9 Bufferberekening uitbreiden met verdunning

Uitdagen · 9 · Programmeren · 60 min

Gebruik het pKa = 6,10-model; voeg zuur/base als een eindig vloeistofvolume toe.

Pas CT en sterke-ionenbalans aan; controleer de nulvolumegrens en vergelijk met Henderson.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Chemie	Massabalans, lading en vrije soorten consistent; verdunning en activiteit aangegeven.
Ontwerp	Capaciteit, nutrientcompatibiliteit, neerslag en biologische effecten getoetst.
Bewijs	Geijkte metingen, blanco/replicaten en klein geïsoleerd testvolume vóór stationgebruik.

26.10 Twee concentraten kunnen een helder reservoir geven

Uitdagen · 9 · Ontwerpen · 65 min

Calcium- en fosfaatvoeding wordt 100× geconcentreerd opgeslagen.

Ontwerp meng- en controleproeven die lokale neerslag onderscheiden van een foute pH-meting.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Chemie	Massabalans, lading en vrije soorten consistent; verdunning en activiteit aangegeven.
Ontwerp	Capaciteit, nutrientcompatibiliteit, neerslag en biologische effecten getoetst.
Bewijs	Geijkte metingen, blanco/replicaten en klein geïsoleerd testvolume vóór stationgebruik.

26.11 Habitat: buffer selecteren en begrenzen

Uitdagen · 9 · Habitat · 90 min

pH-doel 5,8, grenzen 5,5/6,5; rekenkandidaat 2 mmol/L, pKa = 6,10; 56 L als schaalvoorbeeld.

a Bereken met de code de bufferbelasting naar beide grenzen en vergelijk met het i15-zuurvoorbeeld.

b Schrijf een selectie- en validatieplan zonder de voeding blind te wijzigen.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Chemie	Massabalans, lading en vrije soorten consistent; verdunning en activiteit aangegeven.
Ontwerp	Capaciteit, nutrientcompatibiliteit, neerslag en biologische effecten getoetst.
Bewijs	Geijkte metingen, blanco/replicaten en klein geïsoleerd testvolume vóór stationgebruik.

26.12 Een buffer kan een fout verbergen

Uitdagen · 9 · Onderzoeken · 55 min

Een pH-log blijft vlak maar EC daalt en sommige planten groeien minder.

Geef drie toetsbare hypothesen en een meetplan dat ze onderscheidt.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Chemie	Massabalans, lading en vrije soorten consistent; verdunning en activiteit aangegeven.
Ontwerp	Capaciteit, nutrientcompatibiliteit, neerslag en biologische effecten getoetst.
Bewijs	Geijkte metingen, blanco/replicaten en klein geïsoleerd testvolume vóór stationgebruik.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Je onderscheidt dynamisch evenwicht, Q en K en berekent een eenvoudige evenwichtssamenstelling. ▢▢▢
- Je verklaart Le Chatelier via Q en benoemt druk-/temperatuurcondities. ▢▢▢
- Je berekent zwakke zuur/base-pH met controle van massa en lading. ▢▢▢
- Je leidt Henderson–Hasselbalch af en berekent buffervoorraad en capaciteit. ▢▢▢
- Ik gebruik vrije-ionenproducten voor neerslag en toetst een hydroponische bufferkandidaat. ▢▢▢

WERKBOEK · HOOFDSTUK 27

Elektrochemie: batterijen, brandstofcellen en elektrolyse

Van halfreacties naar een begrensd waterstofscenario

Je telt eerst elektronen en lading, rekent daarna systeemverliezen en onderzoekt tenslotte seizoensopslag zonder jaarenergie met beschikbaar vermogen te verwarren.

4× oefenen | 4× toepassen | 4× uitdagen | ± 480 min

M Materie en chemie | E Energie | L Elektriciteit en elektronica



Een opslagkeuze vraagt energie, vermogen, systeemgrenzen en een gecontroleerd ontwerp.

Oefenen

●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

27.1 Halfreacties en tekens

●○○ Oefenen | 6 | Rekenen | 25 min

Zn^{2+}/Zn: −0,76 V; Cu^{2+}/Cu: +0,34 V, beide reductiepotentialen.

Schrijf de galvanische halfreacties, n en E°; wat gebeurt er bij verdubbeling van de vergelijking?

27.2 Lading en capaciteit

Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

12,8 V/120 Ah-accu; 80 % bruikbare ontlaaddiepte.

Bereken coulomb, nominale en bruikbare kWh; geef de twee-paralleluitkomst.

27.3 Moleculen uit stroom

Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Eén elektrolysecel 20 A gedurende 30 min, ηF=1.

Bereken mol en gram H_2.

27.4 Opslagretour

Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Eén kg H_2, LHV 120 MJ/kg, netto elektrisch rendement 45 %.

Bereken elektrische kWh en levertijd bij 300 W.

Toepassen

meerdere stappen, in een context

27.5 Nernst met Q

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

Daniell E° = 1,10 V; 25 °C, n = 2, Q = 0,01.

Bereken E en vergelijk met Q 100.

27.6 Serie, parallel en spanningseindpunt

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

Denkbeeldige $LiFePO_4$-cellen 3,2 V/100 Ah; maximum 3,65 V als verstrekte celwaarde. Bestaande railrekenrange 44–56 V.

Bereken 16S-nominaal/maximum/energie en geef de compatibiliteitsvraag.

27.7 Faradisch versus energetisch rendement

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

Elektrolyser ηF 98 %, celspanning 2,10 V; thermoneutrale referentie 1,481 V.

Geef de HHV-celenergieschatting en verklaar waarom 98 % geen 98 % energie is.

27.8 Stationdagbuffer als selectievoorstel

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

Scenario 10 kWh AC-last per dag, twee dagen zonder productie; DOD 80 %, omvormer 93 %, nominale rekenrail 48 V.

Bereken minimale nominale kWh en Ah; noem ontbrekende dimensioneringsgegevens.

27.9 Uurprofiel versus jaargetal

●●● Uitdagen | 9 | </> Programmeren | 75 min

Gebruik het synthetische 48 V-profiel en behoud 1000 kWh aangeboden zomerenergie.

a Halveer elektrolyservermogen en verdubbel minimumlast afzonderlijk; vergelijk H_2 en niet afgenomen energie.

b Maak een tegenvoorbeeld met dezelfde jaarenergie maar onvoldoende wintervermogen.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Elektrochemie	Halfreacties, elektronen, tekenen, Faraday en thermodynamische grens correct.
Systeem	Vermogen/energie, rail, capaciteit, warmte, water en hulpverbruik onderscheiden.
Bewijs	Uurprofiel, systeem-/datasheetgrenzen en fysieke interface aangetoond; scenario zichtbaar.

27.10 Habitat: seizoensopslag doorrekenen

●●● Uitdagen | 9 | Habitat | 90 min

3013 kWh systeembalansoverschot en 175 kWh oud wintertekort. Scenario 55+3 kWh/kg, DC 96 %, netto cel 50 % LHV.

a Bereken benodigde H_2, zomerinvoer en beschikbare-fractieondergrens.

b Schrijf de bewijsvoorwaarden voor een echte installatie.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Elektrochemie	Halfreacties, elektronen, tekenen, Faraday en thermodynamische grens correct.
Systeem	Vermogen/energie, rail, capaciteit, warmte, water en hulpverbruik onderscheiden.
Bewijs	Uurprofiel, systeem-/datasheetgrenzen en fysieke interface aangetoond; scenario zichtbaar.

27.11 Energiedichtheid met eerlijke grens

Uitdagen · 9 · Onderzoeken · 55 min

Een leverancier noemt 33,3 kWh/kg H_2; een tweede 120 Wh/kg compleet batterijpack. Geen overige gegevens.

Welke vergelijking ontbreekt en hoe maak je een toetsbare tabel?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Elektrochemie	Halfreacties, elektronen, tekenen, Faraday en thermodynamische grens correct.
Systeem	Vermogen/energie, rail, capaciteit, warmte, water en hulpverbruik onderscheiden.
Bewijs	Uurprofiel, systeem-/datasheetgrenzen en fysieke interface aangetoond; scenario zichtbaar.

27.12 Een stroombalans zonder energiecreatie

Uitdagen · 9 · Ontwerpen · 60 min

Iemand vermenigvuldigt 55 kWh/kg elektrolyse met 50 % brandstofcelrendement en claimt 27,5 kWh/kg retour.

Herstel de balans, toon de ontbrekende energiebasis en geef een sluitende Sankey voor 1000 kWh railinvoer.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Elektrochemie	Halfreacties, elektronen, tekenen, Faraday en thermodynamische grens correct.
Systeem	Vermogen/energie, rail, capaciteit, warmte, water en hulpverbruik onderscheiden.
Bewijs	Uurprofiel, systeem-/datasheetgrenzen en fysieke interface aangetoond; scenario zichtbaar.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Je combineert standaardreductiepotentialen en halfreacties zonder coëfficiëntfout.
- Je verbindt Nernst, Gibbsenergie en reversibele spanning.
- Je verklaart lithium-ionwerking, laden en veroudering en rekent Ah/kWh door.
- Je berekent elektrolysehoeveelheid en onderscheidt reversibel, thermoneutraal en systeemrendement.
- Je vergelijkt opslag op dezelfde grens en toetst rail, vermogen en voorraad van een waterstofscenario.

WERKBOEK · HOOFDSTUK 28

Materiaalkunde

Van roosterfout en ketenbeweging naar een getoetste materiaalkeuze

Je begint bij atoom- en ketenstructuur, rekent gerichte eigenschappen en selecteert daarna een onderdeel binnen mechanische en omgevingsgrenzen.

4× oefenen · 4× toepassen · 4× uitdagen · ± 470 min

M Materie en chemie · K Krachten, beweging en constructies · D Ontwerpen en maken



Een materiaalkeuze geldt voor een grade, proces, verbinding en gebruiksomgeving samen.

●○○ Oefenen Oefenen

één stap, direct toepassen

28.1 Atomen per cel

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

BCC en FCC delen hoekatomen met naburige cellen.

Bereken N voor beide en leg uit waarom een vlakatoom half meetelt.

28.2 Kristaldichtheid

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

FCC, a=0,400 nm, molmassa 27,0 g/mol; NA=6,02214076·10²³.

Bereken ρ en de invloed van 1 % grotere a bij gelijke massa.

28.3 Roosterfout herkennen

Oefenen · 6 · Begrijpen · 25 min

Vacature, substitutie, interstitieel en dislocatie.

Beschrijf hun schaal en geef één mogelijke functionele invloed.

28.4 Glasovergang versus smelten

Oefenen · 6 · Begrijpen · 25 min

Een semi-kristallijn polymeer toont bij opwarmen twee verschillende veranderingen.

Verklaar Tg en Tm en waarom één waarde geen koude-impactrating geeft.

Toepassen

Toepassen · meerdere stappen, in een context

28.5 Hall–Petch toepassen

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

σ0=100 MPa,k=0,50 MPa√m; d=100/25 µm.

Bereken beide vloeigrenzen en de relatieve winst.

28.6 Composietrichting

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

Vf=0,50,Ef=100 GPa,Em=2 GPa; ideale mengregels.

Bereken langs- en dwarsmodellen; wat betekent dit voor een boutverbinding?

28.7 Dotering en eenheden

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

ND=10^{16} cm^{-3}, volledig geïoniseerd; μ=0,10 $m^2/(V·s)$, gaten verwaarloosd.

Zet ND om naar m^{-3} en bereken σ en soortelijke weerstand.

28.8 Uitzetting in een frame

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

1,20 m aluminium/staal, α23/12 μm/(m·K), ΔT 40 K.

Bereken relatieve uitzetting en ontwerp een kinematisch passend verbindingprincipe.

28.9 Index uit de geometrie afleiden

●●● Uitdagen | 9 | Analyseren | 55 min

Cantilever met vaste L/b, vrije h; δmax en σtoelaat beperken hoogte.

Leid minimum-massa-indexen af voor stijfheid en sterkte en verklaar waarom ze verschillen.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Structuur	Eigenschap gekoppeld aan rooster, keten, fase, vezelrichting of gebrek.
Selectie	Functie, beperkingen, doel en vrije variabelen eerst; index afgeleid.
Validatie	Richting, temperatuur, UV/zout/vocht, verbinding en veroudering getoetst; lesdata geen certificaat.

28.10 Dataset met omgevingscorrectie

●●● Uitdagen | 9 | </> Programmeren | 70 min

Gebruik selectie.py; de langs-houtwaarde van E blijkt bij natte toestand de helft.

Reproduceer rangorde, halve-E-test en controles; voeg daarna een h≤50 mm-constraint toe.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Structuur	Eigenschap gekoppeld aan rooster, keten, fase, vezelrichting of gebrek.
Selectie	Functie, beperkingen, doel en vrije variabelen eerst; index afgeleid.
Validatie	Richting, temperatuur, UV/zout/vocht, verbinding en veroudering getoetst; lesdata geen certificaat.

28.11 Habitat: kou, zout en UV

Uitdagen · 9 · Habitat · 90 min

Een buitenbeugel moet herhaalde windlast, zoutvocht en zonlicht doorstaan; geen grade is gekozen.

Maak eisen, screeningslijst en validatieplan voor drie kandidaatfamilies.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Structuur	Eigenschap gekoppeld aan rooster, keten, fase, vezelrichting of gebrek.
Selectie	Functie, beperkingen, doel en vrije variabelen eerst; index afgeleid.
Validatie	Richting, temperatuur, UV/zout/vocht, verbinding en veroudering getoetst; lesdata geen certificaat.

28.12 Een hardheidstest is geen breukbewijs

Uitdagen · 9 · Onderzoeken · 55 min

Na warmtebehandeling stijgt hardheid, maar een geperforeerde beugel scheurt bij koude impact.

Geef structuur-/proceshypothesen en passende vervolgmetingen.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Structuur	Eigenschap gekoppeld aan rooster, keten, fase, vezelrichting of gebrek.
Selectie	Functie, beperkingen, doel en vrije variabelen eerst; index afgeleid.
Validatie	Richting, temperatuur, UV/zout/vocht, verbinding en veroudering getoetst; lesdata geen certificaat.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Je telt eenheidscellen en koppelt roosterfouten aan eigenschappen. ▢▢▢
- Je verklaart versterking en staalwarmtebehandeling zonder hardheid met taaiheid te verwarren. ▢▢▢
- Je onderscheidt ketenstructuur, glasovergang, kristalsmelten en kruip. ▢▢▢
- Je berekent composiet- en halfgeleiderlesmodellen met richting en eenheden. ▢▢▢
- Je leidt materiaalindexen af en toetst massa, sterkte, omgeving en verbinding. ▢▢▢

WERKBOEK · HOOFDSTUK 29

DNA, genen en eiwitten

Van gerichte DNA-keten naar eiwitfunctie en een toetsbare raskeuze

Je oefent richting en code, berekent kopieer- en voorraadmodellen en ontwerpt vervolgens een experiment dat letters, expressie en plantprestatie uit elkaar houdt.

4× oefenen · 4× toepassen · 4× uitdagen · ± 485 min

B Leven en systemen · M Materie en chemie



Een koudetolerant ras wordt beoordeeld op meetbare schade, herstel en opbrengst onder dezelfde omstandigheden.

●○○ Oefenen Oefenen

één stap, direct toepassen

29.1 Antiparallel noteren

●○○ Oefenen · 6 · Begrijpen · 25 min

5'-AACGTTAG-3' is één DNA-streng.

Schrijf de gepaarde streng eronder en daarna haar 5'→3'-notatie.

29.2 RNA en polypeptide

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Matrijs 3'-TAC AAA CCG ATT-5', standaardcode, start bij eerste AUG.

Maak RNA en vertaal; tel codons en aminozuren.

29.3 Replicatierichting

Oefenen · 6 · Tekenen · 25 min

Een replicatievork beweegt naar rechts.

Teken beide matrijsrichtingen en nieuwe leidende/achterblijvende strengen met 5'/3'.

29.4 Een variant classificeren

Oefenen · 6 · Begrijpen · 25 min

RNAcodon GAA wordt GAG, GUA of UAA.

Geef voor elk aminozuur-/stopgevolg en één grens aan deze classificatie.

Toepassen

meerdere stappen, in een context

29.5 Semiconservatieve fracties

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

Zwaar DNA groeit zes complete generaties met lichte nieuwe nucleotiden.

Bereken hybride/licht en vergelijk met conservatief kopiëren.

29.6 Splicing en lengte

●●○ Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

Primair RNA: 80 nt UTR, 180 nt exoncode, 150 nt intron, 240 nt exoncode inclusief stop, 70 nt UTR.

Tel primaire/rijpe lengte en aminozuren; noem de aannames.

29.7 Voorraad is geen snelheid

●●○ Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

m'=s−0,4m, p'=3m−0,1p; s=2 eenheden/h.

Bereken stationaire voorraden en beide halfwaardetijden; wat gebeurt na s=0?

29.8 Foutkans en verwachting

●●○ Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

Lesmodel $p=2\cdot10^{-7}$ per nucleotide, $N=2\cdot10^{6}$ onafhankelijke nieuwe nucleotiden.

Bereken verwacht aantal fouten en P(minstens één); verklaar het verschil.

29.9 Alle substituties controleren

●●● Uitdagen | 9 | </> Programmeren | 65 min

Gebruik sequenties.py voor het minigen en zijn 45 coderende substituties.

Reproduceer telling, voeg een assert op de som toe en onderzoek waarom startverlies anders moet worden behandeld.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

mechanisme	DNA/richting, expressie, structuur en omgeving zijn apart onderbouwd.
controle	Code, aannames en onafhankelijke controle worden beschreven.
conclusie	Een modeluitkomst wordt niet als bewijs voor een koudetolerant ras voorgesteld.

29.10 Experiment en expressiemodel

●●● Uitdagen | 9 | Analyseren | 70 min

De modelprikkel eindigt na 10 h, maar eiwit piekt later.

Verklaar met de tekenvoorwaarden; controleer dt en ontwerp een meetreeks die mRNA en eiwit onderscheidt.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

mechanisme	DNA/richting, expressie, structuur en omgeving zijn apart onderbouwd.
controle	Code, aannames en onafhankelijke controle worden beschreven.
conclusie	Een modeluitkomst wordt niet als bewijs voor een koudetolerant ras voorgesteld.

29.11 Ras en acclimatie scheiden

Uitdagen · 9 · Habitat · 90 min

Twee slarassen lijken na kou te verschillen; één was vooraf een week koel gehouden.

Ontwerp een ras×acclimatie-proef met opbrengst en herstel, inclusief beslisregel.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

mechanisme	DNA/richting, expressie, structuur en omgeving zijn apart onderbouwd.
controle	Code, aannames en onafhankelijke controle worden beschreven.
conclusie	Een modeluitkomst wordt niet als bewijs voor een koudetolerant ras voorgesteld.

29.12 Van letter naar functie

Uitdagen · 9 · Onderzoeken · 60 min

Een missensevariant ligt bij een vermeende actieve plek; een synonieme variant toont minder eiwit.

Formuleer twee mechanistische hypotheses en onafhankelijke testen die ze kunnen weerleggen.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

mechanisme	DNA/richting, expressie, structuur en omgeving zijn apart onderbouwd.
controle	Code, aannames en onafhankelijke controle worden beschreven.
conclusie	Een modeluitkomst wordt niet als bewijs voor een koudetolerant ras voorgesteld.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Je schrijft complementaire DNA/RNA-strengen met juiste richting. ▢ ▢ ▢
- Je verklaart semiconservatieve replicatie en beide syntheses aan een vork. ▢ ▢ ▢
- Je vertaalt een verstrekte coderende sequentie en controleert code, frame en stop. ▢ ▢ ▢
- Je koppelt eiwitstructuur en expressiedynamiek aan functie. ▢ ▢ ▢
- Je onderscheidt mutatieclassificatie, mechanisme en een echte koudetolerantieproef. ▢ ▢ ▢

WERKBOEK · HOOFDSTUK 30

Biotechnologie en genetische technieken

DNA verbinden, versterken en meten met een controleerbare betekenis

Je rekent eerst lengte, richting en versterking, daarna kalibratie en monsterkans. Je eindigt met een geldig watertestrapport en een onderbouwde technische en maatschappelijke afweging.

4× oefenen · 4× toepassen · 4× uitdagen · ± 505 min

B Leven en systemen · W Wiskundig modelleren



Een snel signaal wordt bruikbaar door monstergegevens, kalibratie en werkende controles.

●○○ Oefenen Oefenen

één stap, direct toepassen

30.1 Een vectorlengte

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Vector 3600 bp; verwijder 200 bp en voeg 800 bp in.

Bereken eindlengte en wat een correcte som van knipfragmenten wel/niet bewijst.

30.2 Primer richting

●○○ Oefenen · 6 · Begrijpen · 25 min

Referentiebinding aan rechterzijde 5'-TTGACCAA-3'.

Geef de reverse-primer 5'→3' en de verlengingsrichting in het schema.

30.3 Efficiëntie gebruiken

Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

N0=5, ε=0,8, 10 cycli.

Bereken kopieën en vergelijk met ideaal verdubbelen.

30.4 Gel lezen

Oefenen · 6 · Begrijpen · 25 min

Monster A heeft een band bij 300 bp, NTC heeft geen zichtbare band.

Geef twee gerechtvaardigde en twee te sterke conclusies.

Toepassen

meerdere stappen, in een context

30.5 Ct en factor

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

Geldige exponentiële assay met factor 2; monster A Ct20 en B Ct23.

Vergelijk beginhoeveelheden en verklaar wat gelijk moet zijn.

30.6 Logaritmische gelinterpolatie

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

300 bp op 42 mm en 1200 bp op 22 mm; onbekend op 32 mm.

Bereken lokale lengte en een belangrijk voorbehoud.

30.7 Een target gemist

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

C=0,2 kopie/mL, V=50 mL, recovery 0,5, aliquotfractie 0,1.

Bereken λ en de ideale kans op minstens één target; wat als interne controle faalt?

30.8 Een nul-telling begrenzen

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

Geldige ideale detectie; Vrf=10 mL, nul targets.

Bereken eenzijdige 95%-bovengrens en formuleer de conclusie.

Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

30.9 Een volledige modelrun

Uitdagen · 9 · Programmeren · 75 min

testmodel.py geeft efficiëntie, residuen en een onbekend Ct 25.

Reproduceer getallen en voer herstel/fractie/efficiëntiegevoeligheid uit; geef geldige rapportvelden.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

techniek	Richting, model en controles zijn correct.
grenzen	Samplevolume, herstel, detectie en identiteit worden onderscheiden.
besluit	Een signaal wordt niet zonder validatie een veiligheidsvrijgave.

30.10 Cas9-resultaat beoordelen

Uitdagen · 9 · Analyseren · 60 min

Een kniptest is positief; de beoogde reparatie ontbreekt in veel geanalyseerde cellen.

Geef een mechanistische verklaring en een toetsplan voor een functionele uitspraak.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

techniek	Richting, model en controles zijn correct.
grenzen	Samplevolume, herstel, detectie en identiteit worden onderscheiden.
besluit	Een signaal wordt niet zonder validatie een veiligheidsvrijgave.

30.11 Habitat monsterplan

Uitdagen · 9 · Habitat · 90 min

Een 500 L-drinkwatertank heeft één snelle targetniet-detectie zonder vastgelegd samplevolume.

Ontwerp een reviewbaar monster-/controle-/rapportplan en herstel de te sterke conclusie.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

techniek	Richting, model en controles zijn correct.
grenzen	Samplevolume, herstel, detectie en identiteit worden onderscheiden.
besluit	Een signaal wordt niet zonder validatie een veiligheidsvrijgave.

30.12 Biotechnologie afwegen

Uitdagen · 9 · Argumenteren · 80 min

Een koudegewasvoorstel gebruikt een aangepaste regulerende sequentie; een bestaande andere cultivar is alternatief.

Maak een beslismatrix met bewijs, baten, gevolgen en verantwoordelijkheid.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

techniek	Richting, model en controles zijn correct.
grenzen	Samplevolume, herstel, detectie en identiteit worden onderscheiden.
besluit	Een signaal wordt niet zonder validatie een veiligheidsvrijgave.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

Je verklaart recombinant DNA met oriëntatie- en sequentiecontrole.

- [ ] Je berekent PCR met efficiëntie en een Ct-standaardcurve.
- [ ] Je interpreteert gelbanden met lokale kalibratie.
- [ ] Je onderscheidt Cas9-herkenning, knip en reparatie.
- [ ] Je begrenst een watertest met samplevolume, controles, LOD en validatie.

E EXPERT · DEEL E6 · LIFE SCIENCES EN BIO-ENGINEERING

WERKBOEK · HOOFDSTUK 31

Bioprocestechniek

Groei, voeding, licht en gas op één controleerbare systeemgrens

Je oefent groeisnelheid en opbrengst, sluit voorraden met voeding/oogst en werkt vervolgens een algen- en schaalvoorstel uit dat zijn aannames en beperkingen aantoonbaar bewaakt.

4× oefenen | 4× toepassen | 4× uitdagen | ± 525 min

B Leven en systemen | W Wiskundig modelleren | M Materie en chemie



Een getoetste reactorprestatie bevat groei, gas, oogst, lichtenergie en onderhoud samen.

●○○ Oefenen — Oefenen

één stap, direct toepassen

31.1 Monod in het midden

●○○ Oefenen | 6 | Rekenen | 25 min

μmax=0,6 h^{-1}, Ks=2 g/L; S=2 of 6 g/L.

Bereken μ en tijdelijke verdubbelingstijden.

31.2 Batchopbrengst

●○○ Oefenen | 6 | Rekenen | 25 min

X0=0,2, S0=8 g/L; Y=0,4 g/g; volume 5 L.

Bereken theoretisch Xmax en totale droogmassa.

31.3 Concentratie versus voorraad

Oefenen · 6 · Begrijpen · 25 min

Biomassamassa groeit van 10 naar 15 g terwijl V van 2 naar 4 L groeit.

Bereken X voor/na en verklaar waarom de lagere X geen sterftebewijs is.

31.4 Uitwassen herkennen

Oefenen · 6 · Begrijpen · 25 min

Een continu vat heeft $\mu=0{,}15\ h^{-1}$ en $D=0{,}20\ h^{-1}$.

Geef het teken van X' en de betekenis zonder meteen exact nul te claimen.

Toepassen

Toepassen · meerdere stappen, in een context

31.5 Fed-batch massa sluiten

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

V0=3 L, X0=0,2, S0=4 g/L, Y=0,5. Voer 1 L van Sin=12 g/L toe; S aan het einde is 1 g/L, geen oogst.

Bereken eind-X en totale biomassa via de equivalentenbalans.

31.6 Chemostat kiezen

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

μmax=0,5 h^{-1}, Ks=1 g/L, Sin=9 g/L, Y=0,4, D=0,25 h^{-1}.

Bereken S*, X*, productiviteit en Dcrit.

31.7 Zuurstofoverdracht

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

C*=9, Cmin=3 mg/L, kLa=8 h^{-1}; qO2=0,016 g/(g·h).

Bereken Xgrens en de stationaire C bij X=2 g/L.

31.8 Elementbalans naar bewoners

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

Gebruik de $CH_{1,8}O_{0,5}N_{0,2}$-lesbiomassa en 1,68 kg O_2/dag voor twee bewoners.

Controleer C, H, O, N en bereken droge biomassa/CO_2; wat ontbreekt voor echte levering?

31.9 Alle reactorbalansen reproduceren

●●● Uitdagen · 9 · </> Programmeren · 80 min

reactoren.py bevat vier modi met cumulatieve voeding en afvoer.

Controleer waarden, dt-verfijning en invariant; voeg een onderhoudsterm toe zonder het balansverlies te verbergen.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

balans	Voorraad, voeding, verdunning, oogst en gas hebben controleerbare eenheden.
model	Kinetiek, licht/transport en toepassingsgrenzen zijn expliciet.
validatie	Eigen code, stapverfijning en onafhankelijk massabehoud ondersteunen het resultaat.

31.10 Licht opschalen

●●● Uitdagen · 9 · Analyseren · 75 min

Bij dezelfde oppervlakte wordt de lesreactor van 5 naar 25 cm diep.

Leid de geïntegreerde factor af, reproduceer productie en vergelijk met ‘vijf keer volume’.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

balans	Voorraad, voeding, verdunning, oogst en gas hebben controleerbare eenheden.
model	Kinetiek, licht/transport en toepassingsgrenzen zijn expliciet.
validatie	Eigen code, stapverfijning en onafhankelijk massabehoud ondersteunen het resultaat.

31.11 Een O_2-reactor als systeemplan

Uitdagen · 9 · Habitat · 100 min

Een ontwerper wil de bewonersventilatie vervangen na één hoge fotosynthesemeting.

Maak een dimensie-/validatieplan met energie, koolstof, donkerperiode, oogst en storing.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

balans	Voorraad, voeding, verdunning, oogst en gas hebben controleerbare eenheden.
model	Kinetiek, licht/transport en toepassingsgrenzen zijn expliciet.
validatie	Eigen code, stapverfijning en onafhankelijk massabehoud ondersteunen het resultaat.

31.12 Schaalregels kunnen botsen

Uitdagen · 9 · Ontwerpen · 70 min

Geometrische lengtes×10; eis gelijk P/V én gelijke tipsnelheid voor hetzelfde Np.

Bewijs de botsing en kies een toetsbaar vervolg in plaats van beide stil te claimen.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

balans	Voorraad, voeding, verdunning, oogst en gas hebben controleerbare eenheden.
model	Kinetiek, licht/transport en toepassingsgrenzen zijn expliciet.
validatie	Eigen code, stapverfijning en onafhankelijk massabehoud ondersteunen het resultaat.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Je berekent Monod-groei en onderscheidt μ van massa per tijd. ▢▢▢
- Je leidt batch/fed-batch/continu-balansen af met voeding en oogst. ▢▢▢
- Je toetst de simulatie aan massabehoud, positiviteit en stapverfijning. ▢▢▢
- Je rekent zuurstofoverdracht en fotoautotrofe element-/lichtbalansen. ▢▢▢
- Je ontwerpt schaal- en meetproeven met productkwaliteit, energie en reserve. ▢▢▢

WERKBOEK · HOOFDSTUK 32

Ecologische modellen

Groei, interactie en materiaalbehoud vragen elk hun eigen stabiliteitsbewijs

Werk van afzonderlijke groeibalansen naar gekoppelde modellen. Benoem bij ieder resultaat de beginwaarde, systeemgrens en numerieke methode; alle nieuwe populaties en pools zijn lesmodellen.

4× oefenen · 4× toepassen · 4× uitdagen · ± 395 min

B Leven en systemen · W Wiskundig modelleren · P Programmeren en computationeel denken



Een ecosysteem heeft levende én niet-levende voorraden; een groene kleur bewijst geen gesloten balans.

●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

32.1 Draagkracht en tekens

●○○ Oefenen · 6 · Begrijpen · 25 min

Gebruik $r = 0{,}70$ per dag en $K = 770\,000$ cellen/mL.

a Bereken de netto groei bij N = 0, K/2, K en 1,2 K. Vermeld eenheden.

b Leg met f' uit welk evenwicht aantrekt. Wat betekent K biologisch niet?

32.2 Alarm en buigpunt

Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Gebruik de afgeronde reservoirparameters en N_0 = 1900 cellen/mL.

a Bereken het moment waarop N = K/2 en N = 500 000 cellen/mL. Vergelijk met exponentiële groei vanaf dezelfde start.

b Bereken de totale netto celtoename per dag bij K/2 in een constant vat van 60 L. Maakt dit het vat een gevalideerde zuurstofbron?

32.3 Een gekoppelde stap

Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Lotka–Volterra: $r = 0{,}60$, $a = 0{,}030$, $\eta = 0{,}40$, $d = 0{,}30$; start (40,10).

a Bereken twee Eulerstappen van 0,1 dag. Gebruik steeds beide oude waarden.

b Bepaal de tekens van beide afgeleiden bij (10,30), (40,30) en (10,10).

32.4 Een Eulerfout herkennen

Oefenen · 6 · Analyseren · 25 min

Een lineaire mode heeft $\lambda = \pm 0{,}424264i$ per dag. Neem $h = 0{,}1$ dag.

a Bereken de Euler-amplitudefactor en haar effect na 400 stappen in het gelineariseerde model.

b Waarom kan de exacte niet-lineaire populatiebaan niet met precies die factor worden voorspeld?

Toepassen

Toepassen · meerdere stappen, in een context

32.5 Euler vergelijken met exact

Toepassen · 7 · Programmeren · 25 min

Gebruik reservoir_logistiek.py en simuleer tot dag 10.

a Maak voor h = 0,25; 0,125; 0,0625 dag een tabel met N(10), fout en verhouding tussen opeenvolgende foutgroottes.

b Schat met de twee kleinste stappen een Richardson-extrapolatie. Vergelijk met exact en bespreek de beperking.

32.6 Een ander evenwicht door draagkracht

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

De aangepaste prooi heeft draagkracht $K_x = 100$. De predatorvergelijking blijft gelijk.

a Leid (25,15) en de Jacobiaan af. Bereken spoor, determinant en eigenwaarden.

b Bereken de lokale Eulergrens en bespreek $K_x = 20$.

32.7 De oogst als expliciete export

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

Gebruik het gesloten stikstofmodel met A = 2, D = 1, R = 9, H = 0 g N. Licht = 1 en E = 0,20 per dag.

a Bereken de vier afgeleiden en één Eulerstap van 0,1 dag.

b Controleer het kleine systeem A+D+R en het uitgebreide systeem inclusief H. Waarom mag H niet worden weggegooid?

32.8 Een synthetische validatieproef ontwerpen

Toepassen · 7 · Onderzoeken · 40 min

Je gebruikt de drie poolscenario's uit het handboek als rekenproef, niet als werkelijke gemeten reactor.

a Geef twee onafhankelijke rekentoetsen voor de donkerproef en een test die een verkeerd teken in de mineralisatie ontdekt.

b Maak een biologische meetopzet die μ en de terugvoersnelheid k kan onderscheiden.

Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

32.9 De invariant bewijzen

Uitdagen · 9 · Analyseren · 35 min

Gebruik $D = \eta a[x - x^* - x^* \ln(x/x^*)] + a[y - y^* - y^* \ln(y/y^*)]$ voor positieve aantallen.

a Differentieer D langs een Lotka–Volterra-baan en toon dat alle termen wegvallen.

b Toon dat D positief is buiten het evenwicht en verklaar het verschil tussen stabiel en asymptotisch stabiel.

32.10 Voorraadvlak en herstel

●●● Uitdagen | 9 | Analyseren | 40 min

Gebruik μ = 0,80; m = 0,10; k = 0,20 per dag, K_R = 1 g N, M = 12 g N.

a Elimineer D en leid de gereduceerde Jacobiaan op het positieve evenwicht af.

b Een export haalt 3 g N weg, waarna hetzelfde licht terugkomt. Bereken het nieuwe evenwicht. Is herstel tot de oude A mogelijk?

32.11 Habitat: twee soorten sluiten geen station

●●● Uitdagen | 9 | Habitat | 65 min

Het team wil 'een stabiel gesloten ecosysteem' aantonen met een mooie prooi–predatorgrafiek. De bestaande woonmodule heeft twee bewoners en ventilatie volgens e14.

a Schrijf een minimaal programma van model- en meeteisen met aparte gas-, voedingsstof- en energiegrenzen.

b Werk een storingsmatrix uit voor lichtverlies, wegvallen van mineralisatie, oogstexport en een foutieve CO_2-sensor.

c Formuleer een verdedigbare conclusie na alleen de synthetische proeven uit dit hoofdstuk.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Grens	stoffen, gasdruk, ventilatie en energie afzonderlijk
Bewijs	numerieke verificatie en biologische validatie onderscheiden
Storingen	minstens vier fysisch uitgewerkte scenario's
Conclusie	geen autonoom bemand station uit twee fictieve populaties

32.12 Biosphere 2 als causale analyse

Uitdagen · 9 · Argumenteren · 40 min

Een samenvatting beweert: 'Beton verbruikte rechtstreeks alle zuurstof; daarom zijn gesloten ecosystemen onmogelijk.' Gebruik de primaire bronnen in het handboek.

a Corrigeer het mechanisme met twee reacties en benoem de verborgen pool.

b Leg uit wat lage lekkage zichtbaar maakt en wat deze proef niet kan bewijzen.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

Ik kan logistische groei, draagkracht en oogstevenwichten afleiden.	▢ ▢ ▢
Ik kan Lotka–Volterra simuleren en nulclijnen, fasebanen en stabiliteit verklaren.	▢ ▢ ▢
Ik kan een Eulerfout onderscheiden van fysische instabiliteit.	▢ ▢ ▢
Ik kan gesloten materiaalpools en expliciete export modelleren.	▢ ▢ ▢
Ik kan de lessen van Biosphere 2 met primaire bronnen en passende grenzen toepassen.	▢ ▢ ▢

WERKBOEK · HOOFDSTUK 33

Het lichaam als regelsysteem

Homeostase begrijpen en meetketens beoordelen zonder een lesmodel voor een mens aan te zien

Je rekent de modellen na, onderzoekt signaalfouten en ontwerpt een begrensde monitor. Alle reeksen zijn synthetisch. Geen opdracht vraagt een menselijk experiment, diagnose, insulinedosis of implantaatinstelling.

4× oefenen · 5× toepassen · 5× uitdagen · ± 530 min

B Leven en systemen · R Regelen en robotica · L Elektriciteit en elektronica



Een demonstratie maakt meetketens zichtbaar; medische betrouwbaarheid vraagt ander bewijs dan een mooie simulatie.

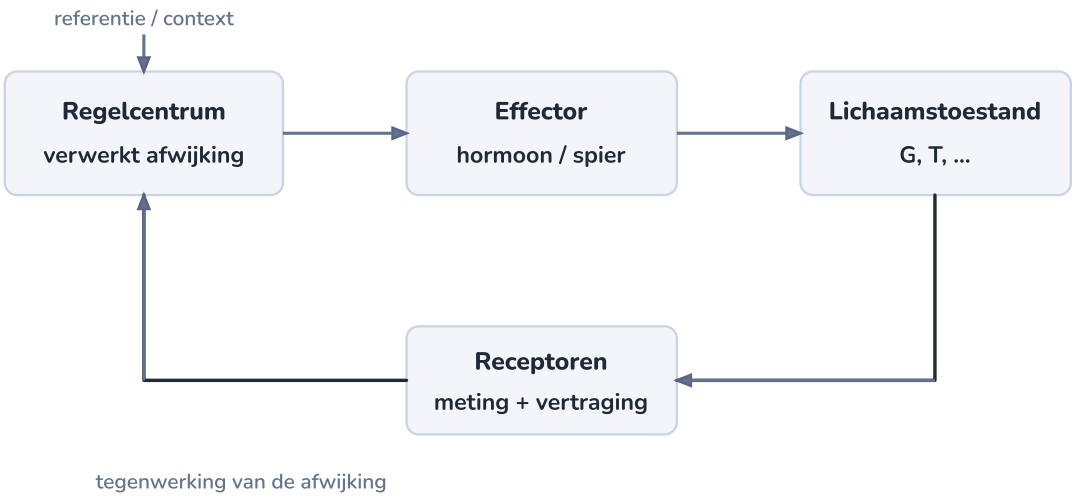
Oefenen

Oefenen — één stap, direct toepassen

33.1 De richting van homeostase

Oefenen · 6 · Begrijpen · 25 min

Bekijk het generieke schema. Een glucosestijging verhoogt het insuline-effect, dat glucose verlaagt.



Negatief gaat over het teken van de volledige lus. Bij stijgende glucose neemt het insuline-effect toe en werkt de glucoseverandering tegen. Bij warmte regelen neurale en hormonale processen meerdere verschillende effectoren.

a Geef de tekens van de twee werkingen en van de gehele lus. Geef een overeenkomstige thermische tegenwerking.

b Leg het verschil uit tussen een fysiologische toestand, een sensorwaarde en een diagnose.

33.2 Eenheden en de eerste hormoonstap

Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Het eigen model gebruikt a = 0,020, b = 0,050, c = 0,040, d = 0,080 in de aangegeven minuut-eenheden. Start g = 3, i = 0, w = 0.

a Bereken beide afgeleiden en één gelijktijdige Eulerstap van 1 min.

b Leg uit waarom i = 0,12 geen insulinedosis is. Welke eenheid moet b hebben?

c Bereken g* en i* bij constant w = 0,06 mmol/(L·min).

33.3 Warmte opslaan is een integraal

Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Een fictieve eenknoopsmassa heeft C = 210 kJ/K. Extra vermogen is 50 W gedurende 60 min.

a Bereken extra energie en de stijging zonder extra verlies. Bereken ook het gemiddelde vermogen van 10 MJ/dag.

b Waarom leveren deze getallen geen werkelijke bewonerkerntemperatuur?

33.4 RR en PP betekenen andere intervallen

Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Elektrische R-tijden zijn 0,50; 1,30; 2,12 s. De drie optische vertragingen zijn 0,20; 0,23; 0,21 s.

a Bereken R-R, optische piektijden en P-P. Controleer PP = RR + Δτ.

b Bereken de gemiddelde frequentie van de twee intervalreeksen. Welke gevolgtrekking over gezondheid is toegestaan?

Toepassen

Toepassen — meerdere stappen, in een context

33.5 De gesloten hormoondynamiek afleiden

Toepassen · 7 · Analyseren · 35 min

Gebruik $\dot{g} = -ag - bi$ en $\dot{i} = cg - di$ met de eigen vier parameters.

a Elimineer i, bereken spoor/determinant en leid de eigenwaarden af.

b Controleer de analytische g-oplossing met g(0) en g'(0). Bereken G(20) en G(60).

33.6 Vertraging onderscheiden van ijkfout

Toepassen · 7 · Programmeren · 35 min

Gebruik glucose_lesmodel.py met de derde toestand g_m en τ = 6 min.

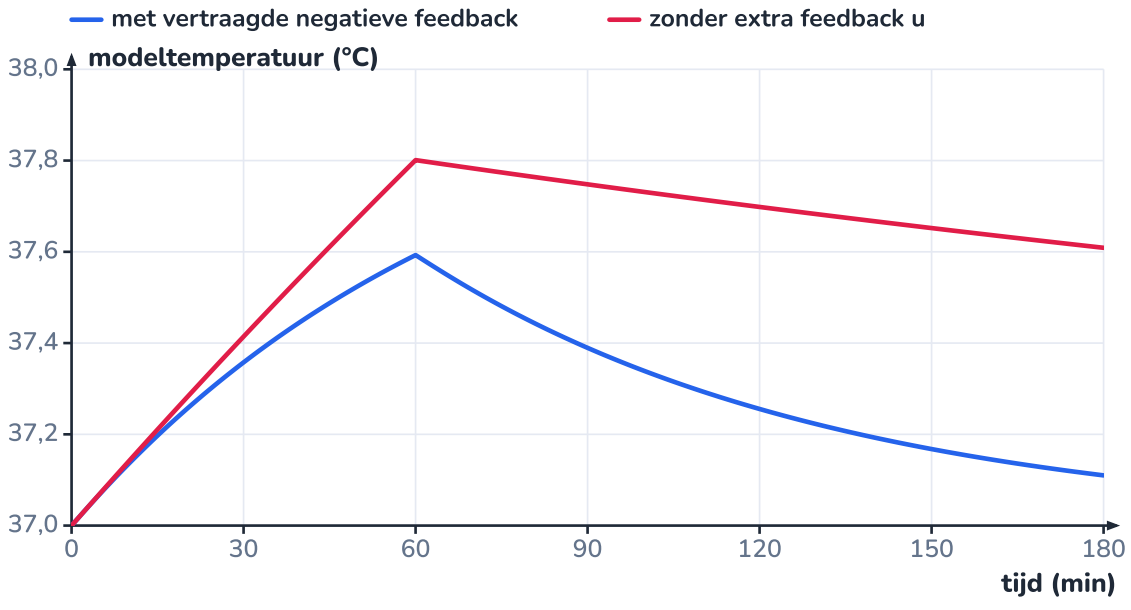
a Reproduceer de waarden op 20 min en bereken het metingsverschil. Waarom is het verschil tijdens de daling positief?

b Vergelijk met een vaste +0,20 mmol/L-bias. Wat gebeurt er in een constant eindpunt?

33.7 Temperatuurcompensatie en reserve

Toepassen · 7 · Analyseren · 40 min

Gebruik het lesmodel met C = 210 kJ/K, H = 8 W/K, k_p = 40 W/K, τ = 120 s en u_max = 60 W.



Eén uniforme thermische knoop, vaste H en een begrensde vertraagde compensatie zijn eigen onderwijskeuzen. Beide lijnen blijven modelresultaten; zij voorspellen geen werkelijke kern-, huid- of koortstemperatuur.

a Bereken het constante 50 W-evenwicht en de formele verzadigde uitkomst bij 120 W.

b Vergelijk op 60 min de geregelde en passieve proef. Verklaar waarom beide onder hun constante evenwicht kunnen liggen.

c Noem twee ontbrekende lichaamstoestanden/processen die H en het regelbereik variabel maken.

33.8 Een optische ratio toetsen

Toepassen · 7 · Rekenen · 30 min

Rood: AC = 0,020, DC = 1,000; IR: AC = 0,036, DC = 1,200. De fictieve kalibratie is 105–15R.

a Bereken ratio en demo-uitkomst. Herhaal met rood AC = 0,024.

b Deel beide AC's door 20. Bereken het getal vóór de kwaliteitstoets en verklaar waarom de code het weigert.

33.9 Een monitorpakket beoordelen

Toepassen · 7 · Analyseren · 35 min

Voor een displayproef geldt een zelfgekozen maximale pakketleeftijd van 10 s. Dit is een informatiecontract, geen klinische alarmdeadline. Bekijk de vijf synthetische records op 08:00:20 UTC+1.

record	tijd UTC+1	grootheid	waarde/status
A	08:00:15	PPG-pulsfrequentie	74,7 / kwaliteit geldig
B	08:00:02	PPG-pulsfrequentie	74,7 / kwaliteit geldig
C	08:00:18	PPG-pulsfrequentie	81,5 / beweging
D	08:00:19	SpO_2-demo	NaN / ongeldig
E	08:00:18	lucht-O_2	20,9 % / geldig

a Bepaal welke records actueel geldig zijn en welke juist een afzonderlijke status moeten krijgen.

b Een programmeur middelt E met een SpO_2-getal en meldt 'gemiddelde zuurstof'. Corrigeer dit meetcontract.

Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

33.10 Wat is uit alleen G identificeerbaar?

Uitdagen · 9 · Onderzoeken · 45 min

Elimineer i in het lesmodel. Voor w = 0 blijft $g'' + (a + d)g' + (ad + bc)g = 0$.

a Welke parametercombinaties bepaalt een ideale g-baan? Toon een schaaltransformatie van b, c en i die dezelfde g geeft.

b Waarom bewijst de variant c = 0,010 geen insulineresistentie of diagnose? Geef een bruikbare verdere onderzoeksgrens.

33.11 Een ontbrekende of extra piek doorrekenen

Uitdagen · 9 · Programmeren · 50 min

Gebruik synthetisch_ecg_ppg.py. Vergelijk bekende synthetische tijden met de detector.

a Verwijder één middelste geselecteerde ECG-piek. Bereken de frequentie opnieuw en leg uit wat met het betreffende RR-interval gebeurt.

b Reproduceer de optische extra piek en de bewegingsvlag. Publiceer vóór en na correctie zowel frequentie als kwaliteitsstatus.

c Ontwerp een onafhankelijke vergelijking die een gemiddeld correcte maar intervalfoute detector ontdekt.

33.12 Een gemiddelde fout kan een conditie verbergen

Uitdagen · 9 · Analyseren · 40 min

Twee fictieve testcondities hebben elk vier fouten in saturatieprocentpunten: A = [0,5;1,0;0,5;1,0], B = [2,0;3,0;2,0;3,0]. Dit zijn statistiekdata, geen echte personen of huidgroepen.

a Bereken bias en RMS per conditie en de gezamenlijke RMS.

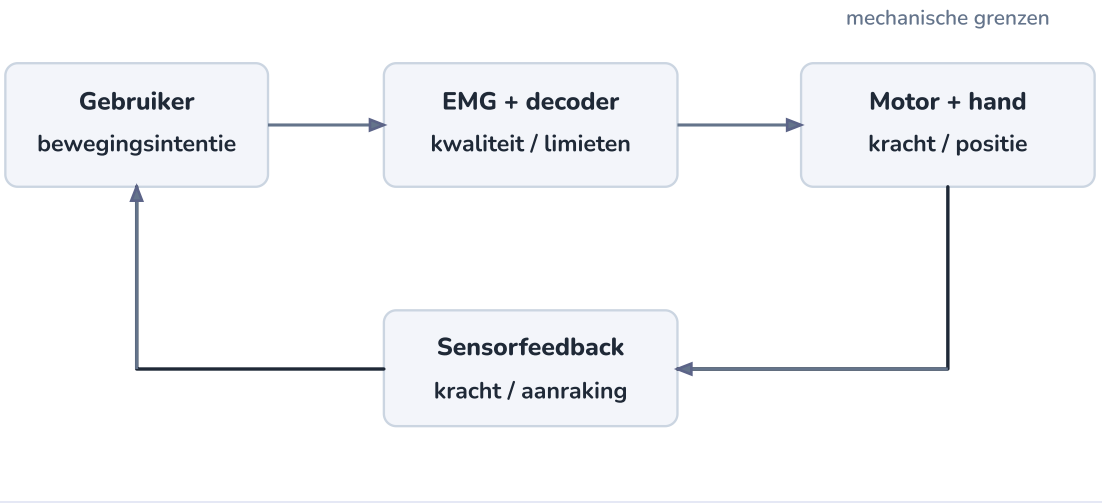
b Een rapport toont alleen de gezamenlijke RMS. Welke informatie ontbreekt voor een nauwkeurigheidsclaim?

c Gebruik het zestienpuntenvoorbeeld uit het handboek om 'RMS≤3 betekent elke fout≤3' te weerleggen.

33.13 Een prothese op functie beoordelen

Uitdagen · 9 · Ontwerpen · 55 min

Een fictieve motorhand moet op een bank een massa van 0,150 kg op 0,060 m kunnen houden. De gebruiker moet beweging en contact kunnen waarnemen; dit is een onderwijsontwerp zonder persoonsgebruik.



EMG is elektrische spieractiviteit, geen ECG. Deze architectuur toont een mogelijke terugkoppeling; zij specificeert geen implantatie, stimulatieparameter of voor een persoon veilige grijpkracht. Ook zicht kan een feedbackroute vormen.

a Bereken het ideale statische koppel. Geef afzonderlijke mechanische, signaal- en gebruikersfunctie-eisen.

b Ontwerp een proef met en zonder feedback en drie vooraf vastgelegde uitkomstmaten. Neem een sensoruitvalscenario op.

c In de primaire proef steeg SHAP bij S1 van 58 naar 71, significant, en bij S2 van 51 naar 55, niet significant. De feedbackproef kwam steeds als tweede. Schrijf een passende conclusie.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Eisen	mechanica, signalen en functie afzonderlijk
Proef	vergelijkbare voorwaarden, vooraf uitkomsten
Uitval	begrensd bankgedrag daadwerkelijk toetsbaar
Conclusie	taak/populatie/beperking precies

33.14 Habitat: een informatiecontract voor twee bewoners

●●● Uitdagen · 9 · Habitat · 65 min

Het station krijgt een vrijwillige bewonersmonitor naast de bestaande e14-luchtbewaking. Het voorstel bevat geen behandelpad of implantaatbesturing.

a Ontwerp de gegevensstructuur met identiteit/pseudoniem, grootheid, plaats, tijd UTC+1, versie en kwaliteit. Werk een voorbeeldrecord uit.

b Maak minstens vier testscenario's voor ouderdom, beweging, identiteit, verkeerde grootheid of netwerkuitval. Formuleer toetsbare verwachte uitkomsten.

c Beschrijf toestemming, toegang, bewaartermijn en de conclusie die het prototype werkelijk mag tonen.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Metadata	persoon, grootheid, plaats, tijd, bron en versie
Kwaliteit	invalid/stale/identity apart zichtbaar
Grens	geen lucht/lichaam-menging of implantaatgezag
Mens	vrijwilligheid, doel, toegang en bewijsgrens

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Ik kan negatieve terugkoppeling in homeostase verklaren.
- Ik kan een glucose–insuline-lesmodel afleiden en numeriek tegen een exacte oplossing controleren.
- Ik kan warmteopslag, warmteverlies en begrensde temperatuurcompensatie modelleren.
- Ik kan ECG, PPG en SpO_2 onderscheiden en synthetische artefacten analyseren.
- Ik kan prothesen en actieve implantaten als mens–machine-meet- en regellussen beschrijven.
- Ik kan een gezondheidsmonitor begrenzen met kwaliteit, privacy en passende validatie.

WERKBOEK · HOOFDSTUK 34

Algoritmen en complexiteit

Een correct programma wordt pas bruikbaar als zijn werk binnen het budget past

Je begint met bewerkingen tellen, bewijst daarna algoritmen en ontwerpt tot slot een controleerbare routeplanner.

3× oefenen · 3× toepassen · 3× uitdagen · ± 275 min

P Programmeren en computationeel denken · W Wiskundig modelleren



De snelste route op een kaart is alleen bruikbaar als elke verbinding werkelijk berijdbaar is.

●○○ Oefenen Oefenen

één stap, direct toepassen

34.1 Halveren zonder randfout

●○○ Oefenen · 6 · Analyseren · 25 min

De geordende array is [2, 4, 7, 9, 13, 18, 25, 31]. Gebruik [l,r).

a Volg binair zoeken naar 13 en naar 8. Geef l, r en m na elke stap.

b Formuleer de invariant en verklaar waarom m+1 nodig is in de rechterhelft.

34.2 Groeiklasse kiezen

Oefenen · 6 · Begrijpen · 25 min

Een programma doet $8n + 20$ stappen; een ander $n^2 + 3n$.

Geef de scherpste O-klasse en leg uit waarom één tijdmeting de klasse niet bewijst.

34.3 Verschuivingen tellen

Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Invoegsorteren krijgt 1000 records in omgekeerde volgorde.

Bereken het aantal verschuivingen en de verhouding tot 2000 records.

Toepassen

meerdere stappen, in een context

34.4 Een zoekfunctie schrijven

Toepassen · 7 · Programmeren · 25 min

Schrijf zelf binair zoeken; de uitvoer is de eerste index bij dubbele sleutels.

Geef code of precieze pseudocode en tests voor lege lijst, één element, afwezig en [2,2,2].

34.5 Een recursie herstellen

Toepassen · 7 · Programmeren · 25 min

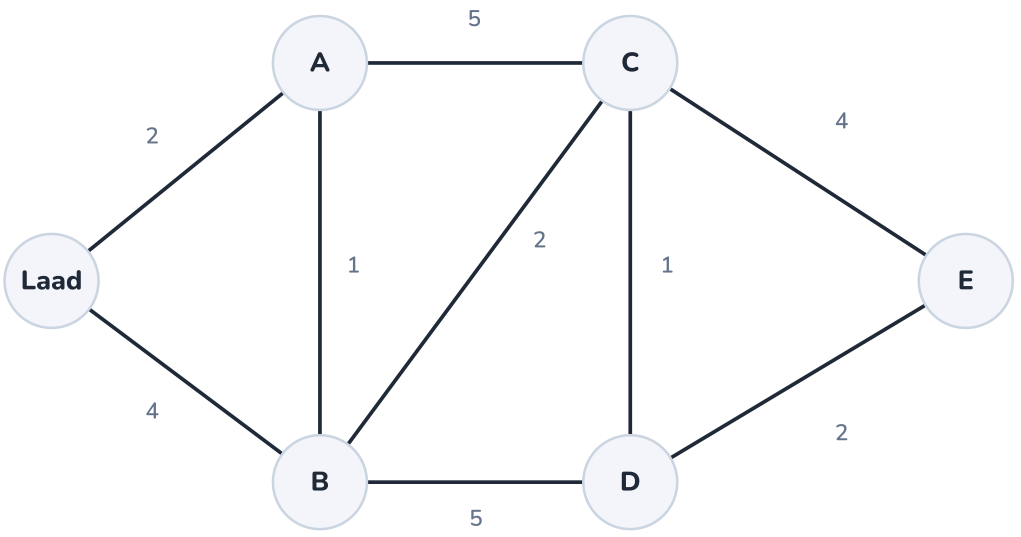
Faculteit wordt recursief gedefinieerd met alleen n == 1 als basisgeval.

Toon waarom n = 0 faalt; herstel het contract en beschrijf tijd en geheugen.

34.6 Een blokkade in de kaart

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

Gebruik de volledige graaf uit het handboek. De kant C–D is geblokkeerd.



Kanten zijn berijdbare verbindingen; getallen zijn modelafstanden in meter, geen schaaltekening van de gang.

Bereken de nieuwe route Laad–E en rijtijd bij 0,20 m/s. Leg uit waarom een groot gewicht minder goed is dan verwijderen.

Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

34.7 Een eerlijke tijdmeting

Uitdagen · 9 · Onderzoeken · 40 min

Je vergelijkt twee sorteerders op een laptop.

Ontwerp een meetprotocol dat invoervorm, n, herhalingen en geheugen omvat. Geef een analyse die toevallige ruis van groei onderscheidt.

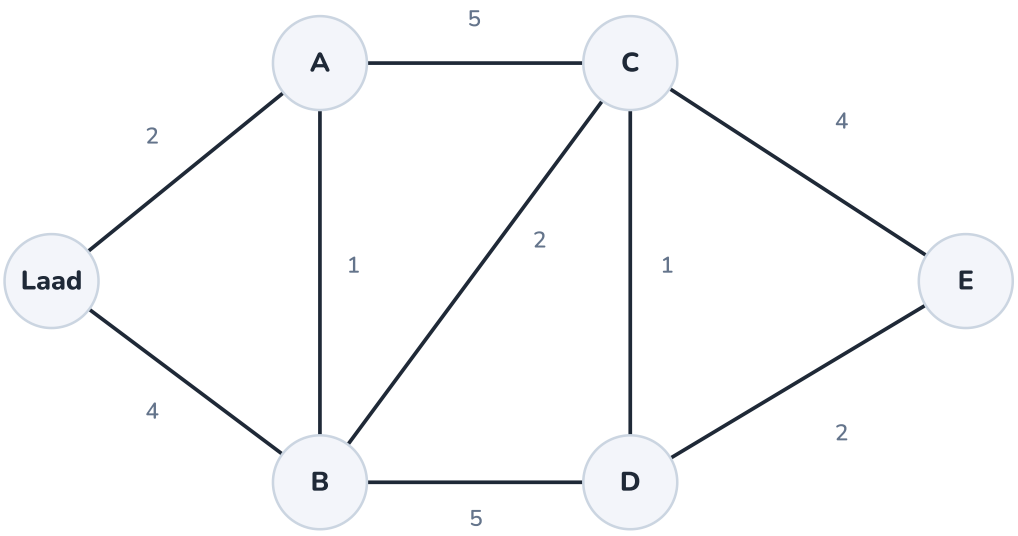
ZO WORDT DIT BEOORDEELD

reproduceerbaarheid	Vaste invoer, omgeving, ruwe tijden en script.
interpretatie	Groei en spreiding afzonderlijk besproken.

34.8 Een routeplanner met terugweg

Uitdagen · 9 · Habitat · 60 min

De voorbeeldgraaf heeft meetpunten A, C en E. De robot moet terug naar Laad. Elke meting kost 5 s; een beurt mag 120 s duren.



Kanten zijn berijdbare verbindingen; getallen zijn modelafstanden in meter, geen schaaltekening van de gang.

Bereken een korte ronde en totaalduur; ontwerp het contract tussen Pi-planner en robot en de reactie op obstakels of netwerkuitval.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

berekening	Afstand, meettijd en reserve gescheiden.
correctheid	Alle meetpunten en terugweg gecontroleerd.
veilig gedrag	Actuele blokkades en communicatieverlies begrensd.

34.9 Een negatieve energiekant

●●● Uitdagen · 9 · Ontwerpen · 25 min

Bij afdalen zou een robot energie terugwinnen. Iemand voert negatieve kantgewichten in Dijkstra in.

Verklaar het probleem en geef twee bruikbare alternatieven, inclusief een beperking.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Ik kan lineair en binair zoeken uitvoeren en hun voorwaarden verklaren.
- Ik kan sorteeralgoritmen vergelijken met een bewerkingsmodel en O-notatie.
- Ik kan recursieve functies volgen en een basisgeval en voortgang bewijzen.
- Ik kan Dijkstra uitvoeren en een pad reconstrueren.

Ik kan een algoritme kiezen op basis van tijd, geheugen en worst-case eisen.

E EXPERT · DEEL E7 · INFORMATICA

WERKBOEK · HOOFDSTUK 35

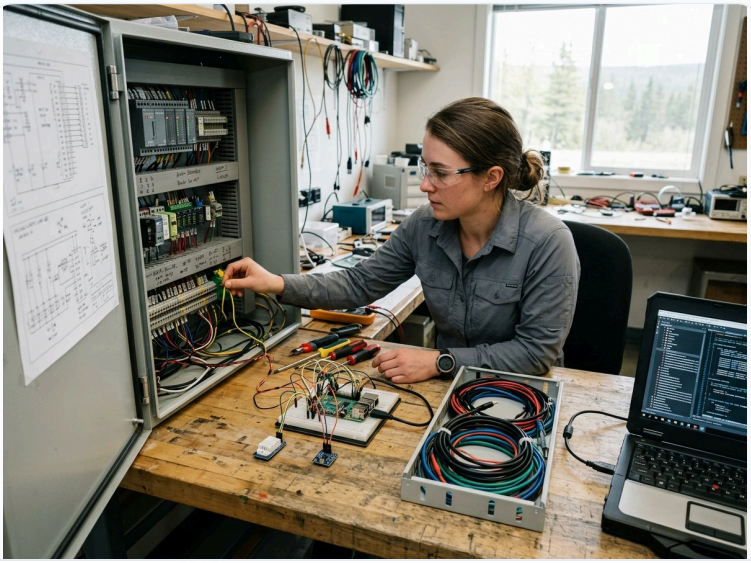
Objectgericht programmeren en softwareontwerp

Software groeit door duidelijke contracten, vervangbare onderdelen en aantoonbaar gedrag

Je leest objecttoestand, herstelt contractfouten en ontwerpt vervolgens software die zonder echte hardware te toetsen is.

3× oefenen · 3× toepassen · 3× uitdagen · ± 290 min

P Programmeren en computationeel denken · D Ontwerpen en maken



Een softwaregrens maakt een sensor verwisselbaar zonder de regelwet te herschrijven.

Oefenen

●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

35.1 Twee objecten, één foutlijst

●○○ Oefenen · 6 · Analyseren · 25 min

Een klasse definieert fouten=[] buiten __init__.

Leg uit wat er gebeurt als s1.fouten.append('oud') wordt uitgevoerd. Herstel het ontwerp.

35.2 Een eenheid in het contract

Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

De sensor levert 291,15 K; de regelaar verwacht graden Celsius en setpoint 20 °C, Kp 200 W/K.

Bereken de correcte vraag en toon de fout bij blind doorgeven.

35.3 Is of heeft

Oefenen · 6 · Begrijpen · 25 min

Een kamerregelaar gebruikt een SHT31 en een SSR.

Kies overerving of samenstelling en motiveer met het substitutiecontract.

Toepassen

Toepassen · meerdere stappen, in een context

35.4 Leeftijd exact op de grens

Toepassen · 7 · Programmeren · 25 min

Het contract staat leeftijden van 0 tot en met 5 s toe.

Schrijf tests op −0,1; 0; 5; 5,1 s en voor NaN. Geef het verwacht gedrag.

35.5 Een methode blokkeert

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

Een wifi-sensor duurt soms 800 ms; lees() had maximaal 5 ms beloofd.

Beschrijf hoe de contractbreuk de regeling raakt en herstel de architectuur.

35.6 Wat zit in de commit?

Toepassen · 7 · Begrijpen · 25 min

Je voert git add model.py uit, wijzigt model.py opnieuw en doet git commit.

Welke versie wordt vastgelegd? Geef een veilige reviewvolgorde.

Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

35.7 Van lange functie naar ontwerp

Uitdagen · 9 · Ontwerpen · 55 min

Een functie leest I²C, rekent PID, stuurt MQTT, schrijft een SD-kaart en schakelt de pomp.

Verdeel verantwoordelijkheden en leg ten minste vier interfacecontracten vast. Toon welke integratietest een unit test aanvult.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

grenzen	Hardware, beslislogica en opslag onafhankelijk.
contract	Eenheid, tijd, fouten en eigenaar benoemd.
bewijs	Integratietest verbindt minstens twee onderdelen.

35.8 Stationssoftware vrijgeven

Uitdagen · 9 · Habitat · 60 min

De predictor wordt vervangen, terwijl de klimaatmodule moet blijven regelen.

Ontwerp een release- en terugrolprocedure met manifest, toetsing en actor-eigenaarschap.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

reproduceerbaarheid	Alle code-, data-, model- en configuratieversies vast.
veiligheid	Lokale sturing blijft eigenaar en begrenst.
terugrol	Vorige versie en migratiepad aantoonbaar getest.

35.9 Een groene testset tegenspreken

Uitdagen · 9 · Onderzoeken · 25 min

Alle tests slagen, maar elke test berekent verwacht vermogen met precies dezelfde functie als productie.

Leg uit waarom dit zwak bewijs is en ontwerp onafhankelijke orakels en minstens één mutatietest.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Ik kan een klasse met eigen objecttoestand en methoden ontwerpen.
- Ik kan samenstelling en overerving afwegen met een interfacecontract.
- Ik kan meetdata, hardware en beslislogica modulair scheiden.
- Ik kan unit tests voor normale waarden, grenzen en fouten schrijven.
- Ik kan met git een wijziging, review en reproduceerbare versie beschrijven.

E EXPERT · DEEL E7 · INFORMATICA

WERKBOEK · HOOFDSTUK 36

Numerieke methoden en wetenschappelijk rekenen

Een getal is pas een resultaat als je ook zijn fout en gevoeligheid kent

Je oefent numerieke garanties, controleert dynamische integratie en ontwerpt een identificeerbare warmteproef.

3× oefenen · 3× toepassen · 3× uitdagen · ± 280 min

P Programmeren en computationeel denken · W Wiskundig modelleren



Twee gemeten temperaturen helpen de snelle lucht en trage buffer van elkaar onderscheiden.

●○○ Oefenen Oefenen

één stap, direct toepassen

36.1 Arrayvorm lezen

●○○ Oefenen · 6 · Begrijpen · 25 min

T heeft shape (49,2), C heeft shape (2,) en tijd heeft shape (49,1).

Leg uit wat T/C en tijd+T opleveren, en waarom tijd[:,0]+T kan falen.

36.2 Bisectiebudget

Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Een bracket is 8 K breed; de middenfout moet ≤ 0,001 K zijn.

Bereken het minimum aantal halveringen.

36.3 Newton bij een vlak punt

Oefenen · 6 · Analyseren · 25 min

$f(x) = x^2 - 2$ en $x_0 = 0$.

Waarom kan de Newtonstap niet worden uitgevoerd? Kies een andere start en bereken één stap.

Toepassen

Toepassen · meerdere stappen, in een context

36.4 Afkoeling met Euler

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

Station: τ = 10 800 s, beginoverschot 20 K, één stap h = 1800 s.

Bereken Euler en exact na één stap; bepaal de absolute fout en stabiliteitsfactor.

36.5 Energie verdwijnt intern niet

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

De tweeknoopsbalans staat in het handboek.

Tel de vergelijkingen op en controleer P=0, UA=0: wat blijft constant? Geef een implementatietest.

36.6 Een fit heeft te veel vrijheden

Toepassen · 7 · Begrijpen · 25 min

Alleen lucht wordt één uur gemeten; UA, H, beide C en sensorvertraging zijn vrij.

Leg uit waarom een klein residu onvoldoende is en wijzig proef en fit.

Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

36.7 Orde en fout aantonen

Uitdagen · 9 · Programmeren · 45 min

Gebruik y' = −y/10 800, y(0)=20, eindtijd 10 800 s.

Implementeer Euler en RK4 voor h=1800,900,450. Vergelijk foutverhoudingen en formuleer beperkingen.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

berekening	Dezelfde eindtijd, exacte referentie en drie stappen.
interpretatie	Foutorde en stabiliteit onderscheiden.

36.8 Warmteproef voor Habitat

●●● Uitdagen · 9 · Habitat · 60 min

Je wilt UA en H identificeren zonder het teeltklimaat te verstoren.

Maak een proefplan met input, sensoren, tijd, veiligheid, fit en onafhankelijke validatie. Leg vast welke waarden je niet opnieuw schat.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

identificatie	Bekende input, beide knopen en onafhankelijke proef.
veiligheid	Temperatuurgrenzen en afbreekprocedure.
bewijs	Residuen, onzekerheid, versies en geldigheidsgebied.

36.9 Een nauwkeuriger verschil

Uitdagen · 9 · Onderzoeken · 25 min

Voor kleine x wordt $1 - \cos x$ berekend.

Leid een stabiel equivalent af, vergelijk bij $x=10^{-8}$ en bespreek conditionering.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Ik kan NumPy-arrays vectoriseren met bewuste vormen en eenheden.
- Ik kan bisectie en Newton afleiden en hun convergentievoorwaarden toetsen.
- Ik kan een parameterfit opzetten met residuen, grenzen en validatiedata.
- Ik kan Euler en RK4 vergelijken op foutorde en stabiliteit.
- Ik kan numerieke en fysische onzekerheid onderscheiden.

E EXPERT · DEEL E7 · INFORMATICA

WERKBOEK · HOOFDSTUK 37

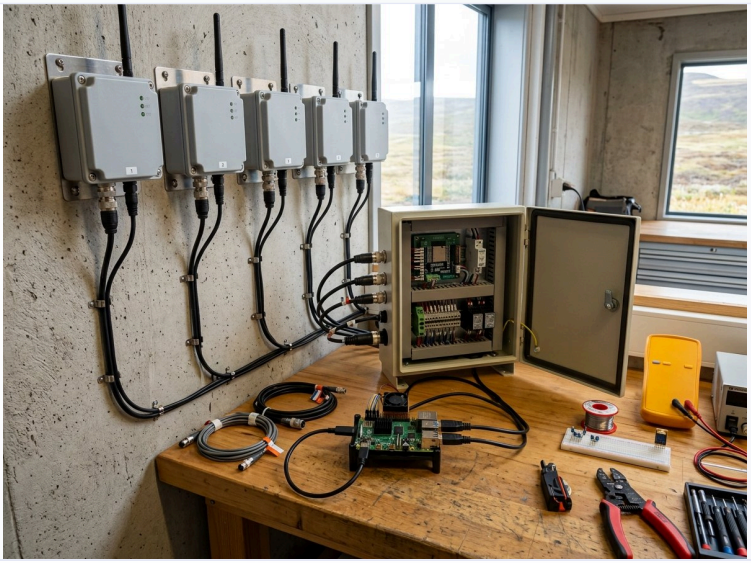
Embedded systemen en IoT

Een verbonden sensor moet ook op tijd, zuinig en veilig blijven werken

Je rekent eerst timing en energie, onderzoekt daarna protocollen en ontwerpt een netwerk dat ook bij storingen aan zijn lokale plichten voldoet.

3× oefenen · 4× toepassen · 4× uitdagen · ± 385 min

P Programmeren en computationeel denken · L Elektriciteit en elektronica · R Regelen en robotica



Een draadloos netwerk verbindt onderdelen met verschillende timing- en energiebehoeften.

●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

37.1 Timerwaarde

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

16 MHz, prescaler 64, compare-teller begint op 0.

Bereken ticktijd en comparewaarde voor 2 ms.

37.2 Tellerkwantisatie

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

53 flanken in 5 s, acht poolparen.

Bereken f, n en één-countresolutie. Waarom geen harde overtoerenbeveiliging hiermee?

37.3 Qo S en actie

Oefenen · 6 · Begrijpen · 25 min

Een pompstart via Qo S1 komt tweemaal binnen.

Wat garandeert Qo S1 en hoe voorkom je een tweede pompbeurt?

Toepassen

Toepassen — meerdere stappen, in een context

37.4 Rollover narekenen

Toepassen · 7 · Programmeren · 25 min

laatst=4294967290, nu=14 inuint 32_t.

Bereken dt en vergelijk met nu> laatst+periode; geef een test voor een 5 s-venster over rollover.

37.5 UART en taakdeadline

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

Een taak moet elke 20 ms gereed zijn. Ze print 240 bytes bij 115200bit/s8N1 en rekent 3 ms.

a Bereken de minimale totale tijd bij blokkerend printen. Ontwerp een begrensde oplossing.

b Welke nieuwe foutmodus introduceert een buffer?

37.6 I²C-golfvorm toetsen

Toepassen · 7 · Labo · 35 min

R=2,2 kΩ, C=500 p F,100kbit/s.

Voorspel t_r en bepaal of de 1000 ns-grens gehaald wordt. Beschrijf de oscilloscoopmeting en een hersteloptie.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

meting	30–70%, probe-effect en worst-case kabel.
afweging	Stroom en RC gezamenlijk getoetst.

37.7 Slaap eerlijk begroten

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

Een knoop gebruikt 120 m A voor 2 s plus reconnect 4 s,0,05 m A gedurende 54 s; batterij 2000 m Ah,80% bruikbaar.

Bereken gemiddelde stroom en autonomie; vergelijk met de 2 s-activiteit uit het handboek.

●●● Uitdagen Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

37.8 Een bericht is ongeldige invoer

●●● Uitdagen | 9 | </> Programmeren | 45 min

Breid bericht_contract.py uit.

a Ontwerp tests voor ontbrekende sleutel, NaN, oud, duplicaat, herstart en teruglopende sequence. Geef elk verwacht resultaat.

b Wat kan deze offlinevalidator niet bewijzen?

37.9 Netwerkuitval als proef

●●● Uitdagen | 9 | Onderzoeken | 55 min

Wifi wordt 120 min uitgeschakeld terwijl lokale regeling doorgaat.

Geef een meetbaar testplan voor lokale deadlines, buffer, replay, veroudering en herstel.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

lokale plicht	Deadline en veiligheidsactie zonder netwerk.
data	Oud archief en actuele invoer onderscheiden.

37.10 Het sensornet van Habitat

Uitdagen · 9 · Habitat · 75 min

Ontwerp het netwerk voor module, meetkas, luchtknoop en turbine.

a Teken architectuur met busadressen, voeding en eigenaars; geef MQTT-contract en beveiliging.

b Geef drie storingstests en objectieve acceptatiecriteria.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

architectuur	Voeding, bussen, netwerk en actor-eigenaar zichtbaar.
contract	Eenheid, tijd, kwaliteit, ID en verval.
beveiliging	Identiteit, ACL, TLS en herstel toetsbaar.

37.11 Een verboden retained-start

●●● Uitdagen | 9 | Ontwerpen | 25 min

Een nieuwe subscriber ontvangt een retained bericht 'pomp 120 s'.

Analyseer de fout en ontwerp een status/commandoverdeling die reconnect veilig maakt.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Ik kan interrupt- en timerwerk begrenzen en gedeelde data atomair lezen.
- Ik kan een real-time deadline toetsen en slaapstanden tegen energie en verbinding afwegen.
- Ik kan UART, I²C en SPI kiezen met elektrische en protocolvoorwaarden.
- Ik kan MQTT-topics, Qo S, sequence en verval als een applicatiecontract ontwerpen.
- Ik kan het sensornet beveiligen en het gedrag bij uitval toetsen.

WERKBOEK · HOOFDSTUK 38

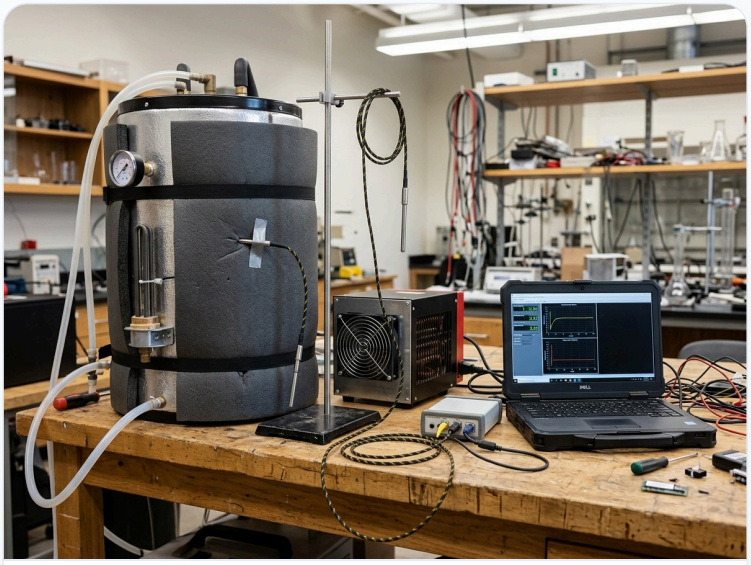
Dynamische systemen modelleren

Toestanden en tijdschalen verklaren waarom een station nog beweegt nadat de knop omgaat

Je leest responsen, leidt overdrachten af en toetst of het gekozen model zijn ontwerptaak aankan.

3× oefenen · 3× toepassen · 3× uitdagen · ± 290 min

R Regelen en robotica · W Wiskundig modelleren · E Energie



Dezelfde input voedt toestanden die op minuten en uren reageren.

●○○ Oefenen Oefenen

één stap, direct toepassen

38.1 Tijdconstante uit een balans

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

C=120 kJ/K, H=40 W/K.

a Bereken τ, K en de eindstijging bij 400 W.

b Welke stijging is na één tijdconstante bereikt?

38.2 Dode tijd herkennen

Oefenen · 6 · Analyseren · 25 min

Uitvoer A stijgt direct exponentieel; uitvoer B blijft 90 s plat en stijgt daarna.

Kies het passende model. Waarom bootst een grotere warmtecapaciteit het plateau niet exact na?

38.3 Polen lezen

Oefenen · 6 · Begrijpen · 25 min

Een model heeft polen −0,01 en −0,0001 s^{-1}; een ander model heeft een pool +0,001 s^{-1}.

Geef tijdschalen en stabiliteit.

Toepassen

meerdere stappen, in een context

38.4 P-regeling afleiden

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

$\tau\dot{y} + y = Ku$ en $u = K_p(r - y)$.

a Leid de gesloten-lusversterking en tijdconstante af.

b Bereken voor e39: K=0,02 K/W, τ=10800 s en Kp=200 W/K. Wat gebeurt bij r=15 K?

38.5 Tweedeordeontwerp

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

ωn=0,02 rad/s; maximaal 10% doorschot.

a Bereken de minimaal vereiste ζ.

b Bereken de piektijd op deze grens en geef een beperking van het resultaat.

38.6 Thermische overdracht controleren

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

Gebruik de tweeknoops-overdracht uit het handboek.

a Toon dat G(0)=1/H en controleer de dimensies.

b Wat wordt de luchtoverdracht als de koppeling G naar nul gaat?

Uitdagen Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

38.7 Responskenmerken automatiseren

Uitdagen · 9 · Programmeren · 50 min

Gebruik stap2(t,ζ) met ωn=1 rad/s voor ζ=0,2; 0,4; 0,8.

a Bepaal piek, t10, t90 en de echte 2%-insteltijd. Vergelijk de laatste met 4/ζ.

b Hoe controleer je de tijdresolutie van je uitkomst?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

uitvoering	Alle kenmerken uit dezelfde respons en een expliciete band.
controle	Formules en tijdresolutie onafhankelijk getoetst.

38.8 De tweeling van Habitat

Uitdagen · 9 · Habitat · 65 min

Een manager wil alle thermische toestanden vervangen door C=540 kJ/K omdat dit in de PID-proef goed werkt.

a Verdedig de systeemgrenzen en ontwerp een validatieproef voor nachtplanning.

b Geef een meetbaar criterium om het model af te wijzen.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

grens	Vereenvoudigingen en fysieke opslag onderscheiden.
proef	Bekende input, buiten, twee toestanden en aparte validatie.
besluit	Kwantitatieve criteria en afwijzingsregel.

38.9 Een model met verzadiging

Uitdagen · 9 · Ontwerpen · 25 min

Een lineair model vraagt 3000 W, terwijl de SSR maximaal 2000 W kan leveren.

Welke conclusies gelden niet rechtstreeks? Bouw de geschikte simulatiestructuur.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

Ik kan een warmtebalans naar een eersteordemodel en staprespons omzetten.	☐ ☐ ☐
Ik kan tweedeorde-respons, demping en doorschot kwantitatief beschrijven.	☐ ☐ ☐
Ik kan blokken verbinden en een overdrachtsfunctie met haar voorwaarden lezen.	☐ ☐ ☐
Ik kan toestanden, polen en stabiliteit van het tweeknoopsmodel bepalen.	☐ ☐ ☐
Ik kan een identificatieproef ontwerpen en een te eenvoudig model herkennen.	☐ ☐ ☐

E EXPERT · DEEL E8 · REGELTECHNIEK

WERKBOEK · HOOFDSTUK 39

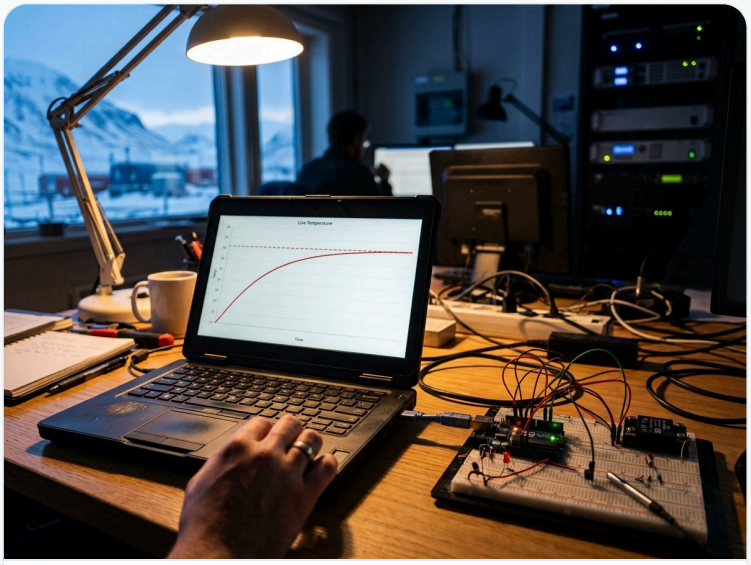
PID-regeling

Drie getallen die van een verwarming, een drone of een insulinepomp een regelaar maken

Je begint met de begrippen en de P-formules, rekent en programmeert daarna echte regelaars door, en eindigt met ontwerpproblemen waar de ideale formule niet volstaat. Voor opdrachten 39.8 en 39.10 heb je Python nodig. Opdracht 39.10 is een bouwsteen voor het brein van het station.

3× oefenen · 4× toepassen · 4× uitdagen · ± 312 min

R Regelen en robotica · P Programmeren en computationeel denken · W Wiskundig modelleren



Regelen is meten, vergelijken en bijsturen, elke seconde opnieuw.

●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

39.1 Welke actie doet wat?

●○○ Oefenen · 6 · Begrijpen · 10 min

Een regeling van een waterreservoir (niveau in cm, pomp als actuator) gedraagt zich telkens anders. Welke aanpassing past het best bij elke waarneming?

a Het niveau blijft 4 cm onder het setpoint hangen, ook na een uur.

- A Kp verlagen
- B een I-actie toevoegen
- C Kd verhogen
- D de bemonsteringstijd verlengen

b Het niveau schiet telkens ver door en slingert lang na.

- (A) Ki verhogen
- (B) Kp verhogen
- (C) Kd verhogen of Ki verlagen
- (D) de D-actie op de fout zetten

c Bij elke wijziging van het setpoint krijgt de pomp een harde stoot.

- (A) D op de meting nemen
- (B) Ki verlagen
- (C) Kp verhogen
- (D) anti-windup toevoegen

d Na een lange periode met de pomp op vol vermogen schiet het niveau ver door.

- (A) Kd verhogen
- (B) anti-windup toevoegen
- (C) een P-regelaar gebruiken
- (D) sneller bemonsteren

39.2 De blijvende afwijking van een P-regelaar

Oefenen · 6 · Rekenen · 15 min

Een kleine kweekkast volgt $\tau\,\mathrm{d}y/\mathrm{d}t = -y + Ku$ met $\tau = 900\,\mathrm{s}$ en $K = 0{,}050\,^\circ\mathrm{C/W}$. Een P-regelaar met $K_p = 60\,\mathrm{W/^\circ C}$ moet y van 0 naar $r = 12\,^\circ\mathrm{C}$ brengen. Het verwarmingselement kan 0 tot 1000 W.

a Bereken de lusversterking, de eindwaarde van y en de blijvende afwijking.

b Bereken het eindvermogen en controleer het met het procesmodel.

c Raakt het element zijn grens? Bereken de tijdconstante van de gesloten lus.

39.3 Eén stap van een discrete PID

Oefenen · 6 · Rekenen · 12 min

Een discrete PID ($\Delta t = 2\,\text{s}$, D op de meting) heeft $K_p = 150$, $K_i = 0{,}8$, $K_d = 400$ (eenheden zoals in het handboek). Setpoint 20,0 °C. Vorige meting 18,2 °C, nieuwe meting 18,5 °C. De som van alle fouten tot en met de vorige stap is 214,0 °C.

a Bereken de fout e_k, de nieuwe som, en de drie termen apart.

b Welk vermogen stuurt de regelaar als de actuator 0 tot 2000 W kan?

Toepassen

meerdere stappen, in een context

39.4 Waarom een P-regelaar sneller is

Toepassen · 7 · Rekenen · 20 min

Het station ($\tau = 10\,800\,\text{s}$, $K = 0{,}020\,^\circ\text{C/W}$) krijgt twee strategieën om 12 °C boven buiten te komen: (A) gewoon 600 W aanzetten; (B) een P-regelaar met $r = 15\,^\circ\text{C}$ en $K_p = 200\,\text{W}/^\circ\text{C}$.

a Toon aan dat beide strategieën op dezelfde eindtemperatuur uitkomen.

b Leid voor B de gesloten-lusvergelijking af en bereken de tijdconstante. Hoeveel keer sneller is B dan A?

c Strategie B begint met een vermogen boven 2000 W. Wat betekent dat voor je antwoord op b?

39.5 Anti-windup inbouwen

Toepassen · 7 · Programmeren · 25 min

Een leerling schreef deze PI-regelaar in Python. De verwarming kan 0 tot 1500 W.

```
def pi_stap(r, y, toestand, Kp=300, Ki=1.2, dt=1.0):
    e = r - y
    toestand["som"] += e * dt
    u = Kp * e + Ki * toestand["som"]
    return min(max(u, 0), 1500)
```

a Leg uit wat er met `toestand["som"]` gebeurt als de verwarming een halfuur op 1500 W staat.

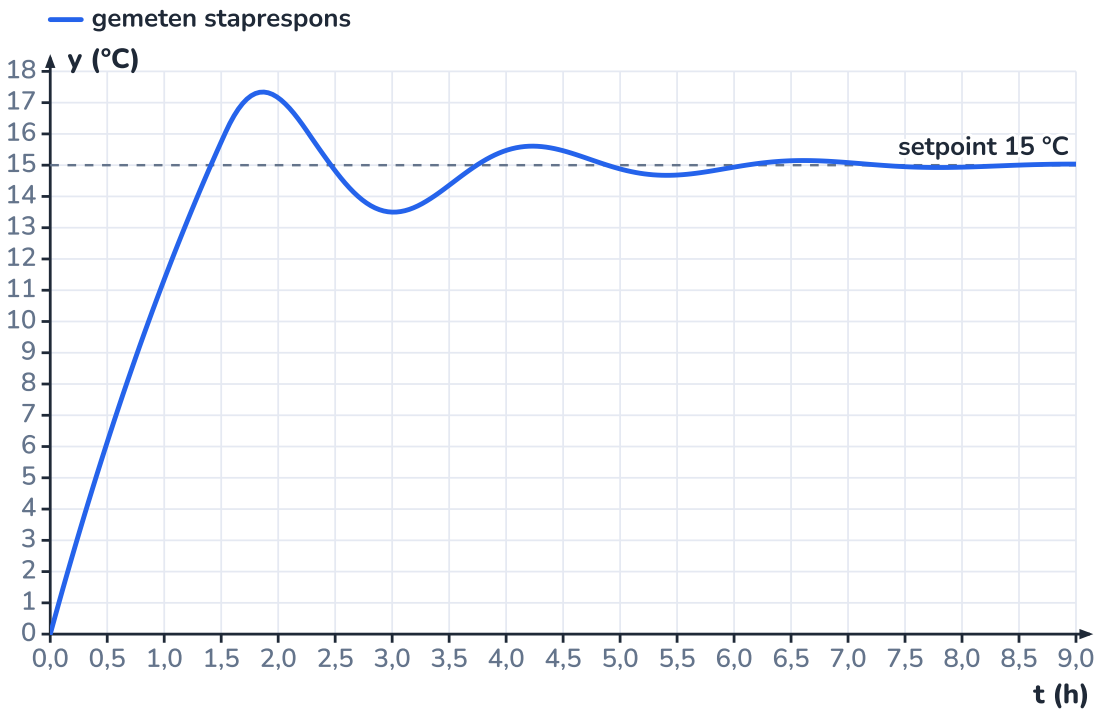
b Herschrijf de functie met anti-windup (niet integreren als de uitgang verzadigd is en de fout de verzadiging vergroot).

c Bedenk een tweede manier van anti-windup en beschrijf ze in één zin.

39.6 Een staprespons aflezen

Toepassen · 7 · Analyseren · 20 min

Lees de grafiek zo nauwkeurig mogelijk af.



Gemeten staprespons van een PI-regeling (setpoint van 0 naar 15 °C boven buiten).

a Bepaal de stijgtijd (10 % tot 90 %).

b Bepaal de piekwaarde, de piektijd en het doorschot in procent.

c Bepaal de insteltijd voor een band van ±2 %.

d Deze regeling had doorschot, terwijl het proces van eerste orde is. Geef een mogelijke oorzaak.

39.7 Ziegler-Nichols voor de waterpomp

Toepassen · 7 · Rekenen · 15 min

De druk in de waterleiding van het station wordt geregeld met een pomp (sturing in %). Met alleen P-actie begint de druk blijvend te slingeren bij $K_u = 12\,\%/\text{bar}$; de periode van de slingering is $T_u = 8{,}0\,\text{s}$.

a Bereken de instellingen voor een PI-regelaar (K_p, T_i, K_i).

b Bereken de instellingen voor een PID-regelaar (K_p, T_i, T_d, K_i, K_d), met eenheden.

c Welke bemonsteringstijd kies je hoogstens voor deze lus? Motiveer met T_u.

Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

39.8 Simulatie-onderzoek: de beste PI voor het station

Uitdagen · 8 · Onderzoeken · 60 min

Gebruik de simulatiecode uit het handboek (met anti-windup). Eisen voor een stap van 0 naar 15 °C: doorschot hoogstens 5 %, insteltijd (±2 %) hoogstens 3 uur, en bij een storing van 300 W (vanaf uur 6 blijft er een deur op een kier) mag de temperatuur hoogstens 0,5 °C zakken.

a Breid de simulatie uit met de storing d (in W, zelfde teken als in het procesmodel) en met een functie die doorschot, insteltijd en grootste daling berekent.

b Zoek systematisch (een rooster van Kp- en Ki-waarden) naar instellingen die aan alle eisen voldoen. Noteer je beste drie.

Kp	Ki	doorschot (%)	insteltijd (min)	daling (°C)

c Welke eis is het moeilijkst, en waarom botst ze met een andere? Verklaar met de werking van P en I.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Code	Storing correct ingebouwd, kenmerken automatisch berekend, anti-windup behouden.
Zoektocht	Systematisch rooster, resultaten in een tabel, eisen expliciet getoetst.
Verklaring	Afweging tussen doorschot bij de stap en herstel na de storing correct uitgelegd.

39.9 Bewijs: PI maakt ook een storing ongedaan

●●● Uitdagen · 8 · Analyseren · 25 min

Het station staat stabiel op het setpoint. Op t_0 gaat er een deur open: vanaf dan geldt $\tau\dot{y} = -y + Ku - d_0$ met een constante $d_0 > 0$.

a Toon aan dat een P-regelaar een blijvende extra fout overhoudt en bereken die in functie van d_0, K en K_p.

b Toon aan dat bij een PI-regelaar, als de lus weer tot rust komt, de fout nul is. Leg ook uit waar het extra vermogen vandaan komt.

39.10 Habitat: de temperatuurregeling van het station ontwerpen

●●● Uitdagen · 9 · Habitat · 90 min

Het brein van het station moet de binnentemperatuur op 20 °C houden (±0,5 °C in normaal bedrijf) met een verwarming van 2 kW (SSR, tijdproportioneel), een sensor met ruis van ongeveer ±0,1 °C en een tijdconstante van 60 s. Het station staat in ons klimaat: de ontwerptemperatuur voor Ukkel is −8 °C, bij een uitzonderlijke koudegolf zakt het tot −15 °C. Het station verliest 50 W per °C verschil met buiten (dus $K = 0{,}020\,^{\circ}\mathrm{C/W}$ in het model, zoals in het handboek).

a Controleer of 2 kW volstaat bij −8 °C en bij −15 °C. Welke reserve blijft er telkens?

b Teken het volledige blokschema: regelaar, SSR, verwarming, station, sensor, filter, en de buitentemperatuur als storing.

c Kies en motiveer: P, PI of PID; de bemonsteringstijd; het venster van het SSR; een filter op de meting; de anti-windup.

d Wat doet je regeling als de sensor uitvalt of een onmogelijke waarde geeft (bv. −40 °C of +85 °C)? Beschrijf een veilige toestand.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

Dimensionering	Warmteverlies bij −8 en −15 °C correct berekend, reserve benoemd en beoordeeld.
Blokschema	Alle blokken en signalen met symbool en eenheid; storing en filter op de juiste plaats.
Keuzes	Elke keuze gemotiveerd met een getal of een argument uit dit hoofdstuk (ruis, tijdconstanten, verzadiging).
Veiligheid	Sensorfout gedetecteerd (bereik, sprong) en een fail-safe toestand die het station niet laat bevriezen of oververhitten.

39.11 Aan/uit of PID?

Uitdagen · 7 · Argumenteren · 20 min

Een collega vindt PID overdreven voor de verwarming: 'Een thermostaat met hysterese van ±0,5 °C doet het ook, is eenvoudiger, en een SSR dat telkens schakelt slijt toch niet.'

a Geef twee sterke argumenten vóór de aan/uit-regeling en twee vóór PI, telkens met een getal of voorbeeld.

b Voor welk onderdeel van het station zou je zelf aan/uit kiezen, en voor welk PID? Motiveer.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Ik kan een gesloten regelkring tekenen als blokschema en de begrippen setpoint, fout, stuurgrootheid, storing en meting gebruiken.
- Ik kan voor een eerstegraadsproces met P-regeling de gesloten-lusvergelijking afleiden en er de blijvende afwijking en de tijdconstante uit halen.
- Ik kan verklaren waarom een I-actie de blijvende afwijking wegwerkt en een D-actie demping geeft, en wat de nadelen van elk zijn.
- Ik kan uit een staprespons stijgtijd, doorschot, piektijd, insteltijd en blijvende afwijking bepalen.
- Ik kan een discrete PID-regelaar programmeren met een vaste bemonsteringstijd, D op de meting en anti-windup.
- Ik kan een regelaar afstellen met de methode van Ziegler-Nichols en de uitkomst kritisch bijsturen.
- Ik kan een regeling ontwerpen tegen eisen (nauwkeurigheid, snelheid, begrenzing van de actuator) en je keuzes verantwoorden.

E EXPERT · DEEL E8 · REGELTECHNIEK

WERKBOEK · HOOFDSTUK 40

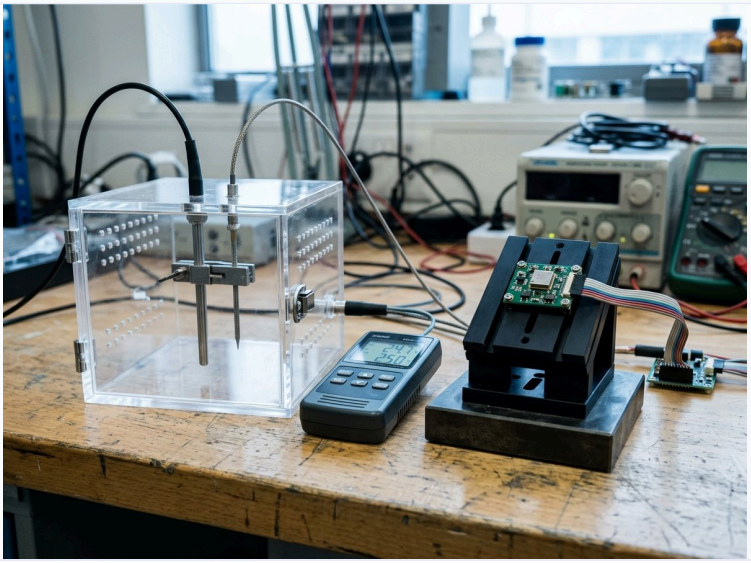
Sensorfusie en schatten

Een schatting vertelt zowel wat je weet als hoe onzeker dat weten is

Je rekent met onzekerheid, bouwt een foutdetector en ontwerpt meetfusie die ook haar grenzen zichtbaar maakt.

3× oefenen · 4× toepassen · 3× uitdagen · ± 335 min

R Regelen en robotica · A Data en AI · W Wiskundig modelleren



Co-located sensoren kunnen dezelfde toestand toetsen; een water- en luchtsensor meten verschillende toestanden.

●○○ Oefenen Oefenen

één stap, direct toepassen

40.1 Niet dezelfde temperatuur

●○○ Oefenen · 6 · Begrijpen · 25 min

Een NTC meet 18 °C in water; een SHT31 meet 22 °C in lucht.

Waarom is het gemiddelde 20 °C geen betere schatting? Welke informatie moet het model bewaren?

40.2 Precisiegewichten

Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

$z1=10{,}2$ K, $z2=9{,}8$ K; $R1=0{,}04$ K² en $R2=0{,}01$ K².

Bereken schatting en standaardafwijking met alle tussenstappen.

40.3 Drift en filtergewicht

Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Gyrobias 0,05 °/s; $\Delta t=0{,}1$ s en filtertijdconstante $\tau=5$ s.

Bereken de ongeijkte drift na 2 min en het gewicht α van de oude schatting.

Toepassen Toepassen

meerdere stappen, in een context

40.4 Voorspel en corrigeer

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

$x=19{,}9$ °C, $P=0{,}02$ K², $Q=0{,}01$ K², $a=h=1$; $z=20{,}2$ °C en $R=0{,}03$ K².

a Bereken P−, gain, nieuwe schatting en variantie.

b Toets de innovatie met de 3σ-poort.

40.5 Een gedeelde biasvloer

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

Elke probe heeft σruis=0,10 K; beide delen ijkonzekerheid 0,08 K.

Bereken de standaardonzekerheid van het gemiddelde. Vergelijk met blind middelen van onafhankelijke totale fouten.

40.6 Synchroniseren bij een stap

Toepassen · 7 · Labo · 45 min

Een snelle probe en een sensorkast met tijdconstante 60 s zien dezelfde opwarmproef.

Ontwerp een vergelijking die vertraging van bias onderscheidt. Leg meetmoment en bereik vast.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

proef	Evenwichten en overgang onderscheiden.
tijd	Meetmoment en sensorvertraging vastgelegd.

40.7 Ontbreken simuleren

Toepassen · 7 · Programmeren · 25 min

Tien opeenvolgende stappen ontbreken alle metingen; Pstart=0,008 K² en Q=0,0004 K² per stap.

Bereken eindvariantie en σ. Pas de code aan zodat ontbreken geen nulmeting wordt.

●●● Uitdagen Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

40.8 Kalman-afleiding veralgemenen

●●● Uitdagen · 9 · Rekenen · 25 min

$z = hx + v$; de voorspelling heeft variantie P^-.

a Leid de gain voor h≠1 af.

b Controleer de eenheden als z volt en x kelvin is.

40.9 Een foutdetector tegenspreken

●●● Uitdagen · 9 · Onderzoeken · 40 min

Iedere meting met ν²/S>9 schakelt de sensor direct permanent uit.

Analyseer valse meldingen, modeltekort en herstel. Geef een beter beleid dat lokale alarmen ondersteunt.

40.10 Fusie voor Habitat ontwerpen

Uitdagen · 9 · Habitat · 75 min

Het station wil een temperatuur blijven schatten als één probe faalt.

a Kies toestand, sensoren, ijking, tijd- en foutcontract. Schets fusie en supervisor.

b Formuleer storingstests en een onafhankelijk onzekerheidsbudget.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

meetgrens	Dezelfde toestand en kalibratiebewijs.
foutbeleid	Uitval, ouderdom, herstel en lokale veiligheid.
zekerheid	Gedeelde fouten en modeltekort opgenomen.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Ik kan ruis, bias, vertraging en meetonzekerheid onderscheiden.
- Ik kan onafhankelijke metingen met variantiegewichten combineren.
- Ik kan een complementair hoekfilter programmeren en de zwaartekrachtaanname toetsen.
- Ik kan voorspelling, gain, innovatie en covariantie van een 1D-Kalman-filter afleiden.
- Ik kan kalibratie, sensoruitval en foutdetectie als apart beleid ontwerpen.

E EXPERT · DEEL E9 · DATA SCIENCE EN AI

WERKBOEK · HOOFDSTUK 41

Van data naar model: regressie

Een energievoorspelling vraagt een eerlijke toekomsttest en een verklaring voor haar fouten

Je leidt een fit af, controleert de datapipeline en verdedigt een bruikbare energievoorspeller.

3× oefenen · 3× toepassen · 3× uitdagen · ± 325 min

A Data en AI · W Wiskundig modelleren · O Onderzoeken en meten



Een plan gebruikt alleen informatie die bij het besluit al bekend kan zijn.

●○○ Oefenen Oefenen

één stap, direct toepassen

41.1 Een lijn handmatig fitten

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Data: (0,2), (1,3), (2,5).

Bereken helling en intercept, voorspellingen en residusom.

41.2 Feature of toekomstlek?

Oefenen · 6 · Analyseren · 25 min

Invoer voor morgen: gisterenenergie, morgen gemeten lichtsom, weerprognose en geplande lampuren.

Beoordeel beschikbaarheid en welke versie je moet bewaren.

41.3 Foutmaten

Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Residuen: 2, −2, 0 kWh.

Bereken MAE, RMSE en bias. Wat verbergt de bias?

Toepassen

Toepassen · meerdere stappen, in een context

41.4 Een matrix bouwen

Toepassen · 7 · Programmeren · 25 min

Koufeatures [0,2,5], lampuren [8,6,9], energie [9,10,12] kWh.

Schrijf designmatrix en NumPy-fit. Waarom bewijst een perfecte fit geen generalisatie?

41.5 Een scaler zonder lek

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

Je standaardiseert alle 180 dagen en splitst daarna 110/35/35.

Benoem het lek en geef de juiste workflow voor folds en eindtest.

41.6 Residustructuur

Toepassen · 7 · Onderzoeken · 40 min

Koude dagen hebben opeenvolgende positieve residuen; warme dagen willekeurige residuen.

Geef twee ontbrekende factoren en een proef om ze te onderscheiden. Waarom helpt alleen λ verhogen mogelijk niet?

Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

41.7 Rolling-originpipeline

Uitdagen · 9 · Programmeren · 60 min

De predictor gebruikt maximaal dertig dagen verleden.

a Ontwerp folds, preprocessing, modelkeuze en basislijn zonder toekomstlek.

b Wanneer is een tussenruimte nodig? Welke data mogen bij actualisering worden gebruikt?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

tijd	Horizon van features en doelen verklaard.
pipeline	Preprocessing en selectie per fold.
bewijs	Basislijn en regimefouten apart.

41.8 Energievoorspeller voor Habitat

●●● Uitdagen · 9 · Habitat · 75 min

Om 20:00 UTC+1 reserveert het station energie voor morgen.

a Geef doel, invoer, basislijn, validatie en acceptatiebesluit.

b Hoe log je beheeracties om een later verkeerd verband te voorkomen?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

beschikbaarheid	Invoer bekend op het planmoment.
toetsing	Tijdtest, basislijn en staartfout.
beheer	Besluit, grens en log traceerbaar.

41.9 Regularisatie tegenspreken

●●● Uitdagen | 9 | Argumenteren | 25 min

Een collega zegt dat een hoge λ overfitting en extrapolatie oplost.

Verdedig ridge en benoem twee grenzen met een stationsvoorbeeld.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Ik kan een kleinste-kwadratenfit afleiden en met NumPy berekenen.
- Ik kan meerdere features, eenheden en identificeerbaarheid interpreteren.
- Ik kan overfitting en regularisatie met gescheiden data beoordelen.
- Ik kan temporele kruisvalidatie zonder toekomstlek ontwerpen.
- Ik kan residuen en foutkosten gebruiken om een voorspeller te accepteren.

E EXPERT · DEEL E9 · DATA SCIENCE EN AI

WERKBOEK · HOOFDSTUK 42

Classificatie en clustering

Labels voorspellen, groepen ontdekken en de kosten van verkeerde besluiten meten

Je voert classifiers en clustering uit en eindigt met een inspectiebeleid dat ook verkeerde voorstellen kan beoordelen.

3× oefenen · 4× toepassen · 4× uitdagen · ± 435 min

A Data en AI · W Wiskundig modelleren · P Programmeren en computationeel denken



Een sensorpatroon en een diagnose hebben verschillende bewijslast.

Oefenen

●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

42.1 Sigmoid narekenen

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Score z=−1,5 voor een plant.

Bereken p en het label bij drempels 0,5 en 0,15.

42.2 Een confusiematrix

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

200 planten: 20 ziek. Voorspeld ziek: 25, waarvan 15 werkelijk ziek.

Bereken TP, FP, FN, TN, precisie, recall en accuracy.

42.3 Eén k-meansstap

Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Punten 0, 2, 8, 10; begincentra 0 en 8.

Wijs toe, update centra en bereken J voor en na.

Toepassen

meerdere stappen, in een context

42.4 Gradiënt van logistiek

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

x=2, y=0, b=0 en w=0; η=0,1.

Leid p−y uit kruis-entropie af en voer één stap uit.

42.5 Een split vergelijken

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

Ouder: 12 planten, 6 ziek. Split A geeft 6 met 5 ziek en 6 met 1 ziek. Split B geeft 4 met 4 ziek en 8 met 2 ziek.

Bereken de gewogen Gini van beide splits en kies de trainingssplit.

42.6 Onbalans verandert precisie

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

Recall=90%, vals-positieve fractie onder gezonde planten=5%. Vergelijk prevalentie 10% met 1%, elk op 10000 planten.

Bereken TP, FP en precisie voor beide populaties.

42.7 Afstand en groepen testen

Toepassen · 7 · Programmeren · 45 min

Dezelfde plant is elke dag gemeten; vocht is in procent en ΔT in kelvin.

Ontwerp KNN-validatie die schaal en groepslek voorkomt.

42.8 Drempel en kosten

●●● Uitdagen · 9 · Ontwerpen · 40 min

Een inspectie kost 1 eenheid bij een gezonde plant; een gemiste ziekte kost 9.

Leid de theoretische kansgrens af. Waarom kies je die grens niet blind op iedere gewogen modelscore?

42.9 Clusters onderzoeken

●●● Uitdagen · 9 · Onderzoeken · 50 min

K-means geeft drie plantgroepen en het team noemt cluster 2 meteen ‘infectie’.

Ontwerp externe beoordeling en een gevoeligheidsproef voor deze claim.

42.10 Zieke planten in Habitat

●●● Uitdagen · 9 · Habitat · 80 min

Een classifier moet planten voor inspectie voorstellen.

a Schrijf label-, data- en actieregels, inclusief validatie en acceptatie.

b Welke storingen en schadelijke fouten toets je?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

referentie	Label onafhankelijk en reproduceerbaar.
evaluatie	Groepssplit, onbalans en foutkosten expliciet.
actie	Begrensde bevoegdheid en herstelprocedure.

42.11 Een classifier vergelijken

Uitdagen · 9 · Programmeren · 70 min

Breid de echte NumPy-simulatie uit met gewijzigde ziekteprevalentie en een temperatuur-offset van 1 K in een nieuwe batch.

Vergelijk logistiek, KNN en boom op vooraf vastgelegde grenzen. Geef een verantwoord inzetbesluit.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

uitvoering	De drie methoden op dezelfde nieuwe groepen.
bewijs	Aantallen, kosten en verschuiving apart.
besluit	Manifest en acceptatie traceerbaar.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Ik kan logistische regressie afleiden uit sigmoid en kruis-entropie.
- Ik kan KNN en een beslisboom uitvoeren en hun grenzen vergelijken.
- Ik kan k-means met echte iteraties bouwen en interpreteren.
- Ik kan confusiematrix, precisie, recall en actiedrempel berekenen.
- Ik kan klasse-onbalans en plantgroepen eerlijk evalueren.

WERKBOEK · HOOFDSTUK 43

Neurale netwerken

Een netwerk leert door de kettingregel door iedere laag terug te rekenen

Je rekent een netwerk vooruit en terug, controleert de code en verdedigt vervolgens een zonnevoorspeller.

3× oefenen · 4× toepassen · 3× uitdagen · ± 405 min

A Data en AI · W Wiskundig modelleren · P Programmeren en computationeel denken



Beschikbaar zonnevermogen vraagt instraling, temperatuur en een duidelijke systeemgrens.

Oefenen

●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

43.1 Een neuron vooruit

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

x=(1,2), w=(0,5;−0,2), b=0,1.

Bereken z, ReLU(z) en tanh(z).

43.2 Vormen en parameters

●○○ Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Batch 20×3, verborgen laag vijf neuronen, lineaire uitvoer één.

Geef alle gewicht/biasvormen en parameter- en activatieaantallen.

43.3 Lineaire lagen

Oefenen · 6 · Begrijpen · 25 min

Drie affine lagen bevatten geen activatie.

Waarom maakt deze diepte de regressierelatie niet niet-lineair?

Toepassen

meerdere stappen, in een context

43.4 Backprop met één verborgen ReLU

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

$x=2$, $w1=0{,}3$, $b1=0{,}1$, $w2=0{,}5$, $b2=0$; $y=1$; $L=(\hat{y}-y)^2/2$.

Bereken forward en alle gradiënten, daarna één update met $\eta=0{,}1$.

43.5 Gradientcheck uitbreiden

Toepassen · 7 · Programmeren · 50 min

De code toetst één element van W1.

Toets alle parameters op een kleine batch met meerdere ε-waarden en een relatieve afwijking.

43.6 Een leercurve lezen

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

Train-MSE daalt van 0,01 naar 0,001; validatie-MSE stijgt na epoch 400 van 0,003 naar 0,008.

Kies een opslagregel en twee vervolgonderzoeken. Wat mag de test niet doen?

43.7 Een convolutioneel vak

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

3×3-beeldvak met elke rij [0,0,1]; kernel met elke rij [−1,0,1]; bias 0.

Bereken uitvoer en ReLU. Geef de uitvoermaat voor een 4×4-beeld zonder padding.

Uitdagen Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

43.8 PV-netwerk voor Habitat

Uitdagen · 9 · Habitat · 80 min

De planner vraagt een voorspelling van morgenopbrengst.

a Definieer features, doel, grens, baselines en toetsing zonder toekomstlek.

b Welke fysische en operationele voorwaarden blijven onafhankelijk?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

doel	Energiehorizon en systeemgrens helder.
toetsing	Forecastarchief en aparte toekomsttest.
beheer	Fysische grenzen en schaduwmodus.

43.9 CNN tegen een verborgen lek

Uitdagen · 9 · Onderzoeken · 50 min

Veel foto's van dezelfde plant worden willekeurig over train en test verdeeld. Testaccuracy is 99%.

Ontwerp een toets die nieuwe planten, belichting en camera onderzoekt.

43.10 Meer neuronen verdedigen

Uitdagen · 9 · Programmeren · 75 min

Vergelijk verborgen breedtes 4,12,40 bij dezelfde PV-dataset.

Voer een vooraf bepaalde modelvergelijking uit en maak het inzetbesluit reviewbaar.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

vergelijking	Gelijke data en vooraf gekozen selectie.
bewijs	Fout, complexiteit en seeds.
besluit	Manifest en modelgrenzen zichtbaar.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Ik kan perceptron, activaties en niet-lineariteit uitleggen.
- Ik kan voorwaartse propagatie met matrixvormen uitvoeren.
- Ik kan gradiëntafdaling aan e02 verbinden.
- Ik kan backpropagation afleiden en numeriek controleren.
- Ik kan een klein NumPy-netwerk trainen en convolutionele gewichtsdeling berekenen.

E EXPERT · DEEL E9 · DATA SCIENCE EN AI

WERKBOEK · HOOFDSTUK 44

AI verantwoord inzetten

Een overtuigende uitkomst vraagt bewijs, begrensde bevoegdheid en verantwoordelijkheid

Je scheidt algoritme van bewijs, rekent gevolgen na en schrijft een concreet inzetbesluit.

3× oefenen · 4× toepassen · 3× uitdagen · ± 405 min

A Data en AI · D Ontwerpen en maken



De bevoegdheid van een model wordt buiten het model vastgelegd.

Oefenen

Oefenen

één stap, direct toepassen

44.1 Score en waarheid

Oefenen · 6 · Begrijpen · 25 min

Een chatbot zegt een sensorwaarde met zeer stellige taal.

Wat bewijst stelligheid? Geef drie controleerbare velden voor een stationsfeit.

44.2 Een illustratie beoordelen

Oefenen · 6 · Analyseren · 25 min

Een beeldgenerator toont een prachtige correcte montage.

Welke claims kun je met dit beeld wel en niet ondersteunen?

44.3 Energie-eenheden

Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Een gemeten IT-taak gebruikt 600 J; PUE=1,3. Netwerk is 0,010 Wh.

Bereken totale gebruiksenergie in Wh en kWh voor 10000 taken.

Toepassen

meerdere stappen, in een context

44.4 Bias gericht toetsen

Toepassen · 7 · Onderzoeken · 40 min

Totaalrecall 90%; per cultivar zijn aantallen onbekend.

Ontwerp een toets die een zwakke cultivar of kasplaats kan vinden zonder selectiebias.

44.5 Privacy vóór upload

Toepassen · 7 · Ontwerpen · 25 min

Een stationslog bevat bewoners-ID, aanwezigheid en ruwe stemopnamen.

Maak een doelgebonden gegevensbesluit voor energieplanning en logsamenvatting.

44.6 Recht met peildatum

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

Een artikel van november 2025 noemt de Omnibus een voorstel; een ontwerpbesluit valt op 30-09-2026.

Welke bron en data gebruik je? Noem de actuele hoogrisicodata en een transparantie-overgang.

44.7 Menselijke controle uitvoeren

Toepassen · 7 · Labo · 45 min

De operator bevestigt ieder voorstel binnen één seconde zonder broninformatie.

Ontwerp een proef die toont of correctie werkelijk mogelijk is.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

informatie	Fout is zichtbaar te beoordelen.
bevoegdheid	Weigering wijzigt uitvoering.
bewijs	Injectie en herstel gelogd.

●●● Uitdagen

Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

44.8 Afwegingskader voor Habitat

●●● Uitdagen · 9 · Habitat · 90 min

Een generatief model wil energie, klimaat en onderhoud zelfstandig sturen.

a Schrijf per taak een bevoegdheidsbesluit met doel, alternatief, bewijs, data/recht, foutgevolg en terugval.

b Welke voorwaarden zouden uitbreiding of intrekking van rechten rechtvaardigen?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

doel	Taken en alternatieven afzonderlijk.
bewijs	Onafhankelijke test en concrete foutkosten.
rol	Eigenaar, grens en herstel.
recht	Peildatum, data en toepassingsscope.

44.9 Een AI-claim falsificeren

Uitdagen · 9 · Programmeren · 65 min

Een aanbieder claimt 98% betrouwbare antwoorden en energiebesparing.

Ontwerp een reproduceerbare acceptatieproef die beide claims met een systeemgrens toetst.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

toets	Referentie, taken en versie vast.
energie	Gelijke dienst en complete grens.
besluit	Grenzen en herhaling reviewbaar.

44.10 Een besluit verdedigen

Uitdagen · 9 · Argumenteren · 40 min

Een collega zegt dat menselijke review alle AI-risico's oplost.

Geef een concreet tegenvoorbeeld en een werkbaar stationsontwerp.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Ik kan taal- en beeldgeneratie in hoofdlijnen uitleggen en begrenzen.
- Ik kan bias, uitlegbaarheid en betrouwbaarheid met concrete toetsen beoordelen.
- Ik kan persoonsgegevens en trainingsdata doelgericht beheren.
- Ik kan energiegebruik met een expliciete systeemgrens berekenen.
- Ik kan de EU AI-verordening op peildatum 30-09-2026 onderscheiden van oude voorstellen en een eigen inzetbesluit onderbouwen.

E EXPERT · DEEL E10 · SYSTEMS ENGINEERING

WERKBOEK · HOOFDSTUK 45

Systems engineering en het V-model

Eisen, architectuur en bewijs vormen samen één beheerde systeemversie

Je bouwt een eisen- en bewijsstructuur en verdedigt een concrete systeemversie.

3× oefenen · 3× toepassen · 3× uitdagen · ± 330 min

D Ontwerpen en maken



Het systeemdoel verbindt eisen, verantwoordelijkheden en proefbewijs.

●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

45.1 Een eis scherp maken

●○○ Oefenen · 6 · Ontwerpen · 25 min

Wens: ‘De logger is snel.’

Schrijf een toetsbare versie met gebeurtenis, grens, belasting en meetmethode.

45.2 Verificatie of validatie?

●○○ Oefenen · 6 · Begrijpen · 25 min

De code respecteert de afgesproken band, maar de bewoner kan het nachtalarm niet begrijpen.

Classificeer beide beoordelingen en geef een passende vervolgactie.

45.3 Trade-off rekenen

Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Scores A=(4,3,5), B=(5,4,2); gewichten (0,5;0,3;0,2).

Bereken scores en geef één ontbrekende voorwaarde vóór selectie.

Toepassen

meerdere stappen, in een context

45.4 Een traceermatrix

Toepassen · 7 · Ontwerpen · 25 min

Eisen: oude data markeren, dubbel voorstel weigeren, lokale regelaar bij netwerkverlies behouden.

Geef per eis ontwerp-ID, test-ID en welk bewijs nog buiten unittest valt.

45.5 Interface tegen eenhedenfout

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

Planner stuurt 500 W elektrisch; warmtebalans behandelt dit als 500 W thermisch.

Ontwerp veldnamen, conversielaag en test die de vergissing aantonen.

45.6 Een wijziging beheersen

Toepassen · 7 · Programmeren · 45 min

De voorstel-TTL verandert van 60 naar 30 s.

Werk manifest, eisen, tests en terugrol uit. Welke grensgevallen veranderen?

Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

45.7 Eisenboom van Habitat

Uitdagen · 9 · Habitat · 90 min

Ontwerp het brein met centrale planning en bestaande lokale controllers.

a Maak doel, functionele/kwaliteits/interface-eisen en de bewijsboom.

b Geef acceptatie en open bewijs voor de eerste baseline.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

grens	Functies, lokale eigenaren en netten herkenbaar.
eisen	Meetbare afzonderlijke eisen.
bewijs	Versiegebonden matrix en open punten.

45.8 Een trade-off verdedigen

Uitdagen · 9 · Onderzoeken · 25 min

Een tweede Pi krijgt automatisch score 5 voor betrouwbaarheid.

Onderzoek gemeenschappelijke oorzaken, gewichtgevoeligheid en ontbrekende proefgegevens.

45.9 Review van een green dashboard

Uitdagen · 9 · Argumenteren · 45 min

Alle unit-tests zijn groen; het team wil de stationversie accepteren.

Geef een concrete reviewbeslissing met ontbrekend bewijs en vervolgstap.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Ik kan functionele en niet-functionele eisen toetsbaar en traceerbaar formuleren.
- Ik kan architectuur en interfacecontracten vanuit eisen afleiden.
- Ik kan verificatie en validatie aan het V-model koppelen.
- Ik kan trade-offs met harde voorwaarden en gevoeligheidsanalyse uitvoeren.
- Ik kan configuraties, wijzigingen en acceptatiebewijzen beheersen.

WERKBOEK · HOOFDSTUK 46

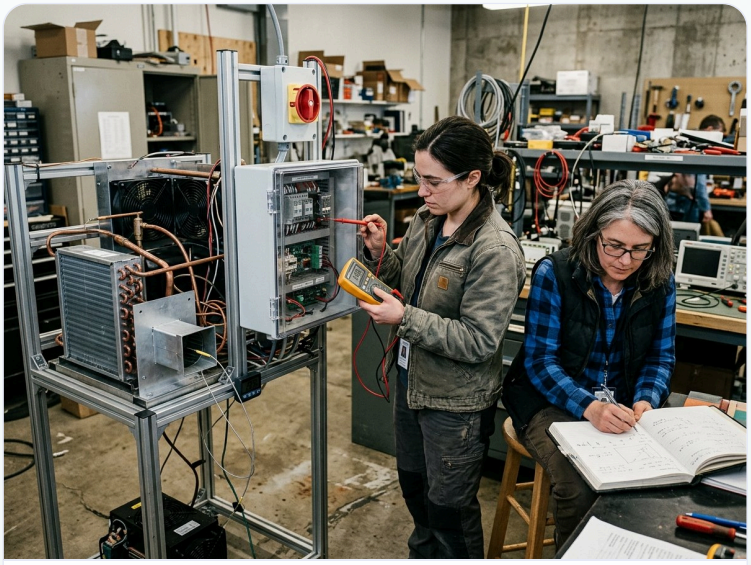
Betrouwbaarheid en risico

Een veilige terugval begint bij faalwijzen, afhankelijkheden en aantoonbaar ingrijpen

Je analyseert faalwijzen, controleert kansmodellen en ontwerpt storingbewijs voor klimaatregeling.

3× oefenen · 3× toepassen · 4× uitdagen · ± 380 min

D Ontwerpen en maken · W Wiskundig modelleren



Een storing wordt gecontroleerd geïnjecteerd en de werkelijke reactie gemeten.

Oefenen

●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

46.1 Oorzaak, faalwijze, effect

●○○ Oefenen · 6 · Begrijpen · 25 min

Een kabelbreuk maakt een temperatuurwaarde leeg en de centrale planner reserveert verkeerd.

Scheid de drie begrippen en geef één detectie en beheersing.

46.2 Serie en parallel

Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Twee onafhankelijke paden hebben R1=0,98 en R2=0,97 voor dezelfde missie.

Bereken R als beide nodig zijn en als één voldoende is.

46.3 MTBF en beschikbaarheid

Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

MTBF=10000 h, totale gemiddelde uitval=5 h; constante faalintensiteit.

Bereken beschikbaarheid en R voor een 100 h-missie.

Toepassen

meerdere stappen, in een context

46.4 Foutenboom algebra

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

T=(A OF B) EN C; qA=0,01,qB=0,02,qC=0,005; onafhankelijk.

Geef minimale snijverzamelingen en exacte topkans. Waarom is simpel optellen van snijsetkansen niet exact?

46.5 FMEA met scoregrens

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

Een ernstige hazard heeft S/O/D=5/1/1 en een hinderlijke storing 2/3/3.

Bereken RPN en geef een betere prioriteitsbeslissing dan ‘hoogste getal eerst’.

46.6 Gemeenschappelijke oorzaak simuleren

Toepassen · 7 · Programmeren · 50 min

Een redundant sensorpaar deelt voeding en kalibratiereferentie.

Breid een onafhankelijk model uit met een expliciet gedeeld event en vergelijk resultaten.

Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

46.7 Klimaat-FMEA van Habitat

Uitdagen · 9 · Habitat · 95 min

Het station gebruikt centrale voorstellen, lokale regeling en een heateruitgang.

a Werk minimaal zes faalwijzen uit met oorzaak, effect, detectie, beheersing, eigenaar en bewijs.

b Maak de foutenboom voor een ernstig warmtescenario en markeer gedeelde oorzaken.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

FMEA	Plausibele verschillende faalwijzen en eigenaars.
logica	Topgebeurtenis en fysieke poorten kloppen.
bewijs	Open aannamen en storingtoetsen traceerbaar.

46.8 Fail-safe in twee modi

●●● Uitdagen · 9 · Ontwerpen · 25 min

Alles uit voorkomt heaterovertemperatuur, maar laat ventilatie wegvallen tijdens een luchtalarm.

Ontwerp modusafhankelijke terugval en een afgebakende proef.

46.9 Nul falen beoordelen

Uitdagen · 9 · Rekenen · 25 min

5000 apparaat-uren zonder storing; constant faalproces.

Bereken eenzijdige 95%-bovengrens λ en ondergrens 1/λ. Welke claim blijft onbewezen?

46.10 Een risicoactie sluiten

Uitdagen · 9 · Labo · 60 min

De FMEA zegt ‘watchdog toegevoegd, risico opgelost’.

Formuleer het ontbrekende bewijs en een sluitingsbesluit met herstartproef.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

injectie	Trigger en tijd meetbaar.
effect	Werkelijke uitgang en herstel gecontroleerd.
besluit	Geen ruimere claim dan het proefbewijs.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Ik kan een FMEA van functie naar faalwijze, effect en maatregel maken.
- Ik kan een foutenboom en minimale snijverzamelingen afleiden.
- Ik kan serie- en parallelbetrouwbaarheid met onafhankelijkheidsvoorwaarden berekenen.
- Ik kan MTBF, beschikbaarheid en badkuipcurve onderscheiden.
- Ik kan fail-safe gedrag per hazard en modus ontwerpen en toetsen.

WERKBOEK · HOOFDSTUK 47

Duurzaamheid en levenscyclusanalyse

Van een duidelijke dienst en inventaris naar een onderbouwde milieukeuze

Je berekent impacts, controleert systeemgrenzen en maakt een onderbouwd besluit met reproduceerbare scenario's en open gegevens.

3× oefenen · 4× toepassen · 4× uitdagen · ± 465 min

D Ontwerpen en maken · E Energie · M Materie en chemie



Een milieuclaim begint bij onderdelen, functies en controleerbare gegevens.

Oefenen

Oefenen

één stap, direct toepassen

47.1 Formuleer de dienst

Oefenen · 6 · Begrijpen · 25 min

Een leverancier vergelijkt twee accu's per kg product.

Maak een passende functionele eenheid voor nachtstroom en noem minstens vier gelijk te houden prestaties.

47.2 Klimaatkarakterisatie

Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

40 kg CO_2, 0,5 kg fossiel CH_4 en 0,02 kg N_2O; IPCC AR6 GWP100.

Bereken de drie bijdragen en het totaal. Welke eenheid heeft de uitkomst?

47.3 Vervangingsgrens

Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

Horizon 20 jaar, productie 100 kg CO_2-eq per toestel, levensduur 10 jaar.

Tel installaties en bereken projectgemiddelde. Wat verandert bij levensduur 9 jaar?

Toepassen

meerdere stappen, in een context

47.4 Dubbele module in het station

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

Een rapport telt 20×164 kg moduleimpact op bij een stationinventaris die al moduleonderdelen en globale netimport bevat.

Leg de dubbeltellingen en eenheidsfout uit. Ontwerp een herstelbare tabelgrens.

47.5 De opslagvergelijking narekenen

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

Gebruik de opslagvarianten A en B uit het uitgewerkte voorbeeld, maar neem g=0,03 kg CO_2-eq/kWh.

Bereken totale impacts en kies binnen de beperkte grens. Waarom is de keuze voorwaardelijk?

47.6 Paneel met minder benutting

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

Eemb=1200 kWh primair, Y=350 kWh/jaar, p=2, geen degradatie.

Bereken tE bij benutting 1; 0,70 en 0,40. Vergelijk met koolstofterugverdientijd.

47.7 Een parameter echt doorrekenen

Toepassen · 7 · Programmeren · 50 min

De 48 V-capaciteit staat nog open; gebruik lca_station_s1.py.

Maak een scenario-tabel voor B=5,10,20 en levensduur 8,10,12 jaar. Welke koppeling ontbreekt in deze simpele sensitiviteit?

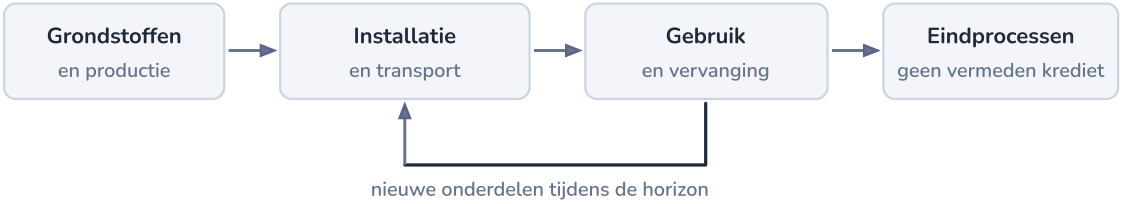
Uitdagen **Uitdagen**

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

47.8 Hele-stationsinventaris

Uitdagen · 9 · Habitat · 100 min

Je bereidt de LCA voor het brein van Habitat voor.



Binnen de grens: station én module; ieder onderdeel eenmaal.

Netimport omvat alle gebruiksfuncties; lokale opwek krijgt geen dubbel krediet.

Schematische procesgrens van LCA-S1. Recycling wordt met de gekozen cut-offregels verwerkt; een tweede analyse mag andere allocatie kiezen, mits zichtbaar en consistent.

a Maak een grensdiagram en inventaris met ieder onderdeel eenmaal, bronstatus en vervanging.

b Formuleer een functionele eenheid, minimaal drie ontbrekende brongegevens en een besluit dat nu al verantwoord is.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

grens	Geen dubbeltelling of verborgen gebruikspost.
gegevens	Bronstatus en onbekende parameters zichtbaar.
besluit	Dienst gelijk, claim beperkt tot bewijs.

47.9 Circulaire pompkeuze

Uitdagen · 9 · Ontwerpen · 45 min

De reparatievariant bespaart 14 kg CO_2-eq, maar verbruikt 2 W extra gedurende 3000 uur per jaar, vijf resterende jaren. Netfactor 0,15.

Bereken of de beperkte klimaatbesparing overeind blijft. Ontwerp de functionele acceptatieproef.

47.10 Allocatie verdedigen

Uitdagen · 9 · Analyseren · 50 min

Een aluminiumpost krijgt zowel een lage recyclaatfactor als een volledige vermeden-primaire-productiecredit aan het einde.

Onderzoek wanneer dit dubbel telt en maak twee transparante scenario's zonder zelf een universeel correcte regel te verzinnen.

47.11 Robuuste keuze en tegenonderzoek

Uitdagen · 9 · Onderzoeken · 70 min

Een team wil op basis van één S1-totaal B=10 kWh vastleggen.

Geef een onderzoeksplan dat de keuze aan gelijkwaardige dienst, bronkwaliteit en gevoeligheid koppelt. Benoem één mogelijk omslagbewijs.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

vergelijking	Zelfde prestaties en methode.
onderzoek	Hotspots en omslagfactor gericht getoetst.
communicatie	Scenario en bewijs onderscheiden.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Ik kan doel, functionele eenheid, inventaris, impactberekening en interpretatie van een LCA uitwerken.
- Ik kan CO_2-equivalenten met een gekozen tijdshorizon berekenen.
- Ik kan energieterugverdientijd afleiden met benutting en degradatie.
- Ik kan herstel, hergebruik en recycling met expliciete allocatie vergelijken.
- Ik kan een stationskeuze onderbouwen met scenario's, gevoeligheid en open bewijs.

WERKBOEK · HOOFDSTUK 48

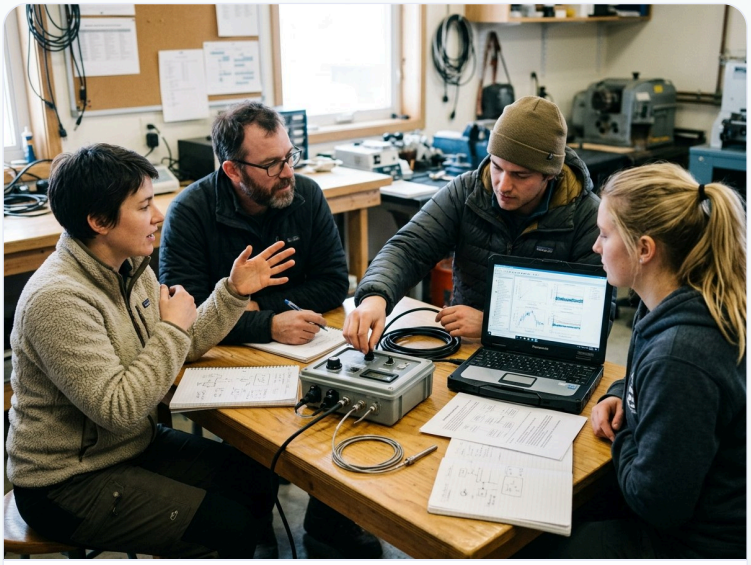
Technisch communiceren en projectmanagement

Een besluit wordt sterker als de lezer de claim, het bewijs en het vervolg kan volgen

Je verbetert rapportclaims, rekent de planning zelfstandig na en maakt een concreet projectplan en verdediging voor Habitat.

3× oefenen · 4× toepassen · 4× uitdagen · ± 485 min

D Ontwerpen en maken · O Onderzoeken en meten



Rapport, planning en proefopstelling vertellen hetzelfde controleerbare verhaal.

●○○ Oefenen

één stap, direct toepassen

48.1 Rapportzinnen ordenen

●○○ Oefenen · 6 · Begrijpen · 25 min

Een verslag bevat ‘we gebruikten RK4’, ‘de RMSE is 0,06 K’ en ‘de afwijking kan door sensorvertraging komen’.

Plaats elke zin en vul de ontbrekende bewijsvelden aan.

48.2 Een zelfstandige figuur

Oefenen · 6 · Ontwerpen · 25 min

Een grafiek heet ‘temperatuur’ en heeft assen x en y; model en meetpunten zijn onbenoemd.

Schrijf een complete caption en geef de noodzakelijke as-/legendavelden.

48.3 Voorwaartse planning

Oefenen · 6 · Rekenen · 25 min

A duurt 2 dagen; B duurt 3 na A; C duurt 4 na A; D duurt 2 na B en C.

Bereken ES/EF en de projectduur.

Toepassen

Toepassen · meerdere stappen, in een context

48.4 Achterwaarts en speling

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

Gebruik het vier-takennetwerk van de vorige opdracht.

Bereken LS/LF en speling. Mag B twee dagen uitlopen zonder effect?

48.5 Een onzekerheidsclaim corrigeren

Toepassen · 7 · Rekenen · 25 min

De vijf aflezingen uit rapport_getallen.py en uB=0,15 K. Een auteur deelt alle onzekerheid nog eens door √5.

Bereken de juiste uc en U. Wat blijft bij 100 herhalingen?

48.6 Een teamconflict oplossen

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

Model en firmware gebruiken verschillende tijdstempels; ieder denkt dat de ander de interface beslist.

Maak een overdracht- en besluitafspraak met een kleine test.

48.7 Een beperkte conclusie schrijven

Toepassen · 7 · Analyseren · 25 min

E41 gebruikt synthetische gegevens van het gerealiseerde weer en heeft RMSE 0,2494; de E45-softwaretests slagen.

Schrijf een resultaatzin, beperking en vervolg voor de samenvatting.

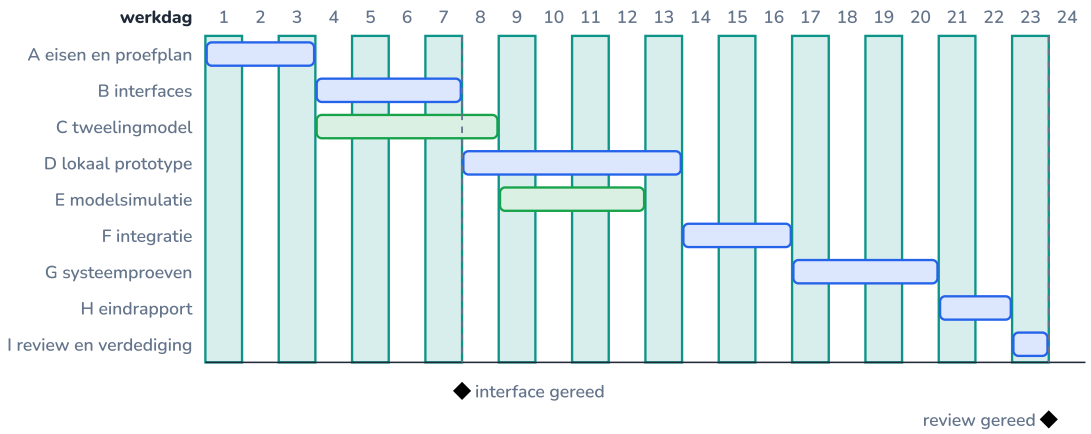
Uitdagen

transfer, open problemen, leerlijnen combineren

48.8 Projectplan voor Habitat

Uitdagen · 9 · Habitat · 110 min

Je organiseert het brein van het station van eisen tot verdediging.



Onderwijsplanning zonder kalenderdatum of werkelijk voltooiingsbewijs. Dag 0 is het begin van werkdag 1; eind is exclusief. De kleur 1 volgt kritische activiteiten, kleur 3 volgt taken met één dag totale speling. Beschikbaarheid van mensen en proefopstelling vraagt een aparte controle.

a Maak een netwerk en Gantt met minstens acht werkproducten, rol, middel en gereedcriterium.

b Bereken kritisch pad, controleer capaciteit en geef een wijzigingsscenario.

c Leg een baseline, risicoactie en reviewmijlpaal vast.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

planning	Afhankelijkheden, berekening en capaciteit coherent.
gereed	Werkproducten met passend bewijs.
beheer	Baseline, eigenaar en risicoactie vindbaar.

48.9 Een reproduceerbaar rapportfragment

Uitdagen · 9 · Maken · 65 min

Schrijf één pagina over een klimaat- of energieproef.

Lever onderzoeksvraag, methode, zelfstandige figuur/tabel, resultaat, discussie en besluit met bijlageverwijzing.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

structuur	Vraag en besluit corresponderen.
bewijs	Reproduceerbaar en zelfstandig leesbaar.
grens	Geen grotere claim dan gegevens.

48.10 Pitch en tegenvragen

Uitdagen · 9 · Argumenteren · 75 min

Gebruik jouw projectplan en twee controleerbare resultaten.

Schrijf en repeteer een pitch van ongeveer twee minuten. Beantwoord daarna vragen over veiligheid, voorspelling en milieu-impact.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

kern	Dienst, keuze en besluit helder.
bewijs	Getallen en beperkingen controleerbaar.
vragen	Gericht antwoord en vervolgonderzoek.

48.11 Review als tweede lezer

Uitdagen · 9 · Onderzoeken · 60 min

Een collega vraagt of zijn rapport klaar is voor de eindbeoordeling.

Voer een gerichte review uit en schrijf een concreet herstelvoorstel voor de grootste ontbrekende claim.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

review	Actuele bron werkelijk gelezen/herhaald.
feedback	Concreet bewijsprobleem en herstel.
sluiting	Hercontrole en beperkingen blijven zichtbaar.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- Ik kan een technisch rapport rond probleem, methode, resultaat, discussie en besluit schrijven.
- Ik kan figuren, tabellen, bronnen en onzekerheden controleerbaar publiceren.
- Ik kan een Gantt-diagram uit afhankelijkheden maken en het kritische pad berekenen.
- Ik kan rollen, interfaces, overdracht en wijzigingsafspraken vastleggen.
- Ik kan een ontwerp pitchen en vragen met passend bewijs beantwoorden.

WERKBOEK · HOOFDSTUK 49

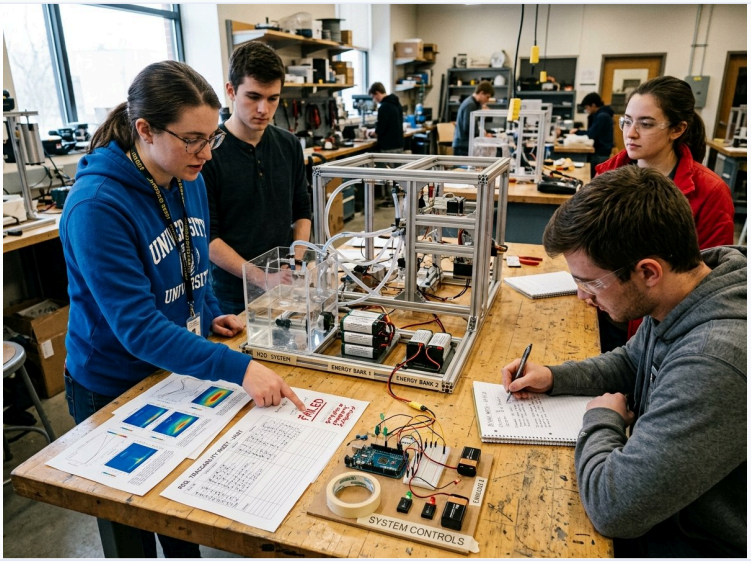
Integratieproject: het brein van het station

Een reproduceerbaar stationontwerp met twee energierails, lokale bevoegdheid en zichtbare bewijsgrenzen

Trede 1 oefent de systeemgrens en basisredeneringen. Trede 2 reproduceert rekeningen, code- en foutproeven uit exact hetzelfde pakket. Trede 3 bouwt het volledige dossier en verdedigt ook niet-gehaalde/open functies. De uitgebreide projecttaken zijn keuzeroutes; alle oplossingen blijven zelfstandig leesbaar en noemen de bewijsgrens.

8× oefenen | 10× toepassen | 9× uitdagen | ± 1615 min

D Ontwerpen en maken | R Regelen en robotica | E Energie | A Data en AI | P Programmeren en computationeel denken | B Leven en systemen



Het project eindigt met een review van bewijs en beperkingen, niet met alleen een groen dashboard.

Oefenen

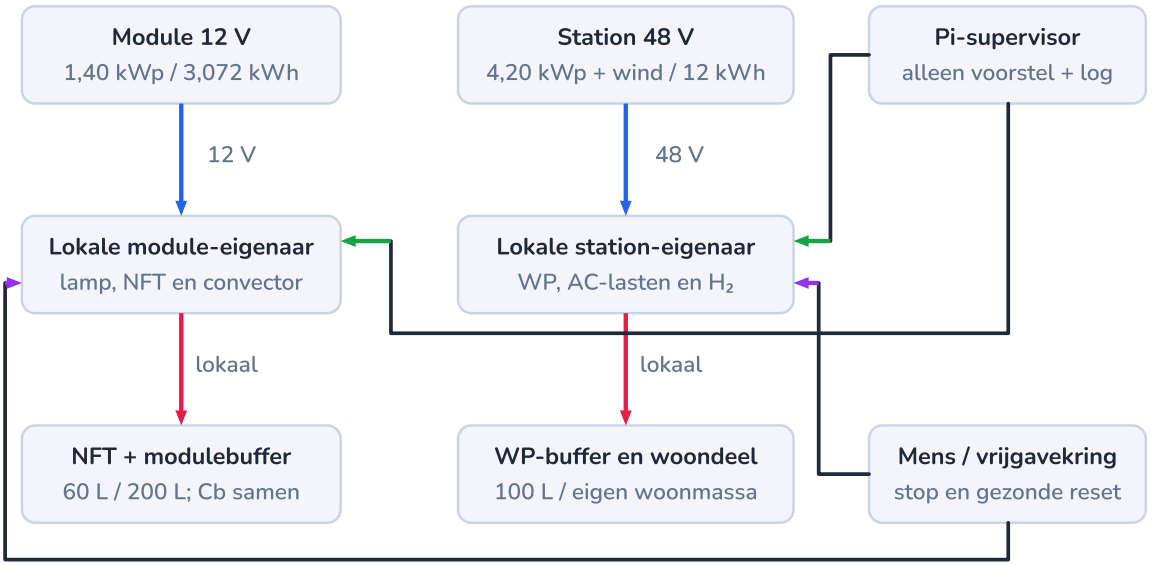
Oefenen

één stap, direct toepassen

49.1 De systeemgrens reconstrueren

Oefenen | 6 | Tekenen | 35 min

Je krijgt de architectuur van E49-S2-12-v1. Een nieuw teamlid tekent één gezamenlijke accu en voegt 5,60 kWp bovenop de module toe.



Drinkwater 500 L en H_2-proceswater 20 L zijn aparte voorraden.

Geen elektrische verbinding tussen de rails; warmte loopt via de WP-buffer.

Kleur 1 toont voeding en kleur 3 de voorstelroute. De Pi vervangt geen lokale eigenaar; een aparte vrijgavekring begrenst gevaarlijke functies. Essentiële ventilatie heeft een afzonderlijke voedingstak, die in de koude lege proef toch kan uitvallen.

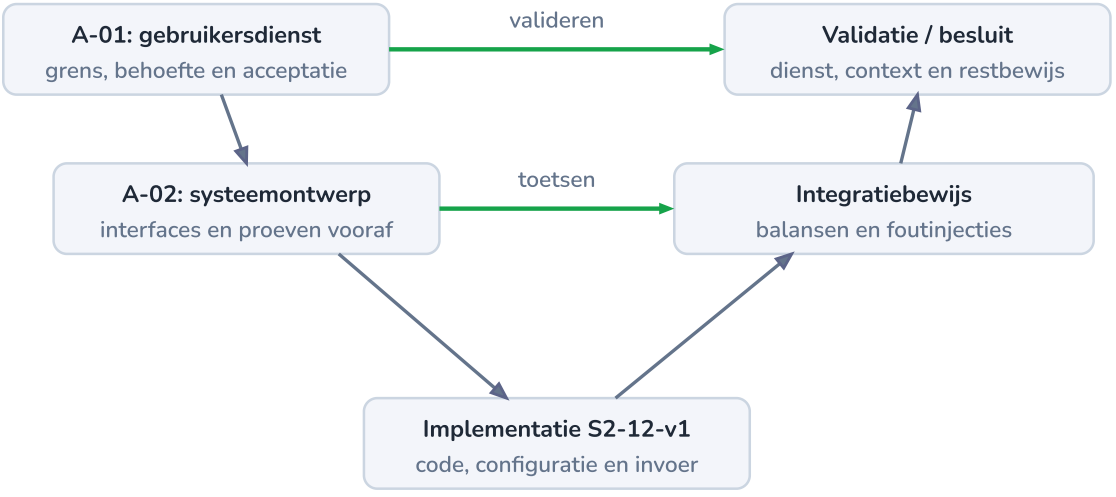
a Teken de twee rails met juiste PV/opslag en geef aan waar elektrolyse bereikbaar is.

b Teken de drie waterinventarissen en de twee thermische waterbuffers. Leg uit waarom één reservoirvak onjuist is.

49.2 Een behoefte tot bewijs volgen

Oefenen · 6 · Begrijpen · 30 min

De gebruiker wil na brokeruitval lokaal kunnen blijven regelen.



De horizontale verbindingen koppelen een ontwerpbesluit aan vooraf benoemd bewijs. Rechts blijft het mogelijk dat de dienst niet wordt aanvaard.

a Werk behoefte → D-03 → interface → testcase → bewijs → besluit uit.

b Waarom zijn een groene brokerstatus en een geslaagd warmte-residu daarvoor onvoldoende?

49.3 De bruikbare bank narekenen

Oefenen · 6 · Rekenen · 35 min

De 12 kWh-bank gebruikt SOC 0,20–0,90. Een advertentie rekent zonder verlies 33,6 h voor 250 W AC.

a Bereken bruikbare kWh en nominale Ah bij 51,2 V. Welke selectie is hiermee nog niet gedaan?

b Bereken autonomie met 48 W DC, 25 W inverter, ηinv=0,93 en ηd=0,96. Verklaar het verschil.

49.4 Een interne warmteflow controleren

Oefenen · 6 · Rekenen · 30 min

Op een moment is Tw=30 °C, Ta=18 °C en Th=20 °C. De PID vraagt qm=800 W en qh=2000 W.



De warmtestromen qm en qh hangen van Tw−Ta en Tw−Th af. Er komt geen convectorwarmte uit een koude buffer. De twee pijlen tussen lucht en modulebuffer staan voor een omkeerbare transportstroom, geen twee gelijktijdige bronnen.

a Bereken beide werkelijk mogelijke transporten bij Gconvector=80 en Gvloer=140 W/K. Zet hun tekens in alle betrokken knopen.

b Wat gebeurt er bij Tw=17 °C? Waarom is onmiddellijk 800 W naar de module dan onjuist?

49.5 Doorzet tegenover waterverbruik

Oefenen · 6 · Rekenen · 30 min

Gebruik dezelfde NFT- en drinkprofielen als de normale run.

a Bereken recirculatiedoorzet, netto NFT-verbruik en eindvoorraad.

b Bereken drink-eindvoorraad en benoem de extra voorwaarde waardoor drink_leeg geen 490 L kan leveren.

49.6 De leasegrens en replay

Oefenen · 6 · Analyseren · 30 min

Een geaccepteerd doel 19,5 °C krijgt tijd 600 s, TTL 60 s en seq 17. Er komt niets nieuws.

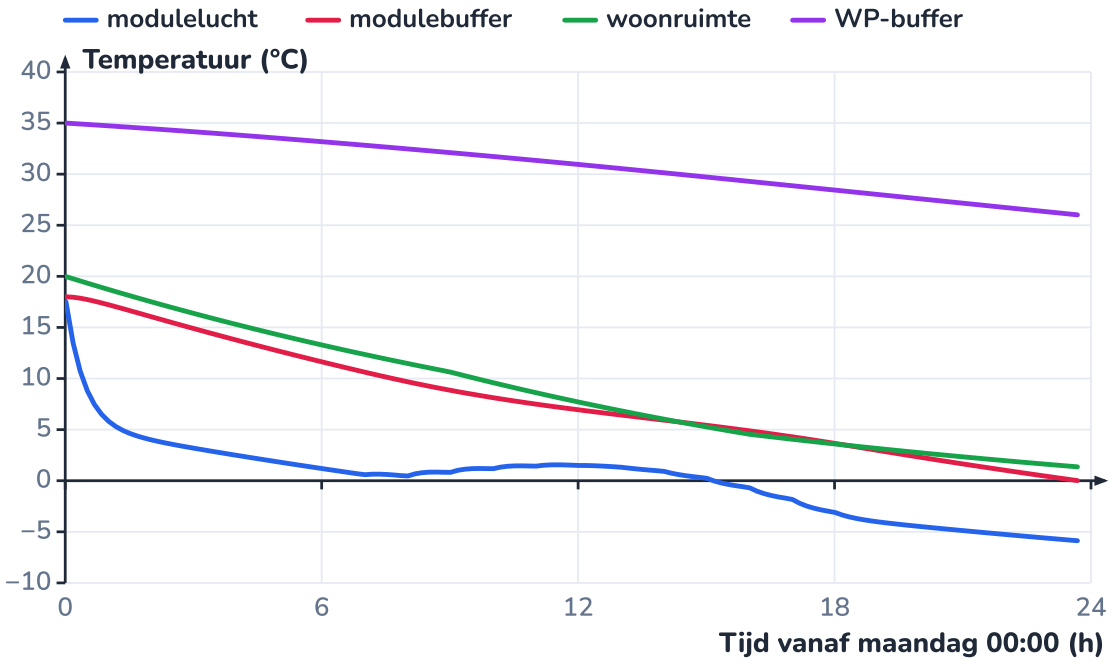
a Geef het lokale doel op t=659 s en t=660 s. Wat gebeurt er met hetzelfde voorstel opnieuw op t=620 s?

b Waarom bevat het bericht zowel bronboot als eigenaarboot en een duurzame seq-grens?

49.7 Welke tijd staat op een logrij?

Oefenen · 6 · Analyseren · 25 min

De rij tijd 2021-03-08T23:42:00+01:00 heeft watermodel_geldig=0.



Het interval maandag 23:42–23:43 eindigt voor het eerst buiten het watermodelgebied boven 0 °C. Alleen geldige eindtoestanden zijn getekend. Latere algebra is geen bevriezingsvoorspelling en bewijst geen vloeibare watervoorraad.

a Leg uit welke tijd hoort bij toestand en bij vermogen. Mag je zeggen dat het water precies om 23:42 fysiek bevroor?

b Waarom tekent de koude grafiek alleen geldige eindtoestanden en bewaart de download toch de rest?

49.8 De score en de claim scheiden

Oefenen · 6 · Begrijpen · 25 min

Een team schrijft: ‘Alle balansen zijn nul, dus het station is autonoom en de ECG-monitor diagnosticeert correct.’

a Noem vier afzonderlijke fouten in die gevolgtrekking.

b Herschrijf de conclusie met een geldige positieve uitkomst en twee open functies.

Toepassen

meerdere stappen, in een context

49.9 De 4,48 kVA-selectie opnieuw uitvoeren

Toepassen · 7 · Programmeren · 45 min

Gebruik habitat_brein.py, config.json en de contracttest ‘4.48kVA verzoek’.

a Reproduceer P/Q/S, de prioriteitsvolgorde en de geweigerde last. Waarom tel je niet gewoon alle afzonderlijke S op?

b Bereken niet geleverde noodwarmte bij 60 s en beschrijf wat de log niet bewijst.

49.10 Een 8 kVA-aanloop kritisch beoordelen

Toepassen · 7 · Rekenen · 45 min

Gebruik P=5232 W, S=7280 VA, U=44,8 V, ηinv=0,93, eigenverbruik 25 W, DC 48 W en ηd=0,96.

a Bereken Q en bankstroom; beslis voor 5 s. Bereken daarna maximaal toelaatbaar P bij 130 A.

b De 5000 W-selectie past. Is daarmee de pompstart opgelost? Formuleer een selectieproef.

49.11 Warmteconservatie onafhankelijk narekenen

Toepassen · 7 · Programmeren · 50 min

Lees totalen en eindtemperaturen uit de normale JSON; gebruik de vier capaciteiten.



De warmtestromen qm en qh hangen van Tw−Ta en Tw−Th af. Er komt geen convectorwarmte uit een koude buffer. De twee pijlen tussen lucht en modulebuffer staan voor een omkeerbare transportstroom, geen twee gelijktijdige bronnen.

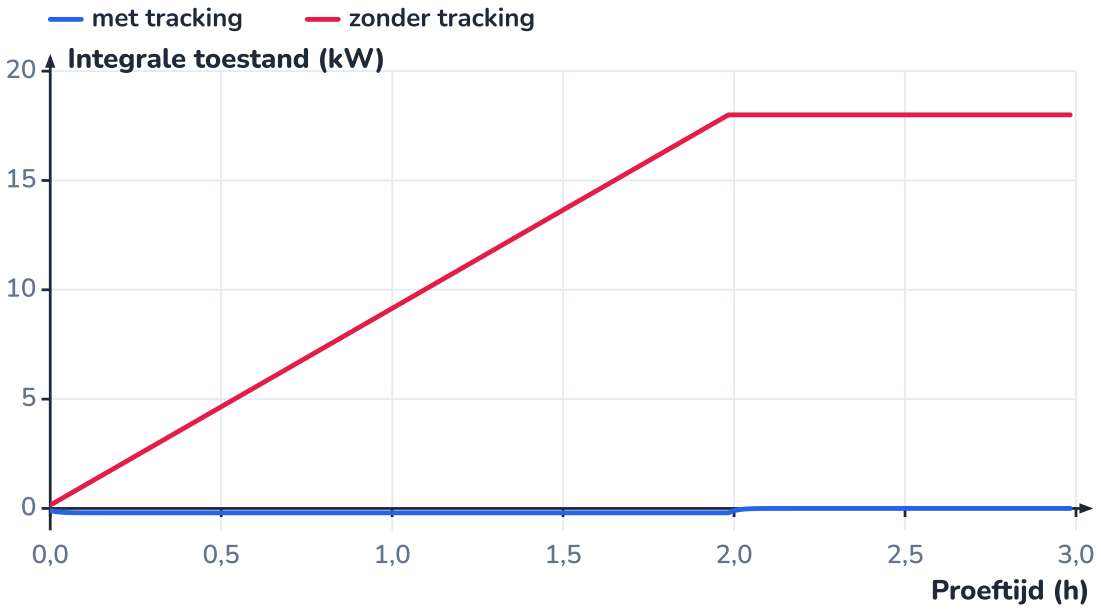
a Leid de totale warmtebalans af door de vier knoopvergelijkingen op te tellen. Geef welke termen verdwijnen.

b Controleer het numerieke residu en de 60/15 s-vergelijking. Wat mag je hieruit concluderen?

49.12 Windup als werkelijk actuatorprobleem

Toepassen · 7 · Programmeren · 45 min

Voer antiwindup_proef uit. Kp=100, Ki=0,5, maximum 800 W, trackingtijd 120 s; y=20 °C en 2 h actuatoruitval.



Dit aparte PID-rekenproefje gebruikt Kp=100, Ki=0,5 en trackingtijd 120 s. Het vergelijkt dezelfde opgelegde meetfout en actuatoruitval; het is geen extra temperatuurregelaar in Habitat.

a Verklaar I na 2 h met/zonder tracking en de eerste actuatoractie bij herstel.

b Waarom moet de gewone Habitat-PID de geïntegreerde warmteflux terugkrijgen en niet alleen de clamp?

49.13 Sensorfouten met tegenvoorbeelden

Toepassen · 7 · Labo · 55 min

Gebruik MeetPoort en de D-01-contracttests met dictionaries; er is geen hardware nodig.

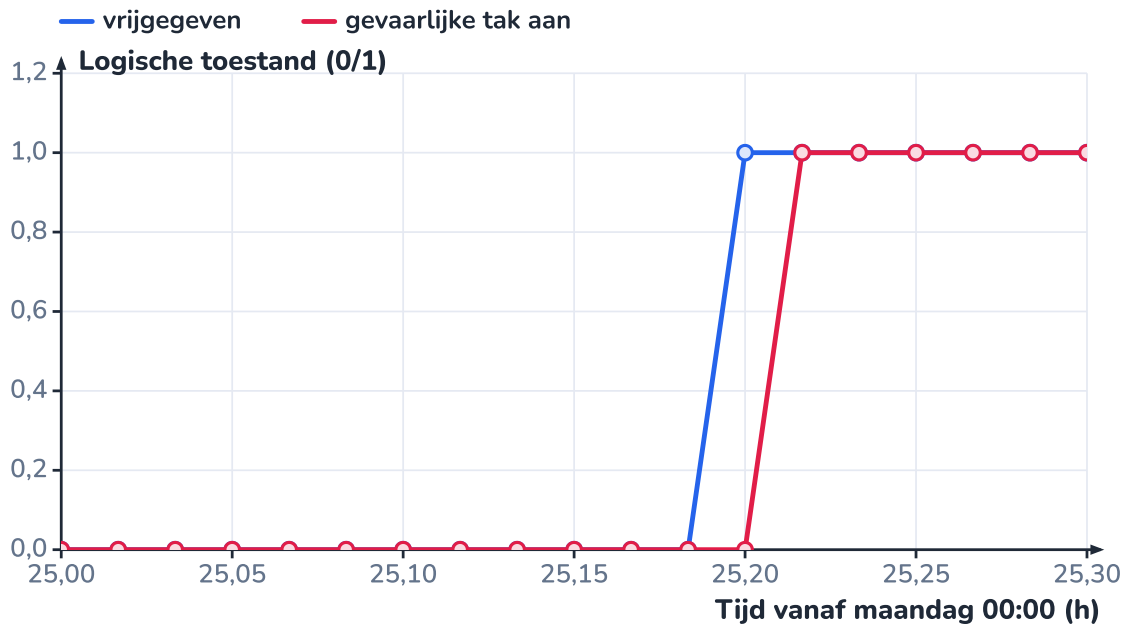
a Reproduceer ontbreekt, 91 s leeftijd, NaN, ongeldige modelwaarde, +3 °C bias en 12 vlakke metingen. Geef alle redenen.

b Construeer de gedeelde-biastegenproef. Waarom sluit een geslaagde innovatiecontrole het nauwkeurigheidsbewijs niet?

49.14 Stop, loslaten en power-return

Toepassen · 7 · Analyseren · 45 min

Bekijk stop_herstel.csv rond dinsdag 01:00–01:13 en de losse resetreeks.



Reset om 01:12 geeft alleen bevoegdheid terug; het nog uitstaande uit-verzoek houdt de tak uit. Pas het nieuwe verzoek om 01:13 kan weer activeren. De aparte ventilatietak blijft in deze proef gevoed.

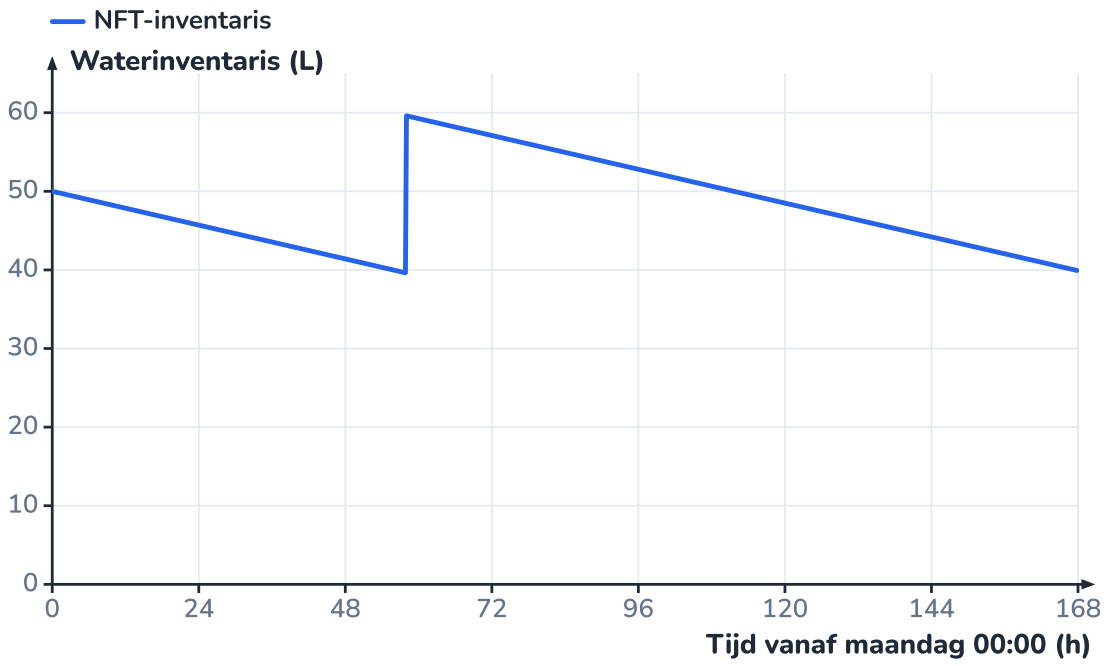
a Maak een tijdlijn van stop, loslaten, kringvoeding weg/terug, reset en nieuw verzoek. Welke tak blijft gevoed?

b Geef twee resetweigeringen en verklaar waarom een vastgehouden knop niet volstaat.

49.15 De vlotter stopt de pomp maar niet het lek

Toepassen · 7 · Rekenen · 45 min

Waterlek start NFT 31 L, onderweg 3,9 L en lek 2 L/min. Opname plus verdamping is 4,3 L/d.



De inventaris bevat tank plus water onderweg. De onafhankelijke vlotter ziet alleen het tankpeil; het drinkwater en gezuiverd elektrolysewater staan in andere balansen.

a Bereken tankpeil tijdens pompen en tijd tot 24 L bij de eerste lopende pomp. Vergelijk de analytische grens met het eventbestand.

b Waarom zijn lage eindvoorraad en groot recirculatietekort na de stop geen fout van de vlotter?

49.16 Een waterstofsaldo met alle deelposten

Toepassen · 7 · Rekenen · 45 min

Gebruik de normale JSON en de lege-proceswaterproef.

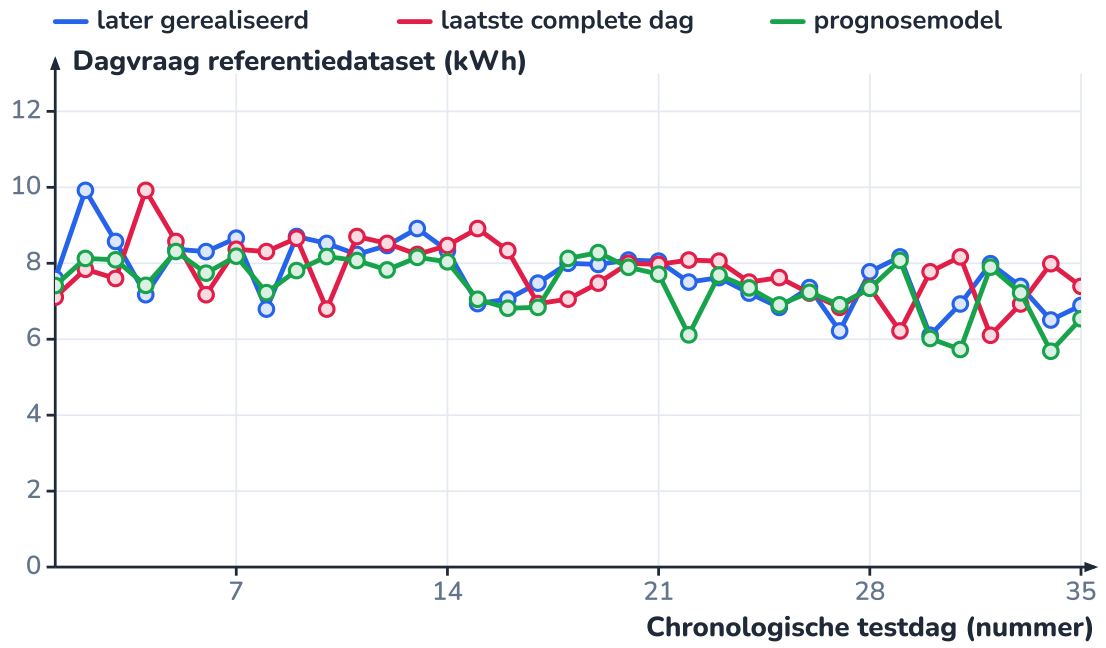
a Bereken H_2-productie, minimumwater, compressie en chemisch opgeslagen energie. Sluit de inputenergie.

b Verklaar de massa-eindstand en waarom celretourwater geen drinkvoorraad is. Wat doet h2_water_leeg?

49.17 Forecast zonder tijdlek

Toepassen · 7 · Programmeren · 55 min

Controleer features, train/val/test en baseline in voorspellers.



De realisaties dienen achteraf voor scoring; de modelinvoer bevat alleen eerder beschikbare weersprognoses. Deze synthetische referentievraag is een apart datamodel en geen gemeten of gedispatchte stationsvraag.

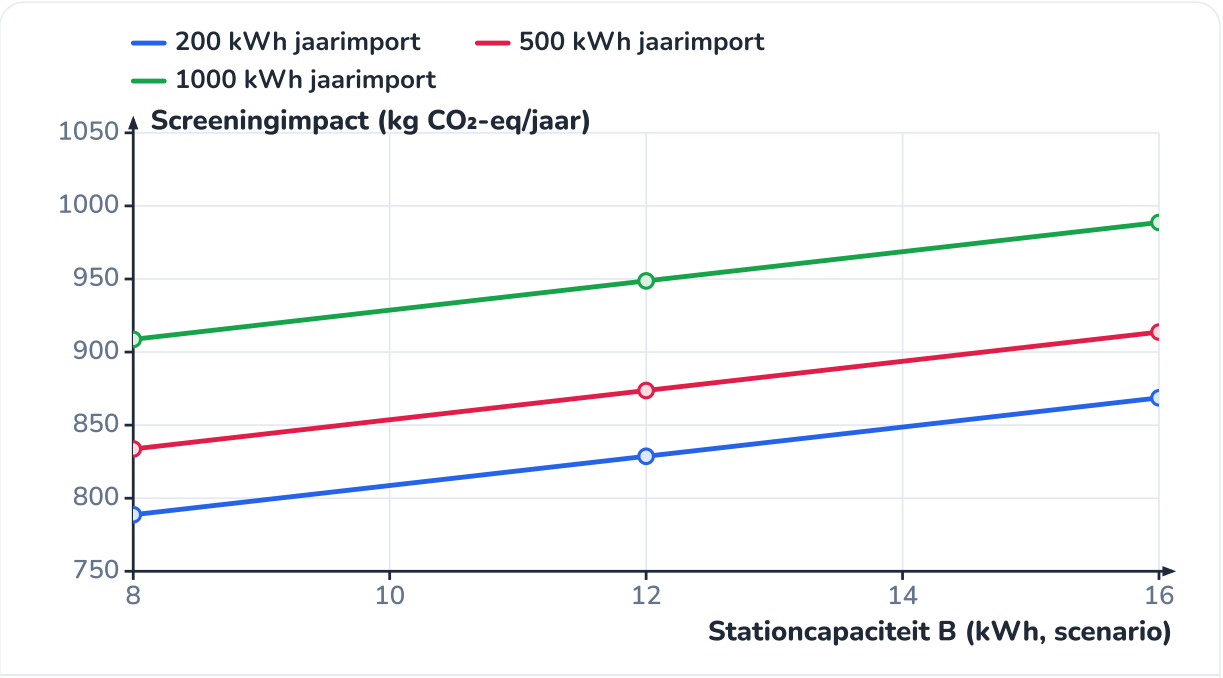
a Geef alle datumgrenzen en noem welke kolommen wel/niet in de fit mogen staan. Waarom is 07-03 om 20:00 geen fit-lek?

b Vergelijk de 35 testdagen en verklaar wat de vraag-/PV-RMSE en weer-RMSE elk meten.

49.18 S1, S2 en een korter batterijleven

Toepassen · 7 · Rekenen · 45 min

De screeninggrens is station plus één module over [0,20) jaar; B=12, I=500.



Batterijlevensduur hier 10 jaar; de download berekent ook 8 jaar. Alle lijnen behouden dezelfde geplande dienst en screeningfactoren. De weekrun rechtvaardigt geen jaarimport en geen daadwerkelijk jaarrond geleverde dienst.

a Herleid 873,68 kg/jaar vanaf S1 en bereken het geval leven 8 jaar.

b Geef drie boekhoudfouten die de vergelijking ongeldig maken.

Uitdagen **Uitdagen** transfer, open problemen, leerlijnen combineren

49.19 **Een compleet eisen- en acceptatiedossier**

Uitdagen 9 Habitat 100 min

Je team moet S2 als onderwijsontwerp reviewbaar opleveren. Gebruik alle 26 eis-IDs uit de gids.

OOK TE DOWNLOADEN

a Maak een traceermatrix met eis, rationale, eigenaar, architectuur/interface, testcase, bewijsbestand, criterium en besluit.

b Werk minimaal vijf verschillende uitkomsten volledig uit: numeriek geslaagd, logisch geslaagd, dienst niet gehaald, fysiek open en claim afgewezen.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

dekking	Alle eis-IDs traceerbaar.
bewijs	Criterium en echt resultaat passen bij elkaar.
besluit	Negatieve/open functies hebben expliciet gevolg.

49.20 Een reproduceerbare oplevering in een schone map

●●● Uitdagen | 9 | Maken | 100 min

Een reviewer krijgt alleen je downloadbestanden en geen cursusrepository.

a Reproduceer de volledige run en inventariseer bron-, invoer-, uitvoer- en gebeurtenisbestanden. Geef een controleprotocol voor identieke resultaten.

b Beschrijf de API-/CLIgrens, JSON-onthouding en tijd/eenheden zodat een andere leerling niets hoeft te raden.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

zelfstandig	Geen verborgen imports/invoer.
reproductie	Alle bestanden/waarden vergelijkbaar.
contract	Eenheden, tijd en onthouding helder.

49.21 De niet-gehaalde modulecomforteis onderzoeken

Uitdagen · 9 · Onderzoeken · 100 min

Normaal mist de module0,5 h minimumcomfort; energie is nog beschikbaar. Je mag een nieuwe regelvariant ontwerpen maar de800 W-convectorgrens niet verhogen.

a Maak een diagnoseplan dat energie, transport, buffertemperatuur, sensorvertraging en PID uit elkaar houdt.

b Geef een volledig wijzigings- en acceptatieplan met een verdedigbaar voorbeeldalternatief. Welke conclusie mag je nu al geven?

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

diagnose	Oorzaak toetsen met samenhangende signalen.
variant	Alle oorspronkelijke grenzen behouden.
eerlijkheid	Geen onuitgevoerde variant als bewezen melden.

49.22 Een lokale eigenaar en netwerkproef ontwerpen

Uitdagen · 9 · Ontwerpen · 110 min

De dictionaries moeten later via een echte broker naar lokale owners. De opstelling is nog niet gekozen.

a Ontwerp topics/schema/autorisatie, ACK en gedrag voor TTL/replay/bronboot/eigenaarboot/klokverlies.

b Geef een concreet fault-injectionplan en acceptatie zonder afhankelijkheid van een werkende Pi.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

contract	Identiteit/tijd/bevoegdheid consistent.
test	Negatieve/herstartgevallen concreet.
bewijsgrens	Netwerkbewijs wordt geen hardwarecertificaat.

49.23 FMEA en een gemeenschappelijke oorzaak

Uitdagen · 9 · Analyseren · 90 min

Een team verklaart twee meetketens onafhankelijk omdat ze verschillende datavelden hebben.

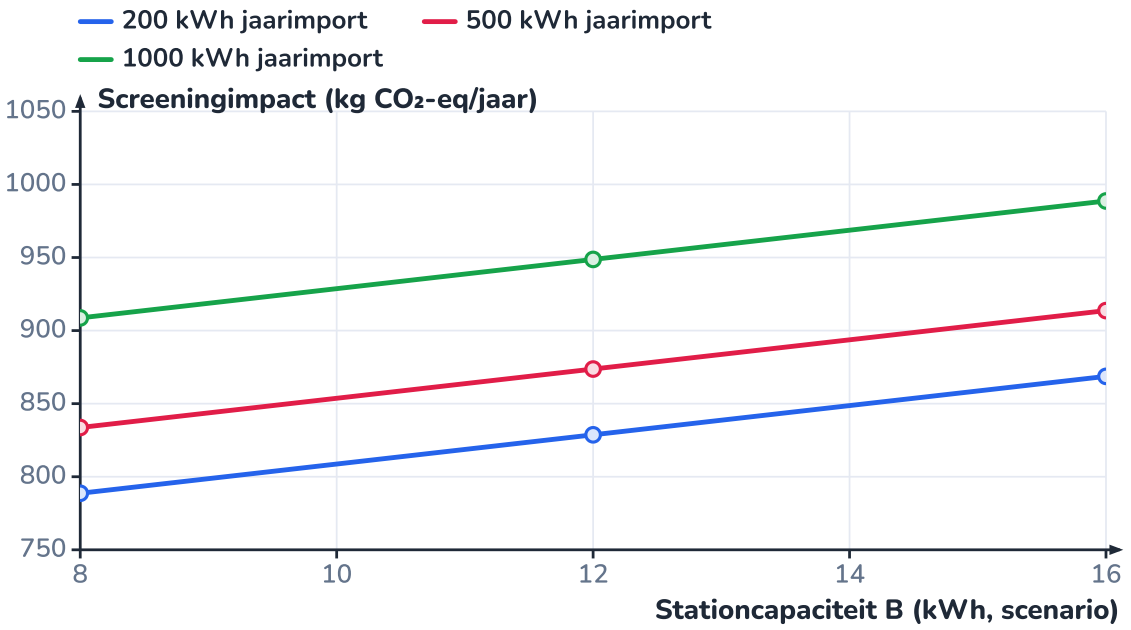
a Werk drie FMEA-rijen uit voor meetbias, voedingsverlies en vast contactorcontact; koppel aan de getoonde proeven en hun open gaten.

b Teken een foutboom voor verlies van leefdienst met minimaal één gemeenschappelijke oorzaak. Waarom is een product van twee foutkansen niet automatisch geldig?

49.24 Jaarautonomie en LCA verantwoord vergelijken

●●● Uitdagen | 9 | Onderzoeken | 100 min

Een voorstel vergroot B van 12 naar 16 kWh en claimt minder jaarimport. Er is alleen deze winterweek.



Batterijlevensduur hier 10 jaar; de download berekent ook 8 jaar. Alle lijnen behouden dezelfde geplande dienst en screeningfactoren. De weekrun rechtvaardigt geen jaarimport en geen daadwerkelijk jaarrond geleverde dienst.

a Bereken het impactverschil bij gelijke levensduur van 10 jaar en gelijke I=500; bereken welke importreductie dat klimaatverschil zou compenseren.

b Ontwerp het ontbrekende jaaronderzoek met gelijke functionele dienst, veroudering en bewijsgrens.

49.25 Biologische en medische restfuncties beoordelen

Uitdagen · 9 · Argumenteren · 90 min

De voorzitter wil NFT, een algenmodel, PCR en een polssensor samen als volledig levensondersteunend systeem tonen.

a Werk per functie een acceptatie-/restonderzoekrij uit met concrete beperkende cijfers of testgrens.

b Formuleer een verdedigbare demonstratietekst voor publiek en een weigering van één onbewezen claim.

49.26 Een onderhouds- en herstelprocedure beproeven

●●● Uitdagen · 9 · Ontwerpen · 90 min

Je hebt een veilige lesadapter met gesimuleerde contactfeedback, vlotter en opslagregister. De echte installatie is nog niet vrijgegeven.

a Schrijf een complete stop→onderzoek→bewijs→reset→nieuw verzoekprocedure met twee geweigerde herstelgevallen.

b Koppel procedure en proefinterval aan FMEA zonder een certificaat of veilige-aanrakingsgrens te verzinnen.

49.27 Eindrapport en verdediging met een tegenvraag

Uitdagen · 9 · Habitat · 120 min

Lever het volledige S2-ontwerp op; de reviewer vraagt onverwacht waarom groene saldi niet genoeg zijn.

a Schrijf een eindrapportstructuur en werk de besluitparagraaf volledig uit met minimaal drie niet-gehaalde/open eisen.

b Bereken de rubric bij niveaus 4/3/3/2/4 in de vijf gewogen criteria. Bereid drie reviewer-vragen met antwoord/bewijs voor.

ZO WORDT DIT BEOORDEELD

rapport	Volledige route en traceerbaar besluit.
verdediging	Eigen redenering met live bewijs.
kwaliteit	Open grenzen blijven zichtbaar ondanks score.

Zelfevaluatie

Kleur per doel: lukt al / bijna / nog niet

- [ ] Je vertaalt behoeften naar unieke toetsbare eisen en een architectuur volgens het V-model.
- [ ] Je leidt een samenhangende digitale tweeling af en controleert warmte-, energie- en waterbalansen.
- [ ] Ik gebruik PID, saturatie en tracking met werkelijk geleverde actuatorwarmte.
- [ ] Je beproeft lokale bevoegdheid, meetkwaliteit, storingen, replay en vergrendelde herstart.
- [ ] Je evalueert een prognosemodel zonder tijdlek met een gelijke baselinehorizon en onthouding.
- [ ] Je koppelt FMEA, LCA, restonderzoek en een reproduceerbare verdediging aan een verantwoord acceptatiebesluit.